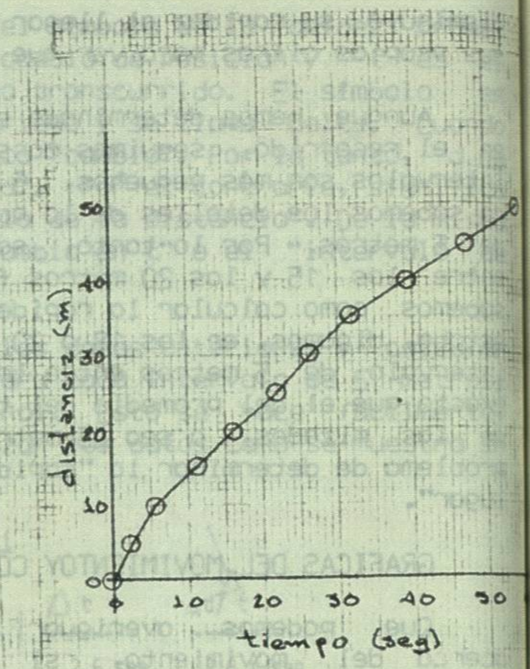
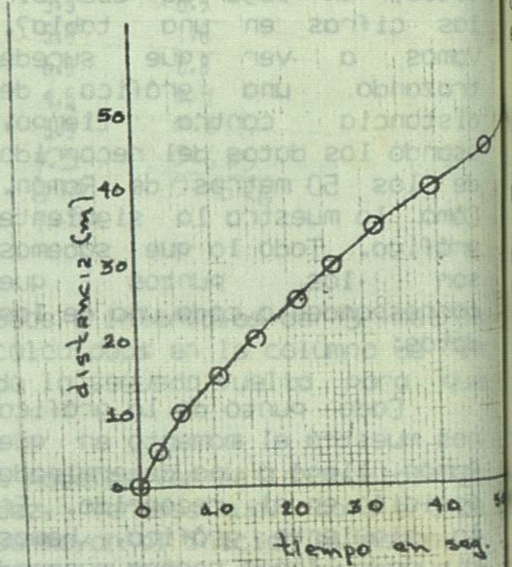
rectas son tan solo una forma muy simple de sugerir cómo se vería la gráfica total, de hecho, las líneas rectas no nos van a dar una aproximación muy buena, porque indican cambios muy bruscos en la rapidez. Si creemos que Ramón modificó su rapidez en forma gradual, podemos obtener una aproximación mejor dibujando la curva más suave que sea posible a través de los puntos. Uno de los ejemplos que podemos tener de una curva suave se muestra en la gráfica de la página siguiente.



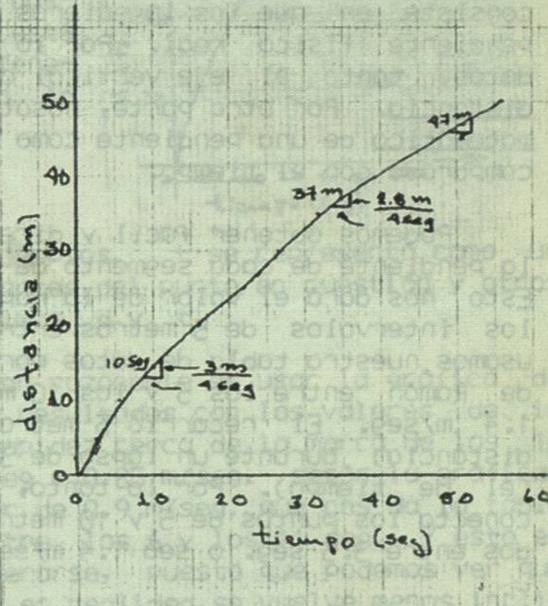
Ahora vamos a "leer" esta última gráfica. Debemos notar que la línea está más inclinada al principio. Esto quiere decir que durante los primeros segundos ocurrió un cambio de posición bastante grande. En otras palabras, Ramón empezó muy rapido y la inclinación de la línea nos indica que tan rápido. De los 10 a los 20 metros, la línea aparece bastante recta y no se inclina para ningún lado, lo que quiere decir, que su rapidez fue constante en ese tramo. Al leer la gráfica más detalladamente, vemos que su rapidez disminuyó considerablemente hasta antes de llegar a los 25 metros, pero la aumentó justo después de la vuelta. La inclinación disminuye gradualmente desde los 30 metros hasta el final, lo cual nos indica



que Ramón cada vez iba más lento. En los últimos 5 metros nio hubo ningún esfuerzo final.

Visto de esta manera, una gráfica nos propociona una representación visual del movimiento con sólo echarle un vistazo. Pero este tipo de representación no nos ayuda si queremos saber los valores reales de la rapidez de Ramón en varios momentos diferentes. Para esto, necesitamos medir la inclinación de la línea. Aquí tenemos que pedirle ayuda a las matemáticas, lo cual haremos muy seguido.

Existe en la geometría un viejo método de solucionar este problema. La inclinación de una gráfica en cualquier punto está relacionada con el cambio en la dirección vertical (Δy) y con el cambio en la dirección horizontal (Δx). Por definición, la proporción de estos dos cambios ($\Delta y/\Delta x$) es la pendiente:



$$\text{pendiente} = \Delta y/\Delta x$$

La pendiente es un concepto matemático que se usa frecuentemente, por ejemplo, para indicar la inclinación de una línea en cualquier gráfica. En una gráfica de distancia y tiempo, como la que usamos para el recorrido de Ramón, la posición o distancia del punto de partida generalmente se coloca en el eje vertical (la d está en lugar de la y) y el tiempo en el eje horizontal (la t reemplaza a la x). Por lo tanto, en una gráfica como ésta, la pendiente de una línea recta nos la da:

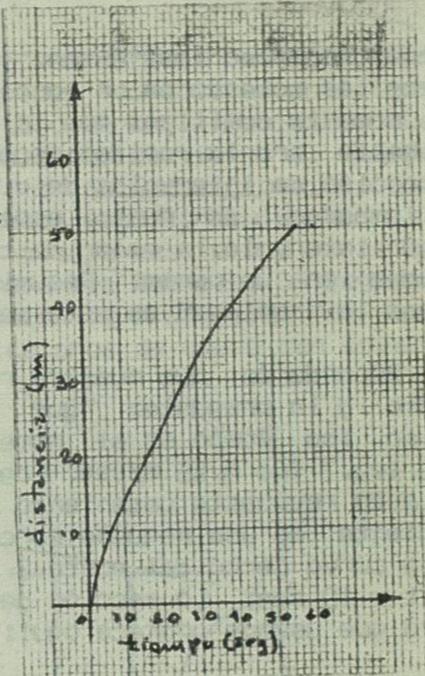
$$\text{pendiente} = \Delta d/\Delta t$$

Pero esto nos recuerda la definición de la rapidez promedio, $v_{pr} = \Delta d / \Delta t$; y de hecho vemos que vpr es igual númericamente a la pendiente. En otras palabras, la pendiente de cualquier segmento de recta en una gráfica de ditancia contra tiempo nos da una medida de la rapidez promedio del objeto durante ese intervalo. Cuando medimos la pendiente en una gráfica, básicamente estamos haciendo lo mismo que hacen los ingenieros que construyen carreteras cuando especifican la inclinación del camino. Simplemente miden cuánto se levanta éste y dividen esa cifra entre la distancia horizontal que uno debe recorrer para llegar a esa elevación. La única diferencia consiste en que los ingenieros sólo están interesados en la pendiente física real. Por lo tanto, en una gráfica de sus datos, tanto el eje vertical como el horizontal mostrarían <u>distancia</u>. Por otra parte, nosotros estamos usando el <u>concepto matemático</u> de una pendiente como medio de expresar la <u>distancia</u> comparada con el <u>tiempo</u>.

Podemos obtener fácil y directamente el valor numérico de la pendiente de cada segmento de recta en la gráfica anterior. Esto nos dará el valor de la rapidez promedio para cada uno de los intervalos de 5 metros entre los puntos. Por ejemplo, usamos nuestra tabla de datos para calcular la rapidez promedio de Ramón entre los 5 y los 10 metros y nuestro resultado fue 1.4 m/seg. El recorrió 5 metros en el eje vertical (el de distancia) durante un lapso de 3.5 seg. en el eje horizontal (el de tiempo). Por lo tanto, la pendiente de la línea que conecta los puntos de 5 y 10 metros es igual a 5 metros divididos entre 3.5 seg. o sea 1.4 m/seg.

La pendiente, tal y como la hemos descrito aquí, no es lo mismo que la inclinación que muestra la línea sobre el papel milimétrico. Supongamos que se hubiera escogido una escala diferente para los ejes de distancia o de tiempo, haciendo la gráfica dos veces más alto o ancha. En ese caso, la aparente inclinación de la gráfica en su totalidad sería muy diferente y sin embargo, la verdadera pendiente se mide por la proporción de las unidades de tiempo y distancia. Una Δd de 10 metros en una Δt de 5 segundos nos da una proporción de 2 m/seg, sin importar cuánto espacio hayamos usado en el dibujo o en una gráfica para representar los metros y los segundos.

"Sin embargo, la gráfica es mucho más que una simple "representación pictórica" de los valores de la tabla. Con ella, podemos contestar preguntas que no podíamos sacar de los datos originales: Cuál fue la velocidad de Ramón 10 seg. después de la salida?, Qué tan rápido iba cuando cruzo la marca de los 37 metros?. Ahora podemos contestar preguntas como éstas obteniendo la pendiente de una porción bastante recta de la línea qué esté cerca del punto de interés. Tenemos dos ejemplos de esto en la gráfica anterior.



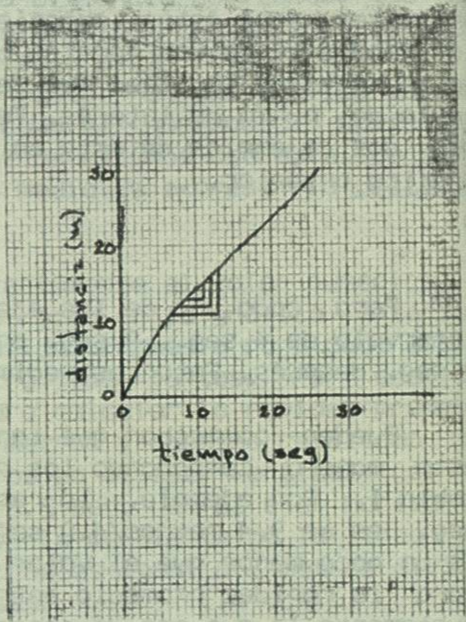
Para cada uno de los ejemplos. t se representó como un intervalo de 4 seg., 2 seg. antes del punto en cuestión y otros 2 seg. después. Entonces medimos d y t.

Pueden comprobar qué tan razonable es usar la gráfica de esta manera comparando los resultados con los valores de la tabla I. Por ejemplo, la rapidez cerca de la marca de los 10 seg. es de 3.4 metros/4.0 seg = 0.85 m/seg. según la gráfica. Es un poco menor que el valor de 0.9 m/seg. que nos da la tabla para la rapidez promedio entre los 6 y los 11 seg. Y esto es justamente lo que era de esperarse, puesto que podemos ver que la curva suave de la gráfica en realidad se vuelve menos inclinada cerca del punto de los 10 seg. Si esta curva suave realmente describe mejor que la gráfica de línea recta, la forma en que nadó Ramón, entonces podemos decir que obtuvimos más información de la gráfica que de los datros que pusimos en ella.

RAPIDEZ INSTANTANEA.

Vamos a resumir, vimos las gráficas de distancia y tiempo que pueden ser muy útiles para describir el movimiento. Al final de la parte anterior, hablamos brevemente de necesidades especificas en puntos especiales como la marca de 14 metros durante la trayectoria; y en instantes particulares en el tiempo, como a los 10 seg. después de la salida. A ustedes quizas les molestaron un poco estas expresiones, puesto que en ese momento admitimos que la única rapidez que podíamos medir realmente era la rapidez promedio, en la que necesitamos la proporción de intervalos de distancia a intervalos de tiempo y, sin embargo, un punto especial de la trayectoria no tiene ningún intervalo. A pesar de todo, si es razonable hablar de la rapidez en un punto. Resumiremos las razones para las que usamos la "rapidez" en este sentido, y veremos que pasa.

Recordarán que nuestra respuesta a la pregunta: "Qué tan rápido iba Ramón en el momento t=10 seg.? fue 0.85 m/seg. Logramos esta respuesta obteniendo la pendiente de una pequeña porción de la curva cerca del punto P en que t = 10 seg. La sección de la curva que usamos aparece aquí:



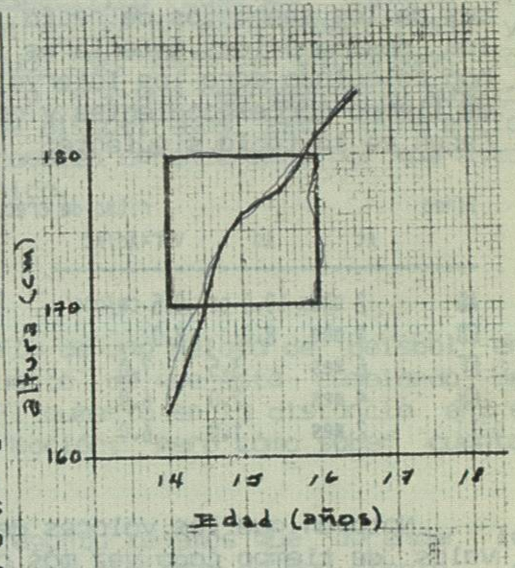
Notarán que la parte de la curva que usamos parece ser casi una línea recta. Como lo muestra la tabla siguiente, el valor de cada intervalo de la pendiente varía muy poco cuando disminuimos el intervalo de tiempo t:

Δt	Δd	Δd/ Δt
6.0 s	5.4 m	0.9 m/seg
4.0	3.4	0.85
2.0	1.7	0.85

Ahora imaginen que fuéramos disminuyendo cada vez más el intervalo cerca del punto en que t = 10 seg. hasta que la cantidad de curva que quedara fuera infinitamente pequeña. Es razonable considerar que la pendiente de esa parte infinitesimal de curva es la misma que la pendiente de la recta de la cual parece formar parte? Creemos que si. Es por eso que tomamos la pendiente de la recta que va desde t = 8 hasta t = 12 y la llamamos la rapidez en el punto medio, t = 10 seg. El término correcto para esta cifra es la rapidez instántanea en el punto t = 10 seg.

Para calcular la rapidez instant'nea de Ram'n en un momento especial, medimos realmente la rapidez promedio en un intervalo de 4 seg. y después afirmamos lo anterior. Decidimos que la rapidez instantánea en un momento especial tiene el mismo valor que la rapidez promedio d/ t con dos condiciones: Primero, que el momento especial debe estar incluido en t. Segundo, que la proporción de d/ t debe cubrir una parte lo bastante pequeña de la curva, como para que sea casi un segmento de recta. Bajo esta última condición la proporción no cambiará en forma notoria cuando la calculamos de nuevo con intervalos aún más pequeños.

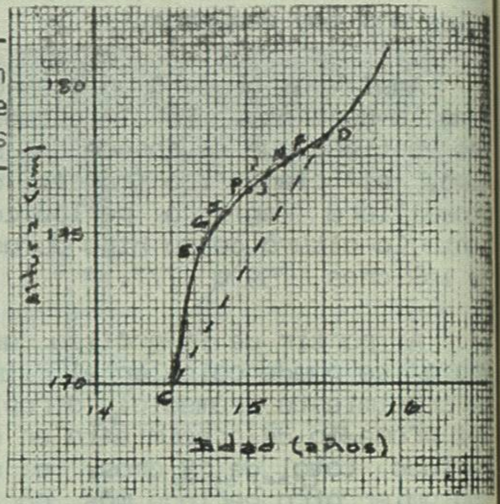
Aquí nos ayudará un segundo ejemplo concreto. En el estudio más antiguo que se conoce de su tipo, el científico francés de Monbeillard registró periódicamente la altura de su hijo durante los años 1759 a 1777.



A partir de la gráfica que trazó se puede calcular el ritmo de crecimiento promedio, o rapidez promedio de crecimiento en el período total de 18 años, o en cualquier otro período más corto dentro del total. Sin embargo, vamos a suponer que quisiéramos saber precisamente qué tan rápido estaba creciendo el muchacho cuando llegó a cumplir los 15 años. La respuesta es evidente si amplificamos la gráfica cerca del decimoquinto año:

Su altura en esa edad nos la indica el punto P y las otras letras indican instantes de tiempo a cada lado de ese tiempo. El ritmo promedio de crecimiento del muchacho en un intervalo de dos años, nos da la pendiente de la línea AB y la línea CD nos da el ritmo de crecimiento promedio en un año. En la gráfica siguiente tenemos la pendiente de la línea EF que nos da el ritmo de crecimiento promedio durante seis meses, etc.

Las cuatro líneas, AB, CD, EF, y GH no son paralelas, y por lo tanto sus pendientes son diferentes, Sin embargo, la diferencia de inclinación cada vez se vuelve menor. Es muy grande si comparamos AB y CD, se vuelve menor si comparamos CD y EF, y todavía menor entre EF y GH. Para intervalos menores de t = 1 año, las líneas se vuelven paralelas y gradualmente se confunden en la curva. Para intervalos muy pequños, se puede encontrar la pendiente dibujando una línea recta q2ue sea tangente a esta curva en el punto P. Este método requiere poner una regla paralela a la línea GH en el punto P y extenderla hacia ambos lados.



Los valores de las pendientes de los segmentos de recta en las dos gráficas anteriores se han calculado para los intervalos de tiempo correspondientes y aparecen en la tabla siguiente:

línea	Δt	Δd	ritmo de crec. vpr=$\Delta d/\Delta t$
AD	2 años	19.0 cm	9.5 cm/año
CD	1 año	8.0	8.0
EF	6 mes	3.5	7.0
GH	4 mes	2.0	6.0
IJ	2 mes	1.0	6.0

Notaran que los valores de vpr que se calculan para intervalos de tiempo cada vez más cortos se acercan más y más a 6 cm/año. De hecho, para cualquyier intervalo de tiempo menor a dos meses, vpr será de 6 cm/año dentro de los límites de presición con que se puede medir la altura. Por lo tanto podemos decir que en el día que cumplio los 15 años, el joven de Montbeillard crecía a un ritmo de 6 cm/año. En ese instante de su vida, t = 15.0 años, ese era su ritmo instantáneo de crecimiento. (También podríamos decir que era **la rapidez instantánea** de su cabeza con respecto a sus pies).

Como ya hemos dicho, la rapidez promedio en un intervalo de tiempo t, es la proporción de distancia recorrida con respecto al tiempo transcurrido. En símbolos:

$$vpr = \Delta d / \Delta t$$

Ahora hemos añadido la definición de rapidez **instantánea** en un instante dado t: el valor límite al cual se aproxima la rapidez promedio, si calculamos vpr para intervalos de tiempo cada vez más pequeños, que incluyan el instante t. En casi todas las situaciones físicas, dicho valor límite se puede calcular precisa y rápidamente con el método descrito anteriormente.

De ahora en adelante usaremos la letra "V" para representar la rapidez instantánea definida de esta forma. Verán que usaremos el símbolo V con una flechita arriba para representar la rapidez en una dirección específica (como por ejemplo 90 km/hr al norte). Cuando la dirección no este especificada y sólo nos interese la magnitud (90 km/hr), quitaremos la flechita y sólo usaremos la letra "V", que representa la magnitud de la velocidad. Más tarde discutiremos esta diferencia entre rapidez y velocidad, y también aprenderemos por qué esta última es más importante en física.

LA ACELERACION POR COMPARACION.

Si observan una fotografía de una pelota de beisbol en movimiento, podrían darse cuenta de que está cambiando de rapidez o sea acelerandose. El aumento en la distancia entre cada imagen les dará esta información, pero cómo saber **cuanta** aceleración tiene?.

Para contestar a esta pregunta tenemos que aprender la definición de la aceleración que en realidad es muy simple. Lo que tenemos que hacer realmente es aprender a **usarla** en situaciones como la antèrior. Definiremos la aceleración cómo **el ritmo de cambio de la velocidad.** Más tarde tendremos que modificar un poco esta definición cuando encontremos que en el movimiento el cambio de **dirección** es importante. Pero por ahora sólo estamos estudiando el movimiento rectilíneo, así que podemos equiparar el ritmo de cambio de la velocidad con la aceleración.

Algunos de los efectos de la aceleración son conocidos por todo el mundo. Es la aceleración y no la rapidez, la que sentimos cuando un elevador baja o sube de repente. La sensación que experimentamos en el estómago sólo ocurre al