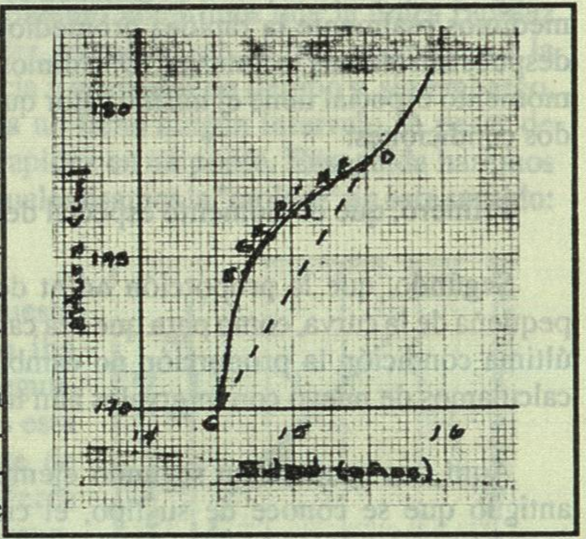
15 años. La respuesta es evidente si amplificamos la gráfica cerca del decimoquinto año:

Su altura en esa edad nos la indica el punto P, y las otras letras indican instantes de tiempo a cada lado de ese tiempo. El ritmo promedio de crecimiento del muchacho en un intervalo de dos años, nos da la pendiente de la línea AB, mientras que la línea CD nos da el ritmo de crecimiento promedio en un año. En la gráfica siguiente tenemos la pendiente de la línea EF, que nos da el ritmo de crecimiento promedio durante seis meses, etc.



Las cuatro líneas AB, CD, EF y GH no son paralelas, y por lo tanto, sus pendientes son diferentes. Sin embargo, la diferencia de inclinación cada vez se vuelve menor. Es muy grande si comparamos AB y CD; se vuelve menor si comparamos CD y EF, y todavía menor entre EF y GH. Para intervalos menores de t = 1 año, las líneas se vuelven paralelas y gradualmente se confunden con la curva. Para intervalos muy pequeños, se puede encontrar la pendiente dibujando una línea recta que sea *tangente* **a esta curva en el punto P. Este método requiere poner una regla paralela a la línea GH en el punto P y extenderla hacia ambos lados.**

Los valores de las pendientes de los segmentos de recta en las dos gráficas anteriores se han calculado para los intervalos de tiempo correspondientes, y aparecen en la tabla siguiente:

Línea	Δt	Δd	ritmo de crec. $v_{pr} = \Delta d/\Delta t$
AB	2 años	19.0 cm	9.5 cm/año
CD	1 año	8.0	8.0
EF	6 meses	3.5	7.0
GH	4 meses	2.0	6.0
IJ	2 meses	1.0	6.0

Nótese que los valores de v_{pr} que se calculan para intervalos de tiempo cada vez más cortos, se acercan más y más a 6 cm/año. De hecho, para cualquier intervalo de tiempo a dos meses, v_{pr} será de 6 cm/año dentro de los límites de precisión con que se puede medir la altura. Por lo tanto, podemos decir que en el día que cumplió los 15 añoss, el joven de Montbeillard crecía a un ritmo de 6 cm/año. En ese instante de su vida, t = 15 años, ese era su ritmo instantáneo de crecimiento. También podríamos decir que era la **rapidez instantánea** de su cabeza con respecto a sus pies.

Como ya hemos dicho, la rapidez promedio de un intervalo de tiempo Δt, el la proporción de distancia recorrida con respecto al tiempo transcurrido. En símbolos:

$$v_{pr} = \Delta d/\Delta t$$

Ahora hemos añadido la defínción de rapidez **instantánea** en un instante dado t: el valor límite al cual se aproxima la rapidez promedio, si calculamos v_{pr} para intervalos de tiempo cada vez más pequeños, que incluyen el instante t. En casi todas las situaciones físicas, dicho valor límite se puede calcular de manera precisa y rápida con el método descrito anteriormente.

De ahora en adelante usaremos la letra "v" para representar la rapidez instantánea definida de esta forma. Utilizaremos el símbolo $\vec{v}$ con una flechita arriba para representar la *rapidez* en una dirección específica (como por ejemplo 90 km/h al *norte*). Cuando la dirección no esté especificada y solo nos interese la magnitud (90 km/h), quitaremos la flechita y usaremos la letra "v", que representa la *magnitud* de la velocidad. Más tarde discutiremos esta diferencia entre rapidez y velocidad, y también aprenderemos por qué esta última es más importante en física.

4-8 LA ACELERACIÓN POR COMPARACIÓN.

Si observamos una fotografía de una pelota de beisbol en movimiento, nos daremos cuenta de que está cambiando de rapidez, o sea acelerandose. el aumento en la distancia entre cada imagen dará esta información, pero, ¿cómo saber **cuánta** aceleración tiene?

Para contestar a esta pregunta tenemos que entender la difinición de la aceleración, que en realidad es muy simple. Lo que tenemos que hacer realmente es aprender a **usarla** en situaciones como la anterior. Definiremos la aceleración como **el ritmo de cambio de la velocidad**. Más tarde tendremos que modificar un poco esta definición, cuando encontremos que en el movimiento el cambio de **dirección** es importante. Pero por ahora solo estamos estudiando el movimiento rectilíneo, así que podemos equiparar el ritmo de cambio de la velocidad con la aceleración.

Algunos de los efectos de la aceleración son conocidos por todo el mundo. Es la aceleración, y no la rapidez, la que sentimos cuando un elevador baja o sube de repente. La sensación que experimentamos en el estómago solo ocurre al cambiar de rapidez, no la sentimos durante la mayor parte del trayecto en el que el elevador está moviendose a un paso regular. De igual manera, las emociones de la montaña rusa y otros juegos similares en los parques de diversión, resultan de la aceleración inesperada. La rapidez en sí no provoca estas sensaciones; si así fuera, las sentiríamos igual en un avión que vuela a 650 millas por hora, o durante el continuo movimiento de la Tierra alrededor del Sol, que es de 65,000 millas por hora.

Expresada de esta manera tan simple, la rapidez es una relación entre dos objetos, donde uno de ellos se toma como referencia, mientras que el otro se mueve con respecto a él. Algunos ejemplos de esto son: la rapidez

de la Tierra con respecto a las estrellas; la rapidez de un nadador con respecto a la orilla de la alberca; o la rapidez de la cabeza de un muchacho en crecimiento con respecto a sus pies. En un tren que corre en forma pareja, solo podemos saber que estamos moviéndonos con gran rapidez por el escenario que pasa frente a nosotros. Tendríamos la misma sensación si el tren estuviese fijo de algún modo, y la tierra, los rieles, etc., pasaran corriendo en dirección opuesta. Si "perdieramos" el punto de referencia (por ejemplo, corriendo las cortinas), no podríamos saber si nos estamos moviendo o no. En contraste con esto, sí "sentimos" las aceleraciones, y no necesitamos ver por la ventanilla para darnos cuenta de que el maquinista ha arrancado de repente, o aplicado los frenos a todo lo que dan. Lo más probable es que nos peguemos contra el asiento, o el equipaje salga disparado de las rejillas.

Todo esto nos muestra la profunda diferencia física que existe entre el movimiento uniforme y el movimiento con aceleración, pero aquí podemos resumir las ideas principales. Por el momento vamos a enfocar nuestra atención hacia las semejanzas que existen entre los conceptos rapidez y aceleración. Para un movimiento rectilíneo:

- **El ritmo de cambio de posición** se le llama **rapidez**

- **El ritmo de cambio de la rapidez** se le llama **aceleración**.

La similitud en la forma es muy útil, puesto que nos permite usar lo que acabamos de aprender sobre el concepto de la rapidez como una guía para usar el concepto de aceleración. Por ejemplo, hemos aprendido que la pendiente de una línea en una gráfica de *distancia* y *tiempo* es una medida de *rapidez instantánea*. De la misma manera, la inclinación de una gráfica de *rapidez* y *tiempo* es la medida de la **aceleración instantánea**. Esta sección concluye con una lista de siete afirmaciones sobre el movimiento rectilíneo. Dicha lista tiene dos propósitos: (1) ayudarlos a repasar las ideas principales presentadas en este capítulo, y (2) presentar las ideas correspondientes respecto a la aceleración. Por este motivo, cada afirmación sobre la rapidez va seguida de una afirmación semejante sobre la aceleración.

- La rapidez es el ritmo de cambio de posición.
- La aceleración es el ritmo de cambio de la rapidez.
- La rapidez se expresa en unidades de distancia/tiempo
- La aceleración se expresa en unidades de rapidez/tiempo.
- La *rapidez promedio* en cualquier intervalo de tiempo es la relación entre el cambio de posición Δd y el intervalo de tiempo Δt:
- La *aceleración promedio* en cualquier intervalo de tiempo es la relación entre el cambio de rapidez Δv y el intervalo de tiempo Δt:

$$a_{pr} = \Delta v/\Delta t$$

- La *velocidad instantánea* es el valor que se obtiene por medio de la rapidez promedio, cuando disminuimos dada vez más t.
- La *aceleración instantánea* es el valor que se obtiene por medio de la aceleración promedio, cuando disminuimos cada vez más Δt.
- En una gráfica de *distancia* y *tiempo*, la *rapidez instantánea* en cualquier momento equivale a la pendiente de la línea recta tangente a la curva del punto en cuestión.
- En una gráfica de *rapidez* y *tiempo*, la *aceleración instantánea* en cualquier momento equivale a la inclinación de la línea recta tangente en el punto en cuestión.
- En el caso particular de **rapidez constante**, la gráfica de distancia contra tiempo será una línea recta, y por lo tanto, la rapidez instantánea tendrá el mismo valor en cualquier punto de la gráfica. Más aún, esta cifra será igual a la rapidez promedio calculada para todo el trayecto.

- En el caso particular de **aceleración constante**, la gráfica de rapidez contra tiempo será una línea recta, y por lo tanto, la aceleración instantánea tendrá el mismo valor en cualquier punto de la gráfica. Más aún, esta cifra será igual a la aceleración promedio calculada para todo el trayecto.
- Cuando la rapidez es constante, su valor puede calcularse por medio de cualquier Δd y Δt correspondientes.
- Cuando la aceleración es constante, su valor puede calcularse por medio de cualquier Δv y Δt correspondientes. Es útil recordar esto porque la aceleración constante es el tipo de movimiento que vamos a encontrar con mayor frecuencia en los capítulos siguientes.

4-9 TIPOS DE MOVIMIENTO.

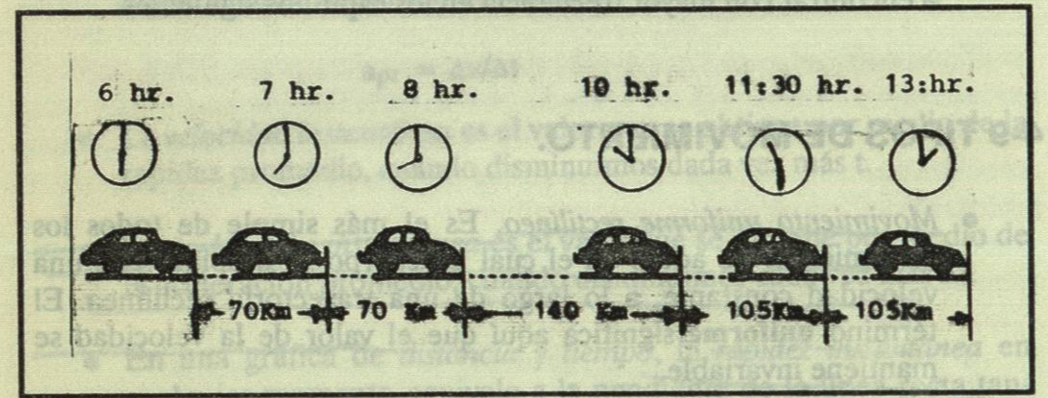
- *Movimiento uniforme rectilíneo.* Es el más simple de todos los movimiento. Es aquel en el cual un cuerpo se desplaza con una velocidad constante, a lo largo de una trayectoria reclilínea. El término **uniforme** significa aquí que el valor de la velocidad se mantiene invariable.
- *Movimiento curvilíneo*. Se le llama así al movimiento a lo largo de una trayectoria curva. Cuando una partícula se mueve sobre una curva, puede tener una rapidez constante o una rapidez variable. En este caso se usa el término rapidez en lugar de velocidad, porque la trayectoria no es recta. Una rapidez constante se define como la que hace **recorrer distancias iguales en intervalos de tiempo iguales**, siendo medidas las distancias a lo largo de la trayectoria curva.
- *Movimiento rectilíneo uniforme variado*. Al igual que el movimiento uniforme rectilíneo, el cuerpo se desplaza en una trayectoria rectilínea, pero la velocidad va aumentando cantidades iguales en lapsos iguales de tiempo.

4-10 EJEMPLOS SOBRE RAPIDEZ CONSTANTE.

Analicemos el siguiente suceso:

Una persona realiza un viaje por carretera. En ciertos lapsos de tiempo checa el kilometraje recorrido de la siguiente manera: al empezar el viaje su reloj marca las 6:00 horas y el marcador indica 30,440 km; a las 7:00 horas indica 30,510 km; a las 8:00 horas indica 30,580 km; a las 10:00 horas indica 30,720 km; a las 11:30 horas indica 30,825 km y a las 13:00 horas indica 30,930 km.

Podemos observar lo siguiente:



6:00 h	7:00 h	8:00 h	10:00 h	11:30 h	13:00 h
30,440 km	30,510 km	30,580 km	30,720 km	30,825 km	30,930 km

Aplicando las ecuaciones:

$$\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$$

$$\Delta t = t - t_0$$

$$\Delta d = d_{final} - d_{inicial}$$

$$\Delta d = d - d_0$$

El primer intervalo de tiempo es de 1 hora (7:00h - 6:00 h) y la distancia recorrida es de 70 km (30,510 km - 30,440 km). Siempre tomaremos el inicio como punto de referencia.

El segundo intervalo de tiempo es de 2 h (8:00 h - 6:00 h), y la distancia recorrida es de 140 km (30.580 - km - 30,440 km).

El tercer intervalo de tiempo es de 4 h y la distancia recorrida es de 280 km.

El cuarto intervalo de tiempo es de 5.5 h y la distancia recorrida es de 385 km.

El quinto intervalo de tiempo es de 7 h y la distancia recorrida es de 490 km.

Los colocaremos de la siguiente manera:

Distancia recorrida:

d	70 km	140 km	280 km	385 km	490 km

Tiempo empleado por el auto:

t	1 h	2 h	4 h	5.5 h	7 h

Ahora agregamos un tercer renglón, donde ponemos la división (razón) d/t de cada una de las columnas. Así tenemos:

d/t	70 km/h	70 km/h	70 km/h	70 km/h	70 km/h

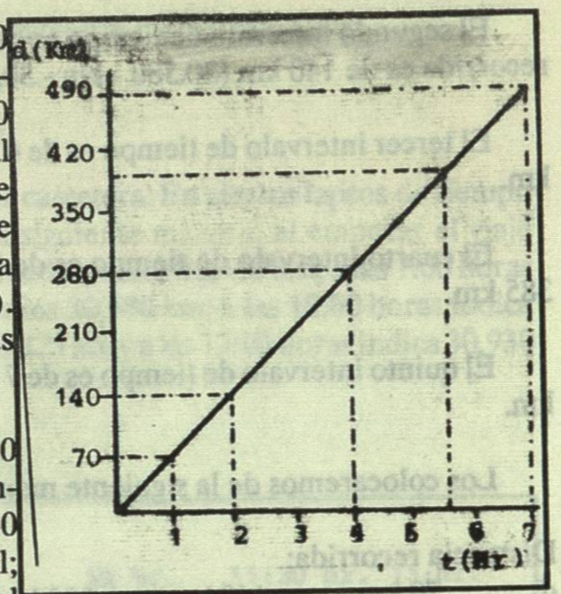
Para encontrar cómo están relacionadas entre sí **d y t**, es más informativo trazar una gráfica con las dos cantidades medidas, como aparece en la figura.

Grafiquemos en un par de ejes coordenados, distancias recorridas contra tiempo, cada una de las columnas del primer cuadro, considerando cada columna como un punto.

Marcamos sobre el eje horizontal (representa el tiempo) secciones de la misma magnitud, para que se puedan colocar todas las lecturas que corresponden a este eje.

Después marcamos sobre el eje vertical, secciones de la misma magnitud que nos permitan completar en nuestro espacio de papel la cantidad de lecturas.

Tomenos el primer punto (70 km:1h). Sobre el eje vertical encontramos el punto que indica 70 km y trazamos una línea horizontal (paralela al otro eje). En el eje horizontal localizamos el punto que indica 1 hora y trazamos una línea vertical (paralela al otro eje). Donde se crucen las dos líneas tendremos el primer punto.



Para el segundo punto (140 km:2h). Sobre el eje vertical encontramos el punto que indica 140 km y trazamos una línea horizontal; y en el eje horizontal localizamos el punto que indica 2 h y trazamos una línea vertical. Donde se crucen las dos líneas tendremos el punto.

Con las otras tres columnas procedemos de igual forma para obtener loas otros tres puntos de la gráfica. Al unirlos vemos que se genera una línea recta.

Ya con estos conocimientos prácticos, vamos a repasar los siguientes conceptos:

$$v = \Delta d/\Delta t$$

Con el ejemplo anterior, tenemos:

$$\Delta d = d - d_o$$
$$\Delta t = t - t_o$$

Donde **d** es la lectura de distancia final y $\mathbf{d_o}$ la lectura de la distancia inicial; **t** es la lectura de tiempo final y $\mathbf{t_o}$ es la lectura del tiempo inicial. Por lo tanto, tenemos:

$$v = \frac{d - d_o}{t - t_o}$$

Que si observamos bien, fue lo que hicimos al calcular el tercer renglón de nuestro ejemplo.

Si $d_o = 0$ y $t_o = 0$, entonces:

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

$$v = d/t$$

De la gráfica también podemos deducir la fórmula de la velocidad constante.

Cuando se grafica y se obtiene una línea continua (como en el ejemplo) a través de los puntos, el resultado es una línea recta. Además, esta línea recta pasa a través del origen $d = 0$ y $t = 0$. Del hecho de que la gráfica es una línea recta, se deduce que las dos cantidades **d** y **t** son proporcionales una de otra.

$$d \propto t$$

$\propto$ = Símbolo de proporcionalidad, que hace que lo anterior se lea: distancia recorrida proporcional al tiempo transcurrido.

Para transformarla en una igualdad, reemplazamos el signo de proporcionalidad por una constante:

$$d = kt$$

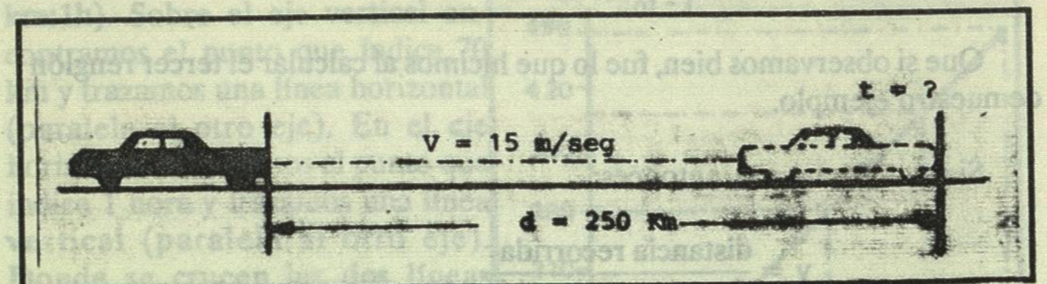
llamando "v" a esta constante, $v = k$, tenemos:

$$d = vt$$

despejando

$$v = d/t$$

Ejemplo # 1.



Si un automóvil viaja con una rapidez constante de 15 m/seg, ¿cuánto tardará en llegar a un punto situado a 210 km?

Solución:

Por ser rapidez constante, usamos la ecuación v = d/t

$v = d/t$ por definción

$t = d/v$ despejando

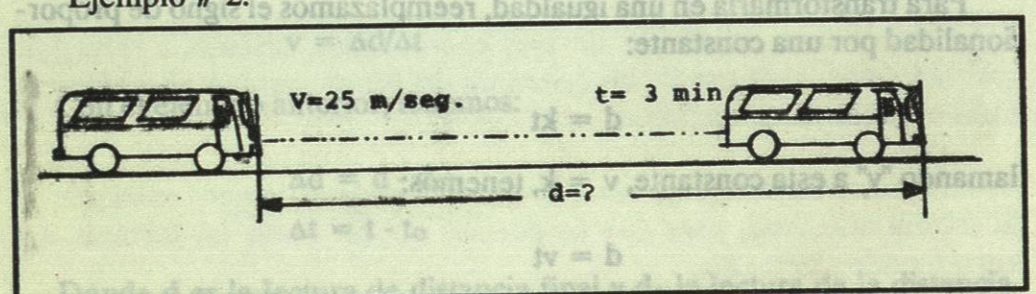
$t = 210\ km/15\ m/seg$

$t = 210{,}000\ m/15\ m/seg$

$t = 2.1 \times 10^5/1.5 \times 10^1\ m/seg$

$t = 1.4 \times 10^4\ seg$

Ejemplo # 2.



Si un cuerpo se mueve con una rapidez constante de 25 m/seg, calcular la distancia recorrida después de 3 min.

$v = d/t$ por definción

$d = v/t$ despejando

$d = 25\ m/seg \times 3\ min[60\ seg/min]$

$d = 25\ m/seg \times 180\ seg$

$d = 4{,}500\ m$

4-11 CONVERSIÓN DE UNIDADES DE VELOCIDAD

Para la conversión de un tipo de unidades de velocidad a otro, usaremos el concepto de **factor de conversión.** Para ello veamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo No. 1.

Transformar 45 km/h a m/seg.

1.- Busquemos las equivalencias de kilómetros a metros y de horas a segundos.

$$1000\ m/km = 10^3\ m/km$$
$$3{,}600\ seg/h = 3.6 \times 10^3\ seg/h$$

2.- Establezcamos estos factores de conversión con el dato dado.

$$45\,\frac{km\,[10^3\ m/km]}{h\,[3.6 \times 10^3\ seg/h]}$$

3.- Resolvamos:

$$45\,\frac{km}{h} = \frac{45 \times 10^3}{3.6 \times 10^3\ seg}$$
$$= 12.5\ m/seg$$