Solución:

$$1800 \text{ rpm} = 30 \text{ rev/seg}$$
$$1200 \text{ rpm} = 20 \text{ rev/seg}$$

Por la ecuación 3 tenemos:

$$\omega = 2\pi f$$
$$\omega_o = 2 \times \pi \times 30 \text{ rev/seg}$$
$$= 188.5 \text{ rad/seg}$$
$$= 188.5 \text{ rad/seg}$$
$$= 2 \times \pi \times 20 \text{ rev/seg}$$
$$= 125.66 \text{ rad/seg}$$

a) Por la ecuación 8 tenemos:

$$\alpha = \omega - \omega_o/t$$
$$= (125.66 \text{ rad/seg} - 188.5 \text{ rad/seg})/2 \text{ seg}$$
$$= -31.416 \text{ rad/seg}^2$$

b) por la ecuación 11 tenemos:

$$\theta = (\omega + \omega_o)t/2$$
$$= (125.66 \text{ rad/seg} + 188.5 \text{ rad/seg})2 \text{ seg}/2$$
$$= 314.6 \text{ rad}$$
$$= 314.6 \text{ rad}/2\pi$$
$$= 50 \text{ rev.}$$

Hacerlo inmediatamente.

3.- Una rueda en reposo empieza a girar hasta alcanzar 60 rev/min en 30 seg. Calcular su aceleración angular y su desplazamiento en rev. {0.21 rad/seg^2, 15 rev}.

4.- Una rueda gira a 100 rpm y empieza acelerar a razón de 6 rad/seg^2 durantes 25 seg. Calcular a) la velocidad angular al terminar los 25 seg y b) el número de vueltas que da en ese tiempo. {160.47 rad/seg y 2136.8 rad ó 340.08 rev}.

Ejemplo # 4.

La velocidad angular de un motor es de 900 rpm y desciende uniformemente hasta 300 rpm, efecutando 50 rev. Calcualar:

a) la aceleración angular.

b) el tiempo necesario para realizar las 50 rev.

Solución:

a) convertimos los rpm en rad/seg.

$$\omega_o = 900 \text{ rpm}$$
$$= 900 \text{ rev/min} \times 2\pi/60 \text{ seg/min}$$
$$= 30 \text{ rad/seg}$$
$$= 94.25 \text{ rad/seg}$$
$$= 15 \text{ rev/seg}$$
$$= 300 \text{ rev/min} \times 2\pi/60 \text{ seg/min}$$
$$= 31.42 \text{ rad/seg}$$
$$= 5 \text{ rev/seg}$$
$$\theta = 50 \text{ rev.}$$

b) Por la ecuación 12:

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta$$
$$\alpha = (\omega^2 - \omega_o^2)/2\theta$$
$$\alpha = \frac{(31.42\text{rad/seg})^2 - (94.25\text{rad/seg})^2}{2 \times 314.16 \text{ rad}}$$
$$= -12.56 \text{ rad/seg}^2$$
$$\alpha = \frac{(5\text{rev/seg})^2 - (15 \text{ rev/seg})^2}{2 \times 50 \text{ rev}}$$
$$= -2 \text{ rev/seg}^2$$

y por la ecuación 11:

$$\theta = (\omega_0 + \omega)t/2$$

$$t = 2\theta/(\omega + \omega_0)$$

$$t = 2 \times 50 \text{ rev}/(15 \text{ rev/seg} + 5 \text{ rev/seg})$$

$$t = 5 \text{ seg.}$$

7-6 ACELERACIÓN CENTRÍPETA Y FUERZA CENTRÍFUGA.

De acuerdo con la primera ley de Newton, si un cuerpo se mueve, este se moverá en línea recta a menos que sea forzado a hacerlo de otro modo, por ejemplo, en movimiento circular. Si una bola se mueve en línea recta y una cuerda u otro mecanismo tira de la bola, su trayectoria recta tenderá a ser ahora una trayectoria circular y solo si la cuerda o el otro mecanismo tira de la bola hacia el centro de la circunferencia, la bola seguirá en trayectoria circular.

Supongamos que una piedra está en el extremo de una cuerda y se está moviendo en forma circular (fig. 3). La rapidez de la piedra es constante, pero la velocidad está variando. La velocidad es una cantidad vectorial que incluye a la rapidez y una dirección de ella. Es decir, en el movimiento circular uniforme, la rapidez del objeto en revolución, permanece igual, mientras la dirección cambia contínuamente. Las tres secciones de la fig. 3 muestran a la piedra en cuatro momentos sucesivos en su revolución. En cualquier instante, la dirección del vector velocidad, es tangente a la curva. Nótese que su rapidez, representada por el tamaño de las flechas, no varía, pero su dirección cambia de un momento a otro. Ya que la aceleración esta definida como un cambio de la velocidad, la piedra, de hecho, está en movimiento acelerado.

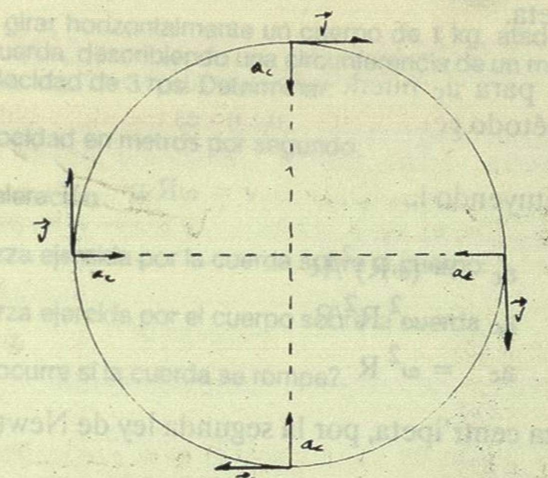

Fig. 3

Pero para producir una aceleración, es necesario una fuerza. En el caso de la piedra girando, existe una fuerza sobre la piedra ejercida por la cuerda, y si despreciamos el peso de la piedra y la resistencia del aire, ésta será la fuerza neta.

La dirección de la fuerza actuando sobre la piedra es a lo largo de la cuerda. Este vector fuerza actuando siempre hacia el centro de rotación, es llamada fuerza centrípeta.

fuerza entripeta

Podríamos definirla como la fuerza necesaria, aplicada a un cuerpo en movimiento, para cambiar su trayectoria en una trayectoria circular con rapidez constante.

De la segunda ley de Newton, sabemos que la fuerza y la aceleración estan en la misma dirección, así que el vector aceleración está también dirigida hacia el centro de rotación. LLamaremos a esta aceleración, **centrípeta** y la representaremos con el simbolo a_c.

Cualquier objeto [illegible] lo largo de [illegible] aceleración centrípeta.

Una expresión para a_c puede ser derivada [illegible] (obtenida por un método geo[illegible] que no es [illegible]

En la que, sustituyendo la ecuación $v = \omega R$ tenemos:

$$a_c = (\omega R)^2/R$$
$$a_c = \omega^2 R^2/R$$
$$a_c = \omega^2 R \qquad (14)$$

Y para la fuerza centr'ipeta, por la segunda ley de Newton, tenemos:

$$F_c = ma_c \qquad (15)$$
$$F_c = m\,\omega^2 R$$

7-7 FUERZA CENTRÍFUGA.

La tercera ley de Newton establece que a toda fuerza de acción, existe una fuerza igual y de sentido contrario llamada reacción. En el caso del movimiento circular, a esta fuerza de reacción se le denomina fuerza centrífuga, la cual definimos como la fuerza aplicada a un cuerpo en movimiento circular que lo impulsa a cambiar de dicha trayectoria circular a una rectilínea.

Tiene la misma magnitud que la fuerza centrípeta, pero de sentido contrario.

Ejemplo # 5:

Se hace girar horizontalmente un cuerpo de 1 kg, atado al extremo de una cuerda, describiendo una circunferencia de un metro de radio a una velocidad de 3 rps. Determinar:

a) La velocidad en metros por segundo.

b) La aceleración.

c) La fuerza ejercida por la cuerda sobre el cuerpo.

d) La fuerza ejercida por el cuerpo sobre la cuerda.

e) ¿Qué ocurre si la cuerda se rompe?.

Solución:

a) $v = 2\pi Rf$

$v = 2\pi(1\text{m})(3/\text{seg})$

$v = 6\pi$ m/seg

$v = 18.85$ m/seg

b) $a = v^2/R$

$a = 18.85\text{m/seg})^2/1\text{m}$

$a = 355.32$ m/seg^2

Esta aceleración es hacia adentro de la circunferencia.

c) $F = ma$

$F = (1\text{kg})(355.32\ \text{m/seg}^2)$

$F = 355.32$ N

d) La fuerza ejercida por la cuerda sobre el cuerpo, es la fuerza centrípeta. La fuerza ejercida por el cuerpo sobre la cuerda es la fuerza centrífuga. Estas dos fuerzas son de igual modulo (355.32), de la misma dirección, pero de sentido contrario. La fuerza centrípeta tiene la misma dirección del radio y su sentido es hacia el centro de la circunferencia. La fuerza centrífuga tiene esa magnitud, pero en sentido contrario.

e) El cuerpo adquiere un movimiento rectilíneo, según su dirección de la tangente a la circunferencia.

Hacerlo inmediatamente.

1.- Un cuerpo de 150 kg, girando a una velocidad de 3 rpm y a 3 m del centro. ¿Qué fuerza centrípeta lleva? [44.41N]

2.- Un cuerpo de 500 kg con una velocidad angular de 1 rev/seg y a 1.5 m del centro. ¿Qué fuerza Centrípeta lleva? [59.22N]

ANALOGÍA ENTRE LAS MAGNITUDES LINEALES Y ANGULARES.

Lineales			Angulares	
Desplazamiento	d	$\longrightarrow$	Desplazamiento	θ
velocidad	v	$\longrightarrow$	Velocidad ang.	ω
Aceleración	a	$\longrightarrow$	Aceleración ang.	α
Masa	m	$\longrightarrow$	Momento de inercia	I
Fuerza	F	$\longrightarrow$	Par	L
Cant. de Mov.	mv	$\longrightarrow$	Impetu ang.	$I\omega$
Impulso	ft	$\longrightarrow$	Impulsión Ang.	Lt

Si en las ecuaciones del movimiento lineal, se reemplazan las magnitudes lineales para las correspondientes angulares, se obtienen las ecuaciones del movimiento angular.

$$F = ma \longrightarrow L = I$$

$$E_c = (1/2)mv^2 \longrightarrow E_c = (1/2)I\omega^2$$

$$T = Fd \longrightarrow T = L\theta$$

$$P = T/t \longrightarrow P = L\theta/t$$

AUTOEVALUACIÓN

1.- Un cuerpo da 400 vueltas en un tiempo de 1 minuto. Calcular la velocidad angular del cuerpo.

[ω = 41.88 rad/seg]

2.- Una rueda gira a 480 rpm. Hallar la velocidad angular de un punto cualquiera de la misma y la velocidad lineal de un punto situado a:

a) 0.5 m,

b) 1.0 m y

c) 1.8 m.

[ω = 50.26 rad/seg; a) 25.13 m/seg, b) v = 50.26 m/seg, c) v = 90.47 m/seg].

3.- Calcular la velocidad angular de un automóvil que toma una curva de 8 m de radio a una velocidad de 45 km/h.

[ω = 1.56 rad/seg].

4.- La velocidad angular de un disco, disminuye uniformemente desde 12 a 4 rad/seg en 4 seg. Calcular la aceleración angular y el número de vueltas que efectúa en ese tiempo.

[α = -2 rad/seg^2, θ = 32 rad = 5 rev].

5.- Una rueda que gira con una frecuencia de 2100 rpm, disminuye ésta uniformemente hasta 900 rpm, efectuando 80 vueltas. Calcular la aceleración angular y el tiempo invertido. [α = -39.27 rad/seg^2, t = 3.2 seg].

6.- Un cuerpo de 1.5 kg recorre una circunferencia de 25 cm de radio con una velocidad de 2 rps. Calcular:

a) la fuerza centrífuga y

b) la fuerza centrípeta.

[a) F_c = 59.15 N, b) El mismo valor pero en sentido contrario -50.15 N]

7.- Un cuerpo de 10 kg recorre una circunferencia de 1.5 m de radio, con una velocidad de 4 rps. Calcular:

a) la fuerza centrípeta y

b) la fuerza centrífuga.

[a) F_c = 9472.75 N, b) El mismo valor, pero en sentido contrario -9472.75 N].

8.- Convertir a las unidades que se piden.

a) 50 rev ⟶ rad.

b) 48 rad ⟶ rev.

c) 5 rad ⟶ rev

d) 300 rev ⟶ rad

e) 172° ⟶ rad

f) 360° ⟶ rev

g) 180° ⟶ rad.

h) 720 rpm ⟶ rad/seg.

i) 1800 rpm ⟶ rad/seg

j) 1200 rps ⟶ rad/seg

k) 60 rad/seg ⟶ rpm

l) 40 grados/seg ⟶ rpm

m) 40 grados/seg ⟶ rad/seg

n) 5 rad ⟶ grados.

APENDICE A

NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Los científicos realizan medidas en las que intervienen datos cuantitativos que van desde lo astronómicamente grande (observa la introducción de esta unidad), hasta lo infinitamente pequeño (masa de un electrón). Para facilitar el registro y manipulación de estos datos, los números se expresan en una forma especial llamada **notación científica o notación abreviada**.

La notación científica o notación abreviada emplea un número igual o mayor que 1 y menor que 10, junto con una potencia base 10, como se describe enseguida:

$$A \times 10^n$$

donde $1 \leq A < 10$

y **n** es la potencia a la que está elevada la base 10, y debe ser un entero. Cuando **n** 0 (es decir **n**, es positivo), A x 10^n en un número mayor o igual que uno.

Ejemplo # 1.

1o.- Escribir 88800000000 en notación científica.

A = 8.88

ya que 8.88 será en la expresión, el único número mayor que 1 y menor que 10.

2o.- Obtener el valor de n.

8 8 8 0 0 0 0 0 0 0 0

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1