UNIDAD 7

MOVIMIENTO CIRCULAR.

En el futuro cuando comiencen los vuelos hacia otros planetas del Sistema Solar, cuya duracións será de varios meses, en las naves cósmicas se parovechará el pricipio de la fuerza centrípeta para construir invernaderos que abastezcan de alimentos frescos a la tripulación.

OBJETIVOS:

1.- Definir las unidades de medida angular:

a) radián.

b) grado.

c) revolución.

2.- Definir los conceptos:

a) desplazamiento.

b) Velocidad angular.

c) Aceleración angular.

d) Movimiento circular uniforme.

e) Movimiento circular variable.

3.- Expresar el desplazamiento angular en:

a) Grados.

b) Revoluciones.

c) radianes.

4.- Identificar las analogías entre el movimiento de rotación y el de traslación.

5.- Aplicar la ecuación del movimiento circular constante, a partir de los datos apropiados, resolviendo problemas.

6.- Deducir las ecuaciones para:

a) Desplazamiento angular.

b) Velocidad angular.

c) Aceleración angular.

7.- Aplicar las fórmulas del movimiento circular variable, a partir de los datos apropiados, resolviendo problemas.

8.- Definir el concepto de fuerza centrípeta.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee en forma general y rápida en tu libro de texto, el capítulo 7.

2.- Lee por segunda vez, en forma más lenta, el mismo capítulo.

3.- Subraya lo más importante del capítulo.

4.- Has un resumen de lo leído.

5.- Las fórmulas más importantes escríbelas en una cartulina grande y colócala en un lugar muy visible para tí (en tu casa).

6.- Analiza despacio los problemas resueltos en tu libro de texto.

7.- Resuelve los problemas de la autoevaluación.

REQUISITO.

Para tener derecho a la evaluación de esta unidad deberás entregar en hojas tamaño carta, completamente resueltos y con excelente presentación los problemas de la autoevaluación del capítulo 7 de tu libro de texto.

CAPÍTULO 7

MOVIMIENTO CIRCULAR.

7-1 INTRODUCCIÓN.

Un proyetil lanzado horizontalmente desde una torre, tocará la Tierra en un punto determinado por la velocidad del proyectil la altura de la torre y la aceleración debida a la gravedad. Cuando la velocidad de lanzamiento del proyectil es aumentada, tocará la Tierra en puntos más y más alejados de la base de la torre, hasta que casi viaja alrededor de la Tierra en una órbita casi circular.

El que la velocidad horizontal sea requerida para poner un objeto en una órbita circular de la Tierra o la Luna, será más entendible cuando conozcas a fondo el movimiento circular.

7-2 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

El tipo más simple de movimiento circular, es el movimiento circular uniforme, que es el movimiento sobre un círculo con una rapidez constante. Un ejemplo de esto sería cuando se viaja en un automóvil a 60 km/h sobre una pista circular. Pero sólo en este caso y no en el que el velocímetro del auto va marcando en forma variable la rapidez.

¿Cómo podremos saber si un objeto está viajando a rapidez constante? Solamente midiendo la rapidez instantánea en cualquier momento y checar si los valores son iguales.

Si la rapidez es constante, podemos describir el movimiento del objeto por medio de dos valores. El radio R del círculo y la velocidad v a lo largo de la trayectoria. Para el movimiento regularmente repetido puede utilizarse una cantidad más fácil de medir que la rapidez. Este es el tiempo requerido por un objeto para hacer un giro completo (revolución) o el número de giros (revoluciones) completos del objeto en una unidad de tiempo. Al tiempo empleado por un objeto para completar una revolución en una trayectoria circular se le llama período. El período se representa por una letra mayúscula T. Al número de revoluciones dadas por el mismo objeto en un intervalo unitario de tiempo se le llama **frecuencia** y se representa por la letra f.

7-3 DESPLAZAMIENTO ANGULAR.

Fig. 1

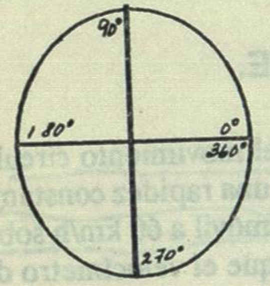

Fig. 2

En el movimiento rectilíneo un cuerpo se desplaza en una trayectoria recta, la distancia recorrida o el desplazamiento lineal es medido en unidades de longitud (km.,m.,cm., etc.).

En el caso de movimiento en línea curva (trayectoria curva) un cuerpo se desplaza una determinada distancia (fig. 1) esta distancia no se acostumbra medirse en unidades de longitud como en el movimiento rectilíneo. La distancia recorrida en trayectoria curva se mide en vueltas completas o revoluciones o ciclos (rev); en grados (^{o}) y radianes. Estos dos últimos, se refieren a ángulos, de ahí el nombre de este tipo de desplazamiento (Angular). Desplazamiento angular es el cambio de posición de un objeto en

trayectoria circular y se expresa normalmente en unidades angulares (grados, revoluciones o radianes).

Ciclo o revolución es una vuelta completa en una circunferencia y por lo tanto consta de 360^{o}. Fig. 2.

$$1 \text{ rev} = 360^{o}$$

Un grado es la trescientos sesentava parte de una circunferencia.

$$1 \text{ Grado} = 1/360$$

Un radián es el ángulo central de una circunferencia cuyo arco tiene una longitud igual a la del radio con que se ha trazado.

El radio y la longitud del arco se expresan en unidades de longitud: cm., km., millas, m.,etc.

En si el radián es una relación entre dos longitudes y por lo tanto tienen el mismo valor en todos los sistemas de unidades.

$$\text{Angulo en Rad} = \text{Long. del arco / radio}$$

$$\theta = d / R$$

$$d = \theta R$$

Donde d es una distancia lineal y θ es una distancia angular en radianes.

El radián es una cantidad adimensional.

El valor (π) pi representa el número de veces que el diámetro está contenido dentro de la circunferencia. Por esta razón, el radio esta contenido 2 veces π, por lo tanto:

$$1 \text{ rev} = \pi \text{ veces el diámetro}$$

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ veces el radio.}$$

Siendo que un radián, la longitud del radio de cualquier circunferencia recorrida en dicha circunferencia representa el arco, tenemos:

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ radianes.}$$

De aquí deducimos que

$$1 \text{ rev} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ radianes.}$$

$$2\pi \text{ radianes} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rad} = 360^\circ/2\pi$$

$$1 \text{ rad} = 57.3^\circ$$

Desplazamiento angular en radianes

$$\theta = 2\pi \text{ x Desplazamiento angular en rev.}$$

7-4 VELOCIDAD ANGULAR.

La velocidad angular (ω) de un cuerpo en movimiento circular en torno a un eje, se define como la variación del desplazamiento angular que experimenta en la unidad de tiempo. Se expresa en rad/seg, grados/seg, rev/seg (rps) o en rev/min (rpm).

Si un cuerpo se desplaza en un ángulo de θ radianes en un tiempo t segundos, su velocidad angular media ω (rad/seg) se define por la relación:

(rad/seg) = desplazamiento angular (rad)/tiempo empleado

$$\omega = \theta/t$$

Ejemplo 1.

El eje de un motor gira a razón de 1800 rpm. Calcular en rad., el desplazamiento angular en 18 seg.

datos: ω= 1800 rev/seg, t = 18 seg.

solución:

$$\omega = 1800 \text{ rev/min x 2 rad/rev x 1 min/60 seg}$$
$$\omega = 1800 \text{ x 2 x 3.1416 rad /60 seg}$$
$$\omega = 188.5 \text{ rad/seg}$$
$$\omega = \theta/t$$
$$\theta = \omega t$$
$$\theta = (188.5 \text{ rad/seg})(18 \text{ seg})$$
$$\theta = 3393 \text{ rad}$$

Frecuencia es la magnitud de la velocidad angular, ésta se expresa en rev/hr (rph), revoluciones por minuto (rpm) o revoluciones por segundo (rps). A las revoluciones por segundo (rev/seg o rps) también se les llama Hertz.

Período T es el tiempo empleado para completar una revolución y se expresa en unidades de tiempo (segundo, hora, días, años, etc.)

Así tenemos:

$$\theta = 2\pi \text{ x rev.}$$
$$\omega = \theta / t$$
$$= 2\pi \text{ x rev / t}$$
$$= 2\pi f \qquad (3)$$

Ejemplo 2.

Una rueda gira a razón de 300 rpm. Calcular la velocidad angular de un punto cualquiera de la rueda y la velocidad lineal **v** de un punto situado a 2 m. del centro.

Solución:

$$300 \text{ rpm} = 300 \text{ rev/min}$$
$$300 \text{ rev/min} \times (1 \text{ min}/60 \text{ seg}) = 5 \text{ rev/seg}$$
$$300 \text{ rpm} = 5 \text{ rev/seg}$$

a) Por la ec. 3 tenemos:

$$\omega = 2\pi f$$
$$= 2\pi \times 5 \text{ rev/seg}$$
$$= 31.416 \text{ rad/seg}$$

Esta velocidad angular es la misma para todos los puntos de la rueda.

b) Por la ec. $v = \omega R$ tenemos:

$$v = \omega R$$
$$= 31.416 \text{ rad/seg} \times 2$$
$$= 62.832 \text{ m/seg}$$

Hacerlo inmediatamente.

1.- Una rueda gira a razón de 1500 rpm. Calcular la velocidad angular y la velocidad lineal a 3 m del centro. {157.08 rad/seg; 471.24 m/seg.}

2.- Una rueda gira a razón de 2400 rpm. Calcular la velocidad angular y la velocidad lineal a 1.5 m del centro y a 3 m. del centro. {251.33 rad/seg; 376.9 m/seg; 753.98 m/seg}

Ahora para observar la relación entre la frecuencia f y el período **T**, usemos estos términos para describir a un carro moviendose con una rapidez uniforme en una pista circular.

Supongamos que el carro tarda 20 seg. en dar una vuelta completa alrededor de la pista, esto es T = 20 seg. Facilmente podemos notar que da 3 vueltas en un minuto, esto es f = 3 rev/ min (3 rpm) o f = 1/20 rev por seg. La relación entre la frecuencia y el período (cuando se usan al mismo tiempo) es:

$$\mathbf{f = 1/T}$$

Si el período del carro es de 20 seg/rev, entonces la frecuencia es :

$$f = 1/20 \text{ seg/rev}$$
$$f = 1 \text{ rev} / 20 \text{ seg}$$
$$f = 0.05 \text{ rev/seg}$$

Las unidades deben escribirse en forma conveniente.

Tabla 7-1. Comparacion de la frecuencia y periodo de varias clases de movimiento circular. Nótese la diferencia entre las unidades.

	T	f
electrón en un acelerador circular	1.0×10^{-6} seg	1.0×10^{6} rev/seg
Utracentrífuga	3.3×10^{-4} seg	3.0×10^{3} rev/seg
Turbina	3.3×10^{-1} seg	3.0×10^{0} rev/seg
Rotación de la Tierra	24 horas	7.0×10^{-4} rev/seg
La Luna alrededor de la Tierra.	27 días	1.5×10^{-3} rev/hr
La tierra alrededor del Sol.	365 días	2.7×10^{-3} rev/dia

Si un objeto esdta en movimiento circular uniforme y si conocemos la frecuencia f y el radio R, podemos calcular la velocidad v del objeto sin dificultad. La distancia recorrida en una revolución es simplemente el perímetro de la trayectoria circular, que es:

$$d = 2\pi r \text{ (perímetro del círculo)}$$

El tiempo para una revolución, es por definición el período T:

$$v = d / t$$

Por sustitución tenemos:

$$v = 2\pi R / T$$

y en términos de la frecuencia:

$$v = 2\pi R\,(1/T)$$

$$v = 2\pi Rf \qquad (6)$$

entonces:

$$v = \omega R \qquad (7)$$

Puesto que: $\omega = 2\pi f$ (3)

7-4 ACELERACION ANGULAR (MOVIMIENTO CIRCULAR VARIABLE)

La aceleración angular (α) de un cuerpo en movimiento de rotación, en torno de un eje, es la variación que experimenta su velocidad angular (ω) en la unidad de tiempo. Se expresa en radianes por segundo cada segundo (rad/seg^2).

Si la velocidad angular de un cuerpo varía uniformemente de ω_0 (rad/seg) a ω en un tiempo t seg, resulta:

$$\alpha\ (rad/seg^2) = (\omega(rad/seg) - \omega_0(rad/seg))/t\ seg$$

$$= \omega - \omega_0 / t \qquad (8)$$

Relación entre las magnitudes lineales y angulares.

$$d = \theta R$$
$$v = \omega R$$
$$a = \alpha R$$

d = Long. del arco (m, cm, km, etc.)

δ = desplazamiento angular (radianes)

R = radio (m, cm, km, etc.)

ω = Velocidad angular (rad/seg)

α = Aceleración angular (rad/seg^2)

Además:

$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$d = v_0 t + 1/2\, at^2$	$\theta = \omega_0 t + 1/2 \alpha t^2$
$d = (v - v_0)t/2$	$\theta = (\omega - \omega_0)t/2$
$v^2 = v_0^2 + 2ad$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

Ejemplo # 3.

La velocidad angular de un motor es de 1800 rpm. desciende uniformemente hasta 1200 rpm en 2 seg. Calcular:

a) la aceleración angular del motor y

b) el número de vueltas que realiza en ese tiempo.