Ejemplo # 27.

$$3 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-3}$$

$$= (3 \times 10^{-2}) - (0.5 \times 10^{-2})$$
$$= (3 - 0.5) \times 10^{-2}$$
$$= 2.5 \times 10^{-2}$$

Ejemplo # 29.

4) $4 \times 10^{3} - 3 \times 10^{2}$

$$= (4 \times 10^{3}) - (0.3 \times 10^{3})$$
$$= (4 - 0.3) \times 10^{3}$$
$$= 3.7 \times 10^{3}$$

NOTA: Podemos observar en estos ejemplos que para poder expresar el resultado final en la forma general: $A \times 10^{n} \mid$ donde $1 < A < 10$, se procura que todas las cantidades que se van a sumar y/o a restar su base debe estar elevada a la potencia mayor. En el primer ejemplo todos están en 10^{4} y en el segundo y tercer ejemplo todos los números en 10^{-2}, ya que, el número (-2) es mayor que (-3).

Resolver inmediatamente:

a) $(2 \times 10^{3}) + (4 \times 10^{4})$

b) $6 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-4}$

c) $5.7 \times 10^{6} - 4.3 \times 10^{5}$

d) $8 \times 10^{-5} - 3 \times 10^{-6}$

e) $2 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-5} - 6 \times 10^{-6}$

APENDICE B

SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES.

Es muy común, que al resolver algún problema de física sea necesario despejar cierta incógnita de una fórmula, representación algebraica ó ecuación que exprese a un determinado concepto ó Ley. Es por eso, muy necesario que adquieras una habilidad para despejar incógnitas, principalmente en ecuaciones lineales.

Primeramente, definiremos lo que es una ecuación, fórmula o representación algebraica. (Estos términos los utilizaremos para expresar exactamente lo mismo).

Primeramente estableceremos que una **igualdad** esta formada por dos expresiones separadas por el signo de (=), donde éste indica que dichas expresiones representan el mismo número. Llamaremos **primer miembro** a la expresión que está a la izquierda del signo (=) y **segundo miembro** a la expresión que está a la derecha.

$$5x + 3 = y + 2$$

1er. miembro 2do. miembro

Las igualdades donde aparece uno o más variables se clasifican en **Identidades y Ecuaciones**.

Una Identidad es una igualdad que se cumple para todos los valores de la variable.

Ejemplo # 1:

$$8y = 5y + 3y$$

Si sustituimos la variable por algunos valores tenemos:

$y = 0$ $8(0) = 5(0) + 3(0)$
$0 = 0$

$y = (-1)$ $8(-1) = 5(-1) + 3(-1)$
$-8 = -5 -3$

$y = 2$ $8(2) = 5(2) + 3(2)$

$$y = 5 \qquad \begin{aligned} 16 &= 10 + 6 \\ 8(5) &= 5(5) + 3(5) \\ 40 &= 25 + 15 \end{aligned}$$

Una ecuación es una igualdad que solo se cumple para alguno o algunos valores de la variable.

La variable que interviene en una ecuación recibe el nombre de incógnita.

Las ecuaciones se clasifican según el grado. que tienen.

a) $z + 3 = 5 \longrightarrow$ 1er. grado.

b) $z^2 + 8 = 12 \longrightarrow$ 2do. grado.

c) $m^3 + 2m = 18 \longrightarrow$ 3er. grado.

d) $7ps = 25 \longrightarrow$ 2do. grado.

Para poder manejar las ecuaciones, requerimos de algunas herramientas, las llamaremos propiedades de la igualdad.

Reflexiva $a = a$

Simétrica si $a = b$, entonces $b = a$

Transitiva si $a = b$, y $b = c$, entonces $a = c$.

Aditiva de la igualdad Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$.

Multiplicativa de la Igualdad Si $a = b$, entonces $ac = bc$.

Inverso Aditivo: Todo número racional sumado con su inverso aditivo u opuesto es igual a cero.

Elemento Neutro de la Adición: Todo número racional sumado con el elemento neutro (cero) nos da el mismo número.

Inverso Multiplicativo: Todo número racional diferente de cero, multiplicado por su recíproco o inverso multiplicativo es igual a 1.

Elemento Neutro de la Multiplicación: Todo número racional multiplicado por el elemento neutro multiplicativo (1) es igual a si mismo.

Veamos algunos casos más usuales en nuestra materia:

1o.- Ecuaciones que se resuelven: empleando la propiedad aditiva de la igualdad.

$$v = v_o + v$$

$v_o + v = v$	Simétrica
$v_o + (-v_o) + v = v + (-v_o)$	Aditiva de la Igualdad
$[v_o + (-v_o)] + v = v + (-v_o)$	Asociativa.
$0 + v = v + (-v_o)$	Inverso Aditivo.
$v = v + (-v_o)$	Elemento Neutro de la Adición.
$v = v - v_o$	Def de la Adición.

Con esta demostración, tenemos la conclusión.

1o. **Lo que está sumando en un miembro de la ecuación pasa restando al otro miembro de la ecuación y lo que está restando pasa sumando.**

2o. Ecuaciones que se resuelven: **Empleando la propiedad multiplicativa de la igualdad.**

$$F = ma$$

$ma = F$	Simétrica.
$ma(1/m) = F(1/m)$	Multiplicativa.
$m(1/m) \bullet a = F \bullet (1/m)$	Conmutativa.
$1 \bullet a = F \bullet (1/m)$	Inverso multiplicativo.
$a = F \bullet (1/m)$	Elemento neutro de la multiplicación.
$a = F/m$	Definición de la multiplicación.

Te sugerimos que realices lo mismo en el siguiente ejemplo:

$$P = F/A$$

$F/A = P$

$F/A\ (A) = P\ (A)$

$(A/A) \bullet F = P \bullet (A)$

$1 \bullet F = P \bullet (A)$

$F = P \bullet (A)$

$F = PA$

Conclusión: **Si un elemento está multiplicando en un miembro de la ecuación pasa dividiendo al otro, o si está dividiendo pasa al otro multiplicando**

3o. Ecuaciones que se resuelven empleando las propiedades aditivas y mutiplicativas de la igualdad.

$$v = v_0 + at$$

$v_0 + at = v$	Simétrica.
$v_0 + at + (-v_0) = v + (-v_0)$	Aditiva.
$v_0 + (-v_0) + at = v + (-v_0)$	Conmutativa.
$[v_0 + (-v_0)] + at = v + (-v_0)$	Asociativa.
$0 + at = v + (-v_0)$	Inv. Aditivo.
$at = v + (-v_0)$	Elem. Neutro de Ad.
$at = (v - v_0)$	Def. de adición.
$at(1/t) = (v - v_0)(1/t)$	Multiplicativa.
$t(1/t)a = (v - v_0)(1/t)$	Conmutativa.
$1 \cdot a = (v - v_0)(1/t)$	Inv. Multiplicativo.
$a = (v - v_0) \cdot (1/t)$	Elem. Neutro de la Ad.
$a = \dfrac{(v - v_0)}{t}$	Def. de la Mult.

Por las conclusiones anteriores: esto podría hacerse de la forma siguiente.

$$v = v_0 + at$$

$v_0 + at = v$	Simétrica.
$at = v - v_0$	Conclusión 1.
$a = (v - v_0)/t$	Conclusión 2.

En algunas ocaciones se nos presentaran ecuaciones en las cuales puede haber paréntesis escritos o tácitos y para resolverlas tendremos que eliminarlos, si es necesario, efectuando las operaciones necesarias.

Ejemplo: Despejar v.

$$d = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

$$\frac{(v + v_0)}{2} \cdot t = d \quad \text{ó} \quad \frac{v + v_0}{2} \cdot t = d$$

$$\frac{vt + v_0 t}{2} = d \qquad (v + v_0) \cdot t = 2d$$

$$vt + v_0 t = 2 \cdot d \qquad v + v_0 = 2 \cdot d/t$$

$$vt = 2 \cdot d - v_0 t$$

$$v = \frac{2 \cdot d - v_0 t}{t} \qquad v = 2 \cdot d/t - v_0$$

$$v = \frac{2 \cdot d}{t} - \frac{v_0 t}{t}$$

$$v = 2 \cdot d/t - v_0$$

APENDICE C

EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO Y LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Sabemos que un triángulo rectángulo es aquel que tiene uno y sólo uno, ángulo recto. Los lados que forman ese ángulo recto se les llama **catetos** y el lado opuesto a dicho ángulo recto se le denomina **hipotenusa**.

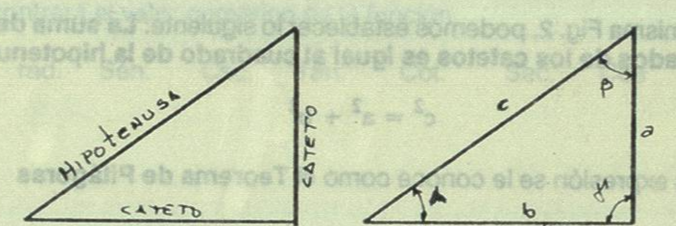

Fig 1 *Fig 2*

Ahora vemos cómo se relacionan los lados y ángulo de un triángulo rectángulo.

Analizando la Fig. 2, podemos relacionar los lados del triángulo de las siguientes formas:

c/a, b/c, a/b, b/a, a/c, c/a

Cada una de estas razones recibe un nombre especial, dependiendo del ángulo al que se está haciendo referencia (α o β en la Fig. 2).

Seno de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto (L.O) y la hipotenusa. En la Fig. 2 Sen α = a/c, Sen β = b/c.