

2) Para el cálculo de la suma de n términos:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2 a_1 + (n - 1)d]$$

MEDIOS ARITMETICOS: Se llaman “medios aritméticos los términos intermedios entre el primero y el último de una progresión aritmética.

Cuando tres números forman una progresión aritmética, el término central se le llama “medio aritmético” comúnmente conocido como el promedio de esos dos números, y se obtiene con la semi-suma de ambos.

PROGRESIONES GEOMETRICAS: La sucesión $\{a_n\}$, en la que $a_n = r a_{n-1}$ para $n > 1$, es llamada sucesión geométrica o progresión geométrica.

Los componentes de una progresión geométrica son:

a_1 = primer término

a_n = último término

r = razón común

n = número de términos

S_n = suma de n términos.

Las fórmulas aplicables en las progresiones geométricas son:

1) Para el cálculo del n -ésimo término:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

2) Para el cálculo de la suma de n términos:

$$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{a_1 - r a_n}{1 - r}$$

MEDIOS GEOMETRICOS: Se llaman “medios geométricos” los términos intermedios entre el primero y el último de una progresión geométrica.

Cuando tres números forman una progresión geométrica, el término central se le llama “medio geométrico” o también “media proporcional” de esos dos números, y se obtiene con la raíz cuadrada del producto de ambos números.

La fórmula general del binomio es:

$$(a + b)^n = a^n + n a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 +$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3} b^3 + \dots + b^n$$

para todo $n \in \mathbb{R}$

Factorial n : Con este nombre se conoce la forma abreviada de escribir los factores sucesivos de los números positivos, y se representa por $n!$.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots n$$

o también

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

La fórmula para el cálculo del r -ésimo término de la expansión binomial es:

$$r\text{-ésimo término} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots \text{hasta } (r-1) \text{ factores}}{(r-1)!} a^{n-(r-1)} b^{r-1}$$

donde:

r = término de la expansión binomial que se desea calcular.

n = grado del binomio, $(a + b)$

a = primer término del binomio

b = segundo término del binomio

NOTA: El coeficiente numérico, tiene el mismo número de factores $(r - 1)$ tanto en el numerador como en el denominador.

AUTOEVALUACION

I. INSTRUCCIONES: Encuentra los términos que se solicitan de las sucesiones o series siguientes.

a) Los cuatro primeros términos de $\left\{ \frac{3n-2}{n^2} \right\}$ para $n \in \mathbb{N}$

b) Los cinco primeros términos de: $a_n = 2a_{n-1} - 1$, $a_1 = 2$

c) Grafica la sucesión $\{3^n\}$

d) Expresa la sumatoria de todos los términos de la serie finita.

$$\sum_{k=1}^5 (2k+3) =$$

e) Expresa la sumatoria de los primeros cuatro términos de la serie infinita:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} =$$

f) Encontrar una expresión para el n -ésimo término (regla de formación) de la serie y expresar en notación sigma:

“La sumatoria de todos los múltiplos de 5 entre 21 y 241”.

g) Encontrar una expresión para el n -ésimo término (regla de formación) de la serie y calcular el valor del término que se solicita:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + a_n + \dots$$

$$70. \text{ término} = ?$$

II. INSTRUCCIONES: Resuelve las operaciones siguientes.

PROGRESIONES ARITMETICAS

- a). Interpolar 4 m.a. entre $-3/4$ y $1/2$ y calcular el valor de su suma.
- b). Hallar cuántos enteros consecutivos a partir de 9 se deben tomar para que su suma valga 3,204.
- c) El 7o. término de una progresión aritmética es $2\frac{1}{3}$ y el 15o término es $7\frac{2}{3}$. Hallar el primer término.
- d) Si: $a_n = 3$, $a_1 = -\frac{1}{2}$ y $S_n = 18.75$, hallar d y n .

III. INSTRUCCIONES: Resuelve las siguientes operaciones.

PROGRESIONES GEOMETRICAS

- a) Interpolar 4 m.g. entre $-\frac{1}{8}$ y 4 y calcular su suma.
- b) La suma de una serie geométrica es 520.84, el primer término es $\frac{1}{25}$ y el último es 625; dar los primeros siete términos.
- c) Si se repartiera dinero entre 16 personas, dándole a la primera \$0.20, a la segunda \$0.60, a la tercera \$1.80, ¿cuánto le tocaría a la 16ava. persona?
- d) Si: $a_1 = \frac{3}{4}$, $a_n = 48$ y $S_n = 32.25$, hallar: n y r

IV. INSTRUCCIONES: Realiza las siguientes operaciones.

TEOREMA DEL BINOMIO.

Obtener el desarrollo binomial y simplificar:

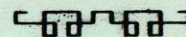
a). $(x - \frac{1}{x^2})^7 =$

b) $(a + b^{\frac{1}{2}})^4 =$

V. INSTRUCCIONES: Determinar, sin desarrollar, el término que se indica:

a) término medio de $(2a - \frac{b}{2})^{10} =$

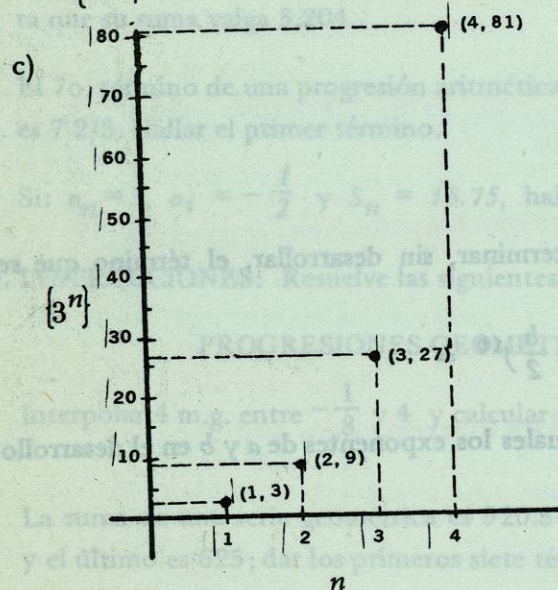
b) ¿En qué término son iguales los exponentes de a y b en el desarrollo de $(\frac{a}{2} + b)^8$?



RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACION

I. a) $\left\{ \frac{3n-2}{n^2} \right\} = 1, 1, \frac{7}{9}, \frac{5}{8}, \dots$

b) $\{a_n\} = 2, 3, 5, 9, 17, \dots$



d) $\sum_{k=1}^5 (2k+3) = 5 + 7 + 9 + 11 + 13.$

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$

f) $\sum_{x=5}^{48} 5x = 25 + 30 + 35 + \dots + 240$

g) $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + a_n + \dots$

$$a_n = 2n$$

$$70. \text{ término} = 14 \quad 156$$

II. PROGRESIONES ARITMETICAS.

a) $-3/4, -1/2, -1/4, 0, 1/4, 1/2. ; S_n = -3/4$

b) $n = 72$

c) $a_1 = -\frac{5}{3}$

d) $d = \frac{1}{4}$ y $n = 15$

III. PROGRESIONES GEOMETRICAS.

a) $-\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, 1, -2, 4; S_n = 2.625$

b) $\frac{1}{25}, -\frac{1}{5}, 1, -5, 25, -125, 625 ; r = -5$

c) $a_{16} = \$ 2'869,781.40$

d) $n = 7$ y $r = -2$

IV. TEOREMA DEL BINOMIO.

a) $(x - \frac{1}{x^2})^7 = x^7 - 7x^4 + 21x - \frac{35}{x^2} + \frac{35}{x^3} - \frac{21}{x^8} + \frac{7}{x^{11}} - \frac{1}{x^{14}}$

b) $(a + b^{\frac{1}{2}})^4 = a^4 + 4a^3\sqrt{b} + 6a^2b + 4ab\sqrt{b} + b^2$

V.

a) $70. \text{ término} = 924 a^6 b^6$

b) $50 \text{ término} = \frac{70}{16} a^4 b^4$

PASATIEMPO MATEMATICO

- 1) Una señora fue en una ocasión al mercado a vender una canasta de huevos. El primer comprador se llevó "la mitad más medio huevo". Al segundo le vendió "la mitad de los que le quedaban más medio huevo". Y al tercero le dio "la mitad de lo que entonces le quedaba más medio huevo". Se quedó con tres. Si la señora jamás rompió ningún huevo en sus ventas, ¿cuántos tenía al principio?
Solución: 31 huevos

- 2) Truco para adivinar el pensamiento:
El adivinador de pensamiento (M) le pide a un amigo (A) que piense un número, lo multiplique por 5, que sume 6, que multiplique por 4, que sume 9, que multiplique por 5, y que le diga el resultado.
(A) piensa, por ejemplo, el número 12, y calcula sucesivamente: 60, 66, 264, 273 y 1365, y dice en voz alta este último número.
(M) resta 165 de este resultado, le quedan 1200, quite los dos ceros y le dice a (A) que el número que pensó era el 12.

El truco se ve fácilmente si traducimos con símbolos las operaciones efectuadas. Si el número que (A) elige es x , las operaciones sucesivas darán $(5x)$, $(5x+6)$, $(20x+24)$, $(20x+33)$ y $(100x+165)$. Cuando le comunican a (M) este número, es evidente que puede determinar el valor de x , si le resta 165 y divide por 100.

Permutaciones y Combinaciones

- 1.7 Utilizará el teorema concerniente a las combinaciones de "n" objetos, tomados en grupos de "r" a un tiempo, en la solución de problemas sencillos.
- 1.6 Diferenciará entre permutaciones y combinaciones.
- 1.5 Definirá el concepto de combinación.
- 1.4 Empleará la fórmula para el número de permutaciones de "n" elementos cuando algunos de los elementos del conjunto están repetidos.