d) Hectómetro. h) Angstrom.

8.- Son múltiplos del segundo:

a) Milésima de seg. d) Décima de seg.

b) Strong. e) Minuto.

c) Hora. f) Día.

9.- El área de una alberca que mide 6m. de ancho y 11 m. de largo es de: $A=11\times6$

$A=A\times l$ $A=l\times A$ $A=66m^2$

10.- El área de un triángulo de 0.5 m. de base 1.5 m. de altura es de: 1.12

$A=A\times b$ $A=0.5\times1.5$

1.5
0.5
75
15
22 5m²

1.12
2 | 225
0 01

p) 8 onzas_________ m

q) 7 libras _______ kg

r) 60 kg._________ libras

s) 616 h._________ seg

18.- Abrevia, con notación científica l
siguientes números.

a) 840000	f) 0.000044
b) 37000000	g) 0.84
c) 3.6	h) 0.0000007
d) 4800	i) 0.000342
e) 4760000	

$6.\times10^{21}$

"HERRAMIENTAS MATEMATICAS"

¿Hubiera podido Arquímedes levantar la Tierra?

Si este gran mecánico de la antiguedad hubiera sabido que es la masa de la tierra, lo más probable es que se hubiera abstenido de hacer su presuntuosa -- exclamación: "Dadme un punto de apoyo y levantaré - la Tierra"

Ya que para mover 1 cm. el peso de la tierra tardaría.

30 000 000 000 000 000 años

3×10^{13}

La masa de la tierra es:

6 000 000 000 000 000 000 000 toneladas.

6×10^{21}

Como puedes observar, estas cantidades tienen demasiados ceros, se lleva tiempo escribirlos y ocupan mucho espacio. Esto puede reducirse, para ello al terminar esta unidad serás capaz de:

OBJETIVOS.

1.- Transformar un número en notación común a notación científica y viceversa.

2.- Practicar operaciones de suma, resta, multiplicación y división de magnitudes expresadas en - notación científica.

3.- Identificar las funciones trigonométricas de seno. coseno y tangente.

5.844

616

4.- Usar correctamente las tablas trigonométricas.

5.- Utilizar las funciones trigonométricas y el Teorema de Pitágoras en la solución de triángulos rectángulos.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee los puntos 2-9, 2-10 y 2-11 del capítulo II.

2.- Lee todo el capítulo III.

3.- Analiza despacio los ejemplos resueltos.

4.- Resuelve los problemas que estén en las autoevaluaciones de éstos dos capítulos que se relacionan con los objetivos.

PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar en hojas tamaño carta, los problemas nones de los capítulos II y III, completamente resueltos.

CAPITULO III

EL TRIANGULO RECTANGULO Y LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS.

3-1. FUNCIONES TRIGONOMETRICAS.

Sabemos que un triángulo rectángulo es aquel que tiene uno y sólo uno, ángulo recto. Los lados que forman ese ángulo recto se les llama **catetos** y el lado opuesto a dicho ángulo recto se le denomina **hipotenusa**.

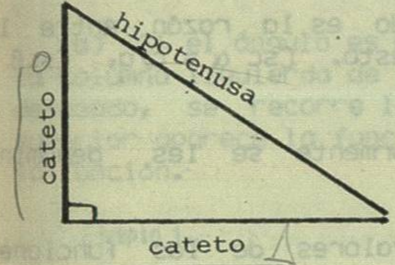


Fig. 1

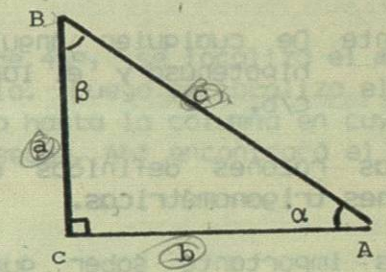


Fig 2.

Ahora vemos cómo se relacionan los lados y ángulo de un triángulo rectángulo.

Analizando la Fig. 2, podemos relacionar los lados del triángulo de las siguientes formas:

$$c/a,\ b/c,\ a/b,\ b/a,\ a/c,\ c/a$$

Cada una de estas razones recibe un nombre especial, dependiendo del ángulo al que se está haciendo referencia (α o β en la fig. 2).

Seno (Sen) De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto (L.O) y la hipotenusa. En la Fig. 2 $\text{Sen } \alpha = a/c$, $\text{Sen } \beta = b/c$.

Coseno (Cos) De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado adyacente (L.A) y la hipotenusa. En la Fig. 2 $\text{Cos } \alpha =$

b/c, Cos β = a/c.

Tangente (Tan) De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto y el lado adyacente. En la Fig. 2 Tan α = a/b, Tan β = b/a.

Cotangente (Cot) De cualquier ángulo agudo es la razón entre el aldo adyacente y el aldo opuesto. En la Fig. 2, Cot = b/a, Cot = a/b.

Secante (Sec) De cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el lado adyacente. Sec α = c/b, Sec β = c/a

Cosecante (Csc) De cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el lado opuesto. Csc α = c/a, Csc β = c/b.

Las razones definidas anteriormente se les denomina **Funciones trigonométricas.**

Es importante saber que los valores de las funciones trigonométricas dependen solamente de la magnitud del ángulo, y son completamente independientes de la magnitud de la longitud de los lados del triángulo rectángulo que lo contienen.

De la misma fig. 2, podemos establecer lo siguiente: la **suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.**

$$c^2 = a^2 + b^2$$

A esta expresión se le conoce como **el Teorema de Pitágoras.**

3-2 USO DE LAS TABLAS TRIGONOMETRICAS.

Considerando lo establecido anteriormente, de que el valor de la función trigonométrica depende exclusivamentge del ángulo, se pudierón establecer los valores de estas funciones trigonométricas en una tabla (tablas **trigonométricas**).

Estas tablas trigonométricas nos pueden servir para:

1º Encontrar el valor númeriao de cualquier función, dado el ángulo.

2º Encontrar el ángula, dado el valor númeriao de la función trigonométrica.

Existen algunas tablas que contienen los valores de las funciones de los ángulos comprendidos entre 0º y 90º con intervalos de 10' (10 minutos).

La forma de usar dichas tablas trigonométricas es la siguiente:

a) Si el ángulo es menor de 45º, se localiza el ángula en la columna izquierda de la tabla. Luego se localiza el ángulo desaeado, se recorre la línea hasta la columna en cuya parete superior aparece la función deseada. Ahí encontrará el valor de la función.

Ejemplo 1.

Encontrar el valor de Sen 41º y Cos 41º.

Solución:

Busquemos primero el ángulo de 41º del lado izquierdo de las tablas hasta localizarlo.

Grados	rad.	Sen.	Csc.	Tan.	Cot.	Sec.	Cos.	Rad.	Grados
0º00'									
10'									
20'									
30'									
40'									
50'									
1º00'									
.									
.									
.									
.									
.									
41º00'	.7156	.6561	1.524	.8693	1.150	1.325	.7547	.8552	49º00'
10'	.7185	[.6583]	1.519	.8744	1.144	1.328	.7528	.8523	50'

20'	40'
30'	30'
40'	20'
50'	10'
42°00'	48°00'

De donde Sen de 41°10' = 0.6583 y Cos de 41°10' = 0.7528

b) Si el ángulo es mayor de 45°, se localiza el 'ngulo en la columna derecha. Luego que se localiza el ángulo, se recorre la línea (de derecha a izquierda) hasta la columna en cuya parte inferior aparezca la función deseada. Ahí, donde se intersectan ambas líneas, encontrará el valor númerico de la función.

Ejemplo 2.

Encontrar el valor de Tan. 73°30'.

Solución:

Busquemos en la columna derecha (grados) el ángulo dado (73°30'). Luego, buscamos la función tangente en la parte inferior y donde se crucen estas dos líneas, ahí encontramos el valor de tan 72°30' que es 3.172.

Es importante observar que los ángulos, cuando son mayores de 45°, estan ordenados crecientemente de abajo hacia arriba, por lo que se debe de tener cuidado al localizar los minutos, que se deben leer en la parte superior de la columna de los grados dados y no hacia abajo. Observe que en el ejemplo 2 se hizo esto, es decir, una vez que se localizaron los grados (72) se buscó luego la cantidad de minutos arriba de 72° que en este caso fueron 30'.

Frecuentemente ocurre que en lugar de tener que determinar la tangente de un ángulo dado, sea necesario obtener el ángulo al cual corresponde una función dada.

Cuando el valor decimal dado aparece exactamente en una de las columnas de la función dado, solo necesitamos leer la intersección de las columnas adecuadas, el ángulo que corresponde.

Ejemplo 3.

Si Tan A = 3.412, determinar A.

Solución:

Puesto que Tan A = 3.412, buscamos en las tablas, en la columna que tiene "tan", en la

parte inferior. Entonces leemos a la derecha que A = 73°40'.

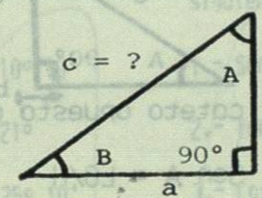
Para un mejor manejo de las tablas hay que ver cómo varían los valores de las funciones trigonométricas con respecto al ángulo. Así podemos observar que, mientras el ángulo crece, el valor númerico de : a) el **seno** crece, b) el **coseno** decrece, c) la **tangente** crece, d) la **cotangente** decrece, e) la **secante** crece y f) la **cosecante** decrece.

Como ya se vió antes, la trigonometría es una herramienta muy útil y se usa para calcular cantidades no mesurables directamente. En esta sección veremos algunas de las tantas aplicaciones que tienen las funciones. Te recomendamos veas y analices los ejemplos que a continuación se exponen para que luego resuelvas tu autoevaluación.

3-3 APLICACIÓN DE LAS TABLAS TRIGONOMETRICAS EN TRIANGULOS RECTANGULOS.

1.- Conociendo el valor de los dos catetos.

Si conocemos los dos catetos y por supuesto, el ángulo rectángulo, tenemos:



Podemos calcular el valor de la hipotenusa por medio del **teorema de Pitágoras.**

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Los valores de A y B también se pueden calcular.

$$\text{Tan } A = LO/LA \quad \text{y} \quad \text{Tan } B = LO/LA$$

$$\text{Tan } A = a/b \qquad \text{Tan } B = b/a$$

Luego, buscando en las tablas, concluimos:

$$A = \text{Tan}^{-1}\ a/b \quad \text{y} \quad B = \text{Tan}^{-1}\ b/a$$

Ejemplo 4

De un triángulo rectángulo tenemos que sus lados miden 30 m. y 40 m. Calcular el valor de la hipotenusa y de los ángulos que forman la hipotenusa con cada uno de los catetos.

$c^2 = a^2 + b^2$

$= (30\ m)^2 + (40\ m)^2$

$= 900\ m^2 + 1600\ m^2$

$= 2500\ m^2$

$= 50\ m$

$A = Tan^{-1}\ (30m)/(40\ m)$

$= Tan^{-1}\ (0.75)$

$= 36°\ 50'$

$B = 90° - 36°\ 50'$

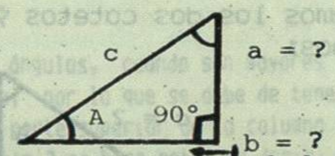
$= 53°\ 10'$

$B = Tan^{-1}\ (40\ m)/(30\ m)$

$= Tan^{-1}\ (1.333)$

$= 53°$

2.- Conociendo la hipotenusa y uno de los ángulos.



Podemos calcular el cateto opuesto al ángulo por la función

$Sen\ A = LO/H$

$Sen\ A = b/c$

despejando $b = c \times Sen\ A$

También el cateto adyacente al ángulo dado, por la función coseno.

$Cos\ A = LA/H$

$Cos\ A = a/c$

despejando $b = c \times Cos\ A$

a y el ángulo faltante: $B = 90° - A$

Ejemplo 5.

Una escalera de 4 m. de largo se apoya contra un muro formando un ángulo de 80° con el suelo. A qué altura del muro está apoyada la escalera? A qué distancia de la pared descansa el pie de la escalera?

Solución:

Considerando que este cuerpo forma un triángulo rectángulo con la pared, tenemos los siguientes datos: $c = 4\ m$, $A = 80°$, $b = ?$, $a = ?$

$b = c \times Sen\ A$

$= 4\ m \times Sen\ 80°$

$= 4\ m \times 0.9848$ (tablas)

$= 39.392\ m$

$a = c \times Cos\ A$

$= 4\ m \times Cos\ 80°$

$= 4\ m \times 0.1736$ (tablas)

$= 0.6944\ m$

$B = 90° - 80°$

$= 10°$

AUTOEVALUACION.

A.- Encuentre los valores númericos de las funciones siguientes.

1.- Sen 30°	11.- Cos 10° 10'
2.- Cos 60°	12.- Tan 21°
3.- Tan 30° 30'	13.- Sen 25° 10'
4.- Sen 45°	14.- Cos 74°
5.- Cos 30°	15.- Tan 84° 20'
6.- Tan 45°	16.- Sen 57°
7.- Sen 33° 20'	17.- Cos 80° 20'
8.- Cos 42° 40'	18.- Tan 67° 40'
9.- Tan 35° 50'	19.- Sen 59° 50'
10.- Sen 24° 30'	20.- Cos 73°

B.- Encontrar el valor del ángulo en los siguientes problemas.

1.- Sen A = 0.1478	11.- Cos B = 0.8572
2.- Tan B = 0.4522	12.- Sen B = 0.2616
3.- Cos A = 0.7880	13.- Tan B = 0.2493
4.- Sen A = 0.8339	14.- Cos A = 0.3934
5.- Cos B = 0.49	15.- Sen A = 0.4094
6.- Tan B = 1.7547	16.- Tan B = 4.773
7.- Sen A = 0.4566	17.- Sen A = 0.500
8.- Cos A = 0.7934	18.- Cos C = 0.500
9.- Tan A = 1.235	19.- Tan C = 1.000
10. Sen A = 0.445	20.- Cos C = 0.866

C.- Aplicar las funciones trigonométricas para resolver los siguientes problemas.

1.- Se quiere saber cuánto mide la altura de una casa, donde una escalera de 4 m llega a la parte superior y el ángulo que forma con el suelo es de 60º.

2.- Calcular el valor de los lados de un rectángulo si una de sus diagonales mide 24 cm y forma con uno de los lados un ángulo de 42º.

3.- Un aeroplano recorre en el aire 15,000 m. siguiendo un ángulo de ascenso constante hasta alcanzar una altura de 1900 m. Calcular el angulo de elevacion.

4.- Un faro, construido al nivel del mar, tiene 180 m de altura. Vista desde su cima, una barca tiene un ángulo de depresión de 24º. Calcular la distancia que existe entre la barca y el pie del faro.

"INTRODUCCIÓN A LOS VECTORES"

Existen algunas mediciones en las cuales es fácil manejarlas en sus operaciones aritméticas, tales como la masa, la longitud, la temperatura, pero en otras no es posible hacerlo en forma tan sencilla. Pero al terminar esta unidad serás capaz de:

OBJETIVOS.

1.- Definir cada uno de los términos, conceptos y principios establecidos en el capítulo IV de éste libro.

2.- Distinguir entre cantidad escalar y cantidad vectorial.

3.- Aplicar el método gráfico del triángulo, para calcular la resultante y la dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

4.- Aplicar el método gráfico del paralelogramo para calcular magnitud y dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

5.- Aplicar el método gráfico del polígono, calculando la resultante y su dirección en la suma de tres o más vectores.

6.- Resolver sumas vectoriales mediante el método analítico de dos vectores que formen angulos de 90°