Sandra Lorena Campos Arámbula
Gpo = 50 Mat = 766342

Preparatoria
Num. 15

1er Semestre 1991

FISICA 1

FÍSICA I

ING. JOSÉ LUIS GUTIÉRREZ ALVARADO.

AGOSTO 1991

FÍSICA I

ING. JOSÉ LUIS GUTIÉRREZ ALVARADO.

AGOSTO 1991

FÍSICA I

ING. JOSÉ LUIS GUTIÉRREZ ALVARADO.

AGOSTO 1991

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

1. ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA FÍSICA.

Beneficios prácticos e inmediatos para la sociedad.
Desarrollo histórico de la física.
La física como un estudio que está conectado a otros campos.

2. UNIDADES DE MEDICIÓN.

Mediciones fundamentales.
Unidades patrón.
Sistema técnico.
Unidades múltiplos y Submúltiplos.
Algunas unidades del sistema inglés.
Factor de conversión.
Conversión de unidades.
Área y volumen de figuras y cuerpos regulares.
Unidades derivadas y especiales.
Autoevaluación.

3. INTRODUCCIÓN A LOS VECTORES.

Cantidad escalar.
Cantidad vectorial.
Vector resultante.
Vector equilibrante.
Suma de vectores (Método del triángulo).
Suma de vectores (Método del paralelogramo).
Suma de vectores (Método del polígono).
Resta de vectores.
Caso especial del paralelogramo (90°)
Cuando no es un ángulo recto (Método analítico de la ley de los coseno).
Autoevaluación.

GALILEO GALILEI

4. EL LENGUAJE DEL MOVIMIENTO.
El movimiento de las cosas.
Cinématica.
Los tres tipos de movimiento.
Rapidez.
Los 50 metros de Ramón y el significado de la rapidez media.
Gráficas del movimiento y como encontrar la pendiente.
Rapidez instantánea.
La aceleración por comparación.
Tipos de movimiento.
Ejemplos sobre rapidez constante.
Conversión de unidades de velocidad.

5. ACELERACIÓN.
Velocidad variable.
Fórmulas del movimiento acelerado.
Como seleccionar la ecuación adecuada para la solución de un problema de movimiento acelerado.
Galileo describe el movimiento. Teoría aristotélica del movimiento.

6. CASOS PARTICULARES DEL MOVIMIENTO ACELERADO.

Caída libre.
Tiro vertical.
Tiro horizontal.
Tiro parabólico.
Autoevaluación.

7. MOVIMIENTO CIRCULAR

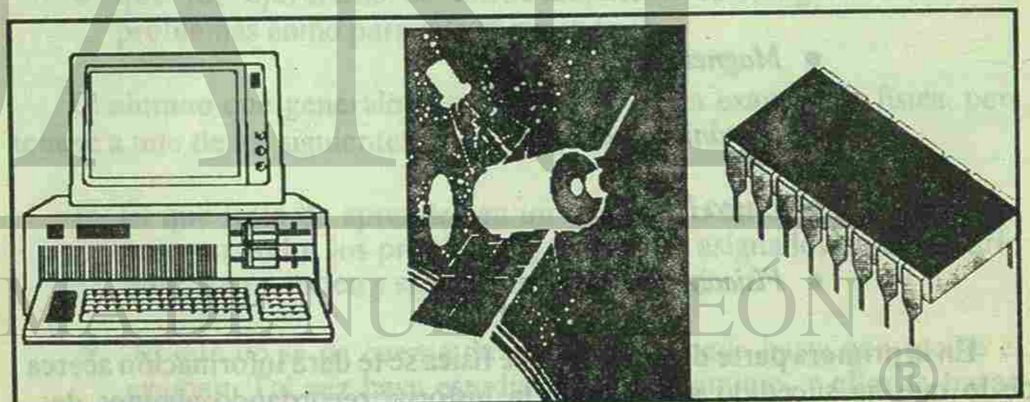
Movimiento circular uniforme.
Desplazamiento angular.
Velocidad angular.
Aceleración angular (Movimiento circular variable).
Aceleración centrípeta.
Fuerza centrífuga.
Analogía entre las magnitudes lineales y angulares.
Autoevaluación.

BIBLIOGRAFÍA.

INTRODUCCIÓN.

Antes de iniciar el curso de física te invitamos a reflexionar sobre lo acontecido en el transcurso de este siglo en el campo de la tecnología. Para ello veamos algunos ejemplos: en los años 60's la regla de cálculo y el calculador de escritorio eran las principales herramientas disponibles para cualquiera que deseara manejar operaciones matemáticas muy complejas, el televisor casero para dar publicidad y entretenimiento. Pero en la actualidad, debido a una serie de desarrollos tecnológicos, logrados principalmente por el conocimiento y avance de la física, el hombre ha adquirido otro tipo de herramientas sin precedente para cambiar su medio ambiente, tales como: el microprocesador, las antenas parabólicas, los viajes al espacio, los microchips, etc.

La física ha participado grandemente en estos logros, porque es la ciencia que estudia los fenómenos naturales y sus *principios elementales*, a través de los cuales se han logrado estudios profundos que han conducido a la obtención de dichas herramientas.



Desde luego que con este texto no vas a adquirir un total conocimiento de como manejar, operar y mucho menos conocer la estructura interna de estos avances tecnológicos, pero si podrás iniciarte en el conocimiento de las bases fundamentales en que estan basados.

Nuestro proposito es iniciar este curso de Física desde un nivel elemental, para que tanto los alumnos que se dediquen posteriormente a un estudio más profundo de esta materia, en la carrera profesional que escojan, como los que hagan menos uso de ella, y aquellos que por alguna circunstancia abandonen sus estudios profesionales, adquieran los conocimientos básicos necesarios que les sirvan para entender algunos fenómenos de la vida diaria.

El curso completo de Física, aun en su etapa elemental abarcará los siguientes temas.

- *Mecánica.*
- *Propiedades de la Materia.*
- *Calor.*
- *Movimiento Ondulatorio.*
- *Luz.*
- *Electricidad.*
- *Magnetismo.*
- *Mecánica Cuántica.*
- *Física Nuclear.*
- *Física Atómica.*

En la primera parte de este curso de física se te dará información acerca de lo que ha sucedido a través de la historia, recordando algunos descubrimientos importantes en el campo de la ciencia, así como los inventos y personajes que han contribuido al engrandecimiento de ésta. Asimismo, hablaremos de aquellos aspectos que confirman la importancia de la física en la sociedad, y de su interrelación con otras ciencias.

Después dedicaremos un capítulo completo a tratar lo referente a la medición, uno más a la solución de problemas con mediciones vectoriales

y cuatro capítulos relacionados con la cinemática (rama de la mecánica). Al final se presentan algunos temas, en forma de apéndices, que te servirán de ayuda en la comprensión de algunos aspectos de física. Si esos temas no los dominas, deberás reforzarlos con otros textos que traten sobre lo mismo. Analiza estos apéndices antes de empezar el curso ¡Son muy importantes para que obtengas un mejor avance en tus estudios de la física!

Los que hemos participado en la elaboración de este material, consideramos que un buen texto debe reunir las siguientes características:

- Presentar muchos ejemplos para mostrar los puntos más destacados del programa.
- hacer preguntas relacionando la física con fenómenos de la vida diaria.
- que tú mismo te cuestiones acerca de dichos fenómenos.
- que los ejercicios de autoevaluación contengan suficientes problemas como para que tú practiques.

El alumno que generalmente "sale mal" en un examen de física, pertenece a uno de los siguientes tipos:

1º El que trata de aprender en un solo día, o en una hora antes del examen, todos los problemas y conceptos asignados en el temario guía, sin un orden y sin ninguna motivación.

2º El que no se da cuenta de que no sabe nada hasta que recibe el examen. Tal vez haya estudiado con sus amigos, y ellos le hayan ayudado en los problemas difíciles, pero esto no es suficiente. Sus amigos no podrán ayudarlo en el momento del examen.

Para que a ti no te suceda lo anterior, primero debes entender que la física no es una materia difícil, incomprensible y alejada de la realidad, sino que continuamente estamos en contacto con ella, en la vida diaria. Debes conocer y comprender las definiciones y conceptos y relacionarlos con los fenómenos físicos que diariamente te suceden, pero sobre todo, debes aprender a sentirlos. No solo debes saber resolver mecánicamente los problemas asignados, sino conocer a fondo los conceptos, para resolver otros problemas en los cuales se apliquen los *mismos conceptos*. Esto requiere un razonamiento inteligente de los principios fundamentales en que se basa cada problema, y no una mera memorización de un "*método*" de solución.

Si tienes dificultad para resolver un problema en un tiempo razonable, o no puedes analizar un fenómeno real, probablemente no entiendas los principios físicos en los que se basa dicho fenómeno. Consigue ayuda, descansa y trata nuevamente de encontrarle la solución. CUESTIONATE A TI MISMO CONTINUAMENTE, CON NUEVOS PROBLEMAS Y PREGUNTAS.

UNIDAD 1

ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA FÍSICA.

INTRODUCCIÓN.

El desarrollo de la humanidad está fundamentado en las ciencias, especialmente en la física. Sin ella no tendríamos ese desarrollo tecnológico que disfrutamos con el transporte, las comunicaciones, el entretenimiento, la vivienda, los edificios, etc., de nuestros tiempos. Es por eso básico el comprender la importancia de esta ciencia antes de iniciar su estudio.

OBJETIVOS:

1.- Definir el concepto de Física y su objeto de estudio.

2.- Especificar los beneficios prácticos e imediatos de la física en la sociedad.

3.- Mencionar los beneficios a largo plazo de la física en la sociedad.

4.- Explicar el desarrollo histórico de la Física.

fenómenos físicos que diariamente te suceden, pero sobre todo, debes aprender a sentirlos. No solo debes saber resolver mecánicamente los problemas asignados, sino conocer a fondo los conceptos, para resolver otros problemas en los cuales se apliquen los *mismos conceptos*. Esto requiere un razonamiento inteligente de los principios fundamentales en que se basa cada problema, y no una mera memorización de un "*método*" de solución.

Si tienes dificultad para resolver un problema en un tiempo razonable, o no puedes analizar un fenómeno real, probablemente no entiendas los principios físicos en los que se basa dicho fenómeno. Consigue ayuda, descansa y trata nuevamente de encontrarle la solución. CUESTIONATE A TI MISMO CONTINUAMENTE, CON NUEVOS PROBLEMAS Y PREGUNTAS.

UNIDAD 1

ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA FÍSICA.

INTRODUCCIÓN.

El desarrollo de la humanidad está fundamentado en las ciencias, especialmente en la física. Sin ella no tendríamos ese desarrollo tecnológico que disfrutamos con el transporte, las comunicaciones, el entretenimiento, la vivienda, los edificios, etc., de nuestros tiempos. Es por eso básico el comprender la importancia de esta ciencia antes de iniciar su estudio.

OBJETIVOS:

1.- Definir el concepto de Física y su objeto de estudio.

2.- Especificar los beneficios prácticos e imediatos de la física en la sociedad.

3.- Mencionar los beneficios a largo plazo de la física en la sociedad.

4.- Explicar el desarrollo histórico de la Física.

5.- Mencionar la aportación principal en el campo de la física de cada uno de los siguientes científicos.

a) Arquímedes.	h) Maxwell.
b) Galileo Galilei.	i) Roentgen.
c) Newton.	j) Becquerel.
d) Boyle.	k) Rutherford.
e) Franklin.	l) Bohr.
f) Coulomb.	m) de De Broglie.
g) Galvani.	n) Einstein.

6.- Mencionar la relación existente entre la física y otras ciencias afines.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee en forma general y rápida el capítulo 1.

2.- Lectura más lenta del mismo capítulo.

3.- Tercer lectura para subrayar lo más importante del material de esta unidad.

4.- Realiza un resumen de lo subrayado.

5.- Cualquier duda que tengas sobre el material consultala con tus compañeros o con tu maestro.

REQUISITO:

Deberás entregar en hojas tamaño carta y con EXCELENTE PRESENTACIÓN el resumen marcada en el punto 4 del procedimiento, además de lo que te especifique tu maestro.

CAPÍTULO 1.

ASPECTOS GENERALES DE LA FÍSICA.

La física es la ciencia que estudia las propiedades de la materia asi como las leyes que tienden a cambiar su estado de reposo o de movimiento sin alterar su naturaleza. Su nombre proviene del griego *physis*, que significa naturaleza.

Por lo tanto, uno de los objetivos de la física es descubrir las "reglas" que rigen nuestro universo, para llegar a ellas debemos comenzar por investigar lo que sucede a nuestro alrededor. A medida que profundicemos en la materia iremos seleccionando los conocimientos más importantes y estableciendo, del amplio campo de la física, lo que es posible llegar a realizar, aun cuando no logremos decir, en síntesis, *qué es la física*.

Veremos que es posible explicar una gran variedad de fenómenos físicos de nuestra vida diaria, que aparentemente no tienen relación entre sí, y que si comprendemos bien algunos principios básicos de la materia, estaremos en posibilidad de resolver una gran cantidad de incógnitas y problemas.

En síntesis, la física nos permite contestar algunas preguntas que normalmente nos hacemos en la vida diaria; nos confiere la facultad de predecir, de comprender y hasta de aventurarnos en lo desconocido. Ahora bien, de lo aprendido en física surgen nuevas realizaciones; de la respuesta a las incógnitas o cuestionamientos de la física, brotan siempre nuevas preguntas;

e inclusive las preguntas iniciales nunca se habrían formulado ni no se hubiese empleado la física.

Nuestro primer contacto con el mundo circundante se realiza por medio de nuestros sentido; el tacto, la vista, el oído y el olfato son la herramienta más importante en el estudio de la física. Ellos fueron la única fuente de información para nuestros antepasados, y dieron la pauta para que los fenómenos físicos se fueran clasificando de acuerdo con el sentido usado para percibirlos. De esta manera se conoció la Luz, percibida por el sentido de la vista, la cual dio origen a la ÓPTICA, que se desarrolló como una ciencia independiente; el SONIDO, percibido por el oído, que dio origen a la ACÚSTICA; el CALOR, ligado principalemente con el tacto, formó otra rama de la física; el MOVIMIENTO, uno de los fenómenos más fácilmente observados, dio origen a la rama de mayor desarrollo en la antigüedad: la MECÁNICA.

Existen algunos eventos que no se pueden contemplar directamente con nuestros sentidos, y que hasta después del siglo XIX llegaron a constituir ramas organizadas. Entre estas tenemos: el ELECTROMAGNETISMO, la MECÁNICA CUÁNTICA, la FÍSICA ATÓMICA y la FÍSICA NUCLEAR. Las tres últimas constituyen el campo de la llamada **Física Moderna**, y las mencionadas en el párrafo anterior forman el campo de la llamada **Física Clásica.**

1-1 BENEFICIOS PRÁCTICOS E INMEDIATOS PARA LA SOCIEDAD.

Existen formas muy diferentes de analizar la importancia de la física. La más común es considerar esa importancia tomando en cuenta solamente los efectos producidos en la sociedad. En muchas ocasiones la física ha cooperado en la preparación de la base del progeso tecnológico, pero al mismo tiempo ha dado lugar a expresiones dirigidas al uso intencional de la ciencia como "la ciencia para el descanso del hombre", expresada por el filósofo Francisco Bacon en el siglo XVII. Muchos estudiantes y críticos de

la física parecen tener solamente este concepto muy particular en su mente, **pero puede ser el que este concepto realmente sea el más importante.**

Otra de las razones de la importancia de esta materia es que la gente realiza investigaciones en el campo de la física, o que por lo menos conoce los principios fundamentales de ella, se encuentra en ventaja para "oponerse" a algunos nuevos planes de "progreso" tecnológico. Por ejemplo, la construcción de una excavación para guardar desechos nuclerares (basureros radioactivos), o la fabricación de aviones supersónicos para el transporte, que en opinón de destacados físicos producen mayores daños que beneficios.

Existe otra razón igualmente significativa. Los extraordinarios beneficios inmediatos para la tecnología. Es muy posible que el progreso tecnológico genere problemas sociales, pero estos problemas no pueden ser resueltos o entendidos si los inmiscuidos en ellos (científicos, políticos y técnicos) los tratan en forma aislada (cada quien por su lado). Las soluciones a tales problemas dependen en gran parte del desarrollo de nuevos avances científicos. Dicho de otra manera: la causa principal de los problemas sociales creados por el progreso tecnológico, se debe a la "ausencia" de los conocimientos básicos y específicos que deberán tener los participantes de la sociedad.

Lo anteriormente expuesto nos mueve a formar nuevos científicos, pero principalmente **una mentalidad más científica en los técnicos, empresarios, políticos y conciudadanos.**

Veamos algunos ejemplo: Es común escuchar que "la explosión demográfica es causada por el progreso de la ciencia médica, debido a la mejor sanidad, innoculación, antibióticos, etc."; pero también podemos decir que la explosión demográfica se debe a la falta de conocimiento de la ciencia pura (Biofísica, Bioquímica, Psicología).

Por otra parte, se dice "que el progreso de la física es el **responsable** de la peligrosa carrera armamentista, pero no sería más fácil decir que el control de las armas se hace más difícil por el deficiente conocimiento de la Geofísica. Es un hecho que se puede demostrar la existencia de armas ilegales, mediante la inspección del lugar con un sismógrafo.

Otro ejemplo es el problema de la alimentación en zonas áridas; es un problema de las ciencias básicas, pero tiene mayor relación en el campo político.

Un último ejemplo es la contaminación, que de hecho, es el resultado de la codicia, la apatía y la consecuente falta de apego a la ley de no contaminación (o de hacerla cumplir). Para evitar la contaminación, o para lograr limpiar las áreas más contaminadas de smog con mayor eficiencia, se necesitan muchos más conocimientos básicos de los que hasta hoy existen en los campos de la física, la química, la combustión y la meteorología.

Estas aclaraciones deberán servir para enfrentarse a dos corrientes:

a) Estudiar física solamente por sus aplicaciones inmediatas (como estar en posibilidad de seguir una carrera en la cual se ve esta materia por obligación).

b) Estudiar física como una forma de frenar los abusos que se producen con las nuevas técnicas de productos, impidiendo el avance.

Por último, podemos establecer que cada persona que estudia la ciencia, es intelectualmente descendiente de Copérnico y Galileo, Newton y Faraday, Einstein y Bohr, porque su imaginación y sus herramientas intelectuales estan cimentadas en el programa del conocimiento de la física que ellos y sus contemporáneos establecieron.

También podemos comprobar que los resultados de los estudios e investigaciones relacionados con la ciencia básica, son usados para fines

prácticos. Como ejemplo tenemos la aplicación de los resultado de los estudios de una rama de la física, la mecánica, que estudia el movimiento y el equilibrio de los cuerpos. Basándose en principios y leyes de la mecánica, se han diseñado maquinarias, edificios, puentes, etc.; aunque también tiene aplicaciones más complejas, como el movimiento de los cohetes, el diseño de reactores nucleares, etc.

Para la rápida solución de problemas en los que se aplican algunos de los principios y leyes de la física, se han desarrollado ciertas reglas y procedimientos, basados en los resultados de las **ciencias**. Al conjunto de esas reglas y procedimientos se le denomina **técnica**. Por ejemplo, la técnica de la construcción de estructuras está basada en una parte de la mecánica que se denomina **estática**, en la cual se incluyen ecuaciones de equilibrio de los cuerpos, que son utilizadas ampliamente en dicha técnica.

Otro ejemplo de gran importancia en nuestra sociedad moderna, es la **técnica de las comunicaciones**, que está basada en los resultados de experimentos físicos que concluyeron en leyes sobre la relación entre cuerpos electrizados y magnetizados. A esta parte de la física se le llama **electromagnetismo.**

En forma general, a la relación que existe entre las técnicas y las partes de la física en que éstas se basan, se le denomina **ingeniería**. Seguramente habrás oído mencionar la ingeniería mecánica, la ingeniería eléctrica, la ingeniería civil, la de electrónica y comunicaciones, la de control y computación, la arquitectura, la agronomía, física nuclear o medicina nuclear, instrumentación médica, etc. Estos son solo algunos ejemplos que te ayudarán a comprender la gran importancia de la física en la sociedad, ya que sin ingenieros no habría desarrollo técnico que le proporcionara a la sociedad transporte, comunicaciones, casa, vestido, etc., lo mismo sin agrónomos no sería posible la alimentación de nuestra población cada día más creciente, o no habría adelantos en la medicina para poder combatir las enfermedades; y así podríamos seguir dando infinidad de ejemplos, pero ya en este momento te habrás convencido de que sin la física, simplemente la humanidad no habría evolucionado tanto. En otras palabras: **nuestra sociedad moderna no sería la misma.**

1-2 DESARROLLO HISTÓRICO DE LA FÍSICA.

"La física es una ciencia natural que históricamente no tiene principio ni fin". Si reflexionamos un poco sobre la frase anterior, nos daremos cuenta de un hecho muy importante: no podemos imaginar que alguien haya "inventado" la física. Siendo ésta una ciencia, el hombre sólo ha ido descubriendo gradualmente las leyes, y ha aprendido a utilizar esos conocimientos para su propio beneficio.

Para muchos historiadores, el origen de las ciencias básicas, o mejor dicho, el origen del estudio formal de las ciencias, data de la era de los grandes filósofos: Aristóteles, Arquímedes, Hipócrates, etc.; es decir, esto hace más de 2,000 años.

Aristóteles fue quien estableció los principios de esa era, consagró la física (cuyo nombre viene del griego *phisis* que significa naturaleza) al estudio de "todo cuanto está sujeto a movimiento", designando con el nombre de "Historia Natural" a la ciencia dedicada a la descripción y clasificación de la naturaleza. en este misma era Arquímedes fijó sus célebres principios, y Euclides (450-377 A. de J.C.) proporcionó las bases para las leyes de la reflexión de la luz. Al parecer, también fueron los griegos los que encontraron las propiedades del ámbar y del magnetismo.

Los árabes heredaron gran parte de los conocimientos de la antigua Grecia, introduciendo en ellos algunos elementos propios muy apreciables. Conocieron el imán, así como la orientación de la aguja magnética, quizá debido a sus relaciones con la India, de donde debía proceder tal conocimiento.

Después, durante la Edad Media, hubo una gran tendencia a designar con el nombre de Física a la ciencia de la Medicina, y puede decirse que sólo

al llegar a la Edad Moderna, la Física ha adquirido verdadera personalidad propia, desligándose de las ciencias Biológicas y Medicas, y de la Astronomía, etc.

A Galileo Galilei (1564-1642) se le considera como el verdadero fundador de la Física como una ciencia experimental e independiente de las demás. Fue el italiano Torricelli (1608- 1647), discípulo de Galileo, quien inventó, junto con su compañero Viviano, el barómetro de mercurio; descubrió la presión atmosférica y la del aire, así como algunas cualidades características de la atmósfera.

En este campo de investigaciones se distingue Otto de Guericke, inventor de la máquina neumática. Cristian Huyghens (1629-1685) inventa el reloj de péndulo, lo cual permite a P.Elvius establecer la fórmula completa del péndulo.

En 1646, P. Marsenne encuentra las leyes relativas al número de vibraciones de las cuerdas, debiéndosele notables avances en el terreno de la **acústica**. en este campo también se distingue Sir Isaac Newton (1642-1724), quien basándose en la ley descubierta por Robert Boyle (1627-1691) sobre la relación existente entre presión y temperatura, calcula la velocidad del sonido en el aire.

En el campo de la **Óptica** se distinguen Galileo Galilei, a quien parece corresponder el mérito de la invención del microscopio; P. Cristóbal Sheiner (1575-1650), a quien se debe el descubrimiento de la formación de las imágenes en la retina; Willebord Snellio Van Royen, quien encontro las leyes de la refracción de la luz; Francisco María Grimaldi (1618-1663), quien descubrió el fenómeno de la difracción; y finalmente Sir Isaac Newton, a quien se deben importantes descubrimientos sobre la descomposición de la luz blanca en los siete colores fundamentales. Olaf Roemer (1644-1710), observando las

ocultaciones de los satélites de Júpiter, calculó en 1676 la velocidad de la luz.

En el campo de la **Mecánica** tenemos de nuevo a Sir Isaac Newton, quien definió los conceptos de masa y de fuerza, ampliando la noción de inercia establecida por Galileo y formulando sus célebres leyes de la gravitación universal y del movimiento.

En otros aspectos de la Física, Hooke determinó la humedad atomosférica mediante su higroscopio; Carlos Rinaldi parece haber propuesto en 1761, como puntos de partida de la graduación del termómetro, la de fusión del hielo y de la ebullición del agua. Papín ideó el principio de la máquina de vapor, que fue complementado por R. Fulton en 1807.

En el campo de la electrología moderna, Esteban Grey descubrió en 1731 el fenómeno de la conductibilidad eléctrica; y dos años después Carlos Dufay descubrió la existencia de cargas positivas y negativas. En 1752, Benjamin Franklin (1706-1790) reveló la naturaleza eléctrica de ciertos fenómenos, y Carlos Augusto Coulomb (1735-1806) estableció la ley de la atracción y de la repulsión eléctrica.

Las nociones fundamentales de la **electrostática**, la capacidad y el potencial, encontraron su definición en los trabajos de Alejandro Volta (1745-1827), quien más tarde, partiendo de las observaciones realizadas por Luis Galvani (1737-1798), construyó la pila eléctrica. En 1831 tienen lugar los célebres descubrimientos de Faraday (1791-1867) acerca de las corrientes inducidas, de las leyes de la electrólisis y sobre los cuerpos diamagnéticos; mientras que James Maxwell, traduciendo en fórmulas los conceptos de Faraday, escribía las ecuaciones del campo electromagnético. En 1886, Henry Hertz descubre el fenómeno fotoeléctrico y las ondas que llevan su nombre.

A Roentgen (1845-1932) se debe el descubrimiento de los rayos X, y a Becquerel (1852-1908) el de la radioactividad. El descubrimiento del **radium** por los esposos Curie (1898) fue el punto de partida de la **Física Nuclear**. En 1901 Max Planck desarrolla su conocida teoría de los **quantos** (cuantos de energía) y, en general, sobre la estructura de la luz. Rutherford establece en 1911 los cimientos de la nueva teoría atómica, y Niels Bohr el enlace de ambas, creando la representación de la delicada estructura del átomo.

Posteriormente, Louis de De Broglie formuló su hipótesis sobre la naturaleza ondulatoria de los electrones, que sirvió a Schrodinger para construir su mecánica ondulatoria, a Heisenberg en sus trabajos sobre el principio de indeterminación, y a Einstein en su nueva teoría en su obra **the meaning of Relativity** (El significado de la relatividad), publicada en 1950, en la cual sintetiza las leyes de la mecánica de Sir Isaac Newton y las del electromagnetismo de Maxwell.

1-3 LA FÍSICA COMO UN ESTUDIO QUE ESTA CONECTADO CON OTROS CAMPOS.

La ciencia debe instruir, en cualquier nivel, en el camino humanístico. Debe enseñarse con un cierto entendimiento histórico, con un entendimiento social y un entendimiento humano: En sentido biográfico, la naturaleza de la gente ha hecho esta construcción, con sus triunfos, sus pruebas y sus tribulaciones.

En este sentido, podemos ilustrar la necesidad de las interacciones humanísticas, por medio de un simple diagrama. El curso de la física, como tradicionalmente se imparte en muchos colegios y secundarias, es como una serie de conceptos entrelazados, como cuentas de un collar. Un objetivo sigue a otro, desde la cinemática de Galileo hasta los más recientes progresos de la Física Nuclear (la secuencia usual que más o menos es paralela al desarrollo histórico de la ciencia, sea esto explícito o no). Sin embargo, se exhiben pocas conexiones con otras proezas del género humano, ya sea con otras ciencias de la física o con otros estudios y actividades de las ciencias. **Todos los materiales estudiados en otros cursos (química, biología, literatura, etc.), son como cuentas de un collar.**

Hay algunas ventajas en tal presentación del curso, y tal vez sea conveniente enseñarla así, pero ignorar las conexiones a través de todos los campos, no se justifica para el estado actual de las materias. Un proyecto de investigación en la física experimental, más tarde o más temprano necesitará materiales no solo del campo de la física, sino también de las matemáticas, de la química, de la termodinámica, de la ingeniería, de la tecnología de computación y de muchos otros campos de la ciencia (esto sin mencionar al grupo de la psicología, contabilidad, destreza en escribir un buen artículo del trabajo). La Física "pura" es una invención que existe solamente en los salones de clase, moldeados a la antigüita. Si se elige un problema real de física (o de cualquier otra ciencia), se extenderá a un número de problemas (esperados o inesperados) de un campo que a primera instancia parece "pertenecer" a otras carreras profesionales.

Por ejemplo; La mecánica newtoniana aplicada al movimiento planetario (un objetivo que es eslabón de la cadena de física). Newton había estudiado teología y filosofía, y estas ideas repercutieron en un principio en sus estudios sobre la naturaleza del tiempo y el espacio. Dentro de la misma física, Newton analizó, hasta llegar a su culminación, los trabajos de Kepler y Galileo. Muchas de las matemáticas establecidas en el trabajo de Newton vienen desde los griegos, y sus nuevas matemáticas, principalmente las ideas básicas del cálculo fueron inventadas por él para ayudar a su propio progreso, de tal modo que el desarrollo de las mismas resultó más rápido.

Dentro de la física, los que siguieron a Newton usaron sus leyes y acercamientos. Sus efectos sobre la filosofía de los teólogos deístas, sobre los modelos atómicos de Dalton en la química, y sobre la sensibilidad artística del siglo XVIII, son algunos ejemplos de la participación de las teorías de Isacc Newton.

La misma clase de enlaces se extiende alrededor de todos y cada uno de los tópicos de nuestra materia. Desde un eslabón de filosofía hasta los trabajos de Oesterd, Ampere y Faraday en la electricidad (a través de su interés en la filosofía de la naturaleza). Basta pensar en la reacción en cadena de la física nuclear, apoyada a lo largo de la física clásica de los tres siglos anteriores (como la determinación de la masa del neutrón), y los enlaces laterales, con la biología y la ingeniería, a través de varias aplicaciones y productos generados por los reactores nucleares.

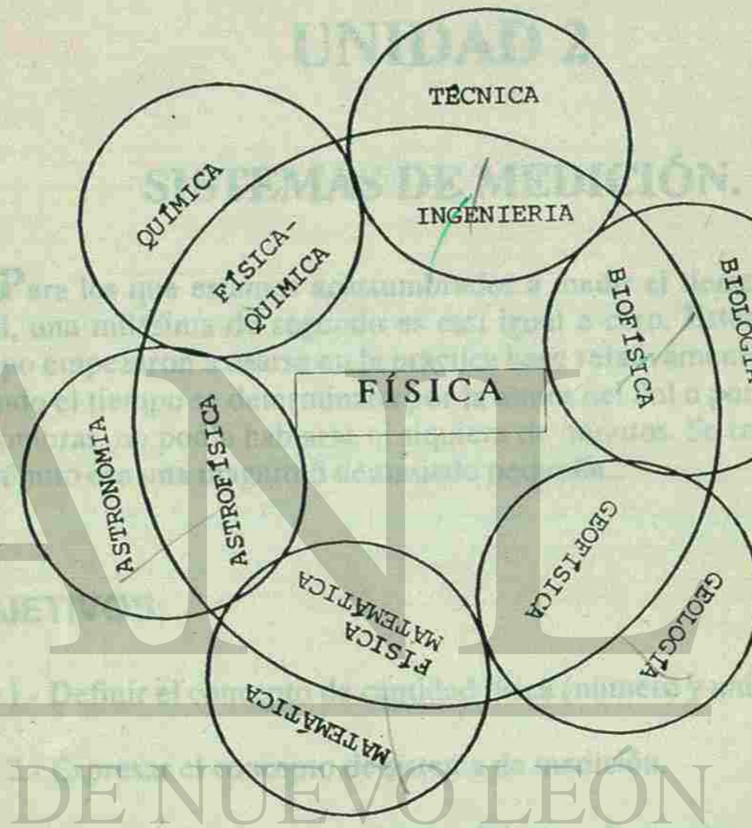
Tales enlaces existen entre todos los campos. No es difícil encontrar que algunos tópicos y personajes analizados en física, se comenten en otras áreas de estudio. Si trazamos todos los enlaces entre los campos del mapa intelectual, veremos que en lugar de separarse los eslabones, lo que realmente existe es una estructura muy completa, como si fiuera una fábrica de ideas. Por ello podemos considerar que la ciencia es ahora vista como una dinámica de interacción, en la totalidad de la actividad intelectual de nuestra época. En un sentido más profundo, la ciencia es parte del estudio de la historia y de la filosofía, y puede ser fundamental para el trabajo del artista.

Si aislamos totalmente la "física", la historia de Oriente sería casi incomprensible. No podríamos entender muchos de los trabajos de John Locke, de Voltaire o del Papa Alejandro, quienes, entre muchos otros, fueron francamente inspirados por el trabajo de los físicos de su tiempo. Conversación, filosofía, matemáticas y otros campos, serían estudios tan vacíos, a menos que se analizaran, en toda su extensión, a la luz de los trabajos de científicos-filósofos tales como Mach, Einstein y Bohr.

Si eliminamos el estudio de la física en nuestros cursos también sería utópico estudiar el desarrollo histórico industrial que siguió a la máquina de vapor de Watt; la batería de Volta, los motores y generadores de Faraday, etc. Una ciencia tan importante como la química, jamás podría haberse desarrollado sin los modelos de los gases y las teorías de la estructura atómica, que fueron ampliamente trabajadas por los físicos. En conclusión, la importancia de cualquier campo del conocimiento, incluyendo la física, es una parte integral del conocimiento total del pensamiento.

Aun más cerca de la física, se halla un grupo de ciencias contiguas con los nombres de **Astrofísica, Geofísica y Biofísica**. La Astrofísica es la física del mundo astronómico; podemos decir que la situación y la identificación de las estrellas son problemas de la astronomía, mientras que el estudio de lo que hace brillar a las estrellas es una parte de la Astrofísica. La Geofísica trata de la física de nuestra Tierra y la Biofísica de la física de los seres vivos.

A continuación se muestra una figura que te servirá para comprender mejor las relaciones de la física con otras ciencias.



UNIDAD 2

SISTEMAS DE MEDICIÓN.

Para los que estamos acustumbrados a medir el tiempo de la forma usual, una milésima de segundo es casi igual a cero. Estos intervalos de tiempo empezaron a usarse en la práctica hace relativamente poco tiempo. Cuando el tiempo se determinaba por la altura del Sol o por la longitud de las sombras, no podía hablarse ni siquiera de minutos. Se consideraba que un minuto era una magnitud demasiado pequeña...

OBJETIVOS:

1.- Definir el concepto de cantidad física (número y unidad).

2.- Expresar el concepto de sistema de medición.

3.- Mencionar las tres cantidades físicas en la mecánica que son consideradas como fundamentales.

4.- Reconocer las unidades patrón del Sistema Internacional o S. I. (M.K.S y c.g.s), Inglés y Técnico.

5.- Reconocer los múltiplos y submúltiplos de los diferentes sistemas de medición.

6.- Distinguir entre unidades fundamentales, derivadas y especiales.

7.- Definir el concepto de conversión de unidades y factor de conversión.

8.- Resolver problemas de conversión de unidades de Longitud, área , volumen, masa y tiempo.

PROCEDIMIENTO:

1.- Lectura general del capítulo 2 del libro de texto.

2.- Analiza y memoriza las equivalencias de los múltiplos y submúltiplos en cada uno de los sitemas de medición con respecto a la unidad patrón.

3.- Analiza despacio los problemas resueltos de localización del factor de conversión y de conversión de unidades.

4.- Resuelve los problemas que vienen junto a los resueltos tratando de seguir los pasos desarrollados por estos.

REQUISITO:

Para tener derecho a presentar la evaluación de esta unidad, deberás entregar en hojas tamaño carta, con EXCELENTE PRESENTACIÓN y completamente resueltos los problemas de la autoevaluación del capítulo 2.

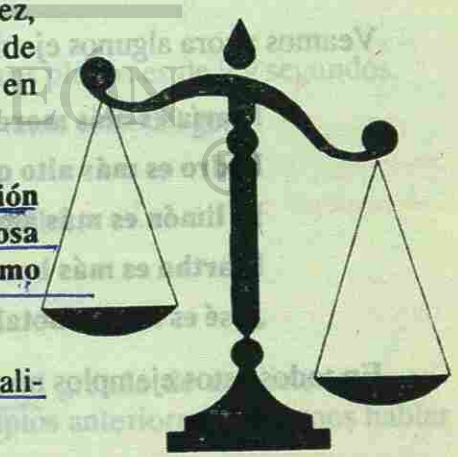
CAPÍTULO 2

UNIDADES DE MEDICIÓN.

2-1 MEDICIONES FUNDAMENTALES.

Todo navegante conoce la importancia de una brújula, de un sextante, de un reloj y otros instrumentos necesarios para mantener el rumbo de su barco. Sin sistemas de navegación todo buque iría a la deriva. Las consecuencias de navegar sin ningún medio para medir distancias, tiempo o dirección, son solo un ejemplo del caos que reinaría en un medio donde no se realizaran mediciones.

Trata de imaginar los detalles cotidianos de un mundo donde no se estableciera a qué distancia, con qué rapidez, en cuanto tiempo, y tendrás una clara idea de lo mucho que interviene la medición en nuestras vidas.



Pero, ¿qué es la medición? La medición es la comparación e igualación de una cosa material con otra que se ha tomado como base.

Puede haber mediciones de tipo cualitativo y cuantitativo.

A continuación presentamos una descripción de Salviati acerca de la prueba experimental de Galileo en su libro "Dos Nuevas Ciencias".

> "Se tomó un madero de aproximadamente *12 codos* de largo, medio *codo* de ancho y tres *dedos* de grueso; en la orilla se le hizo un canal de un poco más de un *dedo* de ancho; después de pulir perfectamente esta ranura y forrarla con pergamino, que también era lo más liso y pulido que se pudo conseguir, hicimos rodar por ella una pelota dura de bronce, lisa y muy redonda. Habiendo puesto esta tabla en posición inclinada, levantando un extremo uno o *dos codos* sobre el nivel de la otra, hicimos rodar la bola como lo acabo de decir, tomando nota de la manera que voy a describir, del tiempo transcurrido en el descenso. Repetimos este experimento una y otra vez para medir el tiempo con exactitud tal, que la desviación entre dos observaciones no excediera *un décimo de pulsación*. Después de realizar esta operación y asegurarnos de su exactitud, hicimos rodar la pelota, pero esta vez solo una cuarta parte de la longitud del canal; habiendo medido el tiempo de su descenso, vimos que era precisamente un cuarto del anterior. En seguida probamos con otras distancias, comparando el tiempo de la longitud total con el de la mitad, o el de las dos terceras partes, o el de las tres cuartas partes, o cualquier fracción; en tales experimentos, que repetimos más de 100 veces, siempre encontramos que los espacios recorridos estaban relacionados entre sí, como el cuadrado de los tiempos, y esto funcionaba en todas las inclinaciones del canal sobre el cual hicimos rodar la pelota..."

Veamos ahora algunos ejemplos de tipo cualitativo:

María es más morena que Esthela.

Pedro es más alto que Mario.

El limón es más agrio que la toronja.

Martha es más bonita que Petra.

José es menos notable que Francisco.

En todos estos ejemplos nos estamos refiriendo a cualidades.

Aunque en algunos casos le podemos poner número a dichas cualidades como en el siguiente ejemplo:

Pedro es 20 cm más alto que Mario

En este caso, la medición deja de ser cualitativa. En todos los demás es imposible ponerles una magnitud, porque no tenemos ninguna referencia o base numérica.

María es 10 (?) más morena que Esthela.

El limón es 15 (?) más agrio que la toronja.

Ramón es 20 (?) más inteligente que Roberto.

Todas la mediciones físicas requieren dos elementos: primero, **un número**, y segundo, **una unidad**. La **unidad** es precisamante lo esencial; el número solo expresa la magnitud.

En las mediciones cuantitativas, si tenemos una base (unidad) podemos establecer la magnitud. Analiza el fragmento de Salviati y los siguientes ejemplos:

1.- En esta canasta tenemos 15 manzanas.

2.- El grupo 4 tiene 48 alumnos.

3.- El ancho de la calle es de 25 metros.

4.- El ancho de la calle es de 33 pasos.

5.- El tiempo récord para los 100 metros planos es de 9.9 segundos.

6.- El tiempo récord para los 1000 sortems es de 20 ges.

7.- Se presentaron 15 evaluaciones.

8.- La oficina tiene 12 máquinas de escribir.

9.- Jesús pesa 72 kilogramos.

10.- El peso de Mario es de 100 soliks.

Aunque existe una cantidad demasiado grande de mediciones cuantitativas (algunas establecidas en los ejemplos anteriores), podemos hablar de tres cantidades físicas: **masa, longitud y tiempo**. Estas son **fundamentales** para expresar otras magnitudes físicas de la mecánica, por lo tanto, al referirnos a ellas las consideraremos como **medidas fundamentales**. En total existen siete medidas fundamentales, y las unidades para medirlas se establecieron por acuerdos internacionales.

Cuando se estudie el calor, será necesario introducir una unidad para la temperatura, que también es una medición física fundamental. Posteriormente, al estudiar la luz, se incluirá una quinta unidad para la medición de la intensidad luminosa.

Otras mediciones fundamentales que usaremos son la carga eléctrica y la séptima para la densidad molecular.

2-2 UNIDADES PATRÓN.

Tomando como punto de partida las mediciones fundamentales de la mecánica (**longitud, masa y tiempo**) así como la gran variedad de unidades, algunas hasta del arbitrio del que escribe, (ejemplos 6 y 10), u otros usados anteriormente (los mostrados en el fragmento), desde hace mucho tiempo se ha tratado de establecer un sistema patrón que sea igual para todos los individuos y naciones.

A través de la vida humana se han utilizado muchos patrones de medición. Inclusive en nuestros días podemos ver mediciones en por lo menos cuatro sistemas de unidades: **M.K.S., c.g.s., Inglés y Técnico**. Pero los que mejor se adaptan a las mediciones modernas, son las que se basan en el **Sistema Métrico Decimal**, que tuvo su origen en Francia, a fines del siglo XVIII. Este sistema tiene una base decimal que lo convierte en el más adecuado y sencillo para medir magnitudes físicas. Casi todos los países del mundo lo han adoptado en forma oficial; inclusive el Congreso de los Estados Unidos legalizó su uso en ese país.

TABLA 1-A MEDICIONES FUNDAMENTALES.

FUNDAMENTAL	M.K.S.	c.g.s.	INGLÉS
LONGITUD	Metro	Centímetro	Pie
MASA	Kilogramo	Gramo	Libra
TIEMPO	Segundo	Segundo	Segundo

En el **Sistema Internacional** de medidas, podemos incluir los sistemas **M.K.S. y c.g.s.** El primero contiene las unidades patrón: **Metro, Kilogramo y segundo**, que corresponden a las mediciones de **longitud, masa y tiempo**, respectivamente; y el c.g.s incluye **el centímetro, el gramo y el segundo**, también para la **longitud, masa y tiempo**, respectivamente.

El **metro** se define *como 1 650 763.73 veces la longitud de onda de la luz rojo-anaranjada emitida por el kriptón 86, en el vacío.*

El **Kilogramo** se determina como l*a masa de un cilindro, denominado kilogramo patrón o kilogramo estándar, que se conserva en Sevres, Francia.*

El **Segundo** se explica como *9 192 631 771 (9.19×10^9) vibraciones atómicas del cesio-133.*

2-3 SISTEMA TÉCNICO.

En el **Sistema Técnico** de unidades, la unidad patrón de tiempo sigue siendo **el segundo** y la de longitud **el metro**. Pero para las mediciones de **masa** se utiliza la **u.t.m.**, o **<u>unidad técnica de masa</u>**, cuya equivalencia se explica según la fórmula siguiente:

P = mg, donde "**P**" es el peso, "**m**" la masa y "**g**" la gravedad. Al despejarla, la variable "**m**" quedaría de la siguiente forma:

$$m = P/g$$

Al comparar la equivalencia de la **u.t.m.** con el sistema M.K.S., se sustituyen las unidades de peso (P), que son **Kgf** (kilogramos fuerza), y las unidades de la gravedad (g), que son m/seg^2, quedando:

$$m = P/g$$
$$m = \text{kgf/m/seg}^2$$

que se puede escribir también de la siguiente forma:

$$\frac{\dfrac{\text{kgf}}{1}}{\dfrac{\text{m}}{\text{seg}^2}}$$

Al multiplicar "extremo por extremo" y "medio por medio" tenemos:

$$m = \frac{\text{kgf}(\text{seg}^2)}{\text{m}(1)} = \frac{\text{kgf seg}^2}{\text{m}} = \text{u.t.m.}$$

Haciendo ahora el análisis de la equivalencia con el sistema inglés, las unidades de peso serán lbf (libras fuerza) y la gravedad (g) pies/seg^2

$$m = P/g$$
$$m = \text{lbf/pies/seg}^2$$

$$\frac{\dfrac{\text{lbf}}{1}}{\dfrac{\text{pies}}{\text{seg}^2}}$$

$$= \text{lbf seg}^2\text{/pie}$$
$$= \text{slug}$$

TABLA 2-B SISTEMA TÉCNICO.

	M.K.S.	c.g.s.	INGLÉS
Longitud	Metro	Centímetro	Pie
Masa	kgf-seg^2/m utm	gf-seg^2/cm utm	lbf-seg^2/pie slug
Tiempo	Segundo	Segundo	Segundo

TABLA 2-C UNIDADES DE FUERZA.

	M.K.S.	c.g.s.	INGLÉS
S. I.	kg-m/seg^2 newton	g-cm/seg^2 dina	lb-pie/seg^2
S. I	kgf	gf	lbf

2-4 UNIDADES MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS.

A veces nos encontramos con mediciones muy grandes o, por el contrario, excesivamente pequeñas, en cuyo caso se hace necesario buscar la manera de facilitar el manejo de las mismas.

Ejemplos: Medir el ancho de un lápiz con un metro (?); o medir la masa de un pájaro con una báscula graduada en kilogramos.

Por esta razón, cada una de las unidades patrón tienen divisiones, o bien existen unidades en las que la unidad patrón cabe varias veces. A las unidades que representan divisiones de la unidad patrón (unidades menores) se les llama **submúltiplos**, mientras que a las unidades en las que la unidad patrón cabe varias veces (unidades mayores) se les denomina **múltiplos**.

Debido a que es más sencillo y más usual el sistema métrico decimal, en las tablas D, E y F se presentan algunos datos que serán de mucha utilidad en este curso de Física I.

TABLA 2-D MÚLTIPLOS.

		EQUIVALENCIA	
NOMBRE	SÍMBOLO	FORM. DEC.	FORM. EXP.
LONGITUD			
Kilómetro	km	1000 m	10^3 m
Hectómetro	hm	100 m	10^2 m
Decámetro	dam	10	10^1 m
MASA			
Tonelada	Tn	1000 kg	10^3 kg
TIEMPO			
Día	d	86400 seg	8.64×10^4 seg
Hora	h	3600 seg	3.6×10^3 seg
Minuto	min	60 seg	6.0×10^1 seg

TABLA 2-E SUBMÚLTIPLOS.

		EQUIVALENCIA	
NOMBRE	SÍMBOLO	FORM. DEC.	FORM EXP.
LONGITUD			
Decímetro	dm	0.1 m	10^{-1} m
Centímetro	cm	0.01 m	10^{-2} m
Milímetro	mm	0.001 m	10^{-3} m
Micra	μ	0.000001 m	10^{-6} m
Angstrom	A°	0.0000000001 m	10^{-10}
MASA			
Hectogramo	hg	0.1 kg	10^{-1} kg
Decagramo	dg	0.01 kg	10^{-2} kg
Gramo	g	0.001 kg	10^{-3} kg
Decigramo	dag	0.0001 kg	10^{-4} kg
Centigramo	cg	0.00001 kg	10^{-5} kg
Miligramo	mg	0.000001 kg	10^{-6} kg
TIEMPO			
Décima de seg.		0.1 seg	10^{-1} seg.
Centésima de seg		0.01 seg	10^{-2} seg.
Milésima de seg		0.001 seg	10^{-3} seg

TABLA 2-F EQUIVALENCIAS.

U. LINEALES	m	U. DE ÁREA	m^2	U. DE VOLUMEN	m^3
Pulg.	2.54×10^{-2}	Pulg.^{2}	6.45×10^{-4}	Pulg.^{3}	1.639×10^{-5}
Pie	3.05×10^{-1}	Pie^2	9.29×10^{-2}	Pie^3	2.832 x 10-2
Yarda	9.14×10^{-1}	Yarda^2	8.36×10^{-1}	Yarda^3	7.646×10^{-1}

TABLA 2-G OTROS PREFIJOS PARA MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS.

PREFIJO	SÍMBOLO	EQUIV. EXP.
SUBMÚLTIPLOS		
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
MÚLTIPLOS		
Kilo	K	10^{3}
Mega	M	10^{6}
Giga	G	10^{9}
Tera	T	10^{12}

2-5 ALGUNAS UNIDADES DEL SISTEMA INGLÉS.

El sistema inglés de unidades de medida tiende a desaparecer, aunque todavía se hace uso de él. En las siguientes tablas se muestran otras unidades del sistema inglés, con las respectivas equivalencias al sistema métrico.

Entre las unidades de capacidad o volumen se encuentran:

galón	=	3.78 litros.
bushel	=	35.24 litros.
litro	=	1000 cm^3

TABLA 2-H OTRAS EQUIVALENCIAS (LONGITUD).

	EQUIVALENCIA EN:				
	PULG.	PIE	YARDA	MILLA	METRO
PULG.	1	1/12	1/36	1/63360	0.0254
PIE	12	1	1/3	1/5280	0.3048
YARDA	36	3	1	1/1760	0.9144
MILLA	63360	5280	1760	1	1609
METRO	39.37	3.28	1.094	6.21×10^{-4}	1

TABLA 2-I OTRAS EQUIVALENCIAS (MASA).

	EQUIVALENCIA EN:				
	ONZA	LIBRA	GRAMO	KILOGR	TON.
ONZA	1	1/16	28.35	2.835×10^{-2}	2.84×10^{-5}
LIBRA	16	1	453.6	0.4536	4.54×10^{-4}
GRAMO	3.52×10^{-2}	2.2×10^{-3}	1	10^{-3}	10^{-6}
KILOGRAMO	35.27	2.2	10^{3}	1	10^{-3}
TONELADA	3.53×10^{4}	2.2×10^{3}	10^{6}	10^{3}	1

2-6 FACTOR DE CONVERSIÓN.

Como su nombre lo indica, el factor de conversión se refiere a una expresión que se va a multiplicar por una cantidad dada, con sus respectivas unidades, y se va a transformar en su equivalente, en otras unidades de medida establecidas en dicho factor.

En cualquier equivalencia de unidades de medida se pueden obtener dos factores de conversión. Por ejemplo, 1 metro es igual a 1000 mm (10^3 mm).

Estableciendo la igualdad tenemos:

$$1\ m = 1000\ mm$$

1º.- En el lado izquierdo de la igualdad se encuentran las unidades "metros" que estan multiplicando al 1. Estas unidades pasan al lado derecho de la igualdad, pero cumpliendo con su regla matemática (usando el inverso multiplicativo en los dos lados de la ecuación), es decir, pasa dividiendo.

La expresión quedaría así:

$$1 = 1000\ mm/m$$
$$1 = 10^3\ mm/m$$

Por lo tanto, el factor de conversión de metros a milímetros sería:

[1000 mm/m] (léase mil milímetros por metro).

2º.- Si queremos pasar el factor de conversión de milímetros a metros, entonces, de la misma igualdad:

$$1\ m = 1000\ mm$$

Después cambiamos al lado izquierdo la expresión 1000 mm, cumpliendo con la regla matemática, y nos quedará:

$$1\ m/1000\ mm = 1$$

Analizando las operaciones, el factor de conversión será:

[1 m/1000 mm] (léase 1 metro por cada 1000 mm)

ó

[0.001 m/mm] (léase 1 milésima de metro por cada milímetro)

ó

[10^{-3} m/mm] (léase diez a la menos 3 metros por cada milímetro).

En seguida se presentan algunos ejemplos completamente resueltos para que observes la forma de realizarlos. Entre cada uno de ellos también se presentan ejemplos para que los resuelvas siguiendo el procedimiento establecido en los resueltos.

Ejemplo # 1.

Obtener el factor de conversión de kilómetros a metros.

$$1\ km = 10^3\ m$$
$$1 = 10^3\ m/km$$

[10^3 m/km]

Ejemplo # 2.

Obtener el factor de conversión de metros a kilómetros (resolver).

Ejemplo # 3.

Obtener el factor de conversión de pulgadas a centímetros.

$$1\ pulg = 2.54\ cm$$
$$1 = 2.54\ cm/pulg$$

[2.54 cm/pulg]

Ejemplo # 4.

Obtener el factor de conversión de centímetros a pulgadas (resolver).

Ejemplo # 5.

Obtener el factor de conversión de centímetros a pies.

$$30.48 \text{ cm} = 1 \text{ pie}$$

$$1 = 1 \text{ pie}/30.48 \text{ cm}$$

$$[\text{pie}/30.48 \text{ cm}]$$

Ejemplo # 6.

Obtener el factor de conversión de pies a centímetros (resolver).

Resuelve de inmediato.

1.- Obtener los factores de conversión de los siguientes casos:

a) Pulgadas a metros. ____________________

b) Millas a kilómetros. ____________________

c) Onzas a kilogramos. ____________________

d) Horas a segundos. ____________________

e) Segundos a minutos. ____________________

f) Galones a litros. ____________________

g) Minutos a horas. ____________________

h) Pies a metros. ____________________

i) Libras a kilogramos. ____________________

j) Gramos a kilogramos. ____________________

2-7 CONVERSIÓN DE UNIDADES.

Se puede hacer la conversión de cualquier medición, de un sistema de unidades a otro: M.K.S. a inglés, c.g.s. a M.K.S., inglés a c.g.s., etc. También puede convertirse una unidad múltiplo (o viceversa), o cualquiera de ellas, a la unidad patrón, pero debe tenerse la precaución de considerar que deben ser de la **misma medición fundamental**, es decir, **no podemos hacer conversión** de unidades de **longitud** a unidades de **masa**, ni de unidades de **masa** a unidades de **tiempo**, o de unidades de **tiempo** a unidades de **longitud**, etc.

Para convertir una medición de cierto tipo de unidades a otro, debemos manejar el **factor de conversión** correspondiente.

Ejemplo # 7.

Convertir 3.6 kilómetros a metros.

$$3.6 \text{ km} \times [1000 \text{ m/km}]$$

$$= 3.6\ \cancel{\text{km}} \times [1000 \text{ m}/\cancel{\text{km}}]$$

$$= 3600 \text{ m.}$$

Ejemplo # 8.

Convertir 4800 metros a kilómetros (resolver).

Ejemplo # 9.

Convertir 15 onzas a kilogramos.

$$15 \text{ oz} \times [2.835 \times 10^{-2} \text{ kg/oz}]$$

$$= 15 \,\underline{\text{oz}} \times [2.835 \times 10^{-2} \text{ kg/}\underline{\text{oz}}]$$

$$= 42.525 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$= 4.2525 \times 10^{-1} \text{ kg}$$

$$15 \text{ onzas} = 0.42525 \text{ kg}$$

Ejemplo # 10.

Convertir 300 kilogramos a onzas (resolver).

Ejemplo # 11

Convertir 25 kilogramos a gramos.

$$25 \text{ kg} \times [1000 \text{ g/kg}]$$

$$= 25 \,\underline{\text{kg}} \times [1000 \text{ g/}\underline{\text{kg}}]$$

$$= 25{,}000 \text{ g}$$

$$25 \text{ kg} = 25{,}000 \text{ g}$$

Ejemplo # 12.

Convertir 27,000 gramos a kilogramos (resolver).

NOTA: Aunque te parezca demasiado obvio y sencillo, debes acostumbrarte a practicar estos ejercicios, de tal manera que cuando trabajes con unidades derivadas, se te facilite su comprensión.

2-8 ÁREA Y VOLUMEN DE FIGURAS Y CUERPOS REGULARES.

Si sabemos cómo medir una longitud, podremos medir las dimensiones de figuras y cuerpos regulares, y calcular el área o volumen de ellos, basándonos en las siguientes fórmulas (ecuaciones):

AREA.	
Cuadrado	$A = l^2$
Rectángulo	$A = a \times b$
Trapezoide	$A = (a + b)h/2$
Triángulo	$A = a \times h/2$
Círculo	$A = \pi \times d^2/4 = \pi r^2$

VOLUMEN.	
Cubo	$V = l^3$
Prisma Rectangular	$V = a \times b \times c$
Pirámide	$V = A \times h/3$
Cilindro	$V = \pi \times d^2 \times h/4 = \pi \times r^2 h$
Cono	$V = \pi \times r^2 \times h/3$
Esfera	$V = 4/3 (\pi \times r^3)$

2-9 UNIDADES DERIVADAS Y ESPECIALES.

En la definición de diversas magnitudes físicas se expresan sus valores, en función de las magnitudes fundamentales en que se pueden medir. Por ejemplo, la velocidad puede definirse en función de la longitud y del tiempo. Así, para expresar una velocidad determinada, basta saber cómo se miden esas dos magnitudes. En forma semejante, para medir la cantidad de movimiento solo hay que multiplicar la masa por su velocidad. Para representar la cantidad de movimiento como cantidad física, es suficiente conocer cómo se mide la masa y la velocidad.

EJEMPLOS DE UNIDADES DERIVADAS.

a) Velocidad $\longrightarrow$ m/seg, cm/seg, pies/seg.

b) Cantidad de movimiento $\longrightarrow$ gcm/seg, kgm/seg

c) Presión $\longrightarrow$ kg/cm^2, N/cm^2.

d) Fuerza $\longrightarrow$ kgm/seg^2, gcm/seg^2.

Las unidades especiales se pueden definir como aquellas que aplicamos en nuestra materia, pero que no se pueden expresar en función de las fundamentales. Ejemplos": litros, galones, $(pesos), etc.

AUTOEVALUACIÓN.

1.- ¿De las siguiente lista de datos, cuales son mediciones?

a) 5 ____________

b) 12 ____________

c) canicas ____________

d) 18 pesos ____________

e) metros ____________

f) venados ____________

g) segundos ____________

h) 325 ____________

i) 524 segundos ____________

j) 1000 cm ____________

k) 24 ____________

l) 24 horas ____________

m) 3.5 kg ____________

n) gramos ____________

2.- Las unidades fundamentales de la mecánica son: __________, __________ y __________.

3.- Las unidades patrón del sistema M.K.S. son: __________, __________ y __________.

4.- Señala las unidades que sean patrón del sistema c.g.s.

a) Pulgada ____________

b) Centímetro ____________

c) Gramo ____________________

d) Hora ____________________

e) Metro ____________________

f) Milímetro ____________________

g) Segundo ____________________

h) Pie ____________________

i) Kilogramo ____________________

j) Tonelada ____________________

5.- La unidad patrón de masa en el sistema inglés es:

a) Metro

b) Kilogramo

c) Yarda

d) Pie

e) Onza

f) Libra

6.- Son múltiplos del kilogramo:

a) Metro

b) Tonelada

c) Gramo

d) Decigramo

e) Centígramo

f) Onza

7.- Son múltiplos del metro:

a) Kilogramo

b) Centímetro

c) Día

d) Hectómetro

e) Kilómetro

f) Milímetro

g) Micra

h) Angstrom

8.- Son múltiplos del segundo:

a) Milésima de segundo

b) Strongs

c) hora

d) Décima de segundo

e) Minuto

f) Día

9.- El área de una alberca que mide 6 metros de ancho y 11 metros de largo es de:

10.- El área de un triángulo es de 0.5 m de base y 1.5 m de altura es de:

11.- El volumen de un tanque que tiene un diámetro de 0.5 m y una altura de 1.5 m es de:

12.- Si te ofrecen un terreno de 9 metros de frente y 18 metros de fondo y te dicen que son 166.5 $metros^2$, ¿qué diferencia hay con el valor correcto?

13.- Si la alberca mencionada en el problema 9 tiene un promedio de 2.2 metros de altura, ¿cuál será el volumen?

14.- Si deseas construir una alberca circular de 2 metros de diámetro y 1.5 metros de altura, ¿qué volumen de tierra debes escavar?

15.- 24 horas equivalen a __________ segundos.

16.- Convertir 721,800 segundos a horas.

17.- Escribe sobre la línea la equivalencia de la medición dada a la que se especifica.

a) 3 horas __________________ segundos

b) 760 segundos __________________ horas

c) 576.5 kilómetros __________________ metros

d) 6,857 metros __________________ decímetros

e) 75 decímetros __________________ metros

f) 57 metros __________________ decímetros

g) 6,380 centímetros __________________ metros

h) 1.76 metros __________________ milímetros

i) 7.5 kilogramos __________________ gramos

j) 500 gramos __________________ kilogramos

k) 75 minutos __________________ segundos

l) 6.5 toneladas __________________ kilogramos

m) 630 kilogramos __________________ toneladas

n) 15 pulgadas __________________ metros

o) 7 pies __________________ metros

p) 6 yardas __________________ metros

q) 8 onzas __________________ metros

r) 7 libras __________________ kilogramos

s) 60 kilogramos __________________ libras

UNIDAD 3

INTRODUCCIÓN A LOS VECTORES.

Existen algunas mediciones en las cuales es fácil manejarlas en sus operaciones aritméticas, tales como la masa, la longitud, la temperatura, etc. Pero en otras no es posible hacerlo en forma tan sencilla, pero al terminar esta unidad serás capaz de:

OBJETIVOS:

1.- Definir cada uno de los términos, conceptos y principios establecidos en el capítulo 3 de éste libro.

2.- Distinguir entre cantidad escalar y cantidad vectorial.

3.- Aplicar el método gráfico dell triángulo para calcular la resultante y la dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

4.- Aplicar el método gráfico del paralelogramo para calcular la magnitud y dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

5.- Aplicar el método gráfico del polígono, calculando la resultante y su dirección en la suma de tres o más vectores.

14.- Si deseas construir una alberca circular de 2 metros de diámetro y 1.5 metros de altura, ¿qué volumen de tierra debes escavar?

15.- 24 horas equivalen a __________ segundos.

16.- Convertir 721,800 segundos a horas.

17.- Escribe sobre la línea la equivalencia de la medición dada a la que se especifica.

a) 3 horas __________________ segundos

b) 760 segundos __________________ horas

c) 576.5 kilómetros __________________ metros

d) 6,857 metros __________________ decímetros

e) 75 decímetros __________________ metros

f) 57 metros __________________ decímetros

g) 6,380 centímetros __________________ metros

h) 1.76 metros __________________ milímetros

i) 7.5 kilogramos __________________ gramos

j) 500 gramos __________________ kilogramos

k) 75 minutos __________________ segundos

l) 6.5 toneladas __________________ kilogramos

m) 630 kilogramos __________________ toneladas

n) 15 pulgadas __________________ metros

o) 7 pies __________________ metros

p) 6 yardas __________________ metros

q) 8 onzas __________________ metros

r) 7 libras __________________ kilogramos

s) 60 kilogramos __________________ libras

UNIDAD 3

INTRODUCCIÓN A LOS VECTORES.

Existen algunas mediciones en las cuales es fácil manejarlas en sus operaciones aritméticas, tales como la masa, la longitud, la temperatura, etc. Pero en otras no es posible hacerlo en forma tan sencilla, pero al terminar esta unidad serás capaz de:

OBJETIVOS:

1.- Definir cada uno de los términos, conceptos y principios establecidos en el capítulo 3 de éste libro.

2.- Distinguir entre cantidad escalar y cantidad vectorial.

3.- Aplicar el método gráfico dell triángulo para calcular la resultante y la dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

4.- Aplicar el método gráfico del paralelogramo para calcular la magnitud y dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

5.- Aplicar el método gráfico del polígono, calculando la resultante y su dirección en la suma de tres o más vectores.

6.- Resolver sumas de dos vectores en el caso particular de que formen un ángulo de 90º entre sí (Método analítico).

7.- Resolver sumas o restas de un par de vectores por el método analítico de la ley de los cosenos.

PROCEDIMIENTO.

1.- Realiza una lectura general del capítulo para enterarte del tema.

2.- Una segunda lectura para que subrayes lo más importante.

3.- Desarrolla un resumen del capítulo.

4.- Analiza despacio los ejemplos resueltos.

5.- Tomando como base los ejemplos dados (resueltos) resuelve los problemas de la autoevaluación llegando a los resultados establecidos.

6.- Para esta unidad debes trabajar, en los métodos gráficos, con una regla graduada en centímetros, un transportador, un juego de escuadras y papel cuadriculado.

7.- Has un poster con las indacaciones para resolver la suma y resta de vectores, con los métodos del triángulo, rectángulo, polígono y los analíticos.

REQUISITO.

Para tener derecho a evaluar esta unidad deberás entregar completamente resueltos, con excelente presentación y en hojas tamaño carta, los problemas del capítulo 3.

CAPÍTULO 3.

INTRODUCCIÓN A LOS VECTORES.

En los cursos anteriores de física, la velocidad, la acelaración, la fuerza, etc., se tomaron como tales, es decir, que lo único que nos interesaba era su magnitud (su valor). Este capítulo está relacionado, en la vida diaria, con muchos fenómenos, algunos de los cuales pueden ser explicados fácilmente, mientras que resultan muy complejos. Empezaremos nuestro curso con una breve explicación de la diferencia que existe entre una cantidad escalar y una cantidad vectorial.

3-1 CANTIDAD ESCALAR.

Aunque numéricamente la rapidez es igual a la velocidad, la magnitud de la velocidad es en realidad una **cantidad escalar**. Posteriormente definiremos la rapidez. Otros ejemplos de lo que es una cantidad escalar son: la masa, una cantidad de personas o de manzanas, el tiempo, etc. Si analizamos estas cantidades escalares, nos daremos cuenta de que únicamente tienen magnitud, es decir, de los ejemplos anteriores sabemos, cuánto miden, cuánto pesan, qué tanto tiempo, etc. De allí que la cantidad escalar esté definida como una cantidad que solo tiene magnitud.

3-2 CANTIDAD VECTORIAL.

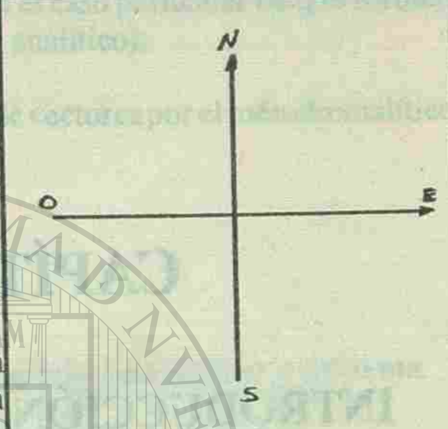


Fig. 1

A diferencia de la cantidad escalar, la cantidad vectorial tiene, además de la magnitud, **dirección y sentido**.

Ejemplos:

a) en desplazamiento: un avión recorre 600 km para llegar a una ciudad que está hacia el norte.

b) Velocidad: Un automóvil viaja a 70 km/hr hacia el sur.

c) Fuerza: Una fuerza de 50 kg actuando sobre un cuerpo en una dirección verticalmente hacia arriba.

Existe una pequeña discrepancia entre la dirección y el sentido de un vector, como en el primer caso, donde se dice que el aeroplano viaja a 600 km hacia el norte. Todos sabemos que gráficamente el punto cardinal norte lo colocamos hacia arriba, tal como se muestra en la fig. 1.

Si se tuviera un plano a escala determinada, entonces podríamos localizar la ciudad hacia la cual se desplaza el avión. En este caso la dirección lleva implícito el sentido del desplazamiento, pero existen otros en los que no se acostumbra expresar la dirección por medio de los puntos cardinales. Por ejemplo: Un cuerpo se desplaza a un ángulo de 30° con respecto a un

Fig. 2

observador situado en la tierra, tal y como lo muestra la figura 2-a. Como puede verse, en este caso la dirección indica que sentido lleva el cuerpo. Tal vez trazar una recta que pase por el origen de la gráfica a 30°, con respecto a la superficie, pero si le ponemos el sentido que lleva dicho desplazamiento, entonces anulamos completamente la otra mitad de la recta, como se muestra en la fig. 2-b.

Cuando encontremos una cantidad vectorial expresada gráficamente, deberá estar representada por una flecha dibujada a escala. La longitud de la flecha, multiplicada por la escala, nos dará la **magnitud**. El ángulo que tenga será la referencia entre un punto determinado (por lo general es una línea horizontal); la flecha será la **dirección** y el **sentido** será hacia donde apunte la flecha.

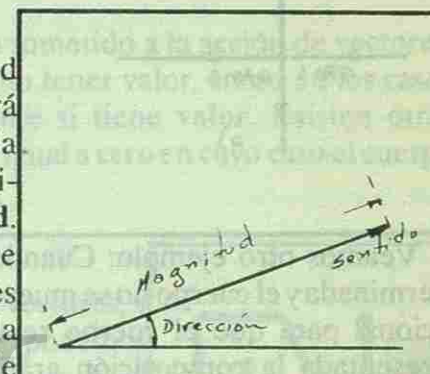


Fig. 3

3-3 VECTOR RESULTANTE.

Todos hemos visto un juego que consiste en que dos grupos de personas se estiran unas a otras por medio de una cuerda (fig. 4). Al principio las fuerzas de ambos grupos más o menos están balanceadas, pero al cabo de un rato de tironeo, uno de los grupos empieza a ceder y el otro empieza a moverlos en el sentido de aplicación de la fuerza. Analizando despacio este fenómeno, nos auxiliaremos de la figura 5-a para indicar las fuerzas balanceadas, la magnitud de F_1 y F_2

Fig. 4

son exactamente iguales. Pero cuando el grupo 1 empieza a ceder, la fuerza se va haciendo más pequeña, ya sea porque aumente la fuerza 2 o porque permanece constante y se reduce la fuerza 1.

Fig. 5

Veamos otro ejemplo: Cuando se empuja un cuerpo con una fuerza determinada y el cuerpo no se mueve, hay necesidad de agregarle otra fuerza adicional para que el cuerpo se empiece a mover. En la figura 6 está representada la composición gráfica de los sucesos: primero cuando la fuerza es aplicada sola al cuerpo (fig. 6-a) y después cuando las fuerzas se unen para aplicarse al mismo cuerpo (fig. 6-b). Como se puede apreciar, las fuerzas tienen el mismo sentido, por lo tanto, se sumarán vectorialmente. Tanto la suma como la resta vectorial se tratarán más a fondo en los siguientes puntos.

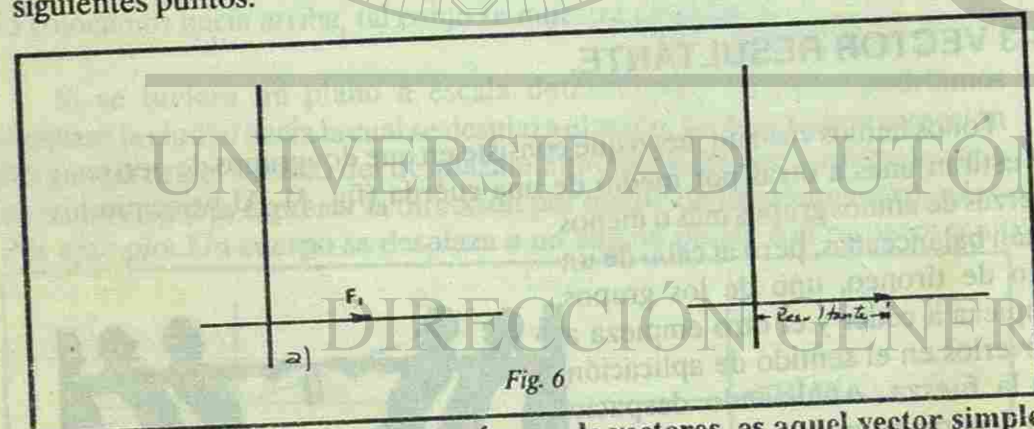


Fig. 6

El vector resultante de un número de vectores, es aquel vector simple que puede tener el mismo efecto que todos los vectores originales juntos. Así, en el primer ejemplo, el vector resultante sería la pequeña fuerza que

resulta de la resta de los vectores originales; mientras que el vector resultante del segundo ejemplo, sería aquel cuyo producto fuese igual a la suma de los dos vectores.

3-4 VECTOR EQUILIBRANTE.

Todos los cuerpos o sistemas que son sometido a la acción de vectores, tienen un vector resultante que puede o no tener valor, como en los casos anteriores, en los que el vector resultante si tiene **valor**. Existen otros ejemplos en los que el vector resultante es igual a **cero** en cuyo caso el cuerpo permanece en **equilibrio.**

Fig. 7

Cuando se aplican a un cuerpo varios vectores, y aparece un vector resultante indeseable, podemos calcular un vector que vaya en sentido contrario al vector resultante, para contrarrestarlo. A este vector contrario se le llama **vector equilibrante.**

El vector equilibrante de un número de vectores es aquel que puede **balancear** a todos los vectores originales juntos. Es igual en magnitud y dirección a la resultante, pero de sentido contrario.

3-5 SUMA DE VECTORES (MÉTODO DEL TRIÁNGULO).

El proceso de la suma de vectores se ilustrará primero con un ejemplo, que incluye dos desplazamientos. Supongamos que un barco arrancó desde un punto **A** y navega hacia el **norte** una distancia de 6 km hasta el punto **B**, donde cambia de curso y navega hacia el **este** una distancia de 4 km, hasta el punto **C**. Aunque el barco haya navegado una distancia total de 10 km, es obvio que la distancia al punto de partida no es una suma aritmética.

Para encontrar el desplazamiento real, o sea la distancia desde el punto de partida, puede dibujarse a escala un diagrama como el de la fig. 7.

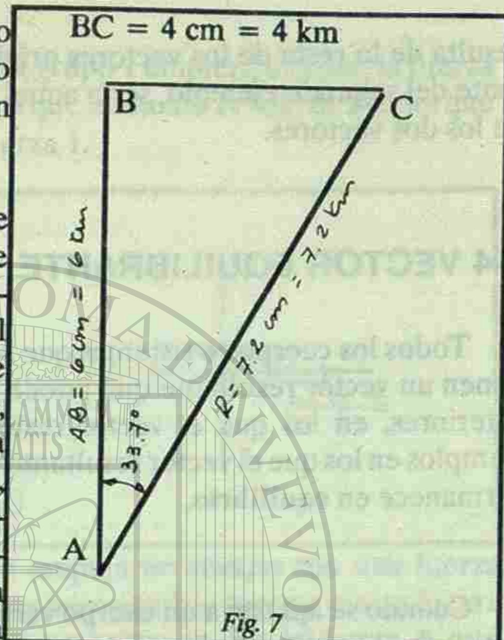


Fig. 7

Con una regla graduada en cm se dibuja una línea vertical **AB** de 6 cm de largo (esc: 1 cm:1 km), para representar el desplazamiento de 6 km al **norte**. Donde termina este vector, se inicia el segundo vector hacia el **este**, con la misma escala, dibujándose la línea **BC** de 4 cm hacia la derecha, desde **B** 1ue indicará el desplazamiento de 4 km al **este**. Finalmente se completa el triángulo uniendo **A** y **C** con una flecha apuntando hacia **C**. La hipotenusa **R** medirá 7.2 cm, la cual representa el desplazamiento resultante de 7.2 km.

Vectorialmente, escribimos:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

o sea

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

Usando un transportador, el ángulo medido es de 33.7° con respecto al vector **AB**.

Este método del triángulo lo podemos usar al sumar o restar cualquier par de vectores, ya sean de velocidad, fuerza, desplazamiento, etc.

3-6 MÉTODO DEL PARALELOGRAMO PARA LA SUMA DE VECTORES.

La resultante de dos vectores, actuando en cualquier ángulo de desfase, puede ser representada por la diagonal de un paralelogramo dibujado con los dos vectores como lados adyacentes, y dirigido desde el origen de los dos vectores.

Ejemplo # 1.

Encontrar la resultante de una velocidad de 40 km/hr hacia el norte y otra de 60 km/hr hacia el suroeste.

Solución:

Dibujamos a escala el primer vector sobre el norte indicado en el sistema de ejes coordenados. Este vector **OP** es de 2.66 cm (escala 1:15, es decir, cada cm de dibujo representa 15 km/hr). Luego, empezando en el punto **"O"** y con dirección suroeste, trazamos una recta **OQ** de 4 cm (a la misma escala del primero).

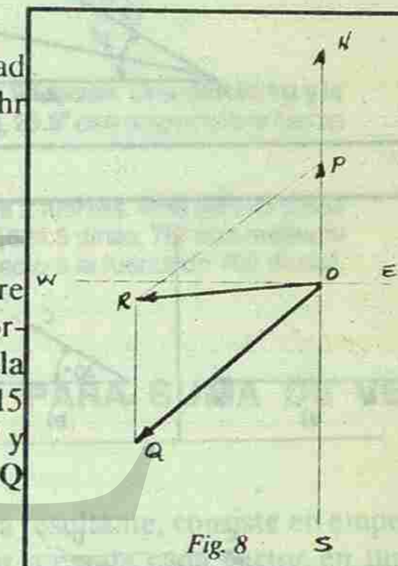


Fig. 8

Después trazamos sobre el punto **"P"** una paralela a la recta **OQ**, y sobre el punto **"Q"** una recta paralela a la recta **OP**. Donde se crucen las líneas será el punto **R**. Unimos los puntos **OR** y los medimos usando la misma escala que en los primeros vectores. Para este ejemplo será 2.87 cm, por lo tanto, el resultado es 43 km/hr. La dirección será la que indica la punta de la flecha en el punto **R**.

Ejemplo # 2.

Encontrar la resultante de 2 fuerzas desfasadas 30°, si una de ellas tiene una magnitud de 20 N y la otra de 15 N.

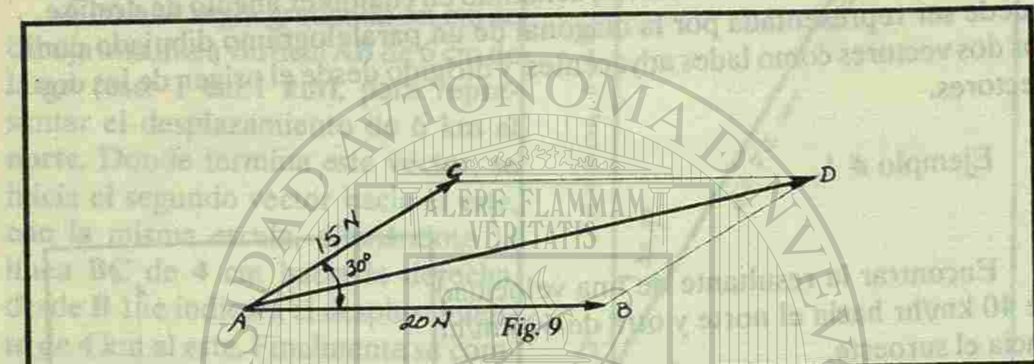


Fig. 9

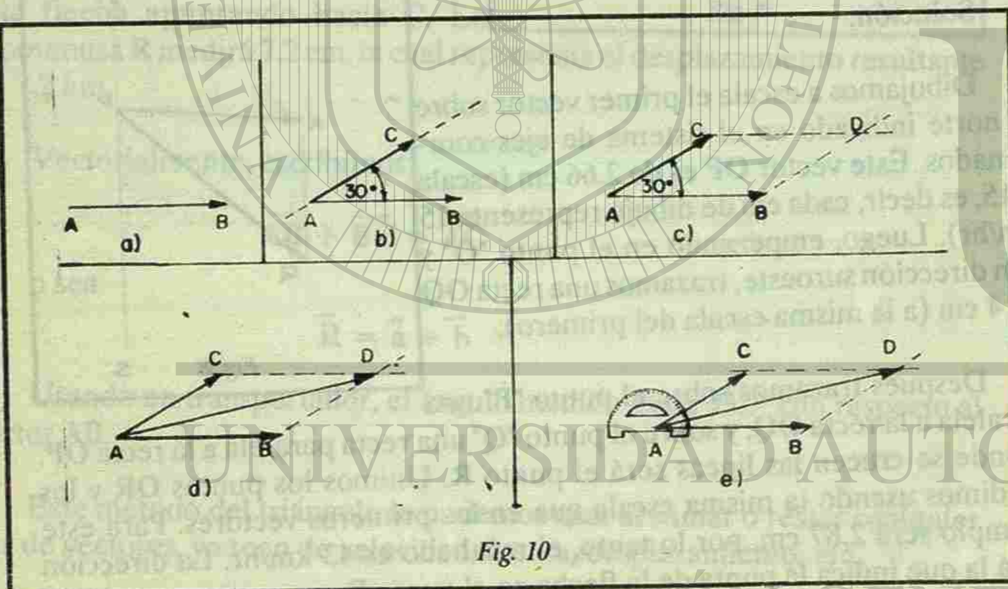


Fig. 10

1º.- Trazamos el vector **AB** a escala (Fig. 10a).

2º.- Con un transportador marcamos el ángulo de 30°, y empezando en el punto **A**, pasando por la marca de 30°, trazamos a la misma escala el vector **AC** (Fig. 10b).

3º.- Trazamos líneas paralelas a los vectores **AB** y **AC**, partiendo del lugar donde están las puntas de las flechas de los vectores trazados, para obtener el punto D (Fig. 10c).

4º.- Unimos el punto **A** con el punto **D**, y este será el vector resultante. Lo medimos con la misma escala y obtenemos su valor: 33.83 N (Fig. 10d).

5º.- Con el transportador medimos el ángulo que forma la recta **AD** con la recta **AB**, y así obtenemos la dirección 12.8° con respecto a **A**. Con respecto a **AC** la dirección es de 27.2° (Fi8g. 10e).

Resuelve inmediatamente:

1.- Calcular la resultante y la dirección de 2 fuerzas. Una de 150 kg y la otra de 200 kg desfasadas 45°. [323.9 kg, 25.9° con respecto a la fuerza de 150 kg].

2.- Calcular la resultante y la dirección de 2 fuerzas. Una de 500 dinas y la otra de 700 dinas, desfasadas 120° [624.5 dinas, 76° con respecto a la fuerza de 500 dinas o 44° con respecto a la fuerza de 700 dinas].

3-7 MÉTODO DEL POLÍGONO PARA SUMA DE VECTORES.

Este método, utilizado para calcular la resultante, consiste en empezar en cualquier punto conveniente y dibujar a escala cada vector en turno, tomándolos en cualquier orden. Cada vector empezará en la punta de la flecha del vector anterior. La línea dibujada para completar el triángulo o polígono es igual en magnitud a la resultante o equilibrante.

La resultante está representada por la línea recta dirigida desde el punto inicial hasta la punta de la flecha del último vector sumado.

La equilibrante está representada por la misma línea que la resultante, pero en dirección opuesta.

Ejemplo # 3.

Del sistema de fuerzas mostrado en la figura 11, obtener la fuerza resultante y su dirección con respecto al eje + X (0°).

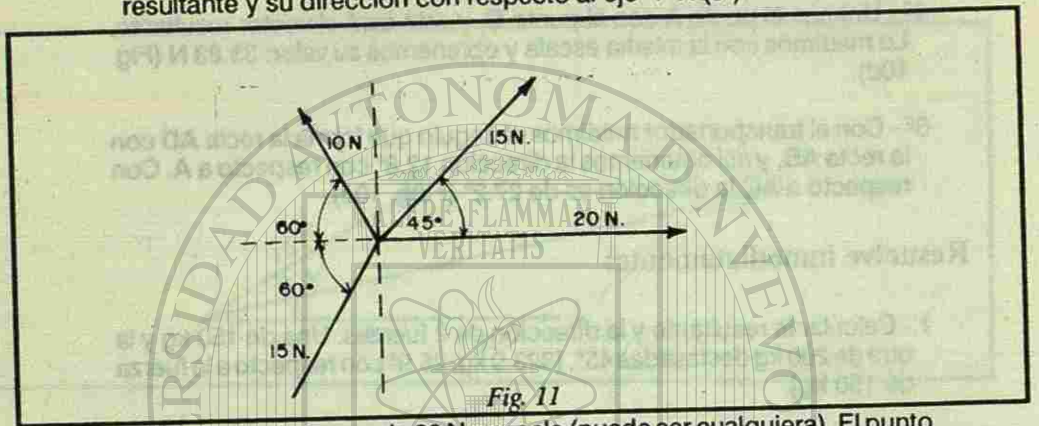


Fig. 11

1º.- Trazamos la fuerza de 20 N a esacla (puede ser cualquiera). El punto A es el origen.

2º.- Donde termina este vector, trazamos cualquiera de los otros. En este caso tomamos el de 15 N y marcamos 45° con el transportador (ver figura 12). Del punto B, que fue donde terminó el primer vector y el punto marcado, trazamos a escala 15 N.

3º.- Donde terminó el vector anterior empezamos el tercero. Con el transportador marcamos los 60°, según se muestra en la figura, y trazamos a la misma escala el vector de 10 N.

4º.- Al final del anterior empezamos el cuarto vector, y con el transportador marcamos la dirección. Ver el vector de la figura 12.

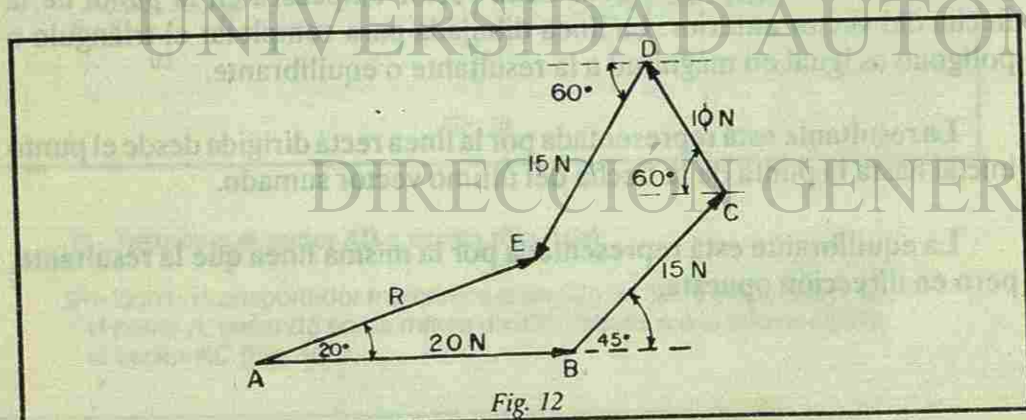


Fig. 12

5º.- Unimos el final de este vector con el punto A y obtenemos el vector **AE**. Este vector lo medimos con la misma escala y obtenemos el valor de la resultante: 19.16 N.

6º.- Colocando el transportador en el punto **A** medimos el ángulo formado entre el eje + X y el vector resultante, de lo cual se obtiene 20°.

Resuelve inmediatamente.

3.- Resuelve el ejemplo anterior siguiendo este orden:

1º el vector de 10 N.

2º El de 15 N a 45°,

3º El de 15 N a 240°

4º y por último el de 20 N.

4.- Encontrar la resultante (R) y la dirección de 2 fuerzas de 70 N desfasadas 145°. [41 N, 72.5°].

5.- Calcula la resultante y la dirección de dos vectores, uno de 45 km/h a 45° del este y otro de 80 km/h a 100° del este. [112.5 km/h a 81°].

3-8 RESTA DE VECTORES.

En la resta de vectores se sigue un procedimiento similar al de la suma, solo que al vector que se va a restar se le tiene que invertir su sentido.

En la figura 13 tenemos el vector **PA**, al cual le vamos a restar el vector **PB**. Se traza primero el vector **PA**; luego se traza el **PB** y se invierte el sentido formando el vector PB'. Ya en estas condiciones, podemos seguir con el procedimiento establecido en el método del paralelogramo para la suma de vectores.

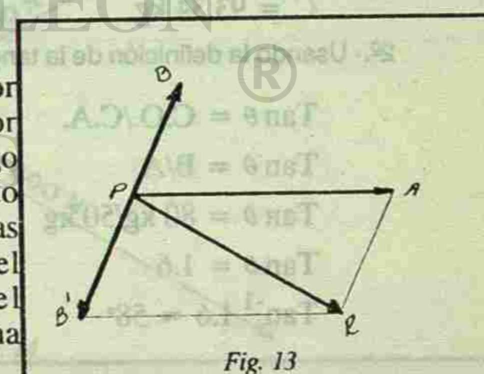


Fig. 13

3-9 CASO ESPECIAL DEL PARALELOGRAMO.

Cuando se van a sumar dos vectores y entre ellos se forma un ángulo de 90° (ángulo recto), podemos utilizar el teorema de Pitágoras, $C^2 = A^2 + B^2$, para calcular la resultante y la definición de la función trigonométrica de la tangente,

$$\text{Tan } A = B/A,$$

para obtener la dirección.

Ejemplo # 4.

Sumar dos vectores de 50 kg y 80 kg respectivamente que están desfasados 90°.

Solución:

1º.- Usando el teorema de Pitágoras, calculámos el valor de la resultante.

$$C^2 = A^2 + B^2$$
$$C^2 = (80\text{ kg})^2 + (50\text{ kg})^2$$
$$C^2 = 6400\text{ kg}^2 + 2500\text{ kg}^2$$
$$C^2 = 8900\text{ kg}^2$$
$$C = \sqrt{8900\text{ kg}^2}$$
$$C = 93.34\text{ kg.}$$

2º.- Usando la definición de la tangente:

$$\text{Tan } \theta = \text{C.O./C.A.}$$
$$\text{Tan } \theta = B/A$$
$$\text{Tan } \theta = 80\text{ kg}/50\text{ kg}$$
$$\text{Tan } \theta = 1.6$$
$$\text{Tan}^{-1}\ 1.6 = 58°$$

Por lo tanto, la dirección es de 58° con respecto al vector de 50 kg, o de 32° con respecto al de 80 kg.

Resuelve de inmediato.

6.- Calcular la resultante y la dirección de 2 vectores desfasados 90°, uno de 1,600 dinas y otro de 2,600 dinas [3,052.97 dinas, 59.39° con respecto a 1,600 dinas, ó 31.61° con respecto a 2,600 dinas].

7.- Calcular la resultante d la dirección de dos vectores desfasados 90°, uno de 800 metros y otro de 1,200 metros [1,442.22 m ∠56.31° con respecto al vector de 800 m, ó ∠33.69° con respecto a 1,200 m].

3-10 CUANDO NO ES UN ÁNGULO RECTO.

En este caso también podemos calcular la suma de dos vectores usando la ley de los cosenos, la cual establece que:

El cuadrado de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble producto de estos dos lados multiplicado por el coseno del ángulo comprendido entre estos lados.

Ejemplo 5.

Un bote está siendo remolcado a lo largo de un canal por medio de dos cables, como se muestra en la figura 13. Si las fuerzas aplicadas

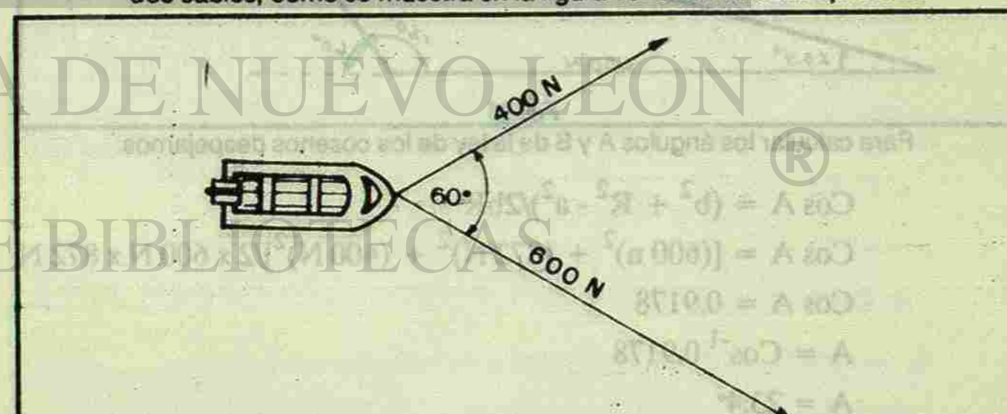


Fig. 14

son de 400 N y 600 N, respectivamente, y el ángulo entre los cables es de 60°, calcular la magnitud de la resultante sobre el bote y los ángulos que forman los cables con el canal, para que el bote siga en línea recta.

Solución:

Con los dos vectores y la resultante formamos el triángulo de la figura 15.

Por la ley de los cosenos:

$$R^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \mathrm{Cos}\,\theta.$$
$$R^2 = (400\mathrm{N})^2 + (600\,\mathrm{N})^2 - 2(400\,\mathrm{N})(600\,\mathrm{N})\mathrm{Cos}\,120°$$
$$R^2 = 1.6 \times 10^2\,\mathrm{N}^2 + 3.6 \times 10^2\,\mathrm{N}^2 - 4.8 \times 10^2 \times (-0.5)\,\mathrm{N}^2$$
$$R^2 = 1.6 \times 10^2\,\mathrm{N}^2 + 3.6 \times 10^2\,\mathrm{N}^2 + 2.4 \times 10^2\,\mathrm{N}^2$$
$$R^2 = 7.6 \times 10^2\,\mathrm{N}^2$$
$$R = \sqrt{7.6 \times 10^2\,\mathrm{N}^2}$$
$$R = 872\,\mathrm{N}$$

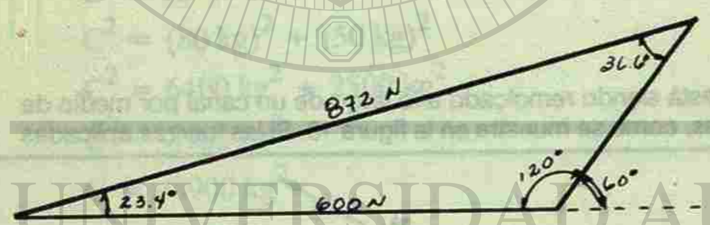


Fig. 15

Para calcular los ángulos A y B de la ley de los cosenos despejamos:

$$\mathrm{Cos}\,A = (b^2 + R^2 - a^2)/2bR$$
$$\mathrm{Cos}\,A = [(600\,\mathrm{n})^2 + (872\,\mathrm{N})^2 + (400\,\mathrm{N})^2]/2 \times 600\,\mathrm{N} \times 872\,\mathrm{N}$$
$$\mathrm{Cos}\,A = 0.9178$$
$$A = \mathrm{Cos}^{-1}\,0.9178$$
$$A = 23.4°$$
$$A + B + C = 180°$$

$$B = 180° - A - C$$
$$B = 180° - 23.4° - 120°$$
$$B = 36.6°$$

Resuelve inmediatamente:

8.- Calcular la resultante y la dirección de dos vectores desfasados 120°, uno de 8,400 dinas y otro de 3,800 dinas [7,285.6 dinas ∠26.85° con respecto a 8,400 dinas].

9.- Calcular la resultante y la dirección de dos vectores, uno de 65 kg y otro de 84 kg, desfasados 70° [122.54 kg ∠40.1° con respecto al vector de 65 kg].

AUTOEVALUACIÓN.

Aplicando en cada uno de los problemas el método que consideres conveniente, resuelve los siguientes problemas:

1.- Dos fuerzas de 80 N cada una, forman entre sí un ángulo de 50°. Calcular la resultante y su dirección.

2.- Calcular la magnitud de la resultante y la dirección de dos fuerzas, una de 8 kg y otra de 10 kg, actuando sobre el mismo cuerpo y formando un ángulo entre ellas de 120°.

3.- Un automóvil viaja hacia el sur 300 km, luego viaja hacia el noroeste 200 km. Calcular la distancia al punto de origen.

4.- Calcular la magnitud y dirección de la resultante de las dos fuerzas siguientes:

a) 20 kg a 80° y

b) 21 kg a 230°.

5.- Encontrar la equilibrante de dos fuerzas de 100 kg cada una, actuando a 120° una de otra.

6.- Dado el vector A = 80 m/seg hacia el norte y el vector B = 60 m/seg hacia el este, encontrar el vector diferencia (A - B).

7.- Encontrar la resultante y la dirección de las siguientes fuerzas:

a) 8 kg a 0°,

b) 6 kg a 90° y

c) 4 kg a 135°.

8.- Calcular la resultante de las siguientes fuerzas:

a) 40 N a 30°,

b) 26 N a 120° y

c) 30 N a 180°.

9.- Calcular la resultante y la dirección de las siguientes fuerzas:

a) 150 kg a 62°,

b) 125 kg a 205° y

c) 130 kg a 270°.

10.- Calcular la resultante y la dirección de los siguientes vectores:

a) 1,000 dinas a 0°,

b) 1,200 dinas a 70°,

c) 1,900 dinas a 150°,

d) 1,600 dinas a 270° y

e) 1,100 dinas a 335°.

GALILEO GALILEI

(1564-1642)

Notable científico que hizo valiosas contribuciones a la física y a la astronomía; su método experimental y de observación directa sirvieron de base a la ciencia moderna.

Físico y astrónomo italiano, Galileo nace en Pisa, Italia, el 15 de febrero de 1564, y muere en Arcetri, cerca de Florencia, Italia, el 8 de enero de 1642. Orientado por su padre Vincenzo Galilei, asistió a la Universidad de Pisa, donde realizó estudios de medicina y filosofía aristótelica. Más tarde eligió estudiar matemáticas, donde él encontró la base de su verdadero conocimiento de las leyes de la naturaleza. Su primer descubrimiento lo hizo entre 1581 y 1583. Se cuenta que cuando asistía a misa en la iglesia de su ciudad natal, observó cómo se balanceaba una lámpara suspendida realizando grandes arcos en el aire, y que el tiempo que la lámpara tardaba en hacer cada oscilación era siempre el mismo. Al regresar a su casa reprodujo el fenómeno con bolas de plomo atadas a hilos de diferentes longitudes, y descubrió que cualquiera que fuese la magnitud de la oscilación o el peso del plomo, la bolita utilizaba el mismo tiempo para completar un viaje de ida y vuelta. Unicamente el cambio de longitud del hilo afectaba al tiempo de oscilación. Con estas observaciones pudo inventar el péndulo, que se usa en relojes e instrumentos para medir el tiempo. Cuando alcanzó los veinticinco años, Galileo obtuvo el nombramiento de profesor en matemáticas en la Universidad de Pisa. Como profesor continuó el análisis de las teorías científicas de Aristóteles, recurriendo a la aplicación de las matemáticas y a las observaciones experimentales. Posteriormente se trasladó a Florencia para dedicarse al estudio de las obras de Arquímedes. Hacia 1586 apareció un pequeño texto de Galileo donde expuso el proyecto de fabricación de una balanza hidrostática, que le permitió determinar el peso específico de los cuerpos. En el texto **Theoremata Circa Centrum Gravitatis Solidorum**, publicado en 1638, estudió el centro de gravedad de varios sólidos. Investigó también el comportamiento de los cuerpos en caída libre; propuso que en el vacío todos los cuerpos caen a la misma velocidad. Esta aseveración fue comprobada con todo rigor años más tarde.

Galileo expuso que la velocidad de caída de un cuerpo bajo la atracción de la tierra, aumentaba uniformemente con el tiempo, y también que la distancia total que recorrería aumentaba con el cuadrado del tiempo.

Describió además el movimiento de un cuerpo por la influencia de dos fuerzas simultáneas. Una de ellas daba un impulso inicial y horizontal que mantenía al cuerpo moviéndose con velocidad constante en dicha dirección. La otra fuerza, aplicada en sentido vertical, hacía caer al cuerpo con cierta aceleración; ambas fuerzas hacían que el cuerpo siguiera una trayectoria parabólica. Con estas ideas Galileo esbozó los principios de la ciencia de la artillería, que más tarde recibió el nombre de balística. Estos principios permitieron aclarar el concepto de cuerpos sujetos a más de una fuerza, y demostró que los objetos pueden compartir el movimiento de rotación de la tierra y sus movimientos particulares.

En su libro de mecánica, Galileo estudió la resistencia de materiales; demostró por primera vez que si una estructura crecía en todas dimensiones,

perdía parte de su resistencia. El volumen aumenta proporcionalmente al cubo de la dimensión, pero la resistencia aumenta únicamente como el cuadrado de dicha dimensión. Durante su larga estancia en Florencia, realizó sus trabajos más importantes sobre las leyes del movimiento: **Leyes de Galileo y sermones de motu gravium**. Debido a dificultades económicas, Galileo aceptó una plaza como profesor de matemáticas en la Universidad de Padua. Ahí permanceció durante 18 años.

Establecido en Padua, entabló correspondencia con Kepler. En 1609 oyó hablar de un tubo ampliador de imágenes, por medio de lentes, que se había descubierto en Holanda. El, por su cuenta, hizo la versión particular del telescopio. Este instrumento fue construido con 32 aumentos. Así, en ese año se inicia la época de la astronomía telescópica. Gracias a su invento observó las montañas de la Luna y las manchas del Sol. Mediante la observación del movimiento de las manchas solares, demostró que el Sol giraba alrededor de su eje en 27 días. Con su telescopio Galileo explicó que las estrellas debían estar mucho más lejanas que los planetas y que el universo tenía unas propociones mayores de los supuesto. Descubrió las agrupaciones estelares de la Vía Láctea, compuesta por más de quinientas nuevas estrellas de la constelación de Orión, y de veintinueve de las Pléyades. Galileo observó que Júpiter tenía cuatro cuerpos a su alrededor y pudo detectar, con su telescopio, la periodicidad de cada uno de ellos. Estos satélites se conocen como "Lunas de Galileo". Con este descubrimiento se daba fuerza al modelo del sistema solar de Copérnico. Otra observación importante de Galileo fue la de Venus. Galileo encontró que Venus presentaba fases parecidas a las de la Luna, con lo cual demostró que el brillo de los planetas se origina por reflejos de la luz solar. Este astrónomo italiano explicó que el lado obscuro de la Luna no se veía brillar debido al brillo terrestre, es decir, a la luz que se refleja sobre aquella zona lunar, lo cual comprobó que la Tierra, al igual que los demás planetas, refleja la luz del Sol. Con esto terminó con la creencia de que sobre la Tierra y el resto de los cuerpos celestes había una gran diferencia. La doctrina de Copérnico se pudo establecer de una manera más definitiva por todos estos descubrimientos realizados a través del telescopio. Galileo hizo una gran divulgación de sus descubrimientos por medio de un libro al que denominó **"Sidereus Nuncius" (Mensajero de las Estrellas)**,. **donde afirma: "Doy gracias a Dios, que ha tenido a bien hacerme el primero en observar las maravillas ocultas**

a los siglos pasados. Me he cerciorado de que la Luna es un cuerpo semejante a la Tierra... He contemplado una multitud de estrellas fijas que nunca antes se observaron... pero la mayor maravilla de todas es el descubrimiento de cuatro nuevos planetas (cuatro satélites de Júpiter)... que se mueven alrededor del Sol". Además eleboró un gran número de telescopios que repartió entre los científicos más connotados de su época.

Ante las grandes innovaciones de Galileo, la iglesia se mostró bastante inquieta. El papa Pío V declaró herejía la doctrina de Copérnico, y pidió a Galileo que guardara silencio. Sin embargo, más tarde, bajo el papado de Urbano VII, Galileo publicó su **"Diálogo sobre los dos Mayores Sistemas del Mundo**, donde aparecen dos personajes: uno representa a Ptolomeo y otro a Copérnico, quienes exponen sus puntos de vista a un tercero. Por ese libro Galileo fue acusado ante la inquisición por cargo de herejía, y tuvo que renunciar a todas sus ideas.

Galileo decidió concentrarse nuevamente en la Mecánica y este trabajo condujo a la elaboración del libro **"Discursos y Demostraciones Matemáticas sobre las Nuevas Ciencias Relativas a la Mecánica y el Movimiento Local (1638)"**, al que generalmente se le da el nombre de **"Las Dos Nuevas Ciencias"**. Este libro marcó el principio del fin de la teoría medieval sobre la mecánica, y de toda la cosmología aristotélica.

Para ese entonces, Galileo ya estaba viejo, enfermo y casi ciego. Y sin embargo, como en todos sus escritos, su estilo sigue siendo vivaz y delicioso. De la misma forma como lo había hecho en **Los Dos Mayores Sistemas del Mundo**, presenta sus ideas en forma de conversación entre tres personajes.

UNIDAD 4

CINEMÁTICA

Es interesante hacer comparaciones de las distancias recorridas por el hombre en determinados tiempos, con las de aquellos animales cuyas lentitudes se han hecho proverbiales, como lo son las del caracol y la tortuga. El caracol tiene bien merecida la fama que se le atribuye en los refranes, ya que recorre 1.5 milímetros cada segundo, o 5.4 metros por hora, es decir, exactamente mil veces menor que la del hombre al paso. El otro animal clásicamente lento, no adelanta mucho al caracol porque ordinariamente recorre 70 metros en una hora.

Podemos hacer muchas más comparaciones, pero al pasar el tiempo y estudies esta unidad analizarás con mayor entendimiento lo expresado en el párrafo anterior, ya que serás capaz de:

OBJETIVOS:

1.- Distinguir los conceptos de Mecánica, Cinemática, Dinámica, Cinética y Estática.

2.- Diferenciar los tres tipos de movimiento: Traslación, rotación y Vibración.

a los siglos pasados. Me he cerciorado de que la Luna es un cuerpo semejante a la Tierra... He contemplado una multitud de estrellas fijas que nunca antes se observaron... pero la mayor maravilla de todas es el descubrimiento de cuatro nuevos planetas (cuatro satélites de Júpiter)... que se mueven alrededor del Sol". Además eleboró un gran número de telescopios que repartió entre los científicos más connotados de su época.

Ante las grandes innovaciones de Galileo, la iglesia se mostró bastante inquieta. El papa Pío V declaró herejía la doctrina de Copérnico, y pidió a Galileo que guardara silencio. Sin embargo, más tarde, bajo el papado de Urbano VII, Galileo publicó su **"Diálogo sobre los dos Mayores Sistemas del Mundo**, donde aparecen dos personajes: uno representa a Ptolomeo y otro a Copérnico, quienes exponen sus puntos de vista a un tercero. Por ese libro Galileo fue acusado ante la inquisición por cargo de herejía, y tuvo que renunciar a todas sus ideas.

Galileo decidió concentrarse nuevamente en la Mecánica y este trabajo condujo a la elaboración del libro **"Discursos y Demostraciones Matemáticas sobre las Nuevas Ciencias Relativas a la Mecánica y el Movimiento Local (1638)"**, al que generalmente se le da el nombre de **"Las Dos Nuevas Ciencias"**. Este libro marcó el principio del fin de la teoría medieval sobre la mecánica, y de toda la cosmología aristotélica.

Para ese entonces, Galileo ya estaba viejo, enfermo y casi ciego. Y sin embargo, como en todos sus escritos, su estilo sigue siendo vivaz y delicioso. De la misma forma como lo había hecho en **Los Dos Mayores Sistemas del Mundo**, presenta sus ideas en forma de conversación entre tres personajes.

UNIDAD 4

CINEMÁTICA

Es interesante hacer comparaciones de las distancias recorridas por el hombre en determinados tiempos, con las de aquellos animales cuyas lentitudes se han hecho proverbiales, como lo son las del caracol y la tortuga. El caracol tiene bien merecida la fama que se le atribuye en los refranes, ya que recorre 1.5 milímetros cada segundo, o 5.4 metros por hora, es decir, exactamente mil veces menor que la del hombre al paso. El otro animal clásicamente lento, no adelanta mucho al caracol porque ordinariamente recorre 70 metros en una hora.

Podemos hacer muchas más comparaciones, pero al pasar el tiempo y estudies esta unidad analizarás con mayor entendimiento lo expresado en el párrafo anterior, ya que serás capaz de:

OBJETIVOS:

1.- Distinguir los conceptos de Mecánica, Cinemática, Dinámica, Cinética y Estática.

2.- Diferenciar los tres tipos de movimiento: Traslación, rotación y Vibración.

3.- Diferenciar entre distancia y desplazamiento.

4.- Distinguir entre velocidad, rapidez y rapidez media.

5.- Explicar los conceptos de velocidad, velocidad uniforme, velocidad variable, velocidad media, velocidad instantánea y aceleración.

6.- Diferenciar entre los conceptos de velocidad y acleración.

7.- Resolver a partir de los datos apropiados, problemas relacionados al movimiento rectilíneo uniforme.

8.- Graficar a partir de datos obtenidos en experimentación, sobre un par de ejes coordenados, la rapidez constante.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee el tema "El movimiento de las cosas" y el capítulo de Cinemática, en tu libro de texto.

2.- Analiza y memoriza cada uno de los términos básicos, antes de seguir con los demás objetivos.

3.- Analiza a fondo los problemas resueltos en tu libro de texto.

4.- Analiza despacio el procedimiento gráfico de la carrera de Ramón para que puedas representarla a otra escala.

5.- Resuelve los problemas dados en el libro, tratando de obtener las respuestas incluidas al final del problema.

6.- Resuelve problemas de otros textos de Física que tengas a tu alcance, ya que la práctica de ellos es lo que hará que obtengas mejores resultados.

7.- Realiza un experimento en tu casa con algún juguete, puede ser de cuerda o de motor de pilas, midiendo el tiempo que tarda en recorrer: 0.5 metros, 1.00 metros, 1.5 metros, 2.0 metros, 2.5 metros y 3 metros. Después grafica los resultados en un par de ejes coordenados. Entregarás al maestro el reporte de este experimento.

REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar en hojas tamaño carta los problemas del 1 al 7 del capítulo 6 del libro de texto, el reporte de tu experimento y la gráfica del recorrido de Ramón (debe estar a una escala distinta a la del texto).

CAPÍTULO 4

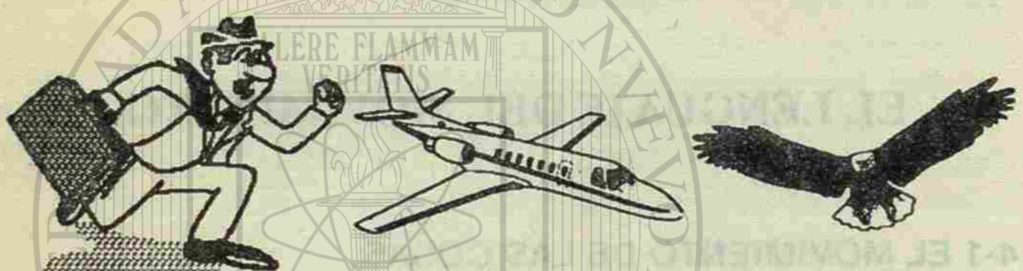
EL LENGUAJE DEL MOVIMIENTO.

4-1 EL MOVIMIENTO DE LAS COSAS.

Considerando como *movimiento* al cambio de posición (estar en una posición A e ir a la posición B) de un objeto, podemos establecer que este mundo está lleno de cosas en movimiento; algunas tan pequeñas como el polvo y otras tan grandes como las galaxias, pero todas en movimiento continuo. Tal vez pueda parecer que este libro este tranquilamente puesto sobre el escritorio, pero cada uno de sus átomos esta vibrando constantemente. El aire, aparentemente quieto a su alrededor, consta de moléculas que dan tumbos en forma violenta a diferentes velocidades, la mayoría de las cuales son tan rápidas como pequeñas balas de un rifle. Rayos de luz cruzan el salón de clases, cubriendo la distancia de pared a pared, en lapsos de una cienmillonésima de segundo, vibrando cerca de diez millones de veces durante ese tiempo. Aun el globo terráqueo, con su mejestuosa magnitud, se mueve casi a 29 kilómetros por segundo alrededor del Sol.

Existe una antigua máxima que dice: *"Ignorar el movimiento es ignorar la naturaleza"*. Sin embargo, aunque hemos mencionado muchos ejemplos, no podemos investigarlos todos, ni siquiera los movimientos de los objetos con los que tenemos más relación (llamémosles *únicamente* terrestres). Así que vamos a escoger, en este mundo nuestro que gira, cambia y vibra, un solo objeto en movimiento para examinarlo. Debe ser algo interesante, pero típico y manuable. Después, vamos a describir su movimiento.

Pero, ¿por dónde empezamos? ¿Usando una máquina, como por ejemplo un cohete o un automóvil? Aunque están hechas y controladas por humanos, las máquinas y sus partes se mueven en formas rápidas y complicadas,



Realmente debemos empezar con lo más lento y simple, algo que nuestros ojos puedan seguir con detalle. Entonces, ¿que tal si tomamos un pájaro en vuelo, o una hoja que cae de un árbol?

En la naturaleza no existe movimiento más común que el de una hoja que cae suavemente de una rama. ¿Podemos describir su caída y explicarla? Piénselo: pronto se darán cuenta de que aunque este movimiento parece *natural*, en realidad es muy complicado. La hoja, al caer, se tuerce y da vueltas, va hacia la derecha y hacia la izquierda, hacia adelante y hacia atrás. Aun un movimiento tan ordinario como éste, puede resultar más complicado que el de las máquinas, y aunque pudiéramos describirlo con todo detalle, ¿que ganaríamos? No hay dos hojas que caigan exactamente de la misma manera, por lo tanto, cada hoja requeriría su propia descripción detallada. Esta individualidad es típica de casi todos los sucesos que ocurren en la naturaleza.

Así que nos enfrentamos a un problema. Queremos describir el movimiento, pero lo que encontramos bajo circunstancias comunes parece ser demasiado complejo. ¿Qué haremos? Vayamos a un lugar en el cual

podamos separar los simples ingredientes que componen todos los complejos fenómenos naturales, y donde podamos hacerlos visibles más fácilmente para nuestros limitados sentidos humanos.

4-2 CINÉMATICA.

Antes de empezar un análisis más detallado del movimiento, veamos algunas definiciones.

En la introducción de este texto definimos a la *mecánica* como una de las ramas que integran la ciencia que conocemos como *Física*. Esta rama nos conduce al estudio del movimiento o estado de los cuerpos materiales, y está integrada por la *cinématica* y la *dinámica*.

La dinámica, a su vez, se subdivide en *estática y cinética*

- Mecánica.
  - Cinemática.
  - Dinámica.
    - Estática.
    - Cinética.

Cinématica: Estudio de los diferentes tipos de movimiento, sin preocuparse de las causas o cambios observados en tales movimientos.

Dinámica: Estudio de las causas que provocan el movimiento.

Estática: Se ocupa de los cuerpos en su estado de equilibrio, que se produce cuando las fuerzas que actúan sobre ellos están compensadas.

Cinética: Se ocupa de los cambios en el movimiento, que se originan cuando la(s) fuerza(s) que actúa(n) sobre los cuerpos *no* está(n) balanceada(s).

En la mecánica es conveniente desdeñar o no tomar en cuenta la frecuencia, el tamaño y la forma del cuerpo, y considerar su movimiento como el de una pequeña partícula de tamaño despreciable. Por ejemplo, al describir el movimiento de un aeroplano que vuela entre dos ciudades, no es necesario dar una descripción detallada del aparato para conocer su posición y avance. Por lo tanto, se acostumbra describir el movimiento de un cuerpo como el movimiento de una partícula.

4-3 LOS TRES TIPOS DE MOVIMIENTO.

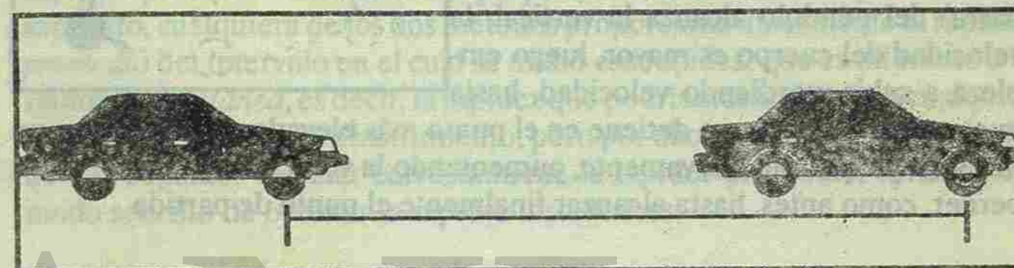
La definición establecida en el punto 4-1 sobre el movimiento, la podemos ampliar ahora. El *movimiento* es el cambio de posición de un cuerpo con relación a ciertos puntos fijos que se toman como referencia. Como ejemplos tenemos un automóvil que pasa a cierta velocidad frente a una señal de la carretera o camino; o, una bola de beisbol que es golpeada por el bateador y se aleja de la base. La señal del camino y la base serán los puntos de referencia.

Es muy importante establecer el punto de referencia al estudiar un movimiento, ya que esto da la pauta para diferenciar entre los tres tipos de movimiento. en el caso de cambiar el punto de referencia, digamos el de dos automóviles que se desplazan en la misma dirección y con la misma velocidad, el conductor de uno de ellos observaría al conductor del otro automóvil si éste se encontrara en reposo. De lo anterior podemos deducir que el punto de referencia debe ser fijo, para simplificar el problema.

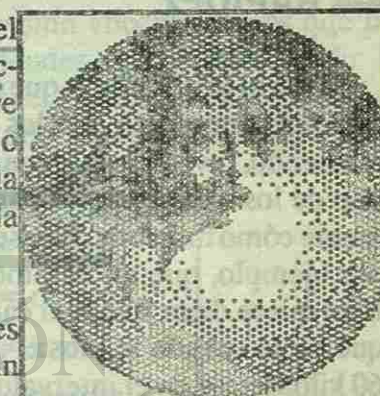
Los tipos de movimiento son: **Traslación, Rotación y Vibración**. Se hace la aclaración de que, aunque otros textos les han dado nombres distintos, básicamente son los mismos tipos.

Un cuerpo efectúa una traslación cuando todos sus puntos describen trayectorias de igual forma, entendiendo por trayectoria una línea determinada que une todos los puntos por los cuales ha pasado el cuerpo. Esa línea puede ser rectilínea, circular, curvilínea en general o elíptica (como la de los planetas).

En nuestro caso, consideremos inicialmente el estudio del movimiento de traslación en trayectorias rectilíneas y después las circulares.

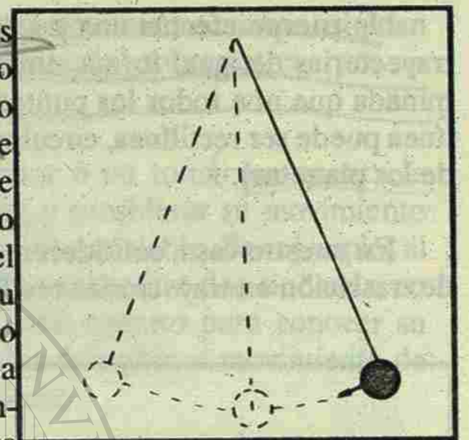


El movimiento de rotación es aquel en el que cada punto del cuerpo describe una trayectoria circular alrededor de algún punto que sirve como eje de rotación. Como por ejemplo podríamos citar el movimiento de rotación de la Tierra, en el que cada uno de sus puntos tarda 24 horas en volver a su posición original.



La tercera clase (o tipo) de movimiento es la más interesante de todas, y requiere de un buen análisis que haremos en nuestros cursos posteriores. Se trata del movimiento de **vibración**, que también puede ser llamada de **vaiven**, movimiento **periódico** o movimiento **oscilante**. Este movimiento se caracteriza porque sigue un patrón cíclico de repetición, lo cual significa que las distintas fases del movimiento se van repitiendo una y otra vez.

El más común y más interesante de los movimiemtos periódicos es el movimiento **armónico simple**. Por ejemplo, un cuerpo que sube y baja suspendido de un resorte cilíndrico vertical: o el de un péndulo que se balancea, en el que el cuerpo colocado en el extremo desciende, describiendo el arco de un círculo, y va aumentando su velocidad al caer. Cuando la cuerda (o barra) del péndulo alcanza la vertical, la velocidad del cuerpo es mayor, luego empieza a subir, perdiendo velocidad, hasta que por un momento se detiene en el punto más elevado, pero solo por un instante, ya que cae nuevamente, aumentando la velocidad y volviéndola a perder, como antes, hasta alcanzar finalmente el punto de partida.



4-4 RAPIDEZ

Con el instrumento que se usa en los automóviles, el cual nos indica, en cualquier momento que los deseemos, la rapidez con que un auto se está moviendo, revisemos alguna medición. Todo mundo sabe leer este medidor, uno de los más comunes para nosotros, aunque muy pocos sabemos claramente cómo funciona. Piensen ustedes cómo se expresa la rapidez. Decimos, por ejemplo, que un automóvil está moviéndose a *60 kilómetros por hora*. Esto quere decir que si el carro continua moviéndose con la misma rapidez que tenía cuando leímos el medidor, se habrá desplazado una distancia de 60 kilómetros en el intervalo de una hora. O también podemos decir que el carro se movería un kilómetro en 1/60 de hora, o 6 km en 1/10 de hora. De hecho, podemos usar **cualquier** distancia o intervalo de tiempo cuya proporción sea de 60 kilómetros por hora.

Desgraciadamente, no se puede instalar un medidor como el del automóvil a una bala, ni a muchos otros objetos. Sin embargo, hay una forma de medir su rapidez, que en muchos casos resultará interesante para nosotros.

Qué haríamos si el medidor de nuestro automóvil estuviese descompuesto, y si quisieramos saber la rapidez con que nos desplazamos sobre la carretera? Podríamos hacer una de dos cosas, y el resultado sería el mismo: contar los números de las mojoneras que pasamos en el transcurso de una hora (o de alguna fracción conocida de esa hora) y determinar la rapidez promedio por medio de la proporción entre kilómetros y horas. O bien podríamos determinar el tiempo que nos toma llegar de una marca a la siguiente, o a otra marca cuya distancia fuese conocida, y encontrar la rapidez promedio mediante la proporción de kilómetros y horas. Por supuesto, cualquiera de los dos métodos proporciona únicamente la rapidez *promedio* del intervalo en el cual se midió esa rapidez, que es diferente a la rapidez *instantánea*, es decir, la rapidez que podríamos conocer en cualquier momento a través de un instrumento; pero por ahora es suficiente. Después de que sepamos calcular correctamente la rapidez promedio, veremos un modo sencillo de obtener la rapidez instantánea.

Para encontrar la rapidez promedio de un objeto, medimos la distancia a la que se desplaza y el tiempo que le toma hacerlo; después dividimos la distancia entre el tiempo. Al realizar esta división encontraremos que las unidades de rapidez dependerán de las unidades usadas para medir la distancia y el tiempo. Por ejemplo, si la distancia se midió en metros y el tiempo en segundos, obtendremos metros por segundo (m/seg). En el cuadro siguiente se presentan varios ejemplos.

d = m	t = seg	v = m/seg
d = m	t = min	v = m/min
d = km	t = h	v = km/h
d = cm	t = seg	v = cm/seg
d = mm	t = seg	v = mm/seg
d = millas	t = h	v = millas/h
d = pies	t = min	v = pies/min

En muy pocas ocasiones un cuerpo recorre **distancias iguales en intervalos iguales de tiempo**, lo cual llamaríamos una **rapidez constante o uniforme.** Si nos pusiéramos a pensar detenidamente en estos resultados, veríamos que realmente son muy poco comunes. Ni los automóviles, ni los aviones o barcos se mueven en línea recta a una rapidez constante y precisa.

4-5 LOS 50 METROS DE RAMÓN Y EL SIGNIFICADO DE LA RAPIDEZ MEDIA.

Al estar observando una carrera de natación, nos emocionamos cuando el competidor de nuestra simpatía va adelante, y más si al finalizar se anuncia su nombre como ganador, o sea, el nadador que hizo el tiempo más corto en recorrer la distancia fijada.

En cualquier competencia de este tipo, digamos los 100 metros nado de dorso, cada nadador debe recorrer la misma distancia. Por lo tanto, el nadador que haga el tiempo menor, será también el que tenga la rapidez promedio más alta al cubrir la distancia. La proporción de la distancia recorrida entre el tiempo transcurrido, nos da la rapidez promedio. Esta relación la expresamos con la siguiente ecuación:

$$\text{rapidez promedio} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

¿Qué información podemos obtener del conocimiento de la rapidez promedio? Podemos contestar a esta pregunta estudiando un ejemplo de la vida real.

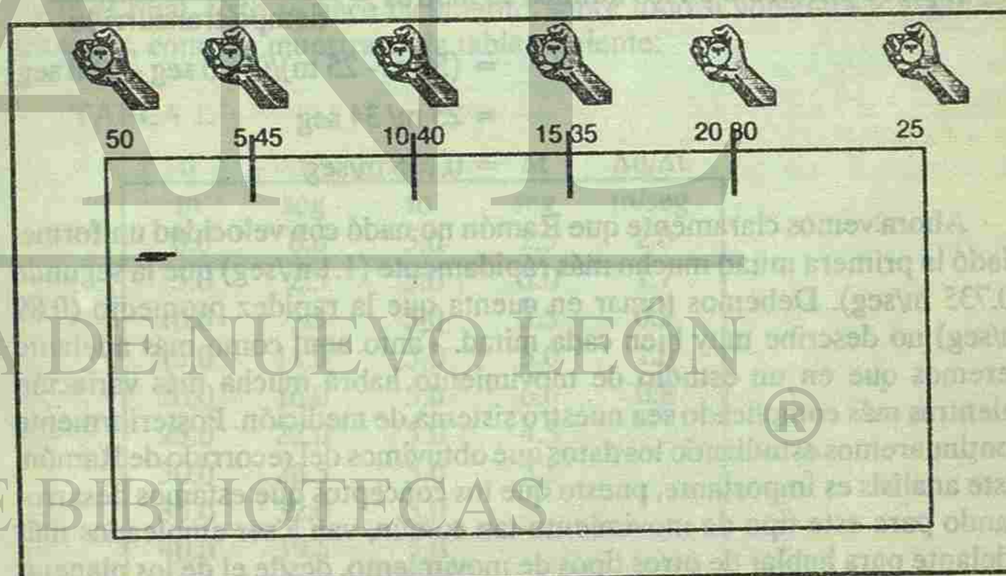
Ramón no es el nadador más rápido del mundo en estilo libre, pero no se necesita una rapidez olímpica para lo que queremos hacer. Si medimos el tiempo que se tardó Ramón en nadar de ida y vuelta en una alberca, la cual mide 25 metros de longitud, vemos que fue de 56.2 segundos. Por lo tanto, su velocidad promedio en la distancia total de 50 metros fue como sigue:

$$50\text{m}/56.2\text{ seg} = 0.89\text{ m/seg}$$

¿Nadó Ramón los 50 metros con una rapidez uniforme o constante? Si no fue así, ¿en cuál de los dos tramos nadó más rápidamente? ¿En cuál la rapidez fue menor? ¿Qué rapidez llevaba cuando pasó los 10 metros, los 18 metros, los 45 metros? Cuando se está entrenando para una competencia, es conveniente saberlo, pero hasta ahora no tenemos modo de contestar ninguna de esas preguntas. La cifra 0.89 m/seg es probablemente la que más se aproxima a la descripción de todo el suceso.

Para comparar la rapidez de Ramón en diferentes partes del recorrido, necesitamos observar los tiempos y las distancias cubiertas.

Colocamos observadores que debían poner a funcionar sus cronómetros cuando se diera la señal de salida, a intervalos de 5 metros desde la marca de salida, a todo lo largo de la alberca. Cada observador tenía dos relojes: detenía uno cuando Ramón pasaba frente a él de ida, haciendo lo mismo con el otro cuando pasaba de regreso. Los datos se tabularon como sigue:



d	t	d	t
0.0	0.0	30.0	26.5
5.0	2.5	35.0	32.0
10.0	5.5	40.0	39.5
15.0	11.0	45.0	47.5
20.0	16.0	50.0	56.2
25.0	22.0		

A partir de estos datos podemos determinar, en forma separada la rapidez promedio de Ramón en los primeros 25 metros y en los últimos.

$$\text{rapidez promedio para los primeros 25 m} = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$
$$= 25.0 \text{ m}/22 \text{ seg}$$
$$= 1.1 \text{ m/seg}$$

$$\text{rapidez promedio en los últimos 25 metros} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo trancurrido}}$$
$$= (50 \text{ m} - 25 \text{ m})/(56.0 \text{ seg} - 22.0 \text{ seg})$$
$$= 25 \text{ m}/ 34 \text{ seg}$$
$$= 0.735 \text{ m/seg}$$

Ahora vemos claramente que Ramón no nadó con velocidad uniforme. Nadó la primera mitad mucho más rápidamente (1.1 m/seg) que la segunda (0.735 m/seg). Debemos tomar en cuenta que la rapidez promedio (0.89 m/seg) no describe muy bien cada mitad. Tanto aquí como más adelante veremos que en un estudio de movimiento habrá mucha más variación mientras más complicado sea nuestro sistema de medición. Posteriormente continuaremos estudiando los datos que obtuvimos del recorrido de Ramón. Este análisis es importante, puesto que los conceptos que estamos desarrollando para este tipo de movimiento tan común, van a ser empleados más adelante para hablar de otros tipos de movimiento, desde el de los planetas hasta el de los átomos. Por ahora vamos a mostrar una forma de escritura que simplificara nuestra definición de la rapidez promedio:

$$\text{rapidez promedio} = \frac{\text{distancia Recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Una forma más concisa de expresarlo, y que establece exactamente lo mismo, es:

$$v_{pr} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

En esta ecuación, v_{pr} es el símbolo de la velocidad promedio; Δd es el símbolo del cambio de posición y Δt es el símbolo del intervalo del tiempo transcurrido. el símbolo Δ es la cuarta letra del alfabeto griego (mayúsculas) y se llama **delta**. cuando precede a otro símbolo, significa **"cambio"**. Por lo tanto, Δd *no* significa "multiplicado por d". Por el contrario, significa **"el cambio en d"**, o **"el intervalo de la distancia"**. De la misma manera, Δt simboliza **"el cambio en t"** o **"el intervalo de tiempo"**.

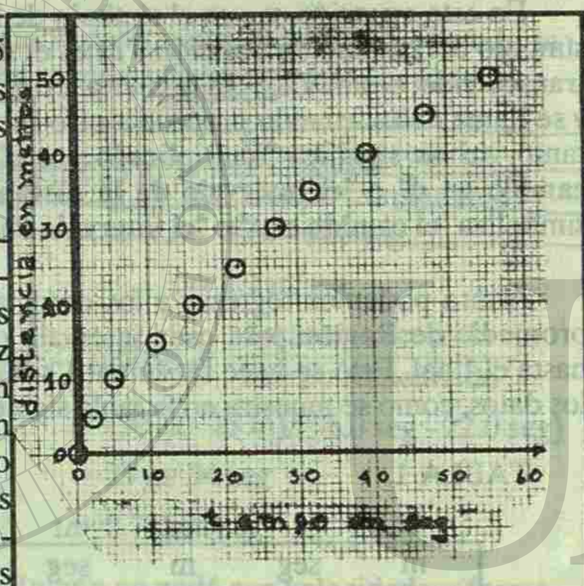
Ahora podemos regresar a los datos anteriores y calcular la rapidez promedio de Ramón para cada intervalo de 5 metros, desde el principio hasta el final. Esto se hace fácilmente, sobre todo si volvemos a organizar los datos, como se muestra en la tabla siguiente:

TABLA 1.

d m	t seg	Δd m	Δt seg	$\Delta d/\Delta t$ m/seg
0.0	0.0	5.0	2.5	2.0
5.0	2.5	5.0	3.0	1.7
10.0	5.5	5.0	5.5	0.9
15.0	11.0	5.0	5.0	1.0
20.0	16.0	5.0	6.0	0.8
25.0	22.0	5.0	4.5	
30.0	26.5	5.0	5.5	
35.0	32.0	5.0		
40.0	39.5	5.0		
45.0	47.5	5.0		
50.0	56.0			

Los valores de v_{pr} calculados a intervalos de 5 metros para la primera vuelta, están calculados en la columna de la derecha. Faltan los valores de la segunda vuelta para que ustedes los calculen.

Hay muchos detalles que podemos ver en la tabla. Si observamos la columna de la rapidez, veremos que, como era de esperarse, la rapidez de Ramón fue mayor al iniciar el recorrido. Su salto de arranque en el agua le dio más rapidez; en la mitad de la primera vuelta nadó a un ritmo bastante regular, disminuyendo su rapidez al llegar a los primeros 25 metros. Utiliza tus propias cifras para ver qué pasó en los últimos 25 metros.



Aunque hemos determinado la rapidez en varios intervalos del recorrido, seguimos considerando la rapidez *promedio*. Los intervalos son más pequeños (5 metros en lugar de 50 metros), pero todavía no sabemos los detalles de lo que pasó dentro de los intervalos de 5 metros. Sabemos que la rapidez promedio entre los 15 metros y los 20 metros fue de 1.0 m/seg, poro aun no sabemos cómo calcular la rapidez en el preciso instante en que estaba, digamos, en los 18 ó 20 metros. Aun así, el cálculo del intervalo de 5 metros entre los 15 y los 20 metros es más exacto que el del promedio del total de los 50 metros, o de las mitades, o sea de 25 metros. Luego volveremos a ver el problema para determinar la "rapidez en un determinado instante y lugar".

Frecuentemente se usan los términos **velocidad y rapidez** como sinónimos, sin embargo, en sentido estricto la **rapidez** es una **cantidad escalar** y la **velocidad** es una **cantidad vectorial**.

La cantidad vectorial tiene magnitud, dirección y sentido, mientras que la **cantidad escalar** solo tiene **magnitud**. Por lo tanto, la **rapidez** es un término aplicado a la magnitud de la **velocidad** y no especifica la dirección del movimiento.

La rapidez y la velocidad de un cuerpo, al moverse a lo largo de una línea recta, tienen el mismo valor numérico. Pero, si la rapidez a lo largo de una trayectoria curva es constante, su velocidad no se considera igual porque cambia de dirección.

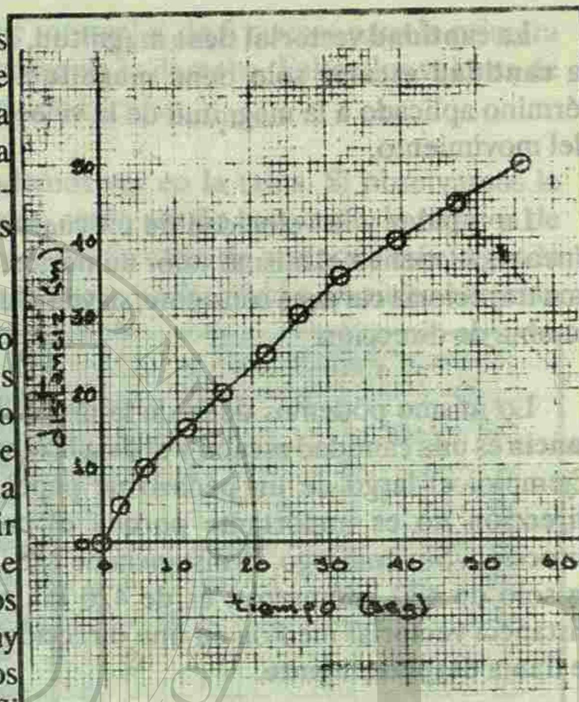
Lo mismo podemos decir de la distancia y el desplazamiento. La **distancia** es una cantidad escalar y el **desplazamiento** es una cantidad vectorial. Ejemplo: el largo de un pedazo de papel puede ser de 20 cm, pero la dirección no es importante porque el papel puede estar en cualquier dirección. Sin embargo, la distancia de México, D. F. a Acapulco, Gro., no es solo de 420 kilómetros: es de 420 km en dirección Norte-Sur. A una distancia vectorial medida en una dirección particular entre dos puntos se le llama **desplazamiento**.

4-6 GRÁFICAS DEL MOVIMIENTO Y COMO ENCONTRAR LA PENDIENTE.

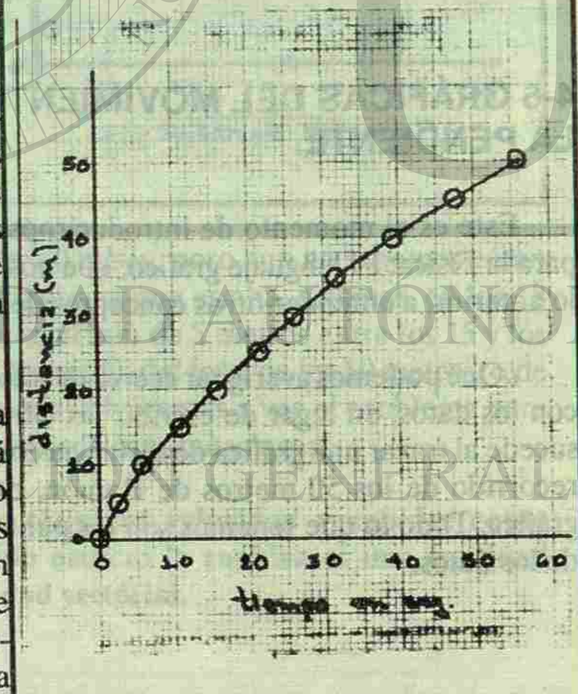
Este es el momento de introducirnos en un lenguaje de gran utilidad para la Física: El lenguaje gráfico, que nos puede conducir, combinado con lo anterior, a entender otros conceptos de la misma física.

¿Qué podemos averiguar acerca del movimiento, si hacemos una gráfica con los datos, en lugar de escribir las cifras en una tabla? Veamos lo que sucede al trazar una gráfica de distancia contra tiempo, usando los datos del recorrido de los 50 metros de Ramón, como se muestra en la siguiente gráfica. Todo lo que tenemos son los puntos que corresponden a cada uno de los datos:

Cada punto de la gráfico nos muestra el momento en que Ramón llegó a una determinada posición en su recorrido. en la siguiente gráfica hemos dibujado líneas rectas punteadas entre cada uno de los puntos.



De los datos obtenidos, no sabemos cuáles fueron los valores intermedios, por lo tanto, las conexiones mediante líneas rectas son tan solo una forma muy simple de sugerir cómo se vería la gráfica total: de hecho, las líneas rectas no nos van a dar una aproximación muy buena, porque indican cambios muy bruscos en la rapidez. Si creemos que Ramón modificó su rapidez en forma gradual, podemos obtener una aproximación mejor dibujando a través de los puntos una curva lo más suave posible. Uno de los ejemplos que podemos tener de una curva suave se muestra en la gráfica siguiente:

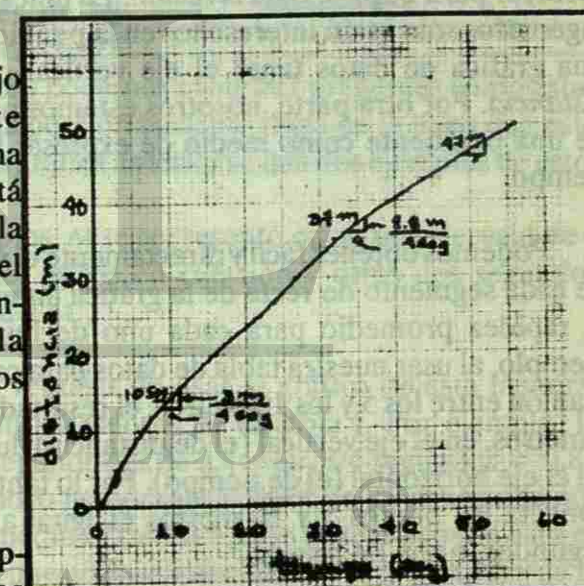


"Leemos" esta última gráfica. Se nota que la línea está más inclinada al principio. Esto quiere decir que durante los primeros segundos ocurrió un cambio de posición bastante grande. En otras palabras, Ramón empezó muy rápido, y la

inclinación de la línea nos indica qué tan rápido. De los 10 a los 20 metros la línea aparece bastante recta y no se inclina para ningún lado, lo que quiere decir que su rapidez fue constante en ese tramo. Al leer la gráfica más detalladamente, vemos que su rapidez disminuyó considerablemente hasta antes de llegar a los 25 metros, pero la aumentó justo después de la vuelta. La inclinación disminuye gradualmente desde los 30 metros hasta el final, lo cual nos indica que Ramón cada vez iba más lento. En los últimos 5 metros no hubo ningún esfuerzo final.

Visto de esta manera, la gráfica nos proporciona una representación visual del movimiento con solo echarle un vistazo. Pero este tipo de representación no nos ayuda si queremos saber los valores reales de la rapidez de Ramón en varios momentos diferentes. Para esto necesitamos medir la inclinación de la línea. Aquí tenemos que pedirle ayuda a las matemáticas, lo que haremos con mucha frecuencia.

Existe en geometría un viejo método de solucionar este problema. La inclinación de una gráfica en cualquier punto está relacionada con el cambio en la dirección vertical (Δy) y con el cambio en la dirección horizontal (Δx). Por definición, la proporción de estos cambios ($\Delta y/\Delta x$) es la pendiente.



$$\text{pendiente} = \Delta y/\Delta x$$

La pendiente es un concepto matemático que se usa frecuentemente, por ejemplo, para indicar la inclinación de una línea en cualquier gráfica. en una gráfica de distancia y tiempo, como la que usamos para el recorrido de Ramón, la posición o distancia del punto de partida generalmente se coloca en el eje vertical (la "d" está en lugar de la "y") y el tiempo en el eje horizontal (la "t" reemplaza a la "x"). Por lo tanto, en una gráfica como ésta, la pendiente de una línea recta nos la da:

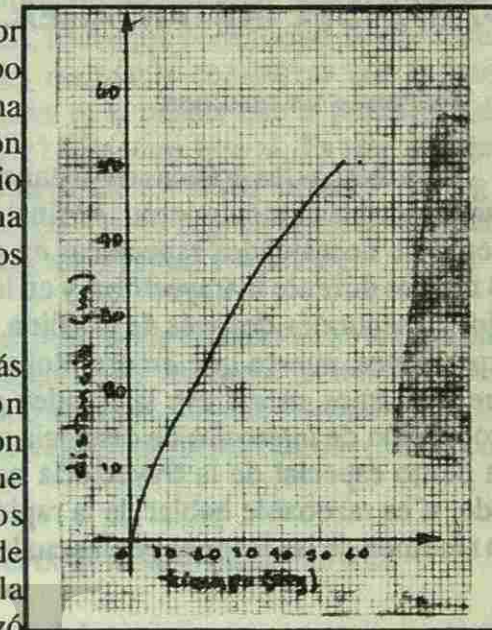
$$\text{pendiente} = \Delta d/\Delta t$$

Esto nos recuerda la definición de la rapidez promedio: $v_{pr} = \Delta d/\Delta t$. De hecho, numéricamente v_{pr} es igual a la pendiente. En otras palabras, la pendiente de cualquier segmento de recta en una gráfica de distancia contra tiempo nos da una medida de la rapidez promedio del objeto durante el intervalo.

Cuando medimos la pendiente en una gráfica, básicamente estamos haciendo lo mismo que hacen los ingenieros que construyen carreteras cuando especifican la inclinación del camino. Simplemente miden cuánto se eleva éste, y dividen esa cifra entre la distancia horizontal que uno debe recorrer para llegar a esa elevación. La única diferencia consiste en que los ingenieros solo están interesados en la pendiente física real. Por lo tanto, en una gráfica de datos tanto el eje vertical como el horizontal mostrarán *distancia*. Por otra parte, nosotros estamos usando el *concepto matemático* de una pendiente como medio de expresar la *distancia* comparada con el tiempo.

Podemos obtener fácil y directamente el valor numérico de la pendiente de cada segmento de recta de la gráfica anterior. Esto nos dará el valor de la rapidez promedio para cada uno de los intervalos de 5 metros. Por ejemplo, al usar nuestra tabla de datos para calcular la rapidez promedio de Ramón entre los 5 y los 10 metros, el resultado fue de 1.4 m/seg. El recorrió 5 metros, en el eje vertical (el de distancia) durante un lapso de 3.5 segundo en el eje horizontal (el de tiempo). Por lo tanto, la pendiente de la línea que conecta los puntos 5 y 10 metros es igual a 5 metros divididos entre 3.5 segundos, o sea 1.4 m/seg.

La pendiente, tal y como la hemos descrito aquí, no es lo mismo que la inclinación que muestra la línea sobr el papel milimétrico. Supongamos que se hubiera escogido una escala diferente para los ejes de distancia o de tiempo, haciendo la gráfica dos veces más alta o más ancha. En ese caso, la aparente inclinación de la gráfica en su totalidad sería diferente; sin embar-



go, la verdadera pendiente se mide por la proporción de las unidades de tiempo y distancia. Una Δd de 10 metros en una Δt de 5 segundo nos da una proporción de 2 m/seg, sin importar cuánto espacio hayamos usado en el dibujo o una gráfica para representar los metros y los segundo.

De hecho, la gráfica es mucho más que una simple "representación pictórica" de los valores de la tabla. Con ella podemos contestar preguntas que no podíamos sacar de los datos originales: Cuál fue la velocidad de Ramón, 10 segundos después de la salida? Qué tan rápido iba cuando cruzó la marca de los 37 metros? Ahora podemos contestar preguntas como éstas obteniendo la pendiente de una porción bastante recta de la línea que esté cerca del punto de interés. En la gráfica anterior se dan dos ejemplos de esto.

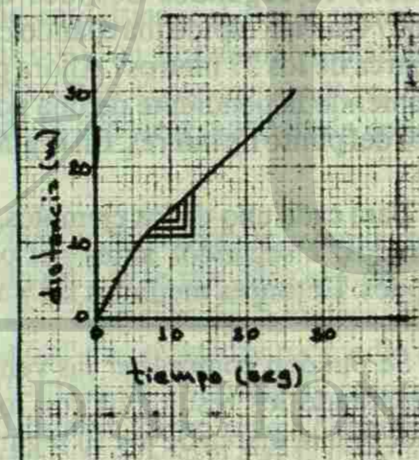
Para cada uno de los ejemplos, Δt se representó como un intervalo de 4 segundos, 2 segundos antes del punto en cuestión y otros dos segundos después. Entonces medimos Δd y Δt.

Se pueden comprobar las ventajas de usar la gráfica de esta manera, comparando los resultados con los valores de la tabla I. Por ejemplo, la rapidez en la marca de los 10 segundos es de 3.4 metros/4 segundos = 0.85 m/seg, según la gráfica. Es un poco menor que el valor de 0.9 m/seg que nos da la tabla para la rapidez promedio entre los 6 y los 11 segundos. Y esto es justamente lo que se esperaba, puesto que podemos ver la curva suave de la gráfica en realidad se vuelve menos inclinada cerca de l punto de los 10 segundos. Si esta curva suave realmente describe mejor la forma en que nadó Ramón, que la gráfica de la línea recta, entonces podemos decir que obtuvimos más información de la gráfica que de los que pusimos en ella.

4-7 RAPIDEZ INSTANTÁNEA.

Hagamos un resumen:

Estudiamos las gráficas de distancia y tiempo que pueden ser más útiles para describir el movimiento. Al final de la parte anterior hablamos brevemente de necesidades específicas en puntos especiales, como la marca de 14 metros durante la trayectoria, y en instantes particulares de tiempo como a los 10 segundos después de la salida. Quizas nos molestaron un poco esas expresiones, puesto que en ese momento admitimos que la única rapidez que podíamos medir era la rapidez *promedio*, en la que necesitamos la proporción de *intervalos* de distancia a *intervalos* de tiempo y, sin embargo, un punto especial de la trayectoria no tiene ningún intervalo. A pesar de todo, sí es razonable hablar de la rapidez en un punto. Enseguida haremos un resumen de las razones por las cuales usamos la "rapidez" en este sentido:



Recordarán que nuestra respuesta a la pregunta ¿Qué tan rápido iba Ramón en el momento de t = 10 segundos?, fue de 0.85 m/seg. Logramos esta respuesta obteniendo la pendiente de una pequeña porción de la curva cerca del punto en que "t" es igual a 10 segundos. La sección de la curva que usamos aparece a continuación:

Notarán que la parte de la curva que usamos parece ser casi una línea recta. Como lo muestra la tabla siguiente, el valor de cada intervalo de la pendiente varía muy poco cuando disminuimos el intervalo de tiempo Δt:

Δt seg	Δd m	Δd/Δt m/seg
6.0	5.4	0.9
4.0	3.4	0.85
2.0	1.7	0.86

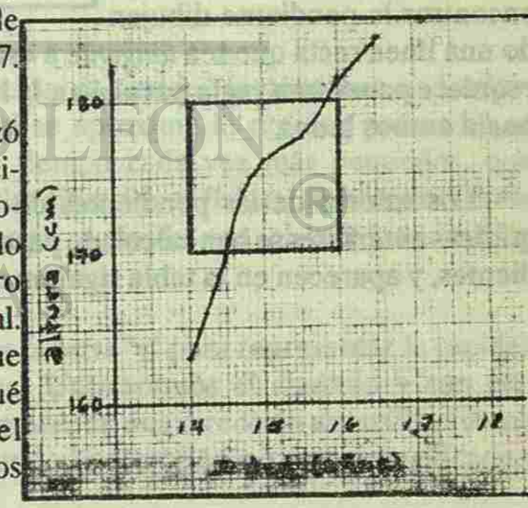
Ahora imaginemos que se va disminuyendo cada vez más el intervalo cerca del punto en que t = 10 segundos, hasta que la cantidad de curva que quede sea infinitamente pequeña. ¿Es razonable considerar que la pendiente de esa parte infinitesimal de curva es la misma que la pendiente de la recta de la cual parece formar parte? Creemos que sí. Es por eso que tomamos la pendiente de la recta que va desde t = 8 seg hasta t = 12 seg y la *llamamos* la rapidez *en* el punto medio t = 10 seg. El término correcto para esta cifra es la **rapidez instantánea** en el punto t = 10 seg.

Para calcular la rapidez instantánea de Ramón en un momento especial, medimos realmente la rapidez promedio en un intervalo de 4 segundos y después afirmamos lo anterior. Decidimos que la rapidez *instantánea* en un momento especial tiene el mismo valor que la rapidez *promedio* (Δd/Δt, con dos condiciones:

Primero, que el momento especial debe estar incluido en Δt.

Segundo, que la proporción Δd/Δt debe cubrir una parte lo bastante pequeña de la curva, como para que sea casi un segmento de recta. Bajo esta última condición la proporción no cambiará en forma notoria cuando la calculamos de nuevo con intervalos aún más pequeños.

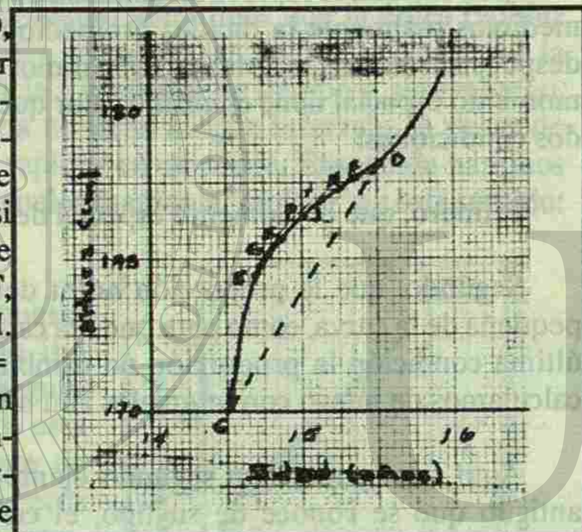
Aquí nos ayudará un segundo ejemplo concreto. En el estudio más antiguo que se conoce de su tipo, el científico francés de Monbeillard registró periódicamente la altura de su hijo durante los años 1759 a 1777.



A partir de la gráfica que trazó se pude calcular el ritmo de crecimiento promedio, o rapidez promedio de crecimiento, en el período total de 18 años, o en cualquier otro período más corto dentro del total. Sin embargo, vamos a suponer que quisiéramos saber precisamente qué tan rápido estaba creciendo el muchacho cuando llegó a cumplir los

15 años. La respuesta es evidente si amplificamos la gráfica cerca del decimoquinto año:

Su altura en esa edad nos la indica el punto **P**, y las otras letras indican instantes de tiempo a cada lado de ese tiempo. El ritmo promedio de crecimiento del muchacho en un intervalo de dos años, nos da la pendiente de la línea **AB**, mientras que la línea **CD** nos da el ritmo de crecimiento promedio en un año. En la gráfica siguiente tenemos la pendiente de la línea **EF**, que nos da el ritmo de crecimiento promedio durante seis meses, etc.



Las cuatro líneas **AB**, **CD**, **EF** y **GH** no son paralelas, y por lo tanto, sus pendientes son diferentes. Sin embargo, la diferencia de inclinación cada vez se vuelve menor. Es muy grande si comparamos **AB** y **CD**; se vuelve menor si comparamos **CD** y **EF**, y todavía menor entre **EF** y **GH**. Para intervalos menores de t = 1 año, las líneas se vuelven paralelas y gradualmente se confunden con la curva. Para intervalos muy pequeños, se puede encontrar la pendiente dibujando una línea recta que sea *tangente* **a esta curva en el punto P. Este método requiere poner una regla paralela a la línea GH en el punto P y extenderla hacia ambos lados.**

Los valores de las pendientes de los segmentos de recta en las dos gráficas anteriores se han calculado para los intervalos de tiempo correspondientes, y aparecen en la tabla siguiente:

Línea			ritmo de crec.
	Δt	Δd	$v_{pr} = \Delta d/\Delta t$
AB	2 años	19.0 cm	9.5 cm/año
CD	1 año	8.0	8.0
EF	6 meses	3.5	7.0
GH	4 meses	2.0	6.0
IJ	2 meses	1.0	6.0

Nótese que los valores de v_{pr} que se calculan para intervalos de tiempo cada vez más cortos, se acercan más y más a 6 cm/año. De hecho, para cualquier intervalo de tiempo a dos meses, v_{pr} será de 6 cm/año dentro de los límites de precisión con que se puede medir la altura. Por lo tanto, podemos decir que en el día que cumplió los 15 añoss, el joven de Montbeillard crecía a un ritmo de 6 cm/año. En ese instante de su vida, t = 15 años, ese era su ritmo instantáneo de crecimiento. También podríamos decir que era la **rapidez instantánea** de su cabeza con respecto a sus pies.

Como ya hemos dicho, la rapidez promedio de un intervalo de tiempo Δt, el la proporción de distancia recorrida con respecto al tiempo transcurrido. En símbolos:

$$v_{pr} = \Delta d/\Delta t$$

Ahora hemos añadido la defición de rapidez **instantánea** en un instante dado t: el valor límite al cual se aproxima la rapidez promedio, si calculamos v_{pr} para intervalos de tiempo cada vez más pequeños, que incluyen el instante t. En casi todas las situaciones físicas, dicho valor límite se puede calcular de manera precisa y rápida con el método descrito anteriormente.

De ahora en adelante usaremos la letra "v" para representar la rapidez instantánea definida de esta forma. Utilizaremos el símbolo $\vec{v}$ con una flechita arriba para representar la *rapidez* en una dirección específica (como por ejemplo 90 km/h al *norte*). Cuando la dirección no esté especificada y solo nos interese la magnitud (90 km/h), quitaremos la flechita y usaremos la letra "v", que representa la *magnitud* de la velocidad. Más tarde discutiremos esta diferencia entre rapidez y velocidad, y también aprenderemos por qué esta última es más importante en física.

4-8 LA ACELERACIÓN POR COMPARACIÓN.

Si observamos una fotografía de una pelota de beisbol en movimiento, nos daremos cuenta de que está cambiando de rapidez, o sea acelerandose. el aumento en la distancia entre cada imagen dará esta información, pero, ¿cómo saber **cuánta** aceleración tiene?

Para contestar a esta pregunta tenemos que entender la difinición de la aceleración, que en realidad es muy simple. Lo que tenemos que hacer realmente es aprender a **usarla** en situaciones como la anterior. Definiremos la aceleración como **el ritmo de cambio de la velocidad**. Más tarde tendremos que modificar un poco esta definición, cuando encontremos que en el movimiento el cambio de **dirección** es importante. Pero por ahora solo estamos estudiando el movimiento rectilíneo, así que podemos equiparar el ritmo de cambio de la velocidad con la aceleración.

Algunos de los efectos de la aceleración son conocidos por todo el mundo. Es la aceleración, y no la rapidez, la que sentimos cuando un elevador baja o sube de repente. La sensación que experimentamos en el estómago solo ocurre al cambiar de rapidez, no la sentimos durante la mayor parte del trayecto en el que el elevador está moviendose a un paso regular. De igual manera, las emociones de la montaña rusa y otros juegos similares en los parques de diversión, resultan de la aceleración inesperada. La rapidez en sí no provoca estas sensaciones; si así fuera, las sentiríamos igual en un avión que vuela a 650 millas por hora, o durante el continuo movimiento de la Tierra alrededor del Sol, que es de 65,000 millas por hora.

Expresada de esta manera tan simple, la rapidez es una relación entre dos objetos, donde uno de ellos se toma como referencia, mientras que el otro se mueve con respecto a él. Algunos ejemplos de esto son: la rapidez

de la Tierra con respecto a las estrellas; la rapidez de un nadador con respecto a la orilla de la alberca; o la rapidez de la cabeza de un muchacho en crecimiento con respecto a sus pies. En un tren que corre en forma pareja, solo podemos saber que estamos moviéndonos con gran rapidez por el escenario que pasa frente a nosotros. Tendríamos la misma sensación si el tren estuviese fijo de algún modo, y la tierra, los rieles, etc., pasaran corriendo en dirección opuesta. Si "perdieramos" el punto de referencia (por ejemplo, corriendo las cortinas), no podríamos saber si nos estamos moviendo o no. En contraste con esto, sí "sentimos" las aceleraciones, y no necesitamos ver por la ventanilla para darnos cuenta de que el maquinista ha arrancado de repente, o aplicado los frenos a todo lo que dan. Lo más probable es que nos peguemos contra el asiento, o el equipaje salga disparado de las rejillas.

Todo esto nos muestra la profunda diferencia **física** que existe entre el movimiento uniforme y el movimiento con aceleración, pero aquí podemos resumir las ideas principales. Por el momento vamos a enfocar nuestra atención hacia las semejanzas que existen entre los conceptos rapidez y aceleración. Para un movimiento rectilíneo:

- El ritmo de **cambio de posición** se le llama **rapidez**
- El ritmo de **cambio de la rapidez** se le llama **aceleración**.

La similitud en la forma es muy útil, puesto que nos permite usar lo que acabamos de aprender sobre el concepto de la rapidez como una guía para usar el concepto de aceleración. Por ejemplo, hemos aprendido que la pendiente de una línea en una gráfica de *distancia* y *tiempo* es una medida de *rapidez instantánea*. De la misma manera, la inclinación de una gráfica de *rapidez* y *tiempo* es la medida de la **aceleración instantánea**. Esta sección concluye con una lista de siete afirmaciones sobre el movimiento rectilíneo. Dicha lista tiene dos propósitos: (1) ayudarlos a repasar las ideas principales presentadas en este capítulo, y (2) presentar las ideas correspondientes respecto a la aceleración. Por este motivo, cada afirmación sobre la rapidez va seguida de una afirmación semejante sobre la aceleración.

- La rapidez es el ritmo de cambio de posición.
- La aceleración es el ritmo de cambio de la rapidez.
- La rapidez se expresa en unidades de distancia/tiempo
- La aceleración se expresa en unidades de rapidez/tiempo.
- La *rapidez promedio* en cualquier intervalo de tiempo es la relación entre el cambio de posición Δd y el intervalo de tiempo Δt:
- La *aceleración promedio* en cualquier intervalo de tiempo es la relación entre el cambio de rapidez Δv y el intervalo de tiempo Δt:

$$a_{pr} = \Delta v / \Delta t$$

- La *velocidad instantánea* es el valor que se obtiene por medio de la rapidez promedio, cuando disminuimos dada vez más t.
- La *aceleración instantánea* es el valor que se obtiene por medio de la aceleración promedio, cuando disminuimos cada vez más Δt.
- En una gráfica de *distancia* y *tiempo*, la *rapidez instantánea* en cualquier momento equivale a la pendiente de la línea recta tangente a la curva del punto en cuestión.
- En una gráfica de *rapidez* y *tiempo*, la *aceleración instantánea* en cualquier momento equivale a la inclinación de la línea recta tangente en el punto en cuestión.
- En el caso particular de **rapidez constante**, la gráfica de distancia contra tiempo será una línea recta, y por lo tanto, la rapidez instantánea tendrá el mismo valor en cualquier punto de la gráfica. Más aún, esta cifra será igual a la rapidez promedio calculada para todo el trayecto.

- En el caso particular de **aceleración constante**, la gráfica de rapidez contra tiempo será una línea recta, y por lo tanto, la aceleración instantánea tendrá el mismo valor en cualquier punto de la gráfica. Más aún, esta cifra será igual a la aceleración promedio calculada para todo el trayecto.
- Cuando la rapidez es constante, su valor puede calcularse por medio de cualquier Δd y Δt correspondientes.
- Cuando la aceleración es constante, su valor puede calcularse por medio de cualquier Δv y Δt correspondientes. Es útil recordar esto porque la aceleración constante es el tipo de movimiento que vamos a encontrar con mayor frecuencia en los capítulos siguientes.

4-9 TIPOS DE MOVIMIENTO.

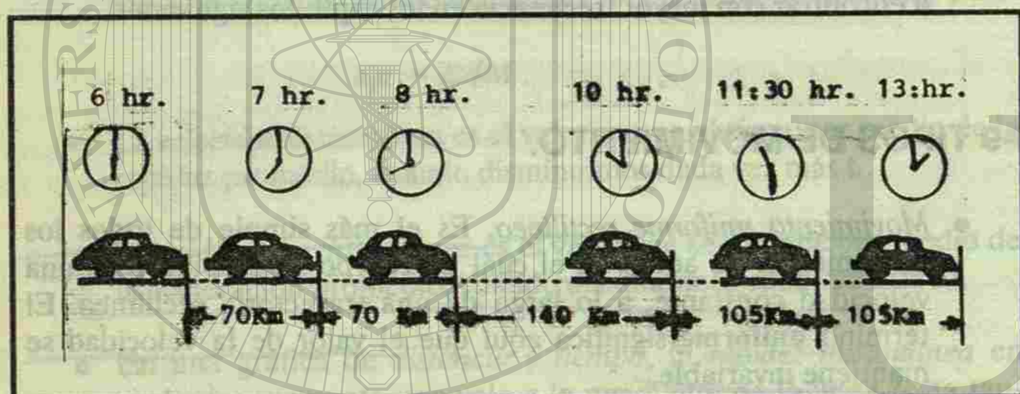
- *Movimiento uniforme rectilíneo*. Es el más simple de todos los movimiento. Es aquel en el cual un cuerpo se desplaza con una velocidad constante, a lo largo de una trayectoria reclilínea. El término **uniforme** significa aquí que el valor de la velocidad se mantiene invariable.
- *Movimiento curvilíneo*. Se le llama así al movimiento a lo largo de una trayectoria curva. Cuando una partícula se mueve sobre una curva, puede tener una rapidez constante o una rapidez variable. En este caso se usa el término rapidez en lugar de velocidad, porque la trayectoria no es recta. Una rapidez constante se define como la que hace **recorrer distancias iguales en intervalos de tiempo iguales**, siendo medidas las distancias a lo largo de la trayectoria curva.
- *Movimiento rectilíneo uniforme variado*. Al igual que el movimiento uniforme rectilíneo, el cuerpo se desplaza en una trayectoria rectilínea, pero la velocidad va aumentando cantidades iguales en lapsos iguales de tiempo.

4-10 EJEMPLOS SOBRE RAPIDEZ CONSTANTE.

Analicemos el siguiente suceso:

Una persona realiza un viaje por carretera. En ciertos lapsos de tiempo checa el kilometraje recorrido de la siguiente manera: al empezar el viaje su reloj marca las 6:00 horas y el marcador indica 30,440 km; a las 7:00 horas indica 30,510 km; a las 8:00 horas indica 30,580 km; a las 10:00 horas indica 30,720 km; a las 11:30 horas indica 30,825 km y a las 13:00 horas indica 30,930 km.

Podemos observar lo siguiente:



6:00 h	7:00 h	8:00 h	10:00 h	11:30 h	13:00 h
30,440 km	30,510 km	30,580 km	30,720 km	30,825 km	30,930 km

Aplicando las ecuaciones:

$$\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$$

$$\Delta t = t - t_o$$

$$\Delta d = d_{final} - d_{inicial}$$

$$\Delta d = d - d_o$$

El primer intervalo de tiempo es de 1 hora (7:00h - 6:00 h) y la distancia recorrida es de 70 km (30,510 km - 30,440 km). Siempre tomaremos el inicio como punto de referencia.

El segundo intervalo de tiempo es de 2 h (8:00 h - 6:00 h), y la distancia recorrida es de 140 km (30.580 - km - 30,440 km).

El tercer intervalo de tiempo es de 4 h y la distancia recorrida es de 280 km.

El cuarto intervalo de tiempo es de 5.5 h y la distancia recorrida es de 385 km.

El quinto intervalo de tiempo es de 7 h y la distancia recorrida es de 490 km.

Los colocaremos de la siguiente manera:

Distancia recorrida:

d	70 km	140 km	280 km	385 km	490 km

Tiempo empleado por el auto:

t	1 h	2 h	4 h	5.5 h	7 h

Ahora agregamos un tercer renglón, donde ponemos la división (razón) **d/t** de cada una de las columnas. Así tenemos:

d/t	70 km/h	70 km/h	70 km/h	70 km/h	70 km/h

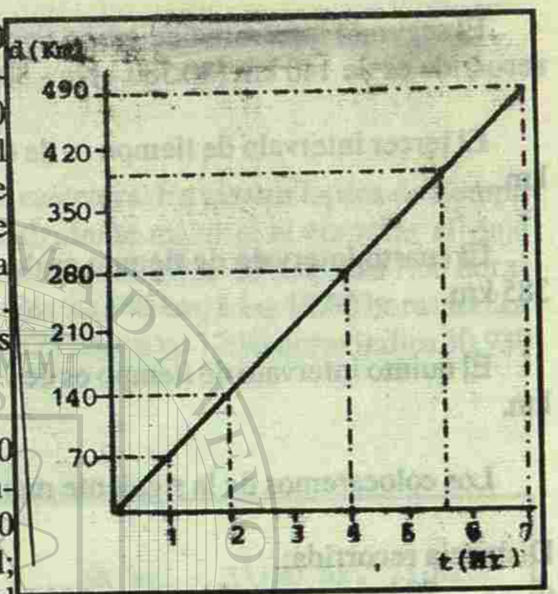
Para encontrar cómo están relacionadas entre sí **d** y **t**, es más informativo trazar una gráfica con las dos cantidades medidas, como aparece en la figura.

Grafiquemos en un par de ejes coordenados, distancias recorridas contra tiempo, cada una de las columnas del primer cuadro, considerando cada columna como un punto.

Marcamos sobre el eje horizontal (representa el tiempo) secciones de la misma magnitud, para que se puedan colocar todas las lecturas que corresponden a este eje.

Después marcamos sobre el eje vertical, secciones de la misma magnitud que nos permitan completar en nuestro espacio de papel la cantidad de lecturas.

Tomenos el primer punto (70 km:1h). Sobre el eje vertical encontramos el punto que indica 70 km y trazamos una línea horizontal (paralela al otro eje). En el eje horizontal localizamos el punto que indica 1 hora y trazamos una línea vertical (paralela al otro eje). Donde se crucen las dos líneas tendremos el primer punto.



Para el segundo punto (140 km:2h). Sobre el eje vertical encontramos el punto que indica 140 km y trazamos una línea horizontal; y en el eje horizontal localizamos el punto que indica 2 h y trazamos una línea vertical. Donde se crucen las dos líneas tendremos el punto.

Con las otras tres columnas procedemos de igual forma para obtener loas otros tres puntos de la gráfica. Al unirlos vemos que se genera una línea recta.

Ya con estos conocimientos prácticos, vamos a repasar los siguientes conceptos:

$$v = \Delta d/\Delta t$$

Con el ejemplo anterior, tenemos:

$$\Delta d = d - d_o$$
$$\Delta t = t - t_o$$

Donde **d** es la lectura de distancia final y $\mathbf{d_o}$ la lectura de la distancia inicial; **t** es la lectura de tiempo final y $\mathbf{t_o}$ es la lectura del tiempo inicial. Por lo tanto, tenemos:

$$v = \frac{d - d_o}{t - t_o}$$

Que si observamos bien, fue lo que hicimos al calcular el tercer renglón de nuestro ejemplo.

Si $d_o = 0$ y $t_o = 0$, entonces:

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

$$v = d/t$$

De la gráfica también podemos deducir la fórmula de la velocidad constante.

Cuando se grafica y se obtiene una línea continua (como en el ejemplo) a través de los puntos, el resultado es una línea recta. Además, esta línea recta pasa a través del origen $d = 0$ y $t = 0$. Del hecho de que la gráfica es una línea recta, se deduce que las dos cantidades **d** y **t** son proporcionales una de otra.

$$d \propto t$$

$\propto$ = Símbolo de proporcionalidad, que hace que lo anterior se lea: distancia recorrida proporcional al tiempo transcurrido.

Para transformarla en una igualdad, reemplazamos el signo de proporcionalidad por una constante:

$$d = kt$$

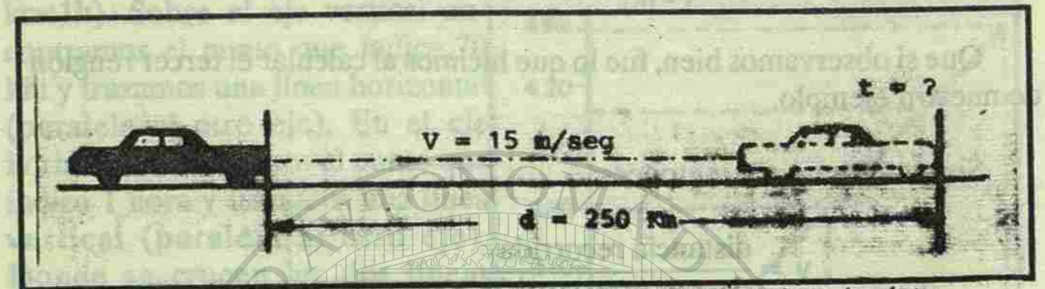
llamando "v" a esta constante, $v = k$, tenemos:

$$d = vt$$

despejando

$$v = d/t$$

Ejemplo # 1.



Si un automóvil viaja con una rapidez constante de 15 m/seg, ¿cuánto tardará en llegar a un punto situado a 210 km?

Solución:

Por ser rapidez constante, usamos la ecuación v = d/t

$v = d/t$ por defición

$t = d/v$ despejando

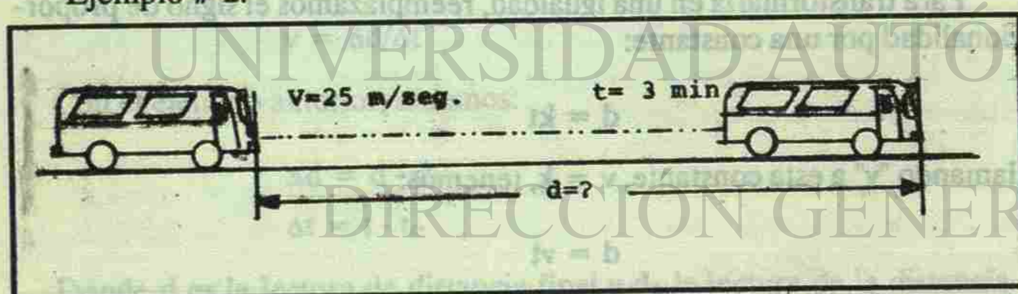
$t = 210 \text{ km}/15 \text{ m/seg}$

$t = 210{,}000 \text{ m}/15 \text{ m/seg}$

$t = 2.1 \times 10^5/1.5 \times 10^1 \text{ m/seg}$

$t = 1.4 \times 10^4 \text{ seg}$

Ejemplo # 2.



Si un cuerpo se mueve con una rapidez constante de 25 m/seg, calcular la distancia recorrida después de 3 min.

$v = d/t$ por defición

$d = v/t$ despejando

$d = 25 \text{ m/seg} \times 3 \text{ min}[60 \text{ seg/min}]$

$d = 25 \text{ m/seg} \times 180 \text{ seg}$

$d = 4{,}500 \text{ m}$

4-11 CONVERSIÓN DE UNIDADES DE VELOCIDAD

Para la conversión de un tipo de unidades de velocidad a otro, usaremos el concepto de **factor de conversión**. Para ello veamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo No. 1.

Transformar 45 km/h a m/seg.

1.- Busquemos las equivalencias de kilómetros a metros y de horas a segundos.

$$1000 \text{ m/km} = 10^3 \text{ m/km}$$

$$3{,}600 \text{ seg/h} = 3.6 \times 10^3 \text{ seg/h}$$

2.- Establezcamos estos factores de conversión con el dato dado.

$$45\,\frac{\text{km}\,[10^3 \text{ m/km}]}{\text{h}\,[3.6 \times 10^3 \text{ seg/h}]}$$

3.- Resolvamos:

$$45\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{45 \times 10^3}{3.6 \times 10^3 \text{ seg}}$$

$$= 12.5 \text{ m/seg}$$

Ejemplo No. 2.

Transformar 10 m/seg a kilómetros por hora.

Para transformar de m/seg a km/h se hará de forma inversa:

$$10\,\frac{m}{seg} = \frac{10\ m \times [3.6 \times 10^3\ seg/h]}{seg\ [10^3\ m/km]}$$

$$= 10 \times 3.6\ km/h$$

$$= 36\ km/h$$

Resolver inmediatamente:

1.- Transformar 30 km/h a m/seg

2.- Convertir 80 km/h a m/seg

3.- Convertir 50 m/seg a km/h

4.- Transformar 60 m/seg a km/h.

UNIDAD 5

ACELERACIÓN

Algunos efectos de la aceleración son conocidos por todo el mundo. Es la aceleración y no la rapidez, la que sentimos cuando un elevador sube o baja de repente. La senzación que experimentamos en el estómago solo ocurre al cambiar la rapidez, no la sentimos en la mayor parte del trayecto en el que el elevador está funcionando a un paso regular. De igual forma, las emociones de la montaña rusa y otros juegos similares en los parques de diversiones resultan de la aceleración inesperada. Esto lo comprenderás mejor al finalizar esta unidad, ya que serás capaz de:

OBJETIVOS:

1.- Definir aceleración, aceleración uniforme y aceleración variable.

2.- Distinguir las unidades de velocidad y acleración.

3.- Mencionar las unidades de velocidad y aceleración.

4.- Calcular, a partir de la definición, la aceleración de un cuerpo.

5.- Graficar, a partir de datos obtenidos en experimentación o dados en algún problema, sobre un par de ejes coordenados, la aceleración uniforme.

6.- Reconocer las cuatro ecuaciones generales del movimiento acelerado.

7.- Seleccionar la ecuación adecuada para la solución de problemas de movimiento uniforme acelerado.

8.- Aplicar las ecuaciones generales del movimiento aclerado, en la solución de problemas.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee el capítulo 5 en forma general y rápida.

2.- Una segunda lectura para subrayar lo más importante del tema.

3.- Extracta un resumen del capítulo.

4.- Has un poster con las cuatro ecuaciones generales del movimiento acelerado.

5.- Analiza los problemas resueltos en forma minusiosa.

6.- Resuelve los problemas de la autoevaluación, tratando de llegar a los resultados que se te indican.

REQUISITO.

Para tener derecho a evaluar esta unidad, deberás entregar en hojas tamaño carta, completamente resueltos y excelente presentación, los problemas del 8 al 14 del capítulo 6 de tu libro.

CAPÍTULO 5.

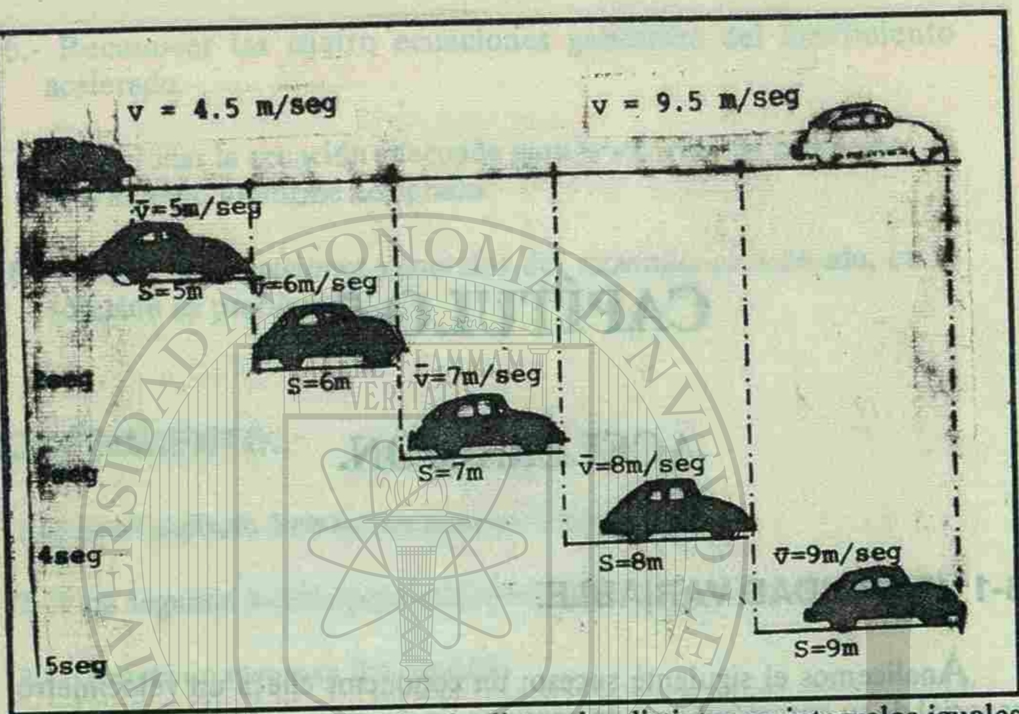
ACELERACIÓN.

6-1 VELOCIDAD VARIABLE.

Analicemos el siguiente suceso: un conductor checa un velocímetro especial de su automóvil cuando pasa por un punto marcado como 0 (cero) u origen (punto de referencia), e indica 4.5 m/seg y su cronómetro marca 3 seg. Al pasar por una marca a los 5 m del punto de origen, su cronómetro marca 4 seg. Al pasar por una marca a los 11 m, indica 5 seg, a los 18 m, indica 6 seg; a los 26 m, indica 7 seg y a los 35 m indica 8 seg. En su velocímetro marca una velocidad de 9.5 m/seg.

En este caso podemos observar lo siguiente:

v = 4.5 m/seg	v = 9.5 m/seg
d_1 = 5 m - 0 = 5 m	t_1 = 4 seg - 3 seg = 1 seg
d_2 = 11 m - 5 m = 6 m	t_2 = 5 seg - 4 seg = 1 seg
d_3 = 18 m - 11 m = 7 m	t_3 = 6 seg - 5 seg = 1 seg
d_4 = 26 m - 18 m = 8 m	t_4 = 7 seg - 6 seg = 1 seg
d_5 = 35 m - 26 m = 9 m	t_5 = 8 seg - 7 seg = 1 seg



Es decir, se están recorriendo distancias distintas en intervalos iguales de tiempo. Esta es la definición de **velocidad variable**, ya que si calculamos la velocidad media en cada intervalo de tiempo, obtendremos:

$$v_1 = \frac{5\ m}{1\ seg} = 5\ m/seg$$

$$v_2 = \frac{6\ m}{1\ seg} = 6\ m/seg$$

$$v_3 = \frac{7\ m}{1\ seg} = 7\ m/seg$$

$$v_4 = \frac{8\ m}{1\ seg} = 8\ m/seg$$

$$v_5 = \frac{9\ m}{1\ seg} = 9\ m/seg$$

del mismo ejemplo podemos interpretar lo siguiente:

$$\Delta v_1 = v_2 - v_1 = 6\ m/seg - 5\ m/seg = 1\ m/seg$$

$$\Delta v_2 = v_3 - v_2 = 7\ m/seg - 6\ m/seg = 1\ m/seg$$

$$\Delta v_3 = v_4 - v_3 = 8\ m/seg - 7\ m/seg = 1\ m/seg$$

$$\Delta v_4 = v_5 - v_4 = 9\ m/seg - 8\ m/seg = 1\ m/seg$$

En estas ecuaciones, la letra delta (Δ) es utilizada para indicar que existe un incremento o una disminución en la cantidad que se trate.

Es decir, por cada segundo de tiempo transcurrido, el auto está aumentando su velocidad en 1 m/seg. La aceleración específica se define como el cambio de velocidad por unidad de tiempo, por lo tanto, la observación anterior se podría expresar como sigue:

La velocidad del cuerpo está cambiando a razón de 1 m/seg cada segundo, lo que equivale a:

1 m/seg/seg

ó bien

1 m/seg^2.

Claro que esa observación es demasiado sencilla, pero sin necesidad de hacer lo anterior, podríamos calcular la aceleración conociendo por lo menos tres de los siguientes datos:

Velocidad inicial, velocidad final, distancia total recorrida y tiempo total.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{por definición} \quad (4)$$

$$a = \frac{v - v_o}{t - t_o} \quad (5)$$

$$a = \frac{v - v_o}{t} \quad \text{Si se tomar el tiempo de partida como cero, } t_o = 0 \quad (6)$$

Con el uso de estas ecuaciones podemos calcular la aceleración del ejemplo anterior. Así tenemos que:

$$a = \frac{v - v_o}{t - t_o} \qquad \text{sustituyendo datos}$$

$$a = \frac{9.5 \text{ m/seg} - 4.5 \text{ m/seg}}{8 \text{ seg} - 3 \text{ seg}}$$

$$a = 5 \text{ m/seg}/5 \text{ seg}$$

$$a = 1 \text{ m/seg/seg}$$

$$a = 1 \text{ m/seg}^2$$

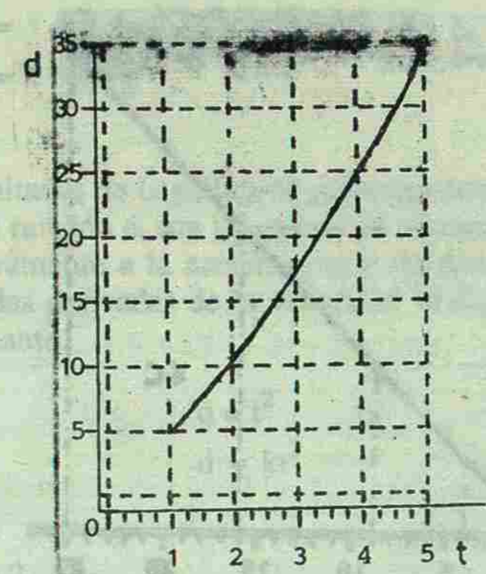
Si deseamos analizar el problema en forma gráfica. Procedamos a establecer los datos en el siguiente cuadro:

1	v_o	4.5m/s	4.5m/s	4.5m/s	4.5m/s	4.5m/s	4.5m/s
2	d	5.0 m	11.0 m	18.0 m	26,0 m	35.0 m	0.0 m
3	t	1.0 s	2.0 s	3.0 s	4.0 s	5.0 s	0.0 s
4	t^2	1.0 s^2	4.0 s^2	9.0 s^2	16.0 s^2	25.0 s^2	0.0 s^2
5	v_ot	4.5 m	9.0 m	12.5 m	18.0 m	22.5 m	0.0 m
6	d- v_ot	0.5 m	2.0 m	4.5 m	8.0 m	12.5 m	0.0 m

Los renglones 1, 2 y 3 del cuadro anterior, son datos del problema. Las cantidades del renglón 4 se obtienen elevando al cuadrado los datos del renglón 3. El renglón 5 se obtiene multiplicando cada uno de los datos del renglón 1 con los del renglón 3. Los del renglón 6 se obtuvieron restando los datos del renglón 2 de los del renglón 5.

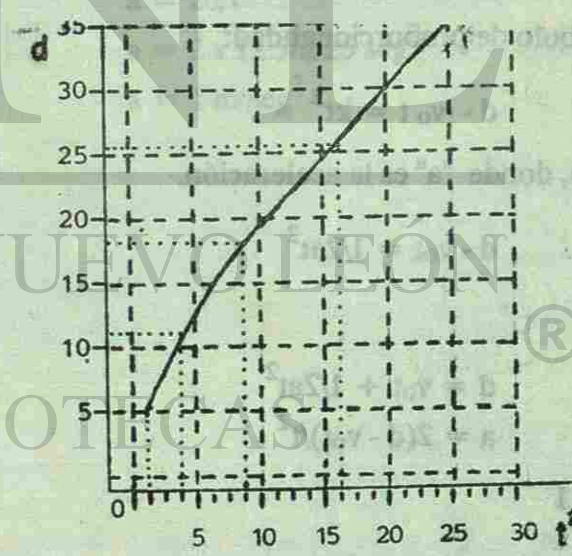
Si graficamos los datos del renglón 2 con los del renglón 3, obtenemos la gráfica 6 A, la cual nos da una línea curva.

Si graficamos los datos del renglón 2 con los del renglón 4, obtenemos la gráfica 6 B.

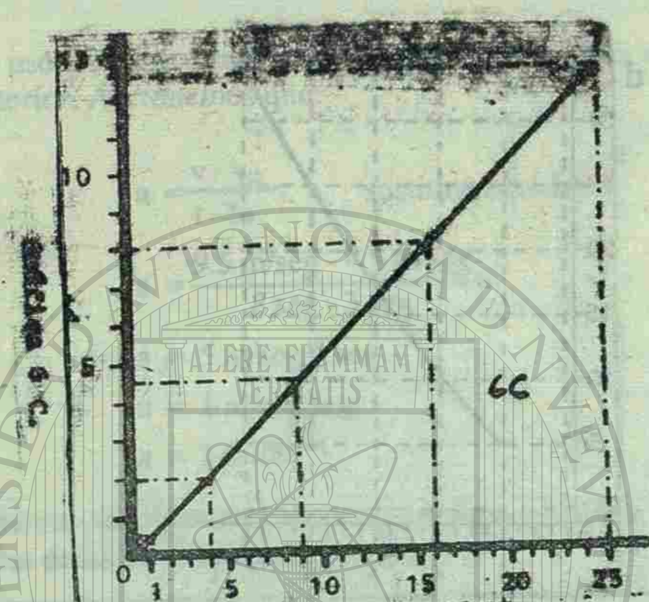


Gráfica 6 A.

Y graficando los datos del renglón 6 con los del renglón 4, obtenemos la gráfica 6 C. En esta gráfica obtenemos una línea recta.



Gráfica 6 B.



Haciendo la misma consideración que se hizo con la gráfica de movimiento constante, ya que obtuvimos una línea recta, tenemos:

$$d - v_0 t \propto t^2$$

quitando el símbolo de proporcionalidad:

$$d - v_0 t = kt^2$$

siendo $k = 1/2a$, donde "a" es la aceleración.

$$d - v_0 t = 1/2at^2$$

despejando

$$d = v_0 t + 1/2at^2$$
$$a = 2(d - v_0 t)/t^2$$

Ejemplo # 1

$$d = 5.0 \text{ m}, \; t = 1 \text{ seg}, v_0 = 4.5 \text{ m/seg}$$
$$a = 2(5 \text{ m} - 4.5 \text{ m/seg}/1 \text{ seg})/1 \text{ seg}^2$$

$$a = 1 \text{ m}/1 \text{ seg}^2$$
$$a = 1 \text{ m}/\text{ seg}^2$$

De los resultados de la gráfica 6c podemos concluir que las distancias obtenidas en el renglón 6, son las distancias recorridas por el movimiento debido exclusivamente a la aceleración; y las distancias obtenidas en el renglón 5 son las derivadas de la velocidad inicial, si actuará como una velocidad constante.

$$d \propto t^2$$
$$d = kt^2$$

Ejemplo # 2

$$d = 1/2 \; at^2$$
$$d = 12.5\text{m}, \; t = \text{seg}, \; a = ?$$

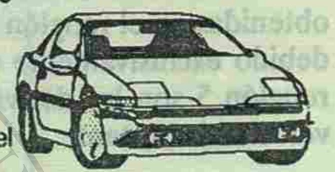
despejando: $a = 2d/t^2$

$$a = 2 \times 12.5\text{m}/25 \text{ seg}^2$$
$$a = 1 \text{ m/seg}^2$$

LA GRAN CARRERA (CUENTO)

-¡ Miren cuánta gente!

- Es que hoy es el gran duelo entre dos grandes de las carreras.



- Oye, Esteban, ¿los ves?.

- Sí, sí ¡miren!, el del automóvil azul es Raúl y el del anaranjado es Mario.

- Fíjense en el marcador. Hoy habrá una novedad. ¿Ven esos velocímetros? Pues en ellos podemos ver las velocidades a las que vayan corriendo cada uno de los competidores.

- Además, en el marcador hay un reloj.

- Ya va a empezar la carrera.

- Yo le voy a Mario.

- ¡Cállense!, que ya empieza.

- ¿Vieron? ¡Qué acelerón dio Mario!

- ¿Qué es la aceleración?

- Cuando un cuerpo, por ejemplo, el automóvil, cambia su velocidad, se dice que está experimentando una aceleración. Como vieron, Raúl cambió su velocidad de 0 (ya que estaba parado o en reposo) a 60 km/hr. Por lo tanto, aceleró.

- Mario también aceleró, pues cambió su velocidad.

- Sí, pero solamente de 0 a 40 km/hr.

- No dejes que te rebasen, Raúl.

- Aaaah...

- Malvado gato, al atravesarse ocasionó que Mario frenase.

- Entonces, al frenar, cambió su velocidad, ¿verdad?

- Y por lo tanto, también aceleró.

- Sí, pero ahora la aceleración fue negativa

- ¡Qué frenazo tan brusco dio Mario!

- Sí, ¿vieron?, cambió su velocidad de 200 km/h a 30 km/h en 5 seg.

- Su aceleración hubiera sido otra si hubiera cambiado su velocidad en media hora, ¿verdad?

- ¿Y por qué otra aceleración, si el cambio de velocidad es el mismo?

- No, no es la misma aceleración, porque como viste, Mario cambió su velocidad en 5 seg y lo hizo en forma tremendamente violenta.

- Si hubiese cambiado de 200 a 30 km/h en media hora, su movimiento hubiera sido más gradual y no se habrían gastado tanto las llantas.

- Sí, pues en ese caso, el cambio de velocidad hubiera ocurrido en un tiempo mayor.

- Entonces, mientras menor sea el tiempo en que ocurre un cambio de velocidad, ¿mayor es la aceleración?

- Así es, mayor aceleración significa cambio de velocidad más brusco.

- Mientras menor sea la aceleración, más suave será el cambio de velocidad.

- ¡Miren!, ya vienen en la recta final.

- Y Raúl viene adelante... ¡Raúl gana!

- Qué mala suerte la de Mario, si no hubiera sido por el gato, seguramente habría ganado.

- Sí, logró acercarse mucho a Raúl, a pesar de que tuvo que frenar. Recuperó mucho tiempo.

LA DISCUSIÓN DE LA CARRERA DE AUTOS.

- Todavía no entiendo eso de que la aceleración es mayor, ¿cuando qué?

- Cuando el cambio de velocidad ocurre en menor tiempo.

- Vengan y hagamos unos cálculos.

- Para empezar, calcularemos el cambio de velocidad de Mario, cuando se le cruzó el gato. Cambio de vel. = $vel_{fin} - vel_{inic}$

- Entonces, cuando frenó Mario ¿cuál fue el cambio de velocidad?

- La velocidad final fue de 30 km/h, según indicó el marcador.

- Y la velocidad inicial fue de 200 km/h: $v = 30$ km/h y $v_o = 200$ km/h.

- Transformando a m/seg, $v = 8.33$ m/seg y $v_o = 55.55$ m/seg.

- Por lo tanto:

$$\text{cambio de vel} = vel_{fin} - vel_{inic}$$

$$v = v - v_o$$

$$v = 30 \text{ km/h} - 200 \text{ km/h}$$

$$v = 8.33 \text{ m/seg} - 55.55 \text{ m/seg}$$

$$v = -47.22 \text{ m/seg}$$

- ¡Se obtiene un número negativo! ¿y eso?

- No te asustes, el número negativo nos indica que la velocidad del automóvil disminuye, o sea, que frenó. El coche tuvo que reducir su velocidad inicial en 170 km/h. (47.22 m/seg) para llegar a 30 km/h (8.33 m/seg), ¿ de acuerdo?.

- Susana, ¿en cuánto tiempo frenó Mario?

- En 5 segundos.

- La aceleración de un cuerpo se define de la siguiente manera: Cambio de velocidad por unidad de tiempo, y se puede calcular de la siguiente forma:

$$\text{aceleración} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{Tiempo en que ocurre el cambio de velocidad}}$$

$$\mathbf{a = \Delta v/ \Delta t}$$

- Sustituyendo en esta fórmula los valores, tenemos:

$$\text{aceleración} = \frac{-47.22 \text{ m/seg}}{5 \text{ seg}}$$

$$a = -9.44 \text{ m/seg/seg}$$

$$a = -9.44 \text{ m/seg}^2$$

- ¿Y si hubiera frenado en media hora?

- Media hora son 1800 seg.

- En ese caso, la aceleración hubiera sido:

$$\text{aceleración} = \frac{-47.22 \text{ m/seg}}{1800 \text{ seg}}$$

$$a = -0.0262 \text{ m/seg}^2$$

- En este caso, el valor de la aceleración fue menor que en el primero, y como también recordarán, el movimiento hubiera sido más gradual.

- Eso es lo que nos decía Héctor; mientras mayor es la aceleración, más violento es el movimiento.

- Todavía estoy intrigado por lo del signo. Daniel dice que la aceleración fue negativa porque Mario frenó. Entonces, ¿qué sucedió al arrancar?

- Ya te la pusieron difícil Daniel.

- ¡Tranquilos! No se alboroten. Recordemos que Raúl arrancó y cambió su velocidad de 0 a 60 km/h (16.67 m/seg) en 2 segundos.

- Bien.

- En este caso:

$$v_{inic} = 0 \text{ km/h}$$

$$v_{fin} = 60 \text{ km/h}$$

$$= 16.67 \text{ m/seg}$$

$$\text{cambio de velocidad} = 16.67 \text{ m/seg} - 0$$

$$= 16.67 \text{ m/seg}$$

- El tiempo en que ocurrió este cambio fue de 2 segundos.

$$\text{aceleración} = \frac{16.67 \text{ m/seg}}{2 \text{ seg}}$$

$$= 8.33 \text{ m/seg/seg}$$

$$= 8.33 \text{ m/seg}^2$$

- Como pueden ver, si la velocidad disminuye, la aceleración es negativa, mientras que si la velocidad aumenta,la aceleración es positiva.

- O dicho en lenguaje más claro: si frenas, tienes aceleración negativa; y si arrancas, tienes aceleración positiva.

5-2 FÓRMULAS DEL MOVIMIENTO ACELERADO.

Por definición Ec. (6):

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$

despejando, tenemos:

$$v = v_o + at$$

El espacio recorrido en el tiempo t:

$$d = v\,t \qquad (10)$$

$$v = (v + vo)/2 \qquad (11)$$

Sustituyendo 11 en la Ec. 10, tenemos:

$$d = \frac{v + v_o}{2} \cdot t$$

Despejando t en las Esc. (1) y (11), tenemos:

$$t = \frac{v - v_o}{a}$$

$$t = \frac{2d}{v - v_o}$$

Dos cantidades iguales a una tercera, son iguales entre sí, por lo tanto:

$$\frac{v - v_o}{a} = \frac{2d}{v + v_o}$$

$$(v - v_o)(v + v_o) = 2d$$

$$v^2 - v_o^2 = 2ad$$

$$v^2 = v_o^2 + 2ad \qquad \text{(III)}$$

Sustituyendo la Ec. (I) por la Ec. (II), tenemos:

$$d = \frac{(v_o + at) + v_o}{2}\ t$$

$$d = \frac{v_o + at + v_o}{2}\ t$$

$$d = \frac{(2v_o + at)\ t}{2}$$

$$d = v_o t + 1/2at^2 \qquad \text{(IV)}$$

Estas cuatro fórmulas siempre nos servirán para calcular cualquier dato que necesitemos saber. Esos datos pueden ser cualquiera de las variables que intervengan en las ecuaciones.

6-3 COMO SELECCIONAR LA ECUACIÓN ADECUADA PARA LA SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE MOVIMIENTO ACELERADO.

Para seleccionar la ecuación adecuada en un problema de movimiento acelerado, debemos tomar muy en cuenta todos los datos del problema.

Ejemplo # 3:

Un cuerpo parte desde el reposo y adquiere una velocidad de 12 m/seg en un tiempo de 3 seg. Calcular:

a) su aceleración,

b) la distancia recorrida durante ese tiempo.

Solución

Primer paso: identificar los datos del problema.

datos: vo = 0. Como regla general, siempre que un cuerpo parte desde el reposo la velocidad de éste es nula, por lo tanto, es igual a cero. v = 12 m/seg. t = 3 seg.

Segundo paso: identificar la o las incógnitas del problema.

Incógnitas: a = ? y d = ?

Tercer paso: Una vez que ya tenemos todos los datos del problema y las incógnitas bien identificadas, debemos cerciorarnos de que todos los datos estén en las mismas unidades. En caso de que no lo estén, hay que transformarlas para que queden en el mismo sistema de unidades.

Cuarto paso: Una vez realizados los pasos anteriores, procedemos a examinar las cuatro fórmulas generales del movimiento acelerado. Este análisis se hace con el fin de seleccionar las fórmulas que contengan la primera incógnita.

Así tenemos que las 4 fórmulas generales son:

$$v = v_0 + at \qquad (I)$$

$$d = (v + v_0)t/2 \qquad (II)$$

$$v^2 = vo^2 + 2ad \qquad (III)$$

$$d = vot + 1/2at^2 \qquad (IV)$$

Notamos que en las ecuaciones I, III, y IV aparece la primera incógnita, o sea la aceleración (a). Posiblemente podamos resolver directamente el problema.

Quinto paso: Este paso consiste en descartar las fórmulas que contengan otra incógnita. Por ejemplo, en la ecuación III tenemos la aceleración de incógnita, pero también tenemos la distancia que es otra incógnita, y la ecuación no se puede resolver cuando hay dos. La única ecuación con la cual podemos calcular directamente la aceleración es la Ec.

$$v = v_0 + at$$

Despejando la incógnita:

$$a = (v - v_0)/t$$

Sustituyendo:

$$a = 12 \text{ m/seg} - 0/3 \text{ seg}$$

$$a = 4 \text{ m/seg}^2$$

Ahora bien suponiendo que no hemos calculado nada, procedamos de igual forma para calcular la distancia. Primero identificamos las fórmulas que contienen distancia: Ecs. II, III y IV; después del mismo modo que cuando calculamos la aceleración, identificamos la Ec. que contiene únicamente la incógnita. Como supusimos que no se había calculado nada, entonces la única fórmula que nos queda es la Ec. II.

$$d = (v - v_0)t/2$$

Sustituyendo datos:

$$d = \frac{(12 + 0) \times 3 \text{ seg}}{2}$$

$$d = 18 \text{ m}$$

Como comprobación de los resultados obtenidos, escogemos una ecuación cualquiera y sustituimos todos los valores. Así que:

$$(12\ m/seg)^2 = (0)^2 + 2(4\ m/seg^2)(18\ m)$$

$$144\ m^2/seg^2 = 144\ m^2/seg^2$$

Como nos dió una igualdad, esto nos indica que los resultados que obtuvimos de la aceleración y la distancia son correctos.

Ejemplo # 4.

Un tren viaja a 5 m/seg, cuando de repente se abre completamente el acelerador a lo largo de una distancia de 1 km. Si la aceleración es de 0.1 m/seg^2 ¿Cuál es la velocidad final?

Solución: si analizámos las 4 fórmulas generales del movimiento acelerado, vemos que solo la Ec. [1] se puede usar, ya que conocemos la velocidad inicial, la aceleración y la distancia recorrida, por lo cual queda una sola incógnita (v). Por sustitución directa en esta ecuación, tenemos.

$v^2 = v_0^2 + 2ad$

$$v^2 = (5\ m/seg^2) + 2(0.1\ m/seg^2)(1000\ m)$$

$$v^2 = 25\ m^2/seg^2 + 200\ m^2/seg^2$$

$$v^2 = 225\ m^2/seg^2$$

$$v = (225\ m^2/seg^2)^{+}$$

$$v = 15\ m/seg$$

Nota:

Siempre se debe trabajar con un solo tipo de unidades, razón por la cual en este ejemplo se transforma de km a m.

1 Km = 1000 m

1 Km = 1000

Ejemplo # 5.

Un avión de reacción, partiendo desde el reposo, al final de la carrera adquiere una rapidez de despegue de 270 km/h en una distancia de 2200 m. Calcular:

a) el tiempo para lograr el despegue.

b) la aceleración en m/seg.

t =
a =
V = 270 Km/h
Vo = 0 m/seg
d = 2200 m

Solución:

a) para calcular el tiempo, analizamos las 4 fórmulas generales, y llegamos a la conclusión de que solo podemos usar la ecuación [II], ya que si se conoce la velocidad inicial, la velocidad final y la distancia, solo queda una incógnita.

$$d = (v + v_o)t/2$$

$$t = 2d/(v + - v_o)$$

$$t = 2 \times 2200\ m/75\ m/seg + 0$$

$$t = 58.67\ seg$$

$t = \frac{2d}{v + - v_0}$

b) Para calcular la aceleración, ya conociendo el tiempo, podemos usar las Ecs. [I], [III] y [IV]. Pero por facilidad, usamos la Ec. [I].

$$v = v_o + at$$

$$a = (v - v_o)/t$$

$$a = (75\ m/seg - 0)57.68\ seg$$

$$a = 1.28\ m/seg^2$$

1000 m/seg

UNIDAD 6

CASOS PARTICULARES DEL MOVIMIENTO ACELERADO.

Aristóteles dice que "una bala de hierro que caiga de una altura de 100 codos llega al suelo antes que una bala de una libra que haya caído al suelo desde una altura de 1 codo". Yo digo que llegan al mismo tiempo si se lanzan desde una misma altura.

OBJETIVOS:

1.- Identificar los movimientos de caída libre y tiro vertical.

2.- Transformar las cuatro ecuaciones dl movimiento acelerado para emplearse en cada un o de los siguientes casos:

a) Caída libre.

b) Tiro vertical.

c) Tiro horizontal.

d) Tiro parabólico.

3.- Resolver a partir de los datos apropiados, problemas de caída libre.

4.- Aplicar las cuatro ecuaciones generales del movimiento acelerado, usando las condiciones especiales en la solución de problemas.

5.- Resolver problemas de tiro vertical a partir de los datos apropiados.

6.- Resolver problemas de tiro horizontal a partir de los datos apropiados.

7.- Resolver problemas de tiro parabólico a partir de los datos apropiados.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee el tema de "Galileo Galilei" y el capítulo 6 en forma general.

2.- Una segunda lectura del capítulo para que subrayes lo más importante.

3.- Escribe en tu libreta un resumen del capítulo.

4.- Analiza despacio los ejemplos resueltos.

5.- Resuelve problemas de la autoevaluación siguiendo el procedmiento de los ejemplos resueltos y tratando de llegar a las respuestas dadas al final del problema.

REQUISITO.

Para tener derecho a evaluar esta unidad deberás de entregar en hojas tamaño carta, completamente resueltos y con excelente presentación, los problemas relacionados a caída libre, tiro vertical, tiro horizontal y tiro parabólico de la autoevaluación del capítulo 6.

CAPÍTULO 6

GALILEO DESCRIBE EL MOVIMIENTO.

LA TEORÍA ARISTOTÉLICA DEL MOVIMIENTO.

En este capítulo seguiremos el desarrollo de una parte fundamental de la investigación básica: el estudio que hizo Galileo sobre los cuerpos en caída libre. Este fenómeno es valioso en sí mismo, pero lo que más nos interesa ahora es la forma en que Galileo, quien fue uno de los primeros científicos modernos, presentó su argumento. Su manera de ver el mundo, su modo de pensar, su forma de utilizar las matemáticas y su confianza en las pruebas experimentales, sentaron las bases de la ciencia moderna. Por lo tanto, estos aspectos de sus obras son tan importantes para nosotros como los resultados reales de su investigación.

Para poder entender la naturaleza y la importancia de la obra de Galileo, primero debemos examinar el sistema del pensamiento físico que existía en aquella época, la cual, finalmente sus ideas llegaron a reemplazar. La ciencia física de la Edad Media, tal como la aprendió Galileo en la Universidad de Piza, hacía una gran distinción entre los objetos de la Tierra y el cielo. Se creía que la materia *terrestre*, o sea aquella que está sobre o cerca de la tierra, contenía una mezcla de cuatro elementos: **Tierra, Agua, Aire y Fuego.** Estos elementos no eran considerados idénticos a los materiales naturales cuyos nombres portaban. Por ejemplo, se creía que el agua común era una mezcla de los cuatro elementos, pero sobre todo del elemento **Agua**. Se suponía que cada uno de los cuatro elementos tenía un lugar natural dentro de la región terrestre: el lugar más alto lo tenía el **Fuego**, después seguía el **Aire**, luego el **Agua** y en el último lugar venía la **Tierra**. Se creía además que cada uno trataba de encontrar su lugar propio. Así tenemos que el **Fuego**, si se ponía en un lugar inferior a su posición natural, trataría de pasar por encima del **Aire**, y en forma similar, el **Aire** tendería a elevarse sobre el **Agua**, mientras que la **Tierra** tendería a caer tanto a través del **Aire** como del **Agua**. El movimiento de cualquier objeto real dependía de su mezcla especial de estos cuatro elementos y de su situación en relación a los lugares naturales de ellos. Por ejemplo, cuando el agua hierve, el elemento agua se unía al fuego, y éste, cuyo lugar natural era superior, hacía que la mezcla se elevara en forma de vapor. Por otro lado, una piedra estaba compuesta principalmente del elemento Tierra, y por lo tanto, caería si se le soltara, y pasaría a través del Fuego, del Aire y del Agua hasta llegar al suelo, que era su lugar natural.

Los pensadores medievales también creían que las estrellas, los planetas y los cuerpos **celestiales**, tenían una composición distinta y otro tipo de comportamiento que los objetos que estaban sobre o cerca de la Tierra. Se creía que los cuerpos celestiales no contenían ninguno de los cuatro elementos ordinarios, sino solamente un quinto elemento: **la quinta esencia**. La diferencia en composición requería de una física distinta. Así tenemos que el movimiento natural de los cuerpos celestes no consistía en elevaciones o caídas sino en un eterno trayecto de círculos alrededor del centro del Universo, que era considerado como idéntico al centro de la Tierra. Los cuerpos celestes, aunque se movían, siempre estaban en su lugar natural, lo cual los diferenciaba de los objetos terrestres, que solamente tenían movimiento natural cuando regresaban a los lugares naturales de donde habían sido desplazados.

Esta teoría, tan difundida en los tiempos de Galileo, se había originado casi 2,000 años atrás, en el Siglo IV A.C., y la encontramos claramente asentada en los escritos del filósofo griego Aristóteles. Esta ciencia Física, que fue establecida sobre el orden, la clase, el lugar y el propósito, parecía encajar bien con las observaciones cotidianas, y era especialmente creíble en sociedades como las que les tocó vivir a Aristóteles y Galileo, en que las

ideas de rango y orden predominaban sobre los asuntos humanos. Más aún, estas ideas sobre la materia y el movimiento eran parte de un esquema global universal, llamada **cosmología**. En esta ciencia trabajó Aristóteles y luego regresó a Macedonia para convertirse en el tutor privado de Alejandro el Magno. En el año 335 A.C., Aristóteles regresó a Atenas y fundó el Liceo, una escuela y centro de investigaciones.

Después de la caída de la antigua civilización Griega, los escritos de Aristóteles permanecieron casi en el olvido en Europa Occidental durante 1,500 años. Fueron redescubiertos en el Siglo XIII de nuestra era y pronto empezaron a moldear el pensamiento de los eruditos y teólogos cristianos. Aristóteles constituyó una influencia tan grande al final de la Edad Media, que se le llamaba simplemente **"El filósofo"**.

La obra de Aristóteles forma casi una enciclopedia del pensamiento griego de la antigüedad. Hay partes que son solo el resumen de las obras de otros hombres, pero se supone que gran parte de esa obra fue creada por el mismo Aristóteles, aunque hoy en día es difícil creer que un solo hombre haya podido estar tan bien informado sobre temas tan diferentes, como son la lógica, filosofía, teología, física, astronomía, psicología, política y literatura. Algunos eruditos llegan incluso a pensar que no se trató del trabajo de un sólo hombre.

Desgraciadamente, las teorías de Aristóteles con respecto a la física tenían ciertas limitaciones (lo cual no quiere decir, por supuesto, que no haya tenido logros muy grandes en otros terrenos). Según Aristóteles, la caída de un objeto pesado hacia el centro de la Tierra, es un ejemplo del movimiento **natural**. Evidentemente, él creía que un objeto, después de que se suelta, pronto alcanza una rapidez final de caída que mantiene hasta el fin del trayecto. ¿Qué factores son determinantes en la rapidez final de un objeto que cae? Todos hemos observado que una roca cae más rápidamente que una hoja. Por lo tanto, Aristóteles razonó que el peso es un factor que gobierna la rapidez de caída. Esto encajaba bien con la idea de que la *causa* del peso era la presencia del elemento *Tierra*, cuyo movimiento natural era caer hacia el centro de la Tierra, por lo que un objeto pesado que tuvira un mayor contenido de la Tierra, tendría una tendencia más fuerte a caer hacia su lugar natural, de ahí que una tendencia más fuerte creara una mayor rapidez de caída.

Un mismo objeto cae más lentamente en el agua que en el aire, así que Aristóteles razonó que la resistencia del medio también debería afectar el movimiento. Otros factores, tales como el calor y la temperatura del objeto en cuestión, también cambiarían el ritmo de caída. Pero Aristóteles decidió que tales influencias no deberían ser importantes, y concluyó que el ritmo de caída debería aumentar en proporción del peso del objeto y disminuir en proporción a la fuerza de resistencia del medio. El ritmo real de caída en cualquier caso especial, podría averiguarse dividiendo el peso entre la resistencia.

Aristóteles también nos habló del movimiento **violento**, es decir, cualquier movimiento de un objeto que no fuese a su **lugar natural**. Decía que un movimiento de esa naturleza siempre debe ser causado por una **fuerza**, y la rapidez del movimiento debe aumentar si la fuerza aumenta, y si se quita ésta, el movimiento debe detenerse. Esta teoría concuerda con nuestra experiencia común, digamos, al empujar una silla o una mesa sobre el suelo, pero no encaja tanto si tomamos un objeto que es lanzado por los aires, puesto que continúa moviéndose aun después de que se ha eliminado la fuerza que lo impulsó. Para explicar este tipo de movimiento, Aristóteles propuso que, de alguna manera, el aire ejercía una fuerza propia que mantiene el movimiento del objeto.

Hubo científicos después de Aristóteles que sugirieron que se hicieran ciertos cambios en su teoría del movimiento. Por ejemplo, en el Siglo V de nuestra era, Juan Philoponus, de Alejandría, negó la teoría anterior diciendo que la rapidez de un objeto en movimiento natural debía obtenerse *restando* la resistencia del medio al peso del objeto (recordaremos que Aristóteles recomendaba *dividir* entre la resistencia). Philoponus sostenía que su trabajo experimental apoyaba su teoría, aunque no reportó los detalles. Solo dijo que había observado que el objeto pesado no llegaba al suelo en la mitad del tiempo que el ligero.

Había otras dificultades más con respecto a la teoría aristotélica del movimiento, sin embargo, el hecho de saber que sus enseñanzas tenían fallas

no mermó su influencia en las Universidades de Francia e Italia durante los siglos XV y XVI. Después de todo, esta teoría concordaba con muchas de las experiencias ordinarias de una manera general, aunque cualitativa. Además, el estudio del movimiento a través del espacio solo era de interés para unos cuantos eruditos, de la misma forma que había sido solo una pequeña parte de la obra misma de Aristóteles.

Hubo otras influencias que impidieron el surgimiento de cambios en la teoría del movimiento. En primer lugar, Aristóteles creía que las matemáticas tenían un valor muy reducido en la descripción de los fenómenos terrestres. En segundo término, le dio un gran énfasis a la observación directa y cualitativa, como base para formar teorías. Esto fue muy útil para él en sus trabajos de biología, pero en realidad no se hizo un progreso verdadero en la física hasta que los científicos reconocieron el valor de la predicción matemática y de las medidas detalladas.

Un gran número de eruditos de los siglos XV y XVI tomaron parte en este cambio, para lograr un nuevo modo de hacer ciencia. Pero de todos ellos, Galileo nos mostró cómo describir matemáticamente los movimientos de los objetos simples y comunes, como piedras que caen y pelotas que ruedan sobre un plano inclinado. Su obra sentó las bases para que otros eruditos descubrieran y explicaran el movimiento de todas las cosas, desde piedrecillas hasta planetas, y fue también el iniciador de la revolución intelectual que nos llevó a lo que hoy consideramos como la ciencia moderna.

Fragmento de "Los Dos Mayores Sistemas del Mundo". Simplicio representa a la perfección el punto de vista aristotélico; Salviati presenta las nuevas ideas de Galileo y Sagredo es un hombre de buena voluntad y espíritu abierto, deseoso de aprender. Con el tiempo, por supuesto, Salviati guía a sus compañeros hacia las ideas de Galileo. Vamos a oír a los tres personajes de este libro, cuando trataron los problemas de caída libre.

– Dudo mucho que Aristóteles hubiera experimentado, si es cierto que dos piedras, una con peso 10 veces mayor que la otra, a las cuales se les deja caer al mismo tiempo de una altura de, digamos 100 codos, variarían tanto en su rapidez que cuando la más pesada cayera al suelo, la otra no hubiera descendido más de 10 codos (1 codo = 50.8 cm aprox).

– Pero su lenguaje parece indicar que sí realizó el experimento puesto que dice: vemos la mayor; ahora bien, la palabra vemos indica que realizó el experimento.

– Pues en cuanto a mí, Simplicio, te diré que he probado el experimento y te puedo asegurar que una bala de cañón que pese 100 ó 200 libras, o aun más, no llegará antes que una bala de mosquete que solo pese media libra, siempre y cuando ambas caigan de una altura de 200 codos.

– Pero, sin ningún experimento más, es posible probar claramente, por medio de un argumento reducido y concluyente, que un cuerpo más pesado no se mueve más rapidamente que uno ligero, siempre y cuando los dos sean del mismo material, mencionaba Aristóteles. Pero dime, Simplicio, ¿admites que un cuerpo al caer adquiere una cierta rapidez fijada por la Naturaleza, que no puede aumentarse o disminuirse a no ser que se use violencia o resistencia?

– No hay ninguna duda de que un mismo cuerpo, moviéndose en un solo medio, tiene una rapidez fija que está determinada por la naturaleza, y que no puede ser aumentada a menos que se añada ímpetu, ni disminuida, con excepción de que haya alguna resistencia que la retarde.

– Entonces, si tomamos dos cuerpos, cada uno de los cuales tiene una rapidez natural distinta, es claro que al unirse, el más veloz se verá retardado parcialmente por el más lento, y este último se verá acelerado de algún modo por el primero. ¿No estás de acuerdo conmigo en esta opinión?

– Sin duda tienes razón.

– Pues si esto es cierto, y si una piedra grande se mueve a una rapidez, digamos, ocho, mientras una más pequeña se mueve a una rapidez de cuatro, entonces al unirlas, el conjunto se moverá a una rapidez menor que ocho, aunque las dos unidas forman una pieda más grande que la que se movía antes a una rapidez de ocho. Por lo tanto, el cuerpo más pesado se mueve con menos rapidez que el ligero, lo cual es un efecto contrario al de tu suposición. Ahora te das cuenta de cómo, a partir de tu creencia de que un cuerpo más pesado se mueve más rápidamente que uno ligero, yo infiero que el más pesado se mueve con mayor lentitud.

– Estoy totalmente perdido... Esto es realmente, algo que escapa a mi comprensión... Tu argumento es verdaderamente admirable; sin embargo, me es difícil de creer que un perdigón caiga en forma tan ligera como lo hace una bala de cañón.

– ¿Por que no decir, que un grano de arena cae tan rápidamente como un afilador? Sin embargo, Simplicio, espero que no seguirás el ejemplo de aquellos que desvían la discusión de su propósito pincipal y se aferran a algunas de mis afirmaciones que es *falla* en la medida del ancho de un cabello, y que quieras esconder bajo ese cabello la *falla* de otra que es tan grande como el cable de un buque. Aristóteles dice que *"una bala de hierro de 100 libras que caiga de una altura de 100 codos llega al suelo antes que una bala de una libra que haya caído al suelo de una altura de solo un codo"*. Yo digo que llegan al mismo tiempo si caen desde la misma altura. Si se hace un experimento, se verá que la mayor aventaja a la pequeña por el ancho de dos dedos... Ahora bien, no pretenderás esconder tras estos dos dedos los 99 codos de Aristóteles, ni tampoco mencionar mi pequeño error y al mismo tiempo callar sobre el gran error de él.

CASOS PARTICULARES DEL MOVIMIENTO ACELERADO.

6-1 INTRODUCCIÓN.

En el ataque de Galileo contra la cosmología aristotélica casi no hay detalles que sean nuevos. Sin embargo, su enfoque y sus descubrimientos en conjunto constitituyeron la primera presentación efectiva de la ciencia del movimiento. Galileo estaba consciente de que al entender el movimiento de *caída libre*, se tiene la clave para comprender todos los movimientos de los objetos de la naturaleza. El saber **cuál** era el fenómeno clave fue un toque genial, pero en muchos aspectos Galileo trabajaba simplemente como lo hacen en general todos los científicos. Su enfoque del problema del movimiento nos ofrece un buen **caso de estudio**, como introducción a las estrategias de investigación que todavía se usan en la **ciencia**.

6-2 CAÍDA LIBRE.

Los cuerpos en caída libre no son más que un caso particular del movimiento acelerado (velocidad variable), con la característica de que la aceleración es la debida a la gravedad.

La aceleración de un cuerpo en caída libre (despreciando la resistencia del aire), es constante para cada lugar de la Tierra, y varía relativamente poco de un punto a otro.

Su valor es: **$g = 9.8\ m/seg^2$ ó $980\ cm/seg^2$.**

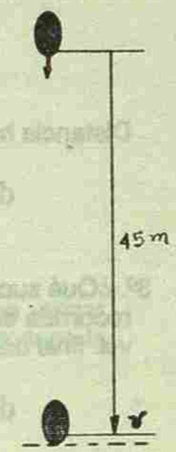
Para nuestros cálculos: **$g = 10\ m/seg^2$ ó $1000\ cm/seg^2$.**

Antes de analizar el siguiente ejemplo, mencionaremos que en caída libre se emplean las fórmulas del movimiento acelerado (las 4 fórmulas generales), con la única diferencia de que la aceleración en caída libre (g)

es constante para todos los cuerpos, sin importar el material de que esten constituidos. Para facilidad de nuestros cálculos emplearemos $10\ m/seg^2$ en el sistema M.K.S. y $1000\ cm/seg^2$ en el sistema c.g.s. Y la velocidad inicial será igual a cero. $v_o = 0$.

Ejemplo nº 1.

Se suelta una piedra desde 45 m. de altura. Calcular:



a) ¿con que velocidad llegará al suelo?

b) ¿cuánto tiempo empleará en llegar al suelo?

Solución:

Analicemos despacio este fenómeno, observando detenidamente lo que sucede en cada segundo de tiempo de caída.

1º. ¿Qué ocurre en el primer segundo de vuelo?.

Existirá una distancia recorrida, debida a la aceleración, la cual podemos calcular empleando la ecuación IV.

$$\begin{aligned} d_1 &= v_o t + + at^2 \\ &= 0 \times 1\ seg + + (10 m/seg^2)(1 seg^2) \\ &= 0 + 5\ m \\ &= 5\ m \end{aligned}$$

Por la fórmula 1 tenemos la velocidad final de este primer segundo.

$$\begin{aligned} v &= v_o + at \\ &= 0 + 10\ m/seg^2 \times 1\ seg \\ &= 10\ m/seg \end{aligned}$$

2º. ¿Qué sucede en el siguiente seg? Recorrerá una distancia en este tiempo. Para este lapso de tiempo (1 seg) usaremos la Vel. final del paso anterior: $v_o = 10\ m/seg$.

$$\begin{aligned} d_2 &= v_o t + 1/2 at^2 \\ &= (10 m/seg \cdot 1 seg) + 1/2 (10 m/seg^2)(1\ seg)^2 \end{aligned}$$

$$= 10\text{ m} + 5\text{ m}$$

$$= 15\text{ m.}$$

Y la velocidad al finalizar la etapa:

$$v = v_o + at$$

$$= 10\text{ m/seg} + (10\text{ m/seg}^2)(1\text{seg})$$

$$= 10\text{ m/seg} + 10\text{ m/seg}$$

$$= 20\text{ m/seg}$$

Distancia hasta este momento:

$$d_2 = 5\text{ m} + 15\text{ m}$$

$$= 20\text{ m}$$

3º. ¿Qué sucede en el tercer segundo? Existirá también una distancia recorrida en este tiempo, para lo cual usaremos como Vel. inicial la vel. final del paso anterior: $v_o = 20$ m/seg.

$$d_3 = v_ot + + at^2$$

$$= (20\text{m/seg})(1\text{seg}) + \ + (10\text{m/seg}^2)(1\text{seg})^2$$

$$= 20\text{ m} + 5\text{ m}$$

$$= 25\text{ m}$$

Al finalizar la etapa: la Vel. quedaría así:

$$v = v_o + at$$

$$= 20\text{ m/seg} + (10\text{ m/seg})(1\text{ seg})$$

$$= 30\text{ m/seg}$$

$$d_t = d_1 + d_2 + d_3$$

$$= 5\text{ m} + 15\text{ m} + 25\text{ m} = 45\text{ m}$$

Por deducción obtendremos que recorrió 45 m en 3 seg y que la Vel. final (de choque) es de 30 m/seg.

Los pasos anteriores sirven para darnos cuenta del comportamiento en caída libre, ya que todos los cuerpos en caída libre realizan lo mismo.

Tomando como base las cuatro fórmulas generales del movimiento acelerado, se muestra enseguida con que facilidad se calculan estas dos incógnitas:

a) Para calcular la velocidad final, solo podemos usar la Ec. III. Las ecuaciones I y II no tenemos los datos suficientes para calcular la Vel. final, y la ecuación IV no tiene la incógnita v.

$$v^2 = vo^2 + 2ad$$

$$= 0 + 2(10\text{ m/seg}^2)(45\text{ m})$$

$$= 0 + 90\text{ m}^2/\text{seg}^2$$

$$= 900\text{ m}^2$$

$$v = \sqrt{900\text{ m}^2}$$

$$= 30\text{ m/seg}$$

b) Para calcular el tiempo conociendo la Vel. final se pueden utilizar todas las ecuaciones, a excepción de la III, puesto que no tiene la incógnita. La más sencilla de usar es la II.

$$v = v_o + at$$

$$t = (v - v_o)/a$$

$$t = (30\text{ m/seg} - 0)/10\text{ m/seg}^2$$

$$= 30\text{ m/seg}/10\text{ m/seg}^2$$

$$= 3\text{ seg.}$$

Ejemplo nº 2.

Un objeto se suelta en caída libre y tarda 6 seg. en tocar el suelo. Calcular:

a) Desde que altura se soltó y

b) con qué velocidad llegó al suelo.

Primeramente tenemos que identificar los datos del problema:

Datos: En caída libre, la Vel. inicial es cero y la aceleración es la de la gravedad, por lo tanto: $v_o = 0$, $t = 6$ seg, $a = 10$ m/seg^2 y las incógnitas son: $d = ?$ y $v = ?$

a) Para calcular la altura solo podemos emplear la ecuación. IV. En la I no aparece la incógnita y en la II y III tendríamos dos incógnitas.

$$d = v_0t + 1/2\ at^2$$
$$d = 0 + 1/2(10\ m/seg^2)(6\ seg)^2$$
$$= 0 + 180\ m$$
$$= 180\ m$$

b) Para la Vel. final utilizamos la ecuación I:

$$v = v_0 + at$$
$$v = 0 + (10\ m/seg^2)(6\ seg)$$
$$= 60\ m/seg$$

6-3 TIRO VERTICAL.

Cuando un cuerpo se proyecta en línea recta hacia arriba, su velocidad disminuye con rapidez hasta llegar a un punto en el cual esté, momentáneamente, en reposo; luego caerá de vuelta hacia la tierra, adquiriendo de nuevo, al llegar al suelo, la misma velocidad que tenía al ser lanzado. La experimentación ha demostrado que el tiempo empleado en elevarse al punto más alto de su trayectoria, es igual al tiempo transcurrido en su caída libre hacia el suelo. Esto implica que los movimientos hacia arriba son precisamente iguales a los movimientos hacia abajo, pero invertidos, y que el tiempo y la rapidez para cualquier punto a lo largo de la trayectoria están dados por las ecuaciones generales del movimiento acelerado.

Para tratar el movimiento matemáticamente, es conveniente usar las ecuaciones generales del movimiento acelerado tomando el punto de lanzamiento como el **origen**, y adoptando el siguiente convenio para los signos en el movimiento vertical:

- *Las distancias por encima del origen son* **positivas**.
- *Las distancias abajo del origen son* **negativas**.
- *Las velocidades hacia arriba son* **positivas**.
- *Las velocidades hacia abajo son* **negativas**
- *La aceleración hacia abajo (gravedad) es* **negativa**.

Ya sea que el cuerpo se mueva hacia arriba o hacia abajo, la aceleración **g** es siempre hacia abajo. Usando el convenio anterior sobre los signos, el valor de la gravedad es:

$$g = -9.8\ m/seg^2 \quad C.G.S$$
$$g = -32\ pies/seg^2 \quad M.K.S$$

Para nuestros ejemplos usaremos $g = -10\ m/seg^2$.

Ejemplo # 1.

Se arroja una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 35 m/seg. Calcular:

a) la altura máxima alcanzada,

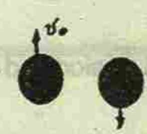
b) la velocidad con que llega al punto de partida,

c) el tiempo total de vuelo hasta regresar al punto de partida,

d) La velocidad con la que llegaría si tuviese libertad de seguir más abajo del nivel de lanzamiento, recorriendo 22.5 m.

Solución:

a) Altura máxima alcanzada. Utilizando los datos del período de subida, podemos calcular la altura máxima.



Datos: $v_0 = 35\ m/seg$, $a = -10\ m/seg^2$ y $v = 0$.

(El ascenso se da hasta que el cuerpo se detenga; en esta parte la Vel. final es 0).

Para este caso usamos la Ec. III.

$$v^2 = vo^2 + 2ad$$

despejando:

$$d = (v^2 - vo^2)/2a$$
$$d = (0) - (35\ m/seg)^2/2(-10\ m/seg^2)$$
$$d = 61.25\ m$$

b) La velocidad con que llega al punto de partida.

Datos: vo = 35 m/seg, a = -10 m/seg^2,

$$d = 0\ m.$$

Por la ecuación III tenemos:

$$v^2 = (35\ m/seg)^2 + 2(-10\ m/seg^2)(0)$$
$$v^2 = (35\ m/seg)^2 + 0$$
$$v = (\pm)\ 35\ m/seg$$

Por el convenio de los signos en el tiro vertical, tenemos que en la caída la Vel. lleva una dirección hacia abajo, luego el resultado es:

$$v = -35\ m/seg$$

c) El tiempo total de vuelo hasta llegar al punto de partida:

Por la ecuación I, tenemos:

$$v = vo + at$$
$$t = (v - vo)/a$$
$$t = (-35\ m/seg - 35\ m/seg)/(-10\ m/seg^2)$$
$$t = -70\ m/seg / -10\ m/seg^2$$
$$t = 7\ seg$$

d) La velocidad con la que llegaría a 22.5 m. abajo del punto de partida.

Por la ecuación III, tenemos:

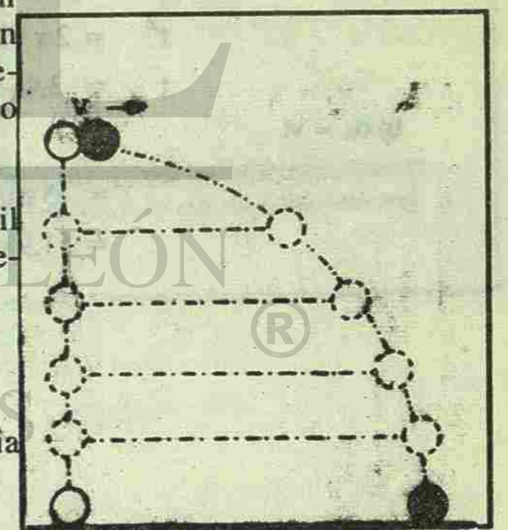
$$v^2 = vo^2 + 2ad$$
$$v^2 = (35\ m/seg)^2 + 2(-10\ m/seg^2)(-22.5\ m)$$
$$v^2 = 1225\ m^2/seg^2 + 450\ m^2/seg^2$$
$$v^2 = 1675\ m^2/seg^2$$
$$v = (\pm)\ 40.93\ m/seg$$
$$v = -40.93\ m/seg$$

Lo anterior por el convenio de los signos.

6-4 TIRO HORIZONTAL.

Si un cuerpo cae libremente desde el reposo, al mismo tiempo que otro es lanzado desde la misma altura, los dos chocan a la vez en el suelo. Ver dibujo de la fig. 7.

La primera conclusión que se puede inferir del dibujo es que la aceleración hacia abajo de un proyectil es la misma que la caída libre de un cuerpo, y se produce independientemente de su movimiento horizontal.



En otras palabras, un proyectil ejecuta dos movimientos independientes:

1º. Una Vel. horizontal V

2º. La aceleración vertical hacia abajo.

La primera parte es similar a lo que se vió en el tema de la velocidad constante; por lo tanto, el alcance del proyectil en tiro horizontal será:

$$d_x = vt$$

La segunda parte es similar a la caída libre; por lo tanto, la altura recorrida será:

$$d_y = 1/2\ at^2$$

Ejemplo # 1.

Desde un punto situado a 60 m de altura se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad de 15 m/seg. Calcular:

a) el tiempo que tarda la piedra en tocar el suelo.

b) la distancia con respecto a la base:

a) $d_y = 1/2\ at^2$

$t^2 = 2d/a$

$t^2 = 2 \times 60\ m/10\ m/seg^2$

$t = 3.46\ seg.$

b) $d_x = vt$

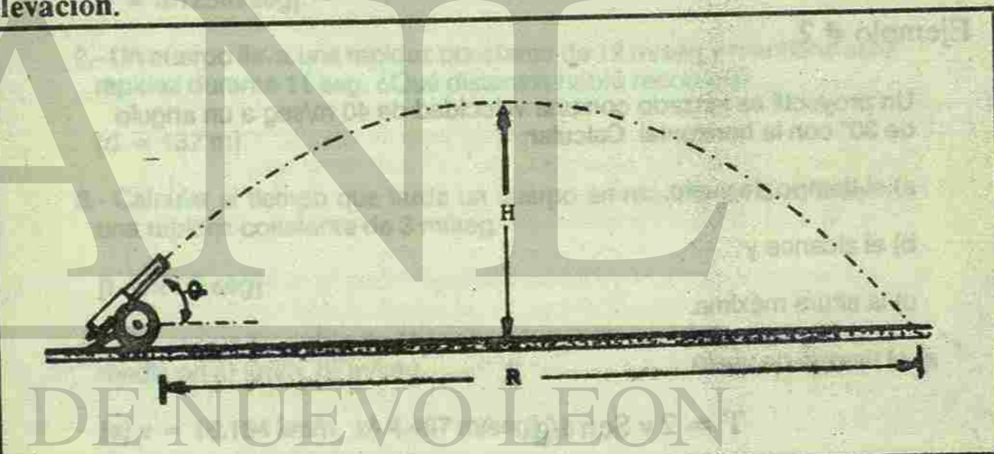
$= 15\ m/seg \times 3.46\ seg$

$= 51.9\ m$

6-5 TIRO PARABÓLICO.

Muchos objetos, cuando son lanzados al aire, siguen una trayectoria parabólica. Tal es el caso de los objetos arrojados a bajas velocidades, donde la fuerza retardadora de la fricción del aire es despreciable. En los proyectiles lanzados a gran velocidad, el aire frena continuamente el movimiento, impulsandolos hacia abajo y apartando su trayectoria de la parábola. Cuanto más alta sea la velocidad, más grande será la fuerza de fricción del aire y mayor la desviación respecto de una trayectoria parabólica.

En general, es conveniente despreciar la fricción del aire y calcular la trayectoria teórica de un proyectil, y luego, si es necesario, hacer las correcciones para el rozamiento del aire. Como regla general, los factores conocidos concernientes a un proyectil dado son: "v" (velocidad inicial de lanzamiento) y θ (ángulo de salida). Este ángulo siempre se mide desde la horizontal; en el caso de balas y granadas es la **elevación, ángulo de elevación.**



Los factores para calcular son:

1.- **El tiempo total de vuelo.**

2.- **La altura máxima alcanzada.**

3.- **El alcance logrado.**

El tiempo total de vuelo de un proyectil se define como **el tiempo necesario para su regreso al mismo nivel de donde fue disparado.** La altura máxima, llamada **flecha,** se define como la **mayor distancia vertical alcanzada, medida desde el plano horizontal de tiro,** mientras el alcance es **la diferencia horizontal desde el punto de proyección, hasta el punto donde el proyectil vuelve otra vez al mismo plano horizontal.**

Para calcular cada uno de estos factores, basados en los conceptos de velocidad constante, movimiento acelerado y bajo procedimientos matemáticos, se dedujeron las siguientes fórmulas:

$$T = 2\,v\,\mathrm{Sen}\,\theta/g$$
$$H = (v\,\mathrm{Sen}\,\theta)^2/2g$$
$$R = v^2(\mathrm{Sen}\,2\theta)/g$$

Ejemplo # 2.

Un proyectil es lanzado con una velocidad de 40 m/seg a un angulo de 30° con la horizontal. Calcular:

a) el tiempo de vuelo,

b) el alcance y

c) la altura máxima.

a) el tiempo de vuelo.

$$T = 2\,v\,\mathrm{Sen}\,\theta/g$$
$$T = 2(40\mathrm{m/seg})(\mathrm{Sen}30°)/10\mathrm{m/seg}^2$$
$$T = 2(40\ \mathrm{m/seg})(0.5)/\ 10\ \mathrm{m/seg}^2$$
$$T = 4.000\ \mathrm{Seg}$$

b) El alcance.

$$R = v^2\mathrm{Sen}\ 2\theta/g$$
$$R = (40\mathrm{m/seg})^2(\mathrm{sen}60°)/10\mathrm{m/seg}^2$$

$$R = (40\mathrm{m/seg}^2)(0.866)/10\ \mathrm{m/seg}^2$$
$$R = 138.56\ \mathrm{m}$$

c) Altura máxima.

$$H = (v\mathrm{Sen}\,\theta)^2/2g$$
$$H = (40\mathrm{m/segySen}30°)^2/20\ \mathrm{m/seg}^2$$
$$H = (40\mathrm{m/seg}\ \ 0.5)^2/\ 20\ \mathrm{m/seg}^2$$
$$H = 20\ \mathrm{m}$$

AUTOEVALUACIÓN.

1.- Un cuerpo en movimiento recorre 25 m en 8 seg. ¿Cuál será su rapidez si su movimiento es uniforme?

[v = 3.125m/seg].

2.- Un cuerpo lleva una rapidez constante de 12 m/seg y mantiene esta rapidez durante 11 seg. ¿Qué distancia habrá recorrido?

[d = 132 m].

3.- Calcular el tiempo que tarda un cuerpo en recorrer 64.5 m si lleva una rapidez constante de 3 m/seg.

[t = 21.5 seg]

4.- Se hace un recorrido de 42 km en 2 horas 36 min. Calcular la rapidez media en a) km/h, b) m/seg.

[a) v = 16.154 km/h, b) 4.487 m/seg]

5.- Un automóvil viaja a 90 km/h. a) ¿Cuánto tardará en recorrer 636 km? b) ¿Cuánto tardará en recorrer 945 km.? c) En 23:45', ¿cuánto habrá recorrido?.

[a) t = 7.07h, b) t = 10.5 h y c) d = 2122.5 km]

6.- Un avión de reacción de pasajeros cruza un país con una distancia de 4,500 km durante 4 hs 28 min, Calcular la rapidez media en: a) km/h y b) m/seg.

[a) $v = 1007.5$ km/h, b) $v = 279.85$ m/seg]

7.- En una competencia, los 100 metros libres fueron ganados en 1 min 6 seg. Calcular la rapidez media en: a) m/seg; b) km/h.

[a) $v = 1.515$ m/seg, b) $v = 5.455$ km/h]

8.- Un automóvil, partiendo del reposo, adquiere una velocidad de 30 m/seg. en 15 seg. Calcular: a) la aceleración en m/seg^2, b) la distancia total recorrida en los 15 seg en metros, c) la distancia total en km.

[a) $a = 2$ m/seg^2, b) $d = 225$ m. c) $d = 0.225$ km]

9.- Un tren, partiendo del reposo, lleva una aceleración de 0.4 m/seg^2 durante 60 seg. Calcular: a) la distancia total recorrida en los 60 seg y b) la velocidad al finalizar los 60 seg.

[a) $d = 720$ m. b) $v = 24$ m/seg]

10.- Un cuerpo que inicia con una rapidez de 8.33 m/seg, adquiere una rapidez de 16.67 m/seg en 56 metros de distancia. Calcular: a) la aceleración y b) el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia.

[a) $a = 0.186$ m/seg^2 y b) $t = 44.82$ seg]

11.- Un hombre, conduciendo un automóvil con una rapidez inicial de 90 km/h, súbitamente aplica los frenos deteniendo el automóvil en 5 seg. Encontrar: a) la aceleración y b) la distancia recorrida.

[a) $a = -5$ m/seg^2 b) $d = 62.5$ m]

12.- Partiendo del reposo, un avión despega después de recorrer 1,200 m a lo largo de la pista. Si el avión despega con una rapidez de 126 km/h, calcular: a) la aceleración y b) el tiempo total para el despegue.

[a) $a = 0.51$ m/seg^2, b) $t = 68.57$ seg]

13.- Al aterrizar un avión recorre una distancia de 1,200 m a lo largo de la pista, antes de detenerse. Si la aceleración es constante y la rapidez con que aterriza es de 108 km/h, calcular: a) la aceleración y b) el tiempo para detenerse.

[a) $a = -0.375$ m/seg^2, b) $t = 80$ seg]

14.- Una bala sale de la parte inicial del cañón de un rifle de 75 cm. de largo, adquiriendo una rapidez de 800 m/seg en la boca del arma.

Calcular: a) la velocidad media de la bala mientras se acelera dentro del cañón y b) el tiempo.

[a) $v = 400$ m/seg, b) $t = 1.875 \times 10^{-3}$ seg, c) $a = 4.27 \times 10^{8}$ m/seg^2]

15.- Se deja caer una pelota desde la cornisa de un edificio a 70 m de altura. Calcular: a) la velocidad con que choca en el suelo y b) el tiempo que tarda en chocar. $a = g = 10$ m/seg^2.

[a) $v = 37.42$ m/seg, b) $t = 4.742$ seg]

16.- Se suelta una piedra en la orilla de un precipicio y tarda en chocar con el fondo 5.5 seg. Calcular: a) la velocidad con que choca en el fondo y b) la altura del precipicio.

[a) $v = 55$ m/seg, b) $h = 151,25$ m]

17.- Un cuerpo que cae, choca en el suelo con una velocidad de 6 m/seg. Calcular: a) desde qué altura cayó y b) el tiempo que tardó en tocar el suelo.

[a) $h = 1.8$ m, b) $t = 0.6$ seg]

18.- Un cuerpo cae desde una altura de 60 m. a) ¿Con qué velocidad llega al suelo? b) ¿cuánto tiempo dura en el aire?

[a) $v = 34.6$ m/seg, b) $t = 3.46$ seg]

19.- Una pelota cae al vacío y tarda 4.3 seg en tocar el fondo. a) ¿De qué altura cayó?. b) ¿Con qué velocidad llega al fondo?

[a) $h = 88.2$ m, b) $v = 42$ m/seg]

20.- Un cuerpo cae en el vacío y choca en el fondo con una velocidad de 10 m/seg. Calcular: a) La altura de la que cayó y b) el tiempo que permaneció en el aire.

[a) $h = 5$ m, b) $t = 1$ seg]

21.- Se lanza una flecha verticalmente hacia arriba con una velocidad de 60 m/seg. Calcular: a) la altura máxima alcanzada, b) el tiempo total de vuelo hasta regresar otra vez al punto de partida, c) la velocidad y la altura en cada uno de los siguientes tiempos transcurridos: 1 seg, 2 seg, 3 seg, 5 seg, 6 seg, 7 seg, 8 seg, 9 seg, 10 seg, 11 seg, 12 seg.

[a) $d = 180$ m b) $t = 12$ seg.

c) v = 50 m/seg	h = 55 m
v = 40 m/seg	h = 100 m
v = 30 m/seg	h = 135 m
v = 10 m/seg	h = 175 m
v = 0	h = 180 m
v = 10 m/seg	h = 175 m
v = 20 m/seg	h = 160 m
v = 30 m/seg	h = 135 m
v = 40 m/seg	h = 100 m
v = 50 m/seg	h = 55 m
v = 60 m/seg	h = 0 m]

22.- Una piedra se arroja hacia arriba desde la orilla de un precipicio, con una velocidad de 35 m/seg. Encontrar: a) la altura máxima alcanzada, b) su velocidad final a los 2 seg, c) su altura pasados 6 seg. y d) su altura pasados 8 seg.

[a) h = 61.25 m, b)v = 15 m/seg, c) d = 30 m, d) d = -40 m].

23.- Se arroja una pelota hacia arriba con una rapidez inicial de 30 m/seg. Al final de 6 seg, a) ¿a qué distancia está de su punto de partida?, b) en ¿que dirección se moverá?,

[a) d = 0 (habrá llegado a su punto de partida) b) hacia abajo.]

24.- Se arroja horizontalmente una piedra a 30 m. de un nivel de referencia, con una velocidad de 20 m/seg. Calcular: a) el alcance y b) el tiempo que tarda en tocar el suelo.

[a) x = 49 m, b) t = 2.45 seg.]

25.-Se dispara una bala horizontalmente a 2.5 m del suelo. Calcular: a) el tiempo que tardaría en llegar al blanco si se encuentra a 100 m. de distancia y la bala lleva una velocidad de 750 m/seg. b) ¿a qué distancia pegaría con respecto al blanco, si este se encuentra a 2.5 m del suelo?

[a) t = 0.133 seg. b) x = 0.089 m.]

26.-Se dispara una bala horizontalmente a 2 m. del suelo con una velocidad de 800 m/seg. Calcular: a) el tiempo que tardaría en tocar el suelo y b) el alcance de la bala.

[a) t = 0.632 seg. b) x = 505.6 m.]

27.- Un jugador de beisbol le arroja a otro una pelota con una velocidad de 20 m/seg, y con un ángulo de inclinación de 30°. Calcular: a) el tiempo de vuelo, b) la altura máxima y c) la distancia entre jugadores.

[a) t = 2 seg, b) H = 5m c) R = 34,64 m.]

28.- Un joven le arroja un balón a otro, con un ángulo de 60°, permaneciendo en el aire 1.5 seg. Calcular: a) Vel. con que se arroja el balón, b) altura máxima y c) distancia entre jugadores.

[a) v = 8.66 m/seg b) H = 2.81 m c) R = 6.49 m

29.- Se lanza una flecha con una velocidad de 34.3 m/seg, a un blanco que se encuentra a 96 m, calcular a) el ángulo de inclinación, b) el tiempo de vuelo y c) la altura máxima alcanzada.

[a) A = 27.36° b) T = 3.15 seg. H = 12.63 m.]

DATOS

Vo

$V_o = 800$ m/seg

d = 2m

a =

t =

V =

UNIDAD 7

MOVIMIENTO CIRCULAR.

En el futuro cuando comiencen los vuelos hacia otros planetas del Sistema Solar, cuya duracións será de varios meses, en las naves cósmicas se parovechará el pricipio de la fuerza centrípeta para construir invernaderos que abastezcan de alimentos frescos a la tripulación.

OBJETIVOS:

1.- Definir las unidades de medida angular:

a) radián.

b) grado.

c) revolución.

2.- Definir los conceptos:

a) desplazamiento.

b) Velocidad angular.

c) Aceleración angular.

d) Movimiento circular uniforme.

e) Movimiento circular variable.

3.- Expresar el desplazamiento angular en:

a) Grados.
b) Revoluciones.
c) radianes.

4.- Identificar las analogías entre el movimiento de rotación y el de traslación.

5.- Aplicar la ecuación del movimiento circular constante, a partir de los datos apropiados, resolviendo problemas.

6.- Deducir las ecuaciones para:

a) Desplazamiento angular.
b) Velocidad angular.
c) Aceleración angular.

7.- Aplicar las fórmulas del movimiento circular variable, a partir de los datos apropiados, resolviendo problemas.

8.- Definir el concepto de fuerza centrípeta.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee en forma general y rápida en tu libro de texto, el capítulo 7.

2.- Lee por segunda vez, en forma más lenta, el mismo capítulo.

3.- Subraya lo más importante del capítulo.

4.- Has un resumen de lo leído.

5.- Las fórmulas más importantes escríbelas en una cartulina grande y colócala en un lugar muy visible para tí (en tu casa).

6.- Analiza despacio los problemas resueltos en tu libro de texto.

7.- Resuelve los problemas de la autoevaluación.

REQUISITO.

Para tener derecho a la evaluación de esta unidad deberás entregar en hojas tamaño carta, completamente resueltos y con excelente presentación los problemas de la autoevaluación del capítulo 7 de tu libro de texto.

CAPÍTULO 7

MOVIMIENTO CIRCULAR.

7-1 INTRODUCCIÓN.

Un proyetil lanzado horizontalmente desde una torre, tocará la Tierra en un punto determinado por la velocidad del proyectil la altura de la torre y la aceleración debida a la gravedad. Cuando la velocidad de lanzamiento del proyectil es aumentada, tocará la Tierra en puntos más y más alejados de la base de la torre, hasta que casi viaja alrededor de la Tierra en una órbita casi circular.

El que la velocidad horizontal sea requerida para poner un objeto en una órbita circular de la Tierra o la Luna, será más entendible cuando conozcas a fondo el movimiento circular.

7-2 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

El tipo más simple de movimiento circular, es el movimiento circular uniforme, que es el movimiento sobre un círculo con una rapidez constante. Un ejemplo de esto sería cuando se viaja en un automóvil a 60 km/h sobre una pista circular. Pero sólo en este caso y no en el que el velocímetro del auto va marcando en forma variable la rapidez.

¿Cómo podremos saber si un objeto está viajando a rapidez constante? Solamente midiendo la rapidez instantánea en cualquier momento y checar si los valores son iguales.

Si la rapidez es constante, podemos describir el movimiento del objeto por medio de dos valores. El radio R del círculo y la velocidad v a lo largo de la trayectoria. Para el movimiento regularmente repetido puede utilizarse una cantidad más fácil de medir que la rapidez. Este es el tiempo requerido por un objeto para hacer un giro completo (revolución) o el número de giros (revoluciones) completos del objeto en una unidad de tiempo. Al tiempo empleado por un objeto para completar una revolución en una trayectoria circular se le llama período. El período se representa por una letra mayúscula T. Al número de revoluciones dadas por el mismo objeto en un intervalo unitario de tiempo se le llama **frecuencia** y se representa por la letra **f**.

7-3 DESPLAZAMIENTO ANGULAR.

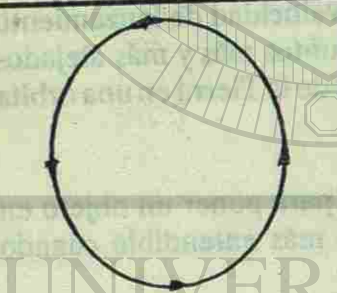


Fig. 1

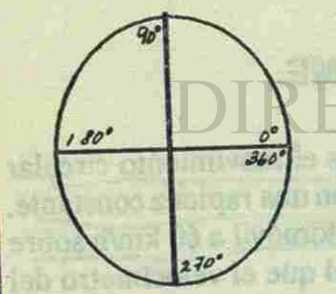


Fig. 2

En el movimiento rectilíneo un cuerpo se desplaza en una trayectoria recta, la distancia recorrida o el desplazamiento lineal es medido en unidades de longitud (km.,m.,cm., etc.).

En el caso de movimiento en línea curva (trayectoria curva) un cuerpo se desplaza una determinada distancia (fig. 1) esta distancia no se acostumbra medirse en unidades de longitud como en el movimiento rectilíneo. La distancia recorrida en trayectoria curva se mide en vueltas completas o revoluciones o ciclos (rev); en grados (°) y radianes. Estos dos últimos, se refieren a ángulos, de ahí el nombre de este tipo de desplazamiento (Angular). Desplazamiento angular es el cambio de posición de un objeto en

trayectoria circular y se expresa normalmente en unidades angulares (grados, revoluciones o radianes).

Ciclo o revolución es una vuelta completa en una circunferencia y por lo tanto consta de 360°. Fig. 2.

$$1 \text{ rev} = 360^{\circ}$$

Un grado es la trescientos sesentava parte de una circunferencia.

$$1 \text{ Grado} = 1/360$$

Un radián es el ángulo central de una circunferencia cuyo arco tiene una longitud igual a la del radio con que se ha trazado.

El radio y la longitud del arco se expresan en unidades de longitud: cm., km., millas, m.,etc.

En si el radián es una relación entre dos longitudes y por lo tanto tienen el mismo valor en todos los sistemas de unidades.

$$\text{Angulo en Rad} = \text{Long. del arco / radio}$$

$$\theta = d / R$$

$$d = \theta R$$

Donde d es una distancia lineal y θ es una distancia angular en radianes.

El radián es una cantidad adimensional.

El valor (π) pi representa el número de veces que el diámetro está contenido dentro de la circunferencia. Por esta razón, el radio esta contenido 2 veces π, por lo tanto:

$$1 \text{ rev} = \pi \text{ veces el diámetro}$$

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ veces el radio.}$$

Siendo que un radián, la longitud del radio de cualquier circunferencia recorrida en dicha circunferencia representa el arco, tenemos:

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ radianes.}$$

De aquí deducimos que

$$1 \text{ rev} = 360°$$

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ radianes.}$$

$$2\pi \text{ radianes} = 360°$$

$$1 \text{ rad} = 360°/2\pi$$

$$1 \text{ rad} = 57.3°$$

Desplazamiento angular en radianes

$$\theta = 2\pi \text{ x Desplazamiento angular en rev.}$$

7-4 VELOCIDAD ANGULAR.

La velocidad angular (ω) de un cuerpo en movimiento circular en torno a un eje, se define como la variación del desplazamiento angular que experimenta en la unidad de tiempo. Se expresa en rad/seg, grados/seg, rev/seg (rps) o en rev/min (rpm).

Si un cuerpo se desplaza en un ángulo de θ radianes en un tiempo t segundos, su velocidad angular media ω (rad/seg) se define por la relación:

(rad/seg) = desplazamiento angular (rad)/tiempo empleado

$$\omega = \theta/t$$

Ejemplo 1.

El eje de un motor gira a razón de 1800 rpm. Calcular en rad., el desplazamiento angular en 18 seg.

datos: ω= 1800 rev/seg, t = 18 seg.

solución:

$$\omega = 1800 \text{ rev/min x 2 rad/rev x 1 min/60 seg}$$
$$\omega = 1800 \text{ x 2 x 3.1416 rad /60 seg}$$
$$\omega = 188.5 \text{ rad/seg}$$
$$\omega = \theta/t$$
$$\theta = \omega t$$
$$\theta = (188.5 \text{ rad/seg})(18 \text{ seg})$$
$$\theta = 3393 \text{ rad}$$

Frecuencia es la magnitud de la velocidad angular, ésta se expresa en rev/hr (rph), revoluciones por minuto (rpm) o revoluciones por segundo (rps). A las revoluciones por segundo (rev/seg o rps) también se les llama Hertz.

Período T es el tiempo empleado para completar una revolución y se expresa en unidades de tiempo (segundo, hora, días, años, etc.)

Así tenemos:

$$\theta = 2\pi \text{ x rev.}$$
$$\omega = \theta / t$$
$$= 2\pi \text{ x rev / t}$$
$$= 2\pi f \qquad (3)$$

Ejemplo 2.

Una rueda gira a razón de 300 rpm. Calcular la velocidad angular de un punto cualquiera de la rueda y la velocidad lineal **v** de un punto situado a 2 m. del centro.

Solución:

$$300\ rpm = 300\ rev/min$$

$$300\ rev/min \times (1\ min/60\ seg) = 5\ rev/seg$$

$$300\ rpm = 5\ rev/seg$$

a) Por la ec. 3 tenemos:

$$\omega = 2\pi f$$

$$= 2\pi \times 5\ rev/seg$$

$$= 31.416\ rad/seg$$

Esta velocidad angular es la misma para todos los puntos de la rueda.

b) Por la ec. $v = \omega R$ tenemos:

$$v = \omega R$$

$$= 31.416\ rad/seg \times 2$$

$$= 62.832\ m/seg$$

Hacerlo inmediatamente.

1.- Una rueda gira a razón de 1500 rpm. Calcular la velocidad angular y la velocidad lineal a 3 m del centro. {157.08 rad/seg; 471.24 m/seg.}

2.- Una rueda gira a razón de 2400 rpm. Calcular la velocidad angular y la velocidad lineal a 1.5 m del centro y a 3 m. del centro. {251.33 rad/seg; 376.9 m/seg; 753.98 m/seg}

Ahora para observar la relación entre la frecuencia f y el período **T**, usemos estos términos para describir a un carro moviendose con una rapidez uniforme en una pista circular.

Supongamos que el carro tarda 20 seg. en dar una vuelta completa alrededor de la pista, esto es T = 20 seg. Facilmente podemos notar que da 3 vueltas en un minuto, esto es f = 3 rev/ min (3 rpm) o f = 1/20 rev por seg. La relación entre la frecuencia y el período (cuando se usan al mismo tiempo) es:

$$\mathbf{f = 1/T}$$

Si el período del carro es de 20 seg/rev, entonces la frecuencia es :

$$f = 1/20\ seg/rev$$

$$f = 1\ rev / 20\ seg$$

$$f = 0.05\ rev/seg$$

Las unidades deben escribirse en forma conveniente.

Tabla 7-1. Comparacion de la frecuencia y periodo de varias clases de movimiento circular. Nótese la diferencia entre las unidades.

	T	f
electrón en un acelerador circular	1.0×10^{-6}seg	1.0×10^{6} rev/seg
Utracentrífuga	3.3×10^{-4}seg	3.0×10^{3} rev/seg
Turbina	3.3×10^{-1}seg	3.0×10^{0} rev/seg
Rotación de la Tierra	24 horas	7.0×10^{-4} rev/seg
La Luna alrededor de la Tierra.	27 días	1.5×10^{-3}rev/hr
La tierra alrededor del Sol.	365 días	2.7×10^{-3}rev/dia

Si un objeto esdta en movimiento circular uniforme y si conocemos la frecuencia **f** y el radio **R**, podemos calcular la velocidad **v** del objeto sin dificultad. La distancia recorrida en una revolución es simplemente el perímetro de la trayectoria circular, que es:

$$d = 2\pi r \text{ (perímetro del círculo)}$$

El tiempo para una revolución, es por definición el período T:

$$v = d / t$$

Por sustitución tenemos:

$$v = 2\pi R / T$$

y en términos de la frecuencia:

$$v = 2\pi R\,(1/T)$$

$$v = 2\pi R f \qquad (6)$$

entonces:

$$v = \omega R \qquad (7)$$

Puesto que: $\omega = 2\pi f$ (3)

7-4 ACELERACION ANGULAR (MOVIMIENTO CIRCULAR VARIABLE)

La aceleración angular (α) de un cuerpo en movimiento de rotación, en torno de un eje, es la variación que experimenta su velocidad angular (ω) en la unidad de tiempo. Se expresa en radianes por segundo cada segundo (rad/seg^2).

Si la velocidad angular de un cuerpo varía uniformemente de ω_0 (rad/seg) a ω en un tiempo t seg, resulta:

$$\alpha\ (\text{rad/seg}^2) = (\omega(\text{rad/seg}) - \omega_0(\text{rad/seg}))/t \text{ seg}$$

$$= \omega - \omega_0 / t \qquad (8)$$

Relación entre las magnitudes lineales y angulares.

$$d = \theta R$$
$$v = \omega R$$
$$a = \alpha R$$

d = Long. del arco (m, cm, km, etc.)

δ = desplazamiento angular (radianes)

R = radio (m, cm, km, etc.)

ω = Velocidad angular (rad/seg)

α = Aceleración angular (rad/seg^2)

Además:

$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$d = v_0 t + 1/2\,at^2$	$\theta = \omega_0 t + 1/2\alpha t^2$
$d = (v - v_0)t/2$	$\theta = (\omega - \omega_0)t/2$
$v^2 = v_0^2 + 2ad$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

Ejemplo # 3.

La velocidad angular de un motor es de 1800 rpm. desciende uniformemente hasta 1200 rpm en 2 seg. Calcular:

a) la aceleración angular del motor y

b) el número de vueltas que realiza en ese tiempo.

Solución:

$$1800 \text{ rpm} = 30 \text{ rev/seg}$$
$$1200 \text{ rpm} = 20 \text{ rev/seg}$$

Por la ecuación 3 tenemos:

$$\omega = 2\pi f$$
$$\omega_o = 2 \times \pi \times 30 \text{ rev/seg}$$
$$= 188.5 \text{ rad/seg}$$
$$= 188.5 \text{ rad/seg}$$
$$= 2 \times \pi \times 20 \text{ rev/seg}$$
$$= 125.66 \text{ rad/seg}$$

a) Por la ecuación 8 tenemos:

$$\alpha = \omega - \omega_o/t$$
$$= (125.66 \text{ rad/seg} - 188.5 \text{ rad/seg})/2 \text{ seg}$$
$$= -31.416 \text{ rad/seg}^2$$

b) por la ecuación 11 tenemos:

$$\theta = (\omega + \omega_o)t/2$$
$$= (125.66 \text{ rad/seg} + 188.5 \text{ rad/seg})2 \text{ seg}/2$$
$$= 314.6 \text{ rad}$$
$$= 314.6 \text{ rad}/2\pi$$
$$= 50 \text{ rev.}$$

Hacerlo inmediatamente.

3.- Una rueda en reposo empieza a girar hasta alcanzar 60 rev/min en 30 seg. Calcular su aceleración angular y su desplazamiento en rev. {0.21 rad/seg^2, 15 rev}.

4.- Una rueda gira a 100 rpm y empieza acelerar a razón de 6 rad/seg^2 durantes 25 seg. Calcular a) la velocidad angular al terminar los 25 seg y b) el número de vueltas que da en ese tiempo. {160.47 rad/seg y 2136.8 rad ó 340.08 rev}.

Ejemplo # 4.

La velocidad angular de un motor es de 900 rpm y desciende uniformemente hasta 300 rpm, efecutando 50 rev. Calcualar:

a) la aceleración angular.

b) el tiempo necesario para realizar las 50 rev.

Solución:

a) convertimos los rpm en rad/seg.

$$\omega_o = 900 \text{ rpm}$$
$$= 900 \text{ rev/min} \times 2\pi/60 \text{ seg/min}$$
$$= 30 \text{ rad/seg}$$
$$= 94.25 \text{ rad/seg}$$
$$= 15 \text{ rev/seg}$$
$$= 300 \text{ rev/min} \times 2\pi/60 \text{ seg/min}$$
$$= 31.42 \text{ rad/seg}$$
$$= 5 \text{ rev/seg}$$
$$\theta = 50 \text{ rev.}$$

b) Por la ecuación 12:

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta$$
$$\alpha = (\omega^2 - \omega_o^2)/2\theta$$
$$\alpha = \frac{(31.42 \text{rad/seg})^2 - (94.25 \text{rad/seg})^2}{2 \times 314.16 \text{ rad}}$$
$$= -12.56 \text{ rad/seg}^2$$
$$\alpha = \frac{(5 \text{rev/seg})^2 - (15 \text{ rev/seg})^2}{2 \times 50 \text{ rev}}$$
$$= -2 \text{ rev/seg}^2$$

y por la ecuación 11:

$$\theta = (\omega_0 + \omega)t/2$$
$$t = 2\theta/(\omega + \omega_0)$$
$$t = 2 \times 50 \text{ rev}/(15 \text{ rev/seg} + 5 \text{ rev/seg})$$
$$t = 5 \text{ seg.}$$

7-6 ACELERACIÓN CENTRÍPETA Y FUERZA CENTRÍFUGA.

De acuerdo con la primera ley de Newton, si un cuerpo se mueve, este se moverá en línea recta a menos que sea forzado a hacerlo de otro modo, por ejemplo, en movimiento circular. Si una bola se mueve en línea recta y una cuerda u otro mecanismo tira de la bola, su trayectoria recta tenderá a ser ahora una trayectoria circular y solo si la cuerda o el otro mecanismo tira de la bola hacia el centro de la circunferencia, la bola seguirá en trayectoria circular.

Supongamos que una piedra está en el extremo de una cuerda y se está moviendo en forma circular (fig. 3). La rapidez de la piedra es constante, pero la velocidad está variando. La velocidad es una cantidad vectorial que incluye a la rapidez y una dirección de ella. Es decir, en el movimiento circular uniforme, la rapidez del objeto en revolución, permanece igual, mientras la dirección cambia contínuamente. Las tres secciones de la fig. 3 muestran a la piedra en cuatro momentos sucesivos en su revolución. En cualquier instante, la dirección del vector velocidad, es tangente a la curva. Nótese que su rapidez, representada por el tamaño de las flechas, no varía, pero su dirección cambia de un momento a otro. Ya que la aceleración esta definida como un cambio de la velocidad, la piedra, de hecho, está en movimiento acelerado.

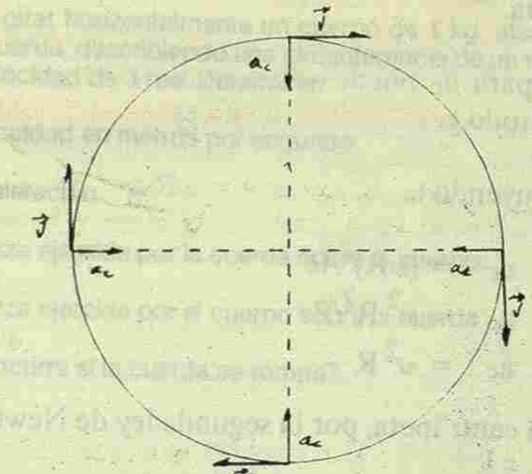


Fig. 3

Pero para producir una aceleración, es necesario una fuerza. En el caso de la piedra girando, existe una fuerza sobre la piedra ejercida por la cuerda, y si despreciamos el peso de la piedra y la resistencia del aire, ésta será la fuerza neta.

La dirección de la fuerza actuando sobre la piedra es a lo largo de la cuerda. Este vector fuerza actuando siempre hacia el centro de rotación, es llamada fuerza centrípeta.

fuerza centrípeta

Podríamos definirla como la fuerza necesaria, aplicada a un cuerpo en movimiento, para cambiar su trayectoria en una trayectoria circular con rapidez constante.

De la segunda ley de Newton, sabemos que la fuerza y la aceleración estan en la misma dirección, así que el vector aceleración está también dirigida hacia el centro de rotación. LLamaremos a esta aceleración, **centrípeta** y la representaremos con el simbolo a_c.

Cualquier objeto [illegible] aceleración centrípeta.

Una expresión para a_c puede ser derivada [illegible] (obtenida por un método geo[illegible] que no es [illegible])

En la que, sustituyendo la [illegible] $v = \omega R$ tenemos:

$$a_c = (\omega R)^2/R$$
$$a_c = \omega^2 R^2/R$$
$$a_c = \omega^2 R \qquad (14)$$

Y para la fuerza centr'ipeta, por la segunda ley de Newton, tenemos:

$$F_c = ma_c \qquad (15)$$
$$F_c = m\,\omega^2 R$$

7-7 FUERZA CENTRÍFUGA.

La tercera ley de Newton establece que a toda fuerza de acción, existe una fuerza igual y de sentido contrario llamada reacción. En el caso del movimiento circular, a esta fuerza de reacción se le denomina fuerza centrífuga, la cual definimos como la fuerza aplicada a un cuerpo en movimiento circular que lo impulsa a cambiar de dicha trayectoria circular a una rectilínea.

Tiene la misma magnitud que la fuerza centrípeta, pero de sentido contrario.

Ejemplo # 5:

Se hace girar horizontalmente un cuerpo de 1 kg, atado al extremo de una cuerda, describiendo una circunferencia de un metro de radio a una velocidad de 3 rps. Determinar:

a) La velocidad en metros por segundo.

b) La aceleración.

c) La fuerza ejercida por la cuerda sobre el cuerpo.

d) La fuerza ejercida por el cuerpo sobre la cuerda.

e) ¿Qué ocurre si la cuerda se rompe?.

Solución:

a)
$$v = 2\pi Rf$$
$$v = 2\pi(1m)(3/seg)$$
$$v = 6\pi \text{ m/seg}$$
$$v = 18.85 \text{ m/seg}$$

b)
$$a = v^2/R$$
$$a = 18.85m/seg)^2/1m$$
$$a = 355.32 \text{ m/seg}^2$$

Esta aceleración es hacia adentro de la circunferencia.

c)
$$F = ma$$
$$F = (1kg)(355.32 \text{ m/seg}^2)$$
$$F = 355.32 \text{ N}$$

d) La fuerza ejercida por la cuerda sobre el cuerpo, es la fuerza centrípeta. La fuerza ejercida por el cuerpo sobre la cuerda es la fuerza centrífuga. Estas dos fuerzas son de igual modulo (355.32), de la misma dirección, pero de sentido contrario. La fuerza centrípeta tiene la misma dirección del radio y su sentido es hacia el centro de la circunferencia. La fuerza centrífuga tiene esa magnitud, pero en sentido contrario.

e) El cuerpo adquiere un movimiento rectilíneo, según su dirección de la tangente a la circunferencia.

Hacerlo inmediatamente.

1.- Un cuerpo de 150 kg, girando a una velocidad de 3 rpm y a 3 m del centro. ¿Qué fuerza centrípeta lleva? [44.41N]

2.- Un cuerpo de 500 kg con una velocidad angular de 1 rev/seg y a 1.5 m del centro. ¿Qué fuerza Centrípeta lleva? [59.22N]

ANALOGÍA ENTRE LAS MAGNITUDES LINEALES Y ANGULARES.

Lineales			Angulares	
Desplazamiento	d	$\longrightarrow$	Desplazamiento	θ
velocidad	v	$\longrightarrow$	Velocidad ang.	ω
Aceleración	a	$\longrightarrow$	Aceleración ang.	α
Masa	m	$\longrightarrow$	Momento de inercia	I
Fuerza	F	$\longrightarrow$	Par	L
Cant. de Mov.	mv	$\longrightarrow$	Impetu ang.	$I\omega$
Impulso	ft	$\longrightarrow$	Impulsión Ang.	Lt

Si en las ecuaciones del movimiento lineal, se reemplazan las magnitudes lineales para las correspondientes angulares, se obtienen las ecuaciones del movimiento angular.

$$F = ma \longrightarrow L = I$$
$$E_c = (1/2)mv^2 \longrightarrow E_c = (1/2)I\omega^2$$
$$T = Fd \longrightarrow T = L\theta$$
$$P = T/t \longrightarrow P = L\theta/t$$

AUTOEVALUACIÓN

1.- Un cuerpo da 400 vueltas en un tiempo de 1 minuto. Calcular la velocidad angular del cuerpo.

[ω = 41.88 rad/seg]

2.- Una rueda gira a 480 rpm. Hallar la velocidad angular de un punto cualquiera de la misma y la velocidad lineal de un punto situado a:

a) 0.5 m,

b) 1.0 m y

c) 1.8 m.

[ω = 50.26 rad/seg; a) 25.13 m/seg, b) v = 50.26 m/seg, c) v = 90.47 m/seg].

3.- Calcular la velocidad angular de un automóvil que toma una curva de 8 m de radio a una velocidad de 45 km/h.

[ω = 1.56 rad/seg].

4.- La velocidad angular de un disco, disminuye uniformemente desde 12 a 4 rad/seg en 4 seg. Calcular la aceleración angular y el número de vueltas que efectúa en ese tiempo.

[α = -2 rad/seg^2, θ = 32 rad = 5 rev].

5.- Una rueda que gira con una frecuencia de 2100 rpm, disminuye ésta uniformemente hasta 900 rpm, efectuando 80 vueltas. Calcular la aceleración angular y el tiempo invertido. [α = -39.27 rad/seg^2, t = 3.2 seg].

6.- Un cuerpo de 1.5 kg recorre una circunferencia de 25 cm de radio con una velocidad de 2 rps. Calcular:

a) la fuerza centrífuga y

b) la fuerza centrípeta.

[a) F_c = 59.15 N, b) El mismo valor pero en sentido contrario -50.15 N]

7.- Un cuerpo de 10 kg recorre una circunferencia de 1.5 m de radio, con una velocidad de 4 rps. Calcular:

a) la fuerza centrípeta y

b) la fuerza centrífuga.

[a) F_c = 9472.75 N, b) El mismo valor, pero en sentido contrario - 9472.75 N].

8.- Convertir a las unidades que se piden.

a) 50 rev ⟶ rad.

b) 48 rad ⟶ rev.

c) 5 rad ⟶ rev

d) 300 rev ⟶ rad

e) 172° ⟶ rad

f) 360° ⟶ rev

g) 180° ⟶ rad.

h) 720 rpm ⟶ rad/seg.

i) 1800 rpm ⟶ rad/seg

j) 1200 rps ⟶ rad/seg

k) 60 rad/seg ⟶ rpm

l) 40 grados/seg ⟶ rpm

m) 40 grados/seg ⟶ rad/seg

n) 5 rad ⟶ grados.

APENDICE A

NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Los científicos realizan medidas en las que intervienen datos cuantitativos que van desde lo astronómicamente grande (observa la introducción de esta unidad), hasta lo infinitamente pequeño (masa de un electrón). Para facilitar el registro y manipulación de estos datos, los números se expresan en una forma especial llamada **notación científica o notación abreviada**.

La notación científica o notación abreviada emplea un número igual o mayor que 1 y menor que 10, junto con una potencia base 10, como se describe enseguida:

$$A \times 10^n$$

donde $1 \leq A < 10$

y **n** es la potencia a la que está elevada la base 10, y debe ser un entero. Cuando **n** 0 (es decir **n**, es positivo), A x 10^n en un número mayor o igual que uno.

Ejemplo # 1.

1o.- Escribir 88800000000 en notación científica.

$$A = 8.88$$

ya que 8.88 será en la expresión, el único número mayor que 1 y menor que 10.

2o.- Obtener el valor de n.

8 8 8 0 0 0 0 0 0 0 0

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

a) la fuerza centrípeta y

b) la fuerza centrífuga.

[a) F_c = 9472.75 N, b) El mismo valor, pero en sentido contrario - 9472.75 N].

8.- Convertir a las unidades que se piden.

a) 50 rev ⟶ rad.

b) 48 rad ⟶ rev.

c) 5 rad ⟶ rev

d) 300 rev ⟶ rad

e) 172° ⟶ rad

f) 360° ⟶ rev

g) 180° ⟶ rad.

h) 720 rpm ⟶ rad/seg.

i) 1800 rpm ⟶ rad/seg

j) 1200 rps ⟶ rad/seg

k) 60 rad/seg ⟶ rpm

l) 40 grados/seg ⟶ rpm

m) 40 grados/seg ⟶ rad/seg

n) 5 rad ⟶ grados.

APENDICE A

NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Los científicos realizan medidas en las que intervienen datos cuantitativos que van desde lo astronómicamente grande (observa la introducción de esta unidad), hasta lo infinitamente pequeño (masa de un electrón). Para facilitar el registro y manipulación de estos datos, los números se expresan en una forma especial llamada **notación científica o notación abreviada**.

La notación científica o notación abreviada emplea un número igual o mayor que 1 y menor que 10, junto con una potencia base 10, como se describe enseguida:

$$A \times 10^n$$

donde $1 \leq A < 10$

y **n** es la potencia a la que está elevada la base 10, y debe ser un entero. Cuando **n** 0 (es decir **n**, es positivo), $A \times 10^n$ en un número mayor o igual que uno.

Ejemplo # 1.

1o.- Escribir 88800000000 en notación científica.

$$A = 8.88$$

ya que 8.88 será en la expresión, el único número mayor que 1 y menor que 10.

2o.- Obtener el valor de n.

8 8 8 0 0 0 0 0 0 0 0

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Al establecer que A = 8.88 quiere decir, que cambiamos el punto decimal, ya que, en la expresión original al punto decimal está en el último cero. Por lo tanto "n" es igual a 10 y nuestro resultado será

$$8.88 \times 10^{10}$$

Ejemplo # 2.

Escribir 965,000 en notación científica.

9 6 5 0 0 0
5 4 3 2 1

A = 9.65 1 9.65 10

n = 5 Se movió el punto 5 lugares hacia la izq.

Por lo tanto,

$$965000 = 9.65 \times 10^{5}$$

Ejemplo # 3. (resolver).

Escribir 67300 en notación científica.

A =

n =

67300 =

Ejemplo # 4.

Escribir 6.00 en notación científica.

6.00 A = 6 $1 < 6 < 10$

n = 0 No se movió el punto decimal.

$$6.00 = 6 \times 10^{0}$$

Ejemplo # 5 (resolver)

Escribir 370 en notación científica.

A =

n =

370 =

Cuando **n < 0** (n es negativa), **A x 10^{-n}**| es un número menor que 1, pero mayor que 0.

Ejemplo # 6.

Escribir 0.820 en notación científica.

0.820 A = 8.2

$1 < 8.2 < 10$

n = -1 Se movió el punto un lugar a la derecha.

$$0.820 = 8.2 \times 10^{-1}$$

Ejemplo # 7. (resolver)

Escribir 0.082 en notación científica.

A =

n =

0.82 =

Ejemplo # 8.

0.0000999 en notación científica.

A = 9.99 $1 < 9.99 < 10$

n = -5 Se movió 5 lugares a la derecha.

$$0.0000999 = 9.99 \times 10^{-5}$$

Ejemplo # 9. (resolver)

Escribir 0.000437 en notación científica.

A =

n =

0.000437 =

Ejemplo # 10.

Escribir 0.000000001 en notación científica.

A = 1   1 = 1 < 10

n = -9

$0.000000001 = 1 \times 10^{-9}$

Ejemplo # 11. (Resolver)

Escribir 0.00000683 en notación científica.

A =

n =

0.00000683

Conversión de un número en notación científica a notación normal.

Para convertir un número en notación científica a su forma normal, es fácil desarrollando la forma inversa a lo anterior. Solo debemos correr el punto decimal la cantidad de lugares que establezca el valor de "n". Veamos el siguiente caso:

Escribir 3.45×10^{6} en notación normal.

El punto decimal se correrá 6 lugares hacia la derecha (n es positivo) y si quedan espacios se llenaran con ceros:

3.4 5

1 2 3 4 5 6

3 4 5 0 0 0 0

por lo tanto

$3.45 \times 10^{6} = 3\,450\,000$

Ejemplo # 12.

6.86×10^{-4} en notación normal.

6 8 6

4 3 2 1

Los espacios se complementan con ceros y se coloca el punto decimal.

$6.86 \times 10^{-4} = 0.000686$

Ejemplo # 13.

3.93×10^{-6} en notación normal.

$3.93 \times 10^{-6} =$

MULTIPLICACIÓN CON NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Para multiplicar dos o más números en notación científica, debemos de recordar una de las leyes de los exponentes.

Cuando se multiplican dos o más términos en forma exponencial y con la misma base, se suman los exponentes y se deja la misma base.

$$a^{4} \times a^{7} = a^{4+7}$$
$$= a^{11}$$

Lo mismo sucede si manejamos la base 10

$$10^4 \times 10^3 = 10^{4+3}$$

$$= 10^7$$

Ejemplo # 14.

$$10^8 \times 10^{-3} = 10^{8+(-3)}$$

$$= 10^{8-3}$$

$$= 10^5$$

Ejemplo # 15. (Resolver)

$$10^3 \times 10^{-6} =$$

$$=$$

$$=$$

Pero la mayoría de los números en notación científica lleva un coeficiente y también hay que seguir sus reglas

$$2a^4 x 3a^5 = 2 \times 3 \times a^4 \times a^5 \quad \text{(Ley conmutativa)}$$

$$= (2 \times 3)(2a^4 \times a^5) \quad \text{(Ley asociativa).}$$

$$= 6 \times 10^{4+5}$$

$$= 6 \times 10^9$$

Ejemplo # 16.

$$(3 \times 10^4) \times (2 \times 10^{-6}) =$$

$$= (3 \times 2)(10^4 \times 10^{-5})$$

$$= 6 \times 10^{4-6}$$

$$= 6 \times 10^{-2}$$

Ejemplo # 17. (Resolver).

$$(4 \times 10^8) \times 1.5 \times 10^{-2})$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Ejemplo # 18.

$$5x10^4x7x10^8x6x10^{-5}$$

$$= (5x7x6)(10^{4+8+(-5)}$$

$$= 210 \times 10^{4+8-5}$$

$$= 210 \times 10^7$$

$$= 2.1 \times 10^9$$

Ejemplo # 19.

$$8.3x10^5x6.2x10^3x5x10^{-3}$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

DIVISIÓN CON NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Para dividir dos números con notación científica, nos basaremos también en las leyes de los exponentes.

Cuando se dividen dos términos en forma exponencial y con la misma base, se restan los exponentes (al exponente del numerador se le resta el exponente del denominador).

$$\frac{a^6}{a^2} = a^{6-2}$$

$$= a^4$$

Lo mismo sucede si manejamos la base 10.

$$\frac{10^4}{10^5} = 10^{4-5}$$

$$= 10^{-1}$$

Esto nos conduce a una simplificación; la base 10 y su ex ponente que está en el denominador se puede colocar en el numerador (cuidado: solo la base 10 con el exponente, no así el coeficiente), sólo cambiando el signo del exponente de dicha base.

Ejemplo # 20.

$$\frac{5 \times 10^4}{2 \times 10^2} = \frac{5}{2} \times 10^4 \times 10^{-2}$$

$$= 2.5 \times 10^4 \times 10^{-2}$$

$$= 2.5 \times 10^4$$

$$= 2.5 \times 10^2$$

Ejemplo # 21.

$$\frac{8.3 \times 10^6}{3.6 \times 10^{-5}} =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Ejemplo # 22.

$$\frac{3 \times 10^8 \times 6 \times 10^{-5}}{2 \times 10^3 \times 3 \times 10^{-7}} =$$

$$= 3 \times 6/2 \times 3)(10^8 \times 10^{-5} \times 10^{-3} \times 10^{+7})$$

$$= 3 \times 10^{8 + (-5) + (-3) + 7}$$

$$= 3 \times 10^7$$

Ejemplo # 23.

$$\frac{4.9 \times 10^7 \times 3.6 \times 10^{-4}}{7 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^3} =$$

$$=$$

$$=$$

SUMA Y RESTA CON NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Para sumar o restar dos o más números en notación científica, es requisito indispensable que la base de cada uno de ellos esten elevados a la misma potencia.

Ejemplo # 24.

$$2 \times 10^3 + 3 \times 10^3 = 2000 + 3000$$

$$= 5000$$

$$= 5 \times 10^3$$

Deducimos entonces que al tener los números con base elevada a la misma potencia, basta con sumar los coeficientes, y dejar la base elevada a la misma potencia.

El ejemplo anterior se resolvería de la siguiente manera:

$$(2 \times 10^3) + (3 \times 10^3) = (2 + 3)(10^3)$$

$$= 5 \times 10^3$$

En forma general, podemos expresarlo algebraicamente de la siguiente manera :

$$(A \times 10^b) + (B \times 10^b) + (C \times 10^b) = (A + B + C) \times 10^b$$

Para la resta con notación científica también se cumple la misma regla:

$$(A \times 10^b) - (B \times 10^b) - (C \times 10^b) = (A - B - C) \cdot 10^b$$

Ejemplos # 25

$$6 \times 10^2 + 5 \times 10^4$$

$$= (0.05 \times 10^4) + (5 \times 10^4)$$

$$= (5 + 0.06) \times 10^4$$

$$= 5.06 \times 10^4$$

Ejemplo # 26.

$$(2 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$$

$$= (2 \times 10^{-2}) + (0.03 \times 10^{-2})$$

$$= (2 + 0.3) \times 10^{-2}$$

$$= 2.3 \times 10^{-2}$$

Ejemplo # 27.

$$3 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-3}$$

$$= (3 \times 10^{-2}) - (0.5 \times 10^{-2})$$
$$= (3 - 0.5) \times 10^{-2}$$
$$= 2.5 \times 10^{-2}$$

Ejemplo # 29.

4) $4 \times 10^3 - 3 \times 10^2$

$$= (4 \times 10^3) - (0.3 \times 10^3)$$
$$= (4 - 0.3) \times 10^3$$
$$= 3.7 \times 10^3$$

NOTA: Podemos observar en estos ejemplos que para poder expresar el resultado final en la forma general: $A \times 10^n \mid$ donde $1 < A < 10$, se procura que todas las cantidades que se van a sumar y/o a restar su base debe estar elevada a la potencia mayor. En el primer ejemplo todos están en 10^4 y en el segundo y tercer ejemplo todos los números en 10^{-2}, ya que, el número (-2) es mayor que (-3).

Resolver inmediatamente:

a) $(2 \times 10^3) + (4 \times 10^4)$

b) $6 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-4}$

c) $5.7 \times 10^6 - 4.3 \times 10^5$

d) $8 \times 10^{-5} - 3 \times 10^{-6}$

e) $2 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-5} - 6 \times 10^{-6}$

APENDICE B

SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES.

Es muy común, que al resolver algún problema de física sea necesario despejar cierta incógnita de una fórmula, representación algebraica ó ecuación que exprese a un determinado concepto ó Ley. Es por eso, muy necesario que adquieras una habilidad para despejar incógnitas, principalmente en ecuaciones lineales.

Primeramente, definiremos lo que es una ecuación, fórmula o representación algebraica. (Estos términos los utilizaremos para expresar exactamente lo mismo).

Primeramente estableceremos que una **igualdad** esta formada por dos expresiones separadas por el signo de (=), donde éste indica que dichas expresiones representan el mismo número. Llamaremos **primer miembro** a la expresión que está a la izquierda del signo (=) y **segundo miembro** a la expresión que está a la derecha.

$$\underbrace{5x + 3}_{\text{1er. miembro}} = \underbrace{y + 2}_{\text{2do. miembro}}$$

Las igualdades donde aparece uno o más variables se clasifican en **Identidades y Ecuaciones**.

Una Identidad es una igualdad que se cumple para todos los valores de la variable.

Ejemplo # 1:

$$8y = 5y + 3y$$

Si sustituimos la variable por algunos valores tenemos:

$y = 0 \quad 8(0) = 5(0) + 3(0)$
$\qquad\qquad 0 = 0$

$y = (-1) \quad 8(-1) = 5(-1) + 3(-1)$
$\qquad\qquad -8 = -5 -3$

$y = 2 \quad 8(2) = 5(2) + 3(2)$

Ejemplo # 27.

$3 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-3}$

$$= (3 \times 10^{-2}) - (0.5 \times 10^{-2})$$
$$= (3 - 0.5) \times 10^{-2}$$
$$= 2.5 \times 10^{-2}$$

Ejemplo # 29.

4) $4 \times 10^{3} - 3 \times 10^{2}$

$$= (4 \times 10^{3}) - (0.3 \times 10^{3})$$
$$= (4 - 0.3) \times 10^{3}$$
$$= 3.7 \times 10^{3}$$

NOTA: Podemos observar en estos ejemplos que para poder expresar el resultado final en la forma general: $A \times 10^{n}$ | donde $1 < A < 10$, se procura que todas las cantidades que se van a sumar y/o a restar su base debe estar elevada a la potencia mayor. En el primer ejemplo todos están en 10^{4} y en el segundo y tercer ejemplo todos los números en 10^{-2}, ya que, el número (-2) es mayor que (-3).

Resolver inmediatamente:

a) $(2 \times 10^{3}) + (4 \times 10^{4})$

b) $6 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-4}$

c) $5.7 \times 10^{6} - 4.3 \times 10^{5}$

d) $8 \times 10^{-5} - 3 \times 10^{-6}$

e) $2 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-5} - 6 \times 10^{-6}$

APENDICE B

SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES.

Es muy común, que al resolver algún problema de física sea necesario despejar cierta incógnita de una fórmula, representación algebraica ó ecuación que exprese a un determinado concepto ó Ley. Es por eso, muy necesario que adquieras una habilidad para despejar incógnitas, principalmente en ecuaciones lineales.

Primeramente, definiremos lo que es una ecuación, fórmula o representación algebraica. (Estos términos los utilizaremos para expresar exactamente lo mismo).

Primeramente estableceremos que una **igualdad** esta formada por dos expresiones separadas por el signo de (=), donde éste indica que dichas expresiones representan el mismo número. Llamaremos **primer miembro** a la expresión que está a la izquierda del signo (=) y **segundo miembro** a la expresión que está a la derecha.

$$5x + 3 = y + 2$$

1er. miembro 2do. miembro

Las igualdades donde aparece uno o más variables se clasifican en **Identidades y Ecuaciones**.

Una Identidad es una igualdad que se cumple para todos los valores de la variable.

Ejemplo # 1:

$$8y = 5y + 3y$$

Si sustituimos la variable por algunos valores tenemos:

$y = 0$ $\quad 8(0) = 5(0) + 3(0)$

$\qquad\qquad 0 = 0$

$y = (-1)$ $\quad 8(-1) = 5(-1) + 3(-1)$

$\qquad\qquad -8 = -5 -3$

$y = 2$ $\quad 8(2) = 5(2) + 3(2)$

$$y = 5 \qquad \begin{aligned} 16 &= 10 + 6 \\ 8(5) &= 5(5) + 3(5) \\ 40 &= 25 + 15 \end{aligned}$$

Una ecuación es una igualdad que solo se cumple para alguno o algunos valores de la variable.

La variable que interviene en una ecuación recibe el nombre de incógnita.

Las ecuaciones se clasifican según el grado. que tienen.

a) $z + 3 = 5 \longrightarrow$ 1er. grado.
b) $z^2 + 8 = 12 \longrightarrow$ 2do. grado.
c) $m^3 + 2m = 18 \longrightarrow$ 3er. grado.
d) $7ps = 25 \longrightarrow$ 2do. grado.

Para poder manejar las ecuaciones, requerimos de algunas herramientas, las llamaremos propiedades de la igualdad.

Reflexiva $a = a$

Simétrica si $a = b$, entonces $b = a$

Transitiva si $a = b$, y $b = c$, entonces $a = c$.

Aditiva de la igualdad Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$.

Multiplicativa de la Igualdad Si $a = b$, entonces $ac = bc$.

Inverso Aditivo: Todo número racional sumado con su inverso aditivo u opuesto es igual a cero.

Elemento Neutro de la Adición: Todo número racional sumado con el elemento neutro (cero) nos da el mismo número.

Inverso Multiplicativo: Todo número racional diferente de cero, multiplicado por su recíproco o inverso multiplicativo es igual a 1.

Elemento Neutro de la Multiplicación: Todo número racional multiplicado por el elemento neutro multiplicativo (1) es igual a si mismo.

Veamos algunos casos más usuales en nuestra materia:

1o.- Ecuaciones que se resuelven: empleando la propiedad aditiva de la igualdad.

$$v = v_o + v$$

$v_o + v = v$	Simétrica
$v_o + (-v_o) + v = v + (-v_o)$	Aditiva de la Igualdad
$[v_o + (-v_o)] + v = v + (-v_o)$	Asociativa.
$0 + v = v + (-v_o)$	Inverso Aditivo.
$v = v + (-v_o)$	Elemento Neutro de la Adición.
$v = v - v_o$	Def de la Adición.

Con esta demostración, tenemos la conclusión.

1o. **Lo que está sumando en un miembro de la ecuación pasa restando al otro miembro de la ecuación y lo que está restando pasa sumando.**

2o. Ecuaciones que se resuelven: **Empleando la propiedad multiplicativa de la igualdad.**

$$F = ma$$

$ma = F$	Simétrica.
$ma(1/m) = F(1/m)$	Multiplicativa.
$m(1/m)\cdot a = F\cdot(1/m)$	Conmutativa.
$1\cdot a = F\cdot(1/m)$	Inverso multiplicativo.
$a = F\cdot(1/m)$	Elemento neutro de la multiplicación.
$a = F/m$	Definición de la multiplicación.

Te sugerimos que realices lo mismo en el siguiente ejemplo:

$$P = F/A$$

$F/A = P$
$F/A\ (A) = P\ (A)$
$(A/A)\cdot F = P\cdot(A)$
$1\cdot F = P\cdot(A)$
$F = P\cdot(A)$
$F = PA$

Conclusión: **Si un elemento está multiplicando en un miembro de la ecuación pasa dividiendo al otro, o si está dividiendo pasa al otro multiplicando**

3o. Ecuaciones que se resuelven empleando las propiedades aditivas y mutiplicativas de la igualdad.

$$v = v_0 + at$$

$v_0 + at = v$	Simétrica.
$v_0 + at + (-v_0) = v + (-v_0)$	Aditiva.
$v_0 + (-v_0) + at = v + (-v_0)$	Conmutativa.
$[v_0 + (-v_0)] + at = v + (-v_0)$	Asociativa.
$0 + at = v + (-v_0)$	Inv. Aditivo.
$at = v + (-v_0)$	Elem. Neutro de Ad.
$at = (v - v_0)$	Def. de adición.
$at(1/t) = (v - v_0)(1/t)$	Multiplicativa.
$t(1/t)a = (v - v_0)(1/t)$	Conmutativa.
$1 \cdot a = (v - v_0)(1/t)$	Inv. Multiplicativo.
$a = (v - v_0) \cdot (1/t)$	Elem. Neutro de la Ad.
$a = \dfrac{(v - v_0)}{t}$	Def. de la Mult.

Por las conclusiones anteriores: esto podría hacerse de la forma siguiente.

$$v = v_0 + at$$

$v_0 + at = v$	Simétrica.
$at = v - v_0$	Conclusión 1.
$a = (v - v_0)/t$	Conclusión 2.

En algunas ocasiones se nos presentaran ecuaciones en las cuales puede haber paréntesis escritos o tácitos y para resolverlas tendremos que eliminarlos, si es necesario, efectuando las operaciones necesarias.

Ejemplo: Despejar v.

$$d = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

$$\frac{(v + v_0)}{2} \cdot t = d \qquad ó \qquad \frac{v + v_0}{2} \cdot t = d$$

$$\frac{vt + v_0 t}{2} = d$$

$$vt + v_0 t = 2 \cdot d$$

$$vt = 2 \cdot d - v_0 t$$

$$v = \frac{2 \cdot d - v_0 t}{t}$$

$$v = \frac{2 \cdot d}{t} - \frac{v_0 t}{t}$$

$$v = 2 \cdot d/t - v_0$$

$$(v + v_0) \cdot t = 2d$$

$$v + v_0 = 2 \cdot d/t$$

$$v = 2 \cdot d/t - v_0$$

APENDICE C

EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO Y LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Sabemos que un triángulo rectángulo es aquel que tiene uno y sólo uno, ángulo recto. Los lados que forman ese ángulo recto se les llama **catetos** y el lado opuesto a dicho ángulo recto se le denomina **hipotenusa**.

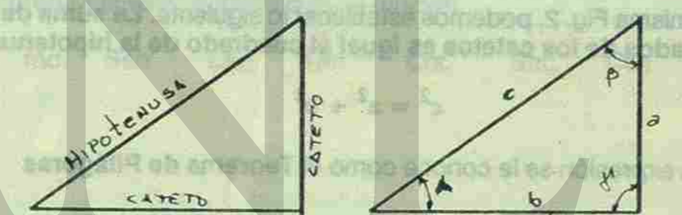


Fig. 1 *Fig 2*

Ahora vemos cómo se relacionan los lados y ángulo de un triángulo rectángulo.

Analizando la Fig. 2, podemos relacionar los lados del triángulo de las siguientes formas:

c/a, b/c, a/b, b/a, a/c, c/a

Cada una de estas razones recibe un nombre especial, dependiendo del ángulo al que se está haciendo referencia (α o β en la Fig. 2).

Seno de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto (L.O) y la hipotenusa. En la Fig. 2 Sen α = a/c, Sen β = b/c.

APENDICE C

EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO Y LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Sabemos que un triángulo rectángulo es aquel que tiene uno y sólo uno, ángulo recto. Los lados que forman ese ángulo recto se les llama **catetos** y el lado opuesto a dicho ángulo recto se le denomina **hipotenusa**.

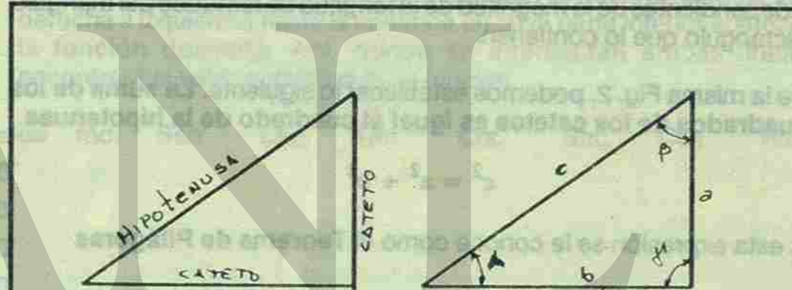


Fig. 1 *Fig 2*

Ahora vemos cómo se relacionan los lados y ángulo de un triángulo rectángulo.

Analizando la Fig. 2, podemos relacionar los lados del triángulo de las siguientes formas:

c/a, b/c, a/b, b/a, a/c, c/a

Cada una de estas razones recibe un nombre especial, dependiendo del ángulo al que se está haciendo referencia (α o β en la Fig. 2).

Seno de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto (L.O) y la hipotenusa. En la Fig. 2 Sen α = a/c, Sen β = b/c.

Coseno de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado adyacente (L.A) y la hipotenusa. En la Fig. 2 Cos α = b/c, Cos β = a/c.

Tangente De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto y el lado adyacente. En la fig. 2 Tan α = a/b, Tan β = b/a.

Cotangente De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado adyacente y el lado opuesto. En la fig. 2, Cot α = b/a, Cot β = a/b.

Secante De cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el lado adyacente. Sec α = c/b, Sec β = c/a.

Cosecante De cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el lado opuesto. Csc α = c/a, Csc β = c/b.

Las razones definidas anteriormente se les denomina **Funciones trigonométricas**.

Es importante saber que los valores de las funciones trigonométricas dependen solamente de la magnitud del ángulo, y son completamente independientes de la magnitud de la longitud de los lados del triángulo rectángulo que lo contienen.

De la misma Fig. 2, podemos establecer lo siguiente: **La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa**.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

A esta expresión se le conoce como el **Teorema de Pitágoras**

USO DE LAS TABLAS TRIGONOMÉTRICAS.

Considerando lo establecido anteriormente, de que el valor de la función trigonométrica depende exclusivamente del ángulo, se pudieron establecer los valores de estas funciones trigonométricas en una tabla (tablas **trigonométricas**).

Estas tablas trigonométricas nos pueden servir para:

1o. Encontrar el valor numérico de cualquier función, dado el ángulo.

2o. Encontrar el ángulo, dado el valor numérico de la función trigonométrica.

Existen algunas tablas que contienen los valores de las funciones de los ángulos comprendidos entre 0° y 90° con intervalos de 10' (minutos).

La forma de usar dichas tablas trigonométricas es la sig:

a) Si el ángulo es menor de 45°, se localiza el ángulo en la columna izquierda de la tabla. Luego se localiza el ángulo deseado, se recorre la línea hasta la columna en cuya parte superior aparece la función deseada. Ahí encontrará el valor de la función.

Ejemplo # 1.

Encontrar el valor de Sen 41° y Cos 41°.

Solución:

Busquemos primero el ángulo de 41° del lado izquierdo de las tablas hasta localizarlo.

De donde Sen de 41° l0' = 0.6583 y Cos de 41°10' = 0.7528.

b)Si el ángulo es mayor de 45°, se localiza el ángulo en la columna derecha. Luego que se localiza el ángulo, se recorre la línea (de derecha a izquierda) hasta la columna en cuya parte inferior aparezca la función deseada. Ahí, donde se intersectan ambas líneas, encontrará el valor numérico de la función.

Grados	rad.	Sen.	Csc.	Tan.	Cot.	Sec.	Cos	Rad.	Grd
0°00'									
10'									
20'									
30'									
40'									
50'									
1°00'									
41°00'	.7156	.6561	1.524	.8693	1.150	1.325	.7547	.8552	49°00
10'	.7185	[.6583]	1.519	.8744	1.144	1.328	.7528	.8523	50'
20'									40'
30'									30'
40'									20'
50'									10'
42°00'									48°00

Ejemplo # 2.

Encontrar el valor de Tan. 73°30'.

Solución: Busquemos en la columna derecha (grados) el ángulo dado (73°30'). Luego, buscamos la función tangente en la parte inferior y donde se crucen estas dos líneas, ahí encontramos el valor de tan 72°30' que es 3.172.

Es importante observar que los ángulos, cuando son mayores de 45°, estan ordenados crecientemente de abajo hacia arriba, por lo que se debe de tener cuidado al localizar los minutos, que se deben leer en la parte superior de la columna de los grados dados y no hacia abajo. Observe que en el ejemplo 2 se hizo esto, es decir, una vez que se localizaron los grados (72) se buscó luego la cantidad de minutos arriba de 72° que en este caso fueron 30'.

Frecuentemente ocurre que en lugar de tener que determinar la tangente de un ángulo dado, sea necesario obtener el ángulo al cual corresponde una función dada.

Cuando el valor decimal dado aparece exactamente en una de las columnas de la función dada, solo necesitamos leer la intersección de las columnas adecuadas, el ángulo que corresponde.

Ejemplo # 3.

Si Tan A = 3.412, determinar A.

Solución:

Puesto que Tan A = 3.412, buscamos en las tablas, en la columna que tiene "tan", en la parte inferior. Entonces leemos a la derecha que A = 73°40'.

Para un mejor manejo de las tablas hay que ver cómo varían los valores de las funciones trigonométricas con respecto al ángulo. Así podemos observar que, mientras el ángulo crece, el valor númerico de: a) el **seno** crece, b) el **coseno** decrece, c) la **tangente** crece, d) la **cotangente** decrece, e) la **secante** crece y f) la **cosecante** decrece.

Como ya se vió antes, la trigonometría es una herramienta muy útil y se usa para calcular cantidades no mesurables directamente. En esta sección veremos algunas de las tantas aplicaciones que tienen las funciones. Te recomendamos veas y analices los ejemplos que a continuación se exponen para que luego resuelvas tu autoevaluación.

APLICACIÓN DE LAS TABLAS TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.

1.- Conociendo el valor de los dos catetos.

Si conocemos los dos catetos y por supuesto, el ángulo rectángulo, tenemos.

Podemos calcular el valor de la hipotenusa por medio del **teorema de Pitágoras**.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Los valores de A y B también se pueden calcular.

Tan A = LO/LA y Tan B = LO/LA

Tan A = a/b Tan B = b/a

Luego, buscando en las tablas, concluimos:

$$A = \text{Tan}^{-1} a/b \text{ y } B = \text{Tan}^{-1} b/a$$

Ejemplo # 4.

De un triángulo rectángulo tenemos que sus lados miden 30 m. y 40 m. Calcular el valor de la hipotenusa y de los ángulos que forman la hipotenusa con cada uno de los catetos.

$c^2 = a^2 + b^2$
$= (30\text{ m})^2 + (40\text{ m})^2$
$= 900\text{ m}^2 + 1600\text{ m}^2$
$= 2500\text{ m}^2$
$c = 50\text{ m}$
$A = \text{Tan}^{-1}(30\text{m})/(40\text{m})$
$A = \text{Tan}^{-1}(0.75)$

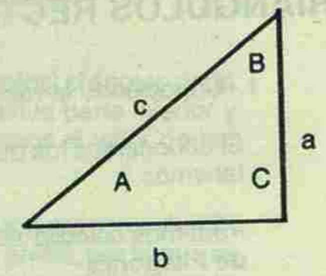
$A = 36°50'$
$B = 90° - 36°50'$
$B = 53°10'$
$B = \text{Tan}^{-1}(40\text{ m})/(30\text{ m})$
$B = \text{Tan}^{-1}(1.333)$
$B = 53°$

Conociendo la hipotenusa y uno de los ángulos. Podemos calcular el cateto opuesto al ángulo por la función seno.

Sen A = LO/H

Sen A = b/c

despejando **b = c x Sen A**



También el cateto adyacente al ángulo dado, por la función coseno.

Cos A = LA/H

Cos A = a/c

despejando **a = c x Cos A**

a y el ángulo faltante: B = 90° - A

Ejemplo # 5.

Una escalera de 4 m. de largo se apoya contra un muro formando un ángulo de 80° con el suelo. ¿A qué altura del muro está apoyada la escalera? ¿A qué distancia de la pared descansa el pie de la escalera?

SOLUCIÓN: Considerando que este cuerpo forma un triángulo rectángulo con la pared, tenemos los siguientes datos: c = 4 m, A = 80°, b = ?, a = ?.

b = c x Sen A

b = 4 m x Sen 80°

b = 4 m x 0.9848 (tablas)

b = 39.392 m

a = c x Cos A

a = 4 m x Cos 80°

a = 4 m x 0.1736 (tablas)

a = 0.6944 m

B = 90° - 80°

B = 10°

Problemas para resolver,

A.- Encuentre los valores de las funciones siguientes:

1.- Sen 30°	11.- Cos 10°10'
2.- Cos 60°	12.- Tan 21°
3.- Tan 30°30'	13.- Sen 25°10'
4.- Sen 45°	14.- Cos 74°
5.- Cos 30°	15.- Tan 84°20'
6.- Tan 45°	16.- Sen 57°
7.- Sen 33°20'	17.- Cos 80°20'

8.- Cos 42°20'	18.- Tan 67°40'
9.- Tan 35°50'	19.- Sen 59°50'
10.- Sen 24°30'	20.- Cos 73°

B.- Encontrar el valor del ángulo en los siguientes problemas.

1.- Sen A = 0.1478	11.- Cos B = 0.8572
2.- Tan B = 0.4522	12.- Sen B = 0.2616
3.- Cos A = 0.7880	13.- Tan B = 0.2493
4.- Sen A = 0.8339	14.- Cos A = 0.3934
5.- Cos B = 0.49	15.- Sen A = 0.4094
6.- Tan B = 1.7547	16.- Tan B = 4.773
7.- Sen A = 0.4566	17.- Sen A = 0.500
8.- Cos A = 0.7934	18.- Cos C = 0.500
9.- Tan A = 1.235	19.- Tan C = 1.000
10.- Sen A = 0.445	20.- Cos C = 0.866

C.- Aplicar las funciones trigonométricas para resolver los siguientes problemas.

1.- Se quiere saber cuánto mide la altura de una casa, donde una escalera de 4 m llega a la parte superior y el ángulo que forma con el suelo es de 60°.

2.- Calcular el valor de los lados de un triángulo si una de sus diagonales mide 24 cm y forma con uno de los lados un ángulo de 42°.

3.- Un aeroplano recorre en el aire 15,000 m. siguiendo un ángulo de ascenso constante hasta alcanzar una altura de 1900 mCalcular el ángulo de elevación.

4.- Un faro, construido al nivel del mar, tiene 180 m. de altura. Vista desde su cima, una barca tiene un ángulo de depresión de 24x . Calcular la distancia que existe entre la barca y el pie del faro.

BIBLIOGRAFÍA.

1.- Alvarenga Beatriz de, Máximo Antonio.
FÍSICA GENERAL
Ed. Harla, S.A. México, 1976.

2.- Beltrán Virgilio, Braun, Eliezer
PRINCIPIOS DE FÍSICA
Ed. Trillas, S.A.
México, 1970.

3.- Bueche, F.
FUNDAMENTOS DE FÍSICA.
Libros Mc. Graw-Hill de México, S.A.
México, 1970.

4.- CIENCIAS FÍSICAS. Introducción Experimental
Ed. Norma.
México, 1970.

5.- Gran Sopena.
DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO.
Ed. Ramón Sopena, S.A.

6.- Perelman y Akov.
FÍSICA RECREATIVA.
Ed. M.I.R.
Moscú, 1971.

7.- Physical Science Study Comittee.
FÍSICA.
Ed. Reverté, S.A.
México, 1962.

8.- Reynoso, Moreno Vera, Juaristi.
NUEVAS CIENCIAS NATURALES.
Ed. Progreso, S.A.
México, 1973.

9.- Rutherford James, Holton Gerald, Watson Fletcher.
THE PROYECT PHISICS COURSE.
Holt, Rinehert y Winston Inc.

10.- Schaum, Daniel.
FÍSICA GENERAL.
Libros Mc Graw-Hill de México, S.A.
México, 1970.

11.- Stolberg Robert y Fait Fitch Hill.
FÍSICA. Fundamentos y Fronteras.
Publicaciones Culturales, S.A.
México. 1975.

12.- White, Harvey E.
FÍSICA MODERNA.
Montaner y Simon, S.A.
Barcelona, 1965.

$(3x+10y)(2x+7y)$

$x+y$

$(3x+4y)$

$3x+8y+[4x-4y]+(x-4\ldots$

$2x+8y+4x-4y$

$5x-5y$