

AUTOEVALUACIÓN 4.

Hallar el producto de los siguientes problemas por inspección:

1.- $(x + 2y + z)^2$

2.- $(2x - y - 3z)^2$

3.- $(3a + 2b + c)^2$

4.- $(x - 2y + 3z)^2$

5.- $(2x + 3y - 2z)^2$

6.- $(a + 2b + c)(a + 2b - c)$

7.- $(2x + 3y + 2z)(2x - 3y - 2z)$

8.- $(3a + 2b + c)(3a - 2b - c)$

9.- $(3a - 2b + c)(3a - 2b - c)$

10.- $(a + 2b - c)(a - 2b + c)$

1-7 EL CUADRADO DE UN POLINOMIO.

Podemos utilizar la fórmula 2 y el resultado obtenido en el ejemplo 7 de la sección anterior, para obtener el cuadrado de un polinomio que conste de cuatro términos. Procederemos como se indica a continuación:

EJEMPLO 11.

Hallar el cuadrado de $a + b + c + d$.

Solución:

$$(a + b + c + d)^2 = [(a + b + c) + d]^2$$

$$(a + b + c + d)^2 = (a + b + c)^2 + 2(a + b + c)(d) + (d)^2$$

de acuerdo con el ejemplo 7, en donde:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

entonces, se sigue que:

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ac + 2bc + 2ad + 2bd + 2cd + d^2$$

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd.$$

El ejemplo anterior y el ejemplo 7 de la sección anterior hacen patente la siguiente regla para obtener el cuadrado de un polinomio.

"El cuadrado de un polinomio es igual a la suma de los cuadrados de cada término, incrementada por la suma algebraica del doble producto de cada uno por los que le siguen."

EJEMPLO 12.

Hallar el cuadrado de $2a + 3b - 4c - 2d$.

Solución:

$$(2a + 3b - 4c - 2d)^2 = (2a)^2 + (3b)^2 + (-4c)^2 + (-2d)^2 +$$

$$2(2a)(3b) + 2(2a)(-4c) + 2(2a)(-2d) +$$

$$2(3b)(-4c) + 2(3b)(-2d) + 2(-4c)(-2d)$$

$$(2a + 3b - 4c - 2d)^2 = 4a^2 + 9b^2 + 16c^2 + 4d^2 + 12ab - 16ac - 8ad - 24bc - 12bd + 16cd$$

1-8 EL CUBO DE LA SUMA O DIFERENCIA DE UN BINOMIO.

El cubo de la suma de un binomio se expresa $(x + y)^3$, en donde, $(x + y)^3 = (x + y)^2(x + y)$, obtendremos este producto por el procedimiento indicando a continuación donde se hace uso de la fórmula 2 y del axioma distributivo.

$$(x + y)^3 = (x + y)^2(x + y)$$

$$\begin{aligned}
&= (x^2 + 2xy + y^2)(x + y) \\
&= x^2(x + y) + 2xy(x + y) + y^2(x + y) \\
&= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + xy^2 + y^3 \\
&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3
\end{aligned}$$

en consecuencia,

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \quad (5)$$

análogamente,

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \quad (6)$$

Así diremos que el cubo de la suma o diferencia de un binomio es igual al cubo del primero, más o menos el triple producto del cuadrado del primero por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo y más o menos el cubo del segundo.

EJEMPLO 13.

Obtener, utilizando la fórmula 5, el cubo de $(a + 2)$ y el de $2x + 3y$.

Solución:

$$\begin{aligned}
(a + 2)^3 &= (a)^3 + 3(a)^2(2) + 3(a)(2)^2 + (2)^3 \\
&= a^3 + 6a^2 + 12a + 8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2x + 3y)^3 &= (2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3 \\
&= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3
\end{aligned}$$

EJEMPLO 14.

Obtener, utilizando la fórmula 6, el cubo de $x - 4$ y el de $2a - b$.

Solución:

$$\begin{aligned}
(x - 4)^3 &= (x)^3 - 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 - (4)^3 \\
&= x^3 - 12x^2 + 48x - 64
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2a - b)^3 &= (2a)^3 - 3(2a)^2(b) + 3(2a)(b)^2 - (b)^3 \\
&= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3
\end{aligned}$$

AUTOEVALUACIÓN 5.

Obtener los siguientes productos por inspección.

1.- $(a + 2b + 3c + d)^2$

2.- $(2w - 3x + 2y - z)^2$

3.- $(a - b - 2c - 3d)^2$

4.- $(x + 2y - 3z + w)^2$

5.- $(a - 3b - 2c + 4d)^2$

6.- $(a + 2b)^3$

7.- $(2a - 3b)^3$

8.- $(x - 3y)^3$

9.- $(3x + 2y)^3$

10.- $(3a - 4b)^3$

1020115302

RESPUESTAS A LAS AUTOEVALUACIONES DE LA LECCIÓN 1.

AUTOEVALUACIÓN 1.

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| 1.- $x^2 + 5xy + 6y^2$ | 6.- $6a^2 - 11a + 4$ |
| 2.- $a^2 - 3ab - 28b^2$ | 7.- $4x^2 - 8xy - 5y^2$ |
| 3.- $6r^2 + 7r - 20$ | 8.- $2u^2 + uv - 15v^2$ |
| 4.- $x^2 - 5x - 24$ | 9.- $10a^2 + 7a + 1$ |
| 5.- $x^2 + 6x - 7$ | 10.- $8x^2 - 22xy + 15y^2$ |

AUTOEVALUACIÓN 2.

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1.- $a^2 + 4ab + 4b^2$ | 6.- $4a^2 - 12ab + 9b^2$ |
| 2.- $x^2 - 6xy + 9y^2$ | 7.- $9x^2 + 12xy + 4y^2$ |
| 3.- $a^2 + 8ab + 16b^2$ | 8.- $16x^2 - 40x + 25$ |
| 4.- $x^2 - 10xy + 25y^2$ | 9.- $9a^2 + 24ab + 16b^2$ |
| 5.- $x^2 + 12x + 36$ | 10.- $25x^2 - 30xy + 9y^2$ |

AUTOEVALUACIÓN 3.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 1.- $x^2 - 4$ | 6.- $9x^2 - y^2$ |
| 2.- $4x^2 - 1$ | 7.- $164a^2 - 9b^2$ |
| 3.- $9x^2 - 4$ | 8.- $4x^2 - 49y^2$ |
| 4.- $a^2 - 9b^2$ | 9.- $9a^2 - 49b^2$ |
| 5.- $4x^2 - 25y^2$ | 10.- $4x^2 - 9y^2$ |

AUTOEVALUACIÓN 4.

- 1.- $x^2 + 4y^2 + z^2 + 4xy + 2xz + 4yz$
- 2.- $4x^2 + y^2 + 9z^2 - 4xy - 12xz + 6yz$
- 3.- $9a^2 + 4b^2 + c^2 + 12ab + 6ac + 4bc$
- 4.- $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 6xz - 12yz$
- 5.- $4x^2 + 9y^2 + 4z^2 + 12xy - 8xz - 12yz$
- 6.- $a^2 + 4ab + 4b^2 - c^2$
- 7.- $4x^2 - 9y^2 - 12yz - 4z^2$
- 8.- $9a^2 - 12ab + 4b^2 - c^2$
- 9.- $9a^2 - 4b^2 - 4bc - c^2$
- 10.- $a^2 - 4b^2 + 4bc - c^2$

AUTOEVALUACIÓN 5.

- 1.- $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + d^2 + 4ab + 6ac + 2ad + 12bc + 4bd + 6cd$
- 2.- $4w^2 + 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12wx + 8wy - 4wz - 12xy + 6xz - 4yz$
- 3.- $a^2 + b^2 + 4c^2 + 9d^2 - 2ab - 4ac - 6ad + 4bc + 6bd + 12cd$
- 4.- $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + w^2 + 4xy - 6xz + 2xw - 12yz + 4yw - 6zw$
- 5.- $a^2 + 9b^2 + 4c^2 + 16d^2 - 6ab - 4ac + 8ad + 12bc - 24bd - 16cd$
- 6.- $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$
- 7.- $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$
- 8.- $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$
- 9.- $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$
- 10.- $27a^3 - 108a^2b + 144ab^2 - 64b^3$

AUTOEVALUACIÓN 3.

- 1.- $x^2 - 4$
- 2.- $4x^2 - 1$
- 3.- $9x^2 - 4$
- 4.- $a^2 - 9b^2$
- 5.- $4x^2 - 25y^2$
- 6.- $9x^2 - y^2$
- 7.- $164a^2 - 9b^2$
- 8.- $4x^2 - 49y^2$
- 9.- $9a^2 - 49b^2$
- 10.- $4x^2 - 9y^2$

AUTOEVALUACIÓN 4.

- 1.- $x^2 + 4y^2 + z^2 + 4xy + 2xz + 4yz$
- 2.- $4x^2 + y^2 + 9z^2 - 4xy - 12xz + 6yz$
- 3.- $9a^2 + 4b^2 + c^2 + 12ab + 6ac + 4bc$
- 4.- $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 6xz - 12yz$
- 5.- $4x^2 + 9y^2 + 4z^2 + 12xy - 8xz - 12yz$
- 6.- $a^2 + 4ab + 4b^2 - c^2$
- 7.- $4x^2 - 9y^2 - 12yz - 4z^2$
- 8.- $9a^2 - 12ab + 4b^2 - c^2$
- 9.- $9a^2 - 4b^2 - 4bc - c^2$
- 10.- $a^2 - 4b^2 + 4bc - c^2$

AUTOEVALUACIÓN 5.

- 1.- $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + d^2 + 4ab + 6ac + 2ad + 12bc + 4bd + 6cd$
- 2.- $4w^2 + 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12wx + 8wy - 4wz - 12xy + 6xz - 4yz$
- 3.- $a^2 + b^2 + 4c^2 + 9d^2 - 2ab - 4ac - 6ad + 4bc + 6bd + 12cd$
- 4.- $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + w^2 + 4xy - 6xz + 2xw - 12yz + 4yw - 6zw$
- 5.- $a^2 + 9b^2 + 4c^2 + 16d^2 - 6ab - 4ac + 8ad + 12bc - 24bd - 16cd$
- 6.- $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$
- 7.- $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$
- 8.- $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$
- 9.- $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$
- 10.- $27a^3 - 108a^2b + 144ab^2 - 64b^3$

UNIDAD XI

FACTORIZACIÓN

INTRODUCCIÓN.

Con esta unidad comenzamos el estudio de la factorización. Esta operación es lo contrario al producto, esto es, a través de él vamos a ver cómo encontrar los factores en que se descompone. Aprenderás a representar como factores ciertos tipos de expresiones algebraicas.

Al término del estudio de esta unidad, el estudiante estará en condición de:

OBJETIVOS:

1. Definir el concepto de factorización.
2. Descomponer en factores primos un número entero o un monomio.
3. Encontrar el máximo común divisor (m.c.d.) de dos o más monomios.
4. Aplicar correctamente la propiedad distributiva de la multiplicación para extraer un factor común de un polinomio.
5. Descomponer en factores, expresiones algebraicas que involucren los siguientes casos: