

3-9 CASO ESPECIAL DEL PARALELOGRAMO.

Cuando se van a sumar dos vectores y entre ellos se forma un ángulo de 90° (ángulo recto), podemos utilizar el teorema de Pitágoras, $C^2 = A^2 + B^2$, para calcular la resultante y la definición de la función trigonométrica de la tangente,

$$\text{Tan } A = B/A,$$

para obtener la dirección.

Ejemplo # 4.

Sumar dos vectores de 50 kg y 80 kg respectivamente que están desfasados 90° .

Solución:

1º.- Usando el teorema de Pitágoras, calculámos el valor de la resultante.

$$C^2 = A^2 + B^2$$

$$C^2 = (80 \text{ kg})^2 + (50 \text{ kg})^2$$

$$C^2 = 6400 \text{ kg}^2 + 2500 \text{ kg}^2$$

$$C^2 = 8900 \text{ kg}^2$$

$$C = \sqrt{8900 \text{ kg}^2}$$

$$C = 93.34 \text{ kg}.$$

2º.- Usando la definición de la tangente:

$$\text{Tan } \theta = C.O./C.A.$$

$$\text{Tan } \theta = B/A$$

$$\text{Tan } \theta = 80 \text{ kg}/50 \text{ kg}$$

$$\text{Tan } \theta = 1.6$$

$$\text{Tan}^{-1} 1.6 = 58^\circ$$

Por lo tanto, la dirección es de 58° con respecto al vector de 50 kg, o de 32° con respecto al de 80 kg.

Resuelve de inmediato.

6.- Calcular la resultante y la dirección de 2 vectores desfasados 90° , uno de 1,600 dinas y otro de 2,600 dinas [3,052.97 dinas, 59.39° con respecto a 1,600 dinas, ó 31.61° con respecto a 2,600 dinas].

7.- Calcular la resultante y la dirección de dos vectores desfasados 90° , uno de 800 metros y otro de 1,200 metros [1,442.22 m $\angle 56.31^\circ$ con respecto al vector de 800 m, ó $\angle 33.69^\circ$ con respecto a 1,200 m].

3-10 CUANDO NO ES UN ÁNGULO RECTO.

En este caso también podemos calcular la suma de dos vectores usando la ley de los cosenos, la cual establece que:

El cuadrado de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble producto de estos dos lados multiplicado por el coseno del ángulo comprendido entre estos lados.

Ejemplo 5.

Un bote está siendo remolcado a lo largo de un canal por medio de dos cables, como se muestra en la figura 13. Si las fuerzas aplicadas

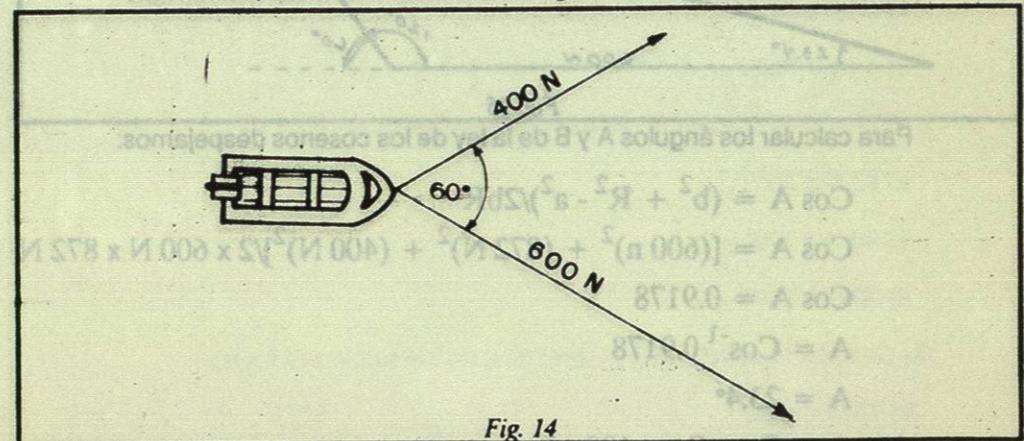


Fig. 14

son de 400 N y 600 N, respectivamente, y el ángulo entre los cables es de 60° , calcular la magnitud de la resultante sobre el bote y los ángulos que forman los cables con el canal, para que el bote siga en línea recta.

Solución:

Con los dos vectores y la resultante formamos el triángulo de la figura 15.

Por la ley de los cosenos:

$$R^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \theta$$

$$R^2 = (400\text{N})^2 + (600\text{N})^2 - 2(400\text{N})(600\text{N})\cos 120^\circ$$

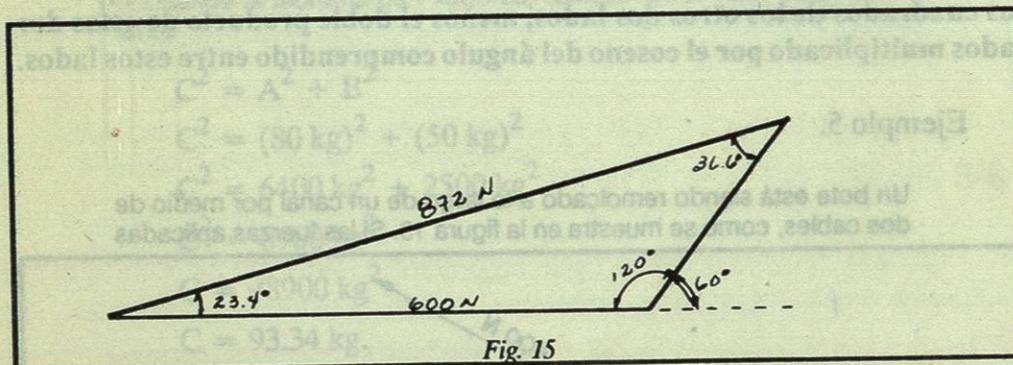
$$R^2 = 1.6 \times 10^2 \text{N}^2 + 3.6 \times 10^2 \text{N}^2 - 4.8 \times 10^2 \times (-0.5) \text{N}^2$$

$$R^2 = 1.6 \times 10^2 \text{N}^2 + 3.6 \times 10^2 \text{N}^2 + 2.4 \times 10^2 \text{N}^2$$

$$R^2 = 7.6 \times 10^2 \text{N}^2$$

$$R = \sqrt{7.6 \times 10^2 \text{N}^2}$$

$$R = 872 \text{N}$$



Para calcular los ángulos A y B de la ley de los cosenos despejamos:

$$\cos A = (b^2 + R^2 - a^2)/2bR$$

$$\cos A = [(600\text{N})^2 + (872\text{N})^2 - (400\text{N})^2]/2 \times 600\text{N} \times 872\text{N}$$

$$\cos A = 0.9178$$

$$A = \cos^{-1} 0.9178$$

$$A = 23.4^\circ$$

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$B = 180^\circ - A - C$$

$$B = 180^\circ - 23.4^\circ - 120^\circ$$

$$B = 36.6^\circ$$

Resuelve inmediatamente:

8.- Calcular la resultante y la dirección de dos vectores desfasados 120° , uno de 8,400 dinas y otro de 3,800 dinas [7,285.6 dinas $\angle 26.85^\circ$ con respecto a 8,400 dinas].

9.- Calcular la resultante y la dirección de dos vectores, uno de 65 kg y otro de 84 kg, desfasados 70° [122.54 kg $\angle 40.1^\circ$ con respecto al vector de 65 kg].

AUTOEVALUACIÓN.

Aplicando en cada uno de los problemas el método que consideres conveniente, resuelve los siguientes problemas:

- 1.- Dos fuerzas de 80 N cada una, forman entre sí un ángulo de 50° . Calcular la resultante y su dirección.
- 2.- Calcular la magnitud de la resultante y la dirección de dos fuerzas, una de 8 kg y otra de 10 kg, actuando sobre el mismo cuerpo y formando un ángulo entre ellas de 120° .
- 3.- Un automóvil viaja hacia el sur 300 km, luego viaja hacia el noroeste 200 km. Calcular la distancia al punto de origen.
- 4.- Calcular la magnitud y dirección de la resultante de las dos fuerzas siguientes:
 - a) 20 kg a 80° y
 - b) 21 kg a 230° .
- 5.- Encontrar la equilibrante de dos fuerzas de 100 kg cada una, actuando a 120° una de otra.
- 6.- Dado el vector $A = 80$ m/seg hacia el norte y el vector $B = 60$ m/seg hacia el este, encontrar el vector diferencia $(A - B)$.
- 7.- Encontrar la resultante y la dirección de las siguientes fuerzas:
 - a) 8 kg a 0° ,
 - b) 6 kg a 90° y
 - c) 4 kg a 135° .
- 8.- Calcular la resultante de las siguientes fuerzas:
 - a) 40 N a 30° ,
 - b) 26 N a 120° y
 - c) 30 N a 180° .
- 9.- Calcular la resultante y la dirección de las siguientes fuerzas:
 - a) 150 kg a 62° ,

b) 125 kg a 205° y

c) 130 kg a 270° .

10.- Calcular la resultante y la dirección de los siguientes vectores:

a) 1,000 dinas a 0° ,

b) 1,200 dinas a 70° ,

c) 1,900 dinas a 150° ,

d) 1,600 dinas a 270° y

e) 1,100 dinas a 335° .

Notable científico que hizo valiosas contribuciones a la física y a la astronomía; su método experimental y de observación directa sirvieron de base a la ciencia moderna.

Físico y astrónomo italiano, Galileo nació en Pisa, Italia, el 15 de febrero de 1564, y murió en Arcetri, cerca de Florencia, Italia, el 8 de enero de 1642. Orientado por su padre Vincenzo Galilei, asistió a la Universidad de Pisa donde realizó estudios de medicina y filosofía aristotélica. Más tarde eligió estudiar matemáticas desde el momento la base de su verdadero conocimiento de las leyes de la naturaleza. Su primer descubrimiento lo hizo entre 1581 y 1583. Se cuenta que cuando asistía a misa en la iglesia de su ciudad natal, observó cómo se balanceaba una lámpara suspendida realizando grandes arcos en el aire, y que el tiempo que

AUTOEVALUACIÓN

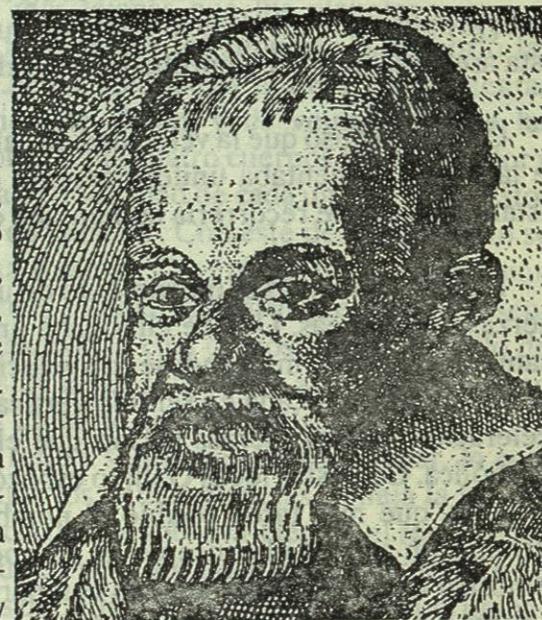
10. Calcular la resultante y la dirección de las siguientes fuerzas:
- a) Dos fuerzas de 10 N cada una, una hacia el NE y otra hacia el NO. Calcular la resultante y escribir la dirección.
 - b) 1 500 dinas a 30° .
 - c) 1 500 dinas a 30° y 1 500 dinas a 120° .
 - d) 1 500 dinas a 30° y 1 500 dinas a 150° .
11. Encontrar el equilibrio de las fuerzas de 100 kg, 200 kg y 300 kg, actuando a 120° entre ellas.
12. Dado el vector $A = 30$ milig hacia el norte y el vector $B = 40$ milig hacia el este, encontrar el vector diferencia $(A - B)$.
13. Encontrar la resultante y la dirección de las siguientes fuerzas:
- a) 5 kg a 0° .
 - b) 6 kg a 30° y
 - c) 4 kg a 135° .
14. Calcular la resultante de las siguientes fuerzas:
- a) 10 N a 30° .
 - b) 20 N a 135° y
 - c) 30 N a 135° .
15. Calcular la resultante y la dirección de las siguientes fuerzas:
- a) 100 kg a 30° .

GALILEO GALILEI

(1564-1642)

Notable científico que hizo valiosas contribuciones a la física y a la astronomía; su método experimental y de observación directa sirvieron de base a la ciencia moderna.

Físico y astrónomo italiano, Galileo nace en Pisa, Italia, el 15 de febrero de 1564, y muere en Arcetri, cerca de Florencia, Italia, el 8 de enero de 1642. Orientado por su padre Vincenzo Galilei, asistió a la Universidad de Pisa, donde realizó estudios de medicina y filosofía aristotélica. Más tarde eligió estudiar matemáticas, donde él encontró la base de su verdadero conocimiento de las leyes de la naturaleza. Su primer descubrimiento lo hizo entre 1581 y 1583. Se cuenta que cuando asistía



a misa en la iglesia de su ciudad natal, observó cómo se balanceaba una lámpara suspendida realizando grandes arcos en el aire, y que el tiempo que

la lámpara tardaba en hacer cada oscilación era siempre el mismo. Al regresar a su casa reprodujo el fenómeno con bolas de plomo atadas a hilos de diferentes longitudes, y descubrió que cualquiera que fuese la magnitud de la oscilación o el peso del plomo, la bolita utilizaba el mismo tiempo para completar un viaje de ida y vuelta. Únicamente el cambio de longitud del hilo afectaba al tiempo de oscilación. Con estas observaciones pudo inventar el péndulo, que se usa en relojes e instrumentos para medir el tiempo. Cuando alcanzó los veinticinco años, Galileo obtuvo el nombramiento de profesor en matemáticas en la Universidad de Pisa. Como profesor continuó el análisis de las teorías científicas de Aristóteles, recurriendo a la aplicación de las matemáticas y a las observaciones experimentales. Posteriormente se trasladó a Florencia para dedicarse al estudio de las obras de Arquímedes. Hacia 1586 apareció un pequeño texto de Galileo donde expuso el proyecto de fabricación de una balanza hidrostática, que le permitió determinar el peso específico de los cuerpos. En el texto *Theoremata Circa Centrum Gravitatis Solidorum*, publicado en 1638, estudió el centro de gravedad de varios sólidos. Investigó también el comportamiento de los cuerpos en caída libre; propuso que en el vacío todos los cuerpos caen a la misma velocidad. Esta aseveración fue comprobada con todo rigor años más tarde.

Galileo expuso que la velocidad de caída de un cuerpo bajo la atracción de la tierra, aumentaba uniformemente con el tiempo, y también que la distancia total que recorrería aumentaba con el cuadrado del tiempo.

Describió además el movimiento de un cuerpo por la influencia de dos fuerzas simultáneas. Una de ellas daba un impulso inicial y horizontal que mantenía al cuerpo moviéndose con velocidad constante en dicha dirección. La otra fuerza, aplicada en sentido vertical, hacía caer al cuerpo con cierta aceleración; ambas fuerzas hacían que el cuerpo siguiera una trayectoria parabólica. Con estas ideas Galileo esbozó los principios de la ciencia de la artillería, que más tarde recibió el nombre de balística. Estos principios permitieron aclarar el concepto de cuerpos sujetos a más de una fuerza, y demostró que los objetos pueden compartir el movimiento de rotación de la tierra y sus movimientos particulares.

En su libro de mecánica, Galileo estudió la resistencia de materiales; demostró por primera vez que si una estructura crecía en todas dimensiones,

perdía parte de su resistencia. El volumen aumenta proporcionalmente al cubo de la dimensión, pero la resistencia aumenta únicamente como el cuadrado de dicha dimensión. Durante su larga estancia en Florencia, realizó sus trabajos más importantes sobre las leyes del movimiento: *Leyes de Galileo y sermones de motu gravium*. Debido a dificultades económicas, Galileo aceptó una plaza como profesor de matemáticas en la Universidad de Padua. Ahí permaneció durante 18 años.

Establecido en Padua, entabló correspondencia con Kepler. En 1609 oyó hablar de un tubo ampliador de imágenes, por medio de lentes, que se había descubierto en Holanda. El, por su cuenta, hizo la versión particular del telescopio. Este instrumento fue construido con 32 aumentos. Así, en ese año se inicia la época de la astronomía telescópica. Gracias a su invento observó las montañas de la Luna y las manchas del Sol. Mediante la observación del movimiento de las manchas solares, demostró que el Sol giraba alrededor de su eje en 27 días. Con su telescopio Galileo explicó que las estrellas debían estar mucho más lejanas que los planetas y que el universo tenía unas proporciones mayores de lo supuesto. Descubrió las agrupaciones estelares de la Vía Láctea, compuesta por más de quinientas nuevas estrellas de la constelación de Orión, y de veintinueve de las Pléyades. Galileo observó que Júpiter tenía cuatro cuerpos a su alrededor y pudo detectar, con su telescopio, la periodicidad de cada uno de ellos. Estos satélites se conocen como "Lunas de Galileo". Con este descubrimiento se daba fuerza al modelo del sistema solar de Copérnico. Otra observación importante de Galileo fue la de Venus. Galileo encontró que Venus presentaba fases parecidas a las de la Luna, con lo cual demostró que el brillo de los planetas se origina por reflejos de la luz solar. Este astrónomo italiano explicó que el lado oscuro de la Luna no se veía brillar debido al brillo terrestre, es decir, a la luz que se refleja sobre aquella zona lunar, lo cual comprobó que la Tierra, al igual que los demás planetas, refleja la luz del Sol. Con esto terminó con la creencia de que sobre la Tierra y el resto de los cuerpos celestes había una gran diferencia. La doctrina de Copérnico se pudo establecer de una manera más definitiva por todos estos descubrimientos realizados a través del telescopio. Galileo hizo una gran divulgación de sus descubrimientos por medio de un libro al que denominó "*Sidereus Nuncius*" (*Mensajero de las Estrellas*), donde afirma: "Doy gracias a Dios, que ha tenido a bien hacerme el primero en observar las maravillas ocultas

a los siglos pasados. Me he cerciorado de que la Luna es un cuerpo semejante a la Tierra... He contemplado una multitud de estrellas fijas que nunca antes se observaron... pero la mayor maravilla de todas es el descubrimiento de cuatro nuevos planetas (cuatro satélites de Júpiter)... que se mueven alrededor del Sol". Además elaboró un gran número de telescopios que repartió entre los científicos más connotados de su época.

Ante las grandes innovaciones de Galileo, la iglesia se mostró bastante inquieta. El papa Pío V declaró herejía la doctrina de Copérnico, y pidió a Galileo que guardara silencio. Sin embargo, más tarde, bajo el papado de Urbano VII, Galileo publicó su "Diálogo sobre los dos Mayores Sistemas del Mundo, donde aparecen dos personajes: uno representa a Ptolomeo y otro a Copérnico, quienes exponen sus puntos de vista a un tercero. Por ese libro Galileo fue acusado ante la inquisición por cargo de herejía, y tuvo que renunciar a todas sus ideas.

Galileo decidió concentrarse nuevamente en la Mecánica y este trabajo condujo a la elaboración del libro "Discursos y Demostraciones Matemáticas sobre las Nuevas Ciencias Relativas a la Mecánica y el Movimiento Local (1638)", al que generalmente se le da el nombre de "Las Dos Nuevas Ciencias". Este libro marcó el principio del fin de la teoría medieval sobre la mecánica, y de toda la cosmología aristotélica.

Para ese entonces, Galileo ya estaba viejo, enfermo y casi ciego. Y sin embargo, como en todos sus escritos, su estilo sigue siendo vivaz y delicioso. De la misma forma como lo había hecho en Los Dos Mayores Sistemas del Mundo, presenta sus ideas en forma de conversación entre tres personajes.

UNIDAD 4

CINEMÁTICA

Es interesante hacer comparaciones de las distancias recorridas por el hombre en determinados tiempos, con las de aquellos animales cuyas lentitudes se han hecho proverbiales, como lo son las del caracol y la tortuga. El caracol tiene bien merecida la fama que se le atribuye en los refranes, ya que recorre 1.5 milímetros cada segundo, o 5.4 metros por hora, es decir, exactamente mil veces menor que la del hombre al paso. El otro animal clásicamente lento, no adelanta mucho al caracol porque ordinariamente recorre 70 metros en una hora.

Podemos hacer muchas más comparaciones, pero al pasar el tiempo y estudies esta unidad analizarás con mayor entendimiento lo expresado en el párrafo anterior, ya que serás capaz de:

OBJETIVOS:

- 1.- Distinguir los conceptos de Mecánica, Cinemática, Dinámica, Cinética y Estática.
- 2.- Diferenciar los tres tipos de movimiento: Traslación, rotación y Vibración.