

AUTOEVALUACIÓN 5.

- 1.- $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + d^2 + 4ab + 6ac + 2ad + 12bc + 4bd + 6cd$
- 2.- $4w^2 + 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12wx + 8wy - 4wz - 12xy + 6xz - 4yz$
- 3.- $a^2 + b^2 + 4c^2 + 9d^2 - 2ab - 4ac - 6ad + 4bc + 6bd + 12cd$
- 4.- $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + w^2 + 4xy - 6xz + 2xw - 12yz + 4yw - 6zw$
- 5.- $a^2 + 9b^2 + 4c^2 + 16d^2 - 6ab - 4ac + 8ad + 12bc - 24bd - 16cd$
- 6.- $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$
- 7.- $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$
- 8.- $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$
- 9.- $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$
- 10.- $27a^3 - 108a^2b + 144ab^2 - 64b^3$

UNIDAD XI

FACTORIZACIÓN

INTRODUCCIÓN.

Con esta unidad comenzamos el estudio de la factorización. Esta operación es lo contrario al producto, esto es, a través de él vamos a ver cómo encontrar los factores en que se descompone. Aprenderás a representar como factores ciertos tipos de expresiones algebraicas.

Al término del estudio de esta unidad, el estudiante estará en condición de:

OBJETIVOS:

1. Definir el concepto de factorización.
2. Descomponer en factores primos un número entero o un monomio.
3. Encontrar el máximo común divisor (m.c.d.) de dos o más monomios.
4. Aplicar correctamente la propiedad distributiva de la multiplicación para extraer un factor común de un polinomio.
5. Descomponer en factores, expresiones algebraicas que involucren los siguientes casos:

- a) Diferencia de cuadrados.
- b) Trinomio cuadrado perfecto.
- c) Polinomio cubo perfecto.
- d) Suma o diferencia de dos cubos.

PROCEDIMIENTO SUGERIDO.

1. Estudia la lección 1 del capítulo II de tu texto. Para los objetivos 1 y 2, estudia las secciones 1 y 2. Se supone en estos objetivos, que el alumno tiene conocimiento de los números primos y de la forma de cómo descomponer en factores a un número algebraico. Es importante que logres comprender bien el significado de factorización y del uso de los números primos, puesto que en ellos se basa la descomposición de factores de una expresión algebraica. Por esto, te sugerimos que resuelvas la autoevaluación 1.

Objetivo 3. Estudia la sección 3. Para este objetivo es necesario que domines el anterior, puesto que se basa en sacar el m.c.d. de la expresión algebraica para encontrar el factor común; así en el primer ejemplo tenemos que:

$$5a^2bx^4 - 15ab^2x^2 - 20ab^3x^4$$

$$\text{factores primos de } 5a^2bx^4 = 5a^2bx^4$$

$$\text{factores primos de } 15ab^2x^2 = 5 \times 3ab^2x^2$$

$$\text{factores primos de } 20ab^3x^4 = 5 \times 2^2ab^3x^4$$

en donde el m.c.d. = $5abx^2$. Ahora con el m.c.d. como factor común queda:

$$5abx^2(ax^2 - 3b - 4b^2x^2)$$

En caso de que no sea directo sacar factor común por m.c.d. resuélvelo por el método de agrupación primero y luego aplica el m.c.d. para extraer el factor común de la expresión. Aplica estos objetivos resolviendo la autoevaluación 2.

Objetivos 4 y 5. Estudia la sección 4 en adelante. Para resolver satisfactoriamente estos objetivos, es necesario que domines los productos especiales, por lo que te sugerimos los saques en limpio en tu cuaderno para que visualices mejor a qué tipo de factorización pertenece cada expresión que analices. Resuelve como práctica de estos objetivos las autoevaluaciones 3, 4, 5 y 6.

2. Aplica tus conocimientos de esta unidad, resolviendo los problemas de la autoevaluación de la unidad volviendo a estudiar aquellos problemas de factorización que hayas comprendido bien.

3. Como ritmo de trabajo, te sugerimos el siguiente:

1er. día - objetivos 1 y 2.

2do. día - objetivos 3 y 4.

3er. día - objetivo 5.

4to. día - Laboratorio.

4. Como requisito para presentar la unidad, deberás entregar a tu maestro el laboratorio de la unidad, resuelto en el salón, el cuarto día. Te sugerimos que consultes otros libros de matemáticas, donde encontrarás suficientes problemas con relación a los objetivos.

AUTOEVALUACIÓN.

1. Operación que consiste en descomponer una expresión algebraica en dos o más factores cuyo producto es igual a la expresión propuesta.

- | | |
|--------------------------|----------------|
| 0) Multiplicación | 1) m.c.m. |
| 2) m.c.d. | 3) Agrupación. |
| 4) <u>Factorización.</u> | |

2. El cuadrado del primer término más o menos el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo término, es lo que se llama:

- | | |
|-------------------|-----------------------------------|
| 0) Cubo | 1) <u>Cuadrado de un binomio.</u> |
| 2) m.c.d. | 3) Diferencia de cubos. |
| 4) Raíz cuadrada. | |

Encuentra los factores primos de las siguientes expresiones:

3. (225)

- | | |
|-------------------|-----------------|
| 0) 1, 2, 7 | 1) 1, 8, 6, 7 |
| 2) 1, 2, 4 | 3) 1, 0, 11, 17 |
| 4) <u>1, 3, 5</u> | |

4. $45m^5p^3$

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 0) 1, 8, m^2p^3 | 1) <u>1, 3, 5, m, p</u> |
| 2) 1, 8, 7, m^3, p^2 | 3) 1, 6, m^5, p^3 |
| 4) 1, m^5, p^3 | |

Encontrar el m.c.d. de las siguientes expresiones:

5. $12a^3b$; $18ab^2$

- | | |
|--------------|----------------------------|
| 0) $3a^2b^2$ | 1) $5ab^2$ |
| 2) $3a^3b$ | 3) <u>$6ab$</u> |
| 4) a^2b | |

6. $8a^3bc^2$; $12ab^3c^3$; $18b^2c^2$

- | | |
|------------------------------|---------------|
| 0) $3b^3c^2$ | 1) $5ab^2c$ |
| 2) <u>$2bc^2$</u> | 3) $3a^2bc^3$ |
| 4) abc^2 | |

Encuentra un factor común de las siguientes expresiones:

7. $2b^2(x^2 - 9c^2) + 5e^3(x^2 - 9c^2)$

- | | |
|---------------|-------------------------------------|
| 0) $(x - c)$ | 1) <u>$(x^2 - 9c^2)$</u> |
| 2) $(x + 9c)$ | 3) $(x - 9c)$ |
| 4) $(x + c)$ | |

8. $6x^4z^2 - 15x^2z + 21x^2z^3$

- | | |
|------------|------------------------------|
| 0) $5xz^2$ | 1) <u>$3x^2z$</u> |
| 2) xz | 3) $6x^4z^2$ |
| 4) $2xz^3$ | |

Encuentra los factores de las siguientes expresiones

9. $(9a^2 - 4x^2)$

- | | |
|-------------------------|---|
| 0) $(9a - 4x)^2$ | 1) $(3a - 2x)^2$ |
| 2) $(3a + 2x)^2$ | 3) <u>$(3a + 2x)(3a - 2x)$</u> |
| 4) $(9a + 4x)(9a - 4x)$ | |

10. $(a^2x^2 - 25y^2)$

0) $(a + 5y)^2$

2) $(ax + 5y)^3$

4) $(ax + 5)(ax - y^2)$

1) $(2x - 5y)^2$

3) $(ax + 5y)(ax - 5y)$

11. $(4a^2 - 16a + 16)$

0) $(2a + 16)^2$

2) $(2a - 8)^2$

4) $(a - 4)^2$

1) $(2a^2 - 4)^2$

3) $(2a - 4)^2$

12. $(4a^2x^2 + 12ax + 9)$

0) $(2ax + 3)^2$

2) $(ax + 3)^2$

4) $(4ax + 9)^2$

1) $(2a - 3)^2$

3) $(2ac + 3)(2ax - 3)$

13. $(a^3x^3 + 3a^2x^2 + 3ax + 1)$

0) $(ax - 1)^2$

2) $(ax + 1)^3$

4) $(a^3x^3 + 1)^2$

1) $(ax + 1)(ax - 1)$

3) $(ax - 1)^3$

14. $(b^3 + 27)$

0) $(b + 3)(b^2 - 3b + 9)$

2) $(b - 3)(b + 3)$

4) $(b - 27)^2$

1) $(b + 3)$

3) $(b - 3)(b^2 + 3b + 9)$

15. $(1 - 8a^3)$

0) $(1 - 2a)(1 + 2a + 4a^2)$

2) $(a + 2a)(a - 2 + 4a^2)$

4) $(a + 2a)(1 - 2a)$

1) $(a - 2)(1 + 2a + 4a^2)$

3) $(a - 2a)$

PROCEDIMIENTO

FACTORIZACIÓN.

LECCIÓN 1.

2-1 DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES.

Dados dos o más factores, se obtiene su producto, multiplicando el uno por otros. Inversamente, dado un producto, se pueden obtener sus factores; a esta operación se le llama, **descomposición en factores**. En general, descomponer una expresión algebraica en factores, es hallar dos o más factores, cuyo producto es igual a la expresión propuesta.

Para descomponer en factores, un número o una expresión algebraica, se buscan todos los factores primos contenidos en dicho número o expresión. Los números primos solo son divisibles entre sí mismo y entre la unidad. Dos o más expresiones algebraicas, son primas entre sí, si solo admiten la unidad como divisor común.

Eratóstenes, matemático griego del siglo III A.C. ideó un procedimiento para obtener los números primos en la serie de los números naturales que se conoce con el nombre de "Criba de Eratóstenes". Básicamente consiste en ir eliminando todos aquellos números que admiten alguna divisibilidad en forma sistemática, acomodando los números como se ve a continuación.

Sea obtener los números primos de los primeros 100 números de la serie de los números naturales.