9. $40x - 6 = 36x + 30$ 10. $12x - 24 = -4x$

11. $3(2x + x) = 3(4 + 5)$ 12. $4(x - 2) = 8(5 - x)$

13. $(x - 1)^2 = (x + 1)^2$ 14. $(x - \frac{1}{2})^2 - x^2 = 0$

15. $(x-1)(x+1) = x^2-8x+3$

16. $(z+4)(z-4) = z(z+1)$

17. $(2z-4)(2z-1) = 4(z^2-1)$

18. $(w+3)(w-1) = w(w+5)$

19. $(1-2x)^3 = 12x^2 - 8x^3 + x + 15$

20. $(w-1)(w^2+w+1) = w(w^2-2)$

3.4 ECUACIONES LINEALES EN UNA VARIABLE QUE CONTIENEN FRACCIONES.

Las ecuaciones con fracciones, aparecen muy a menudo en diferentes temas de la matemática y conviene saber manejarlas correctamente.

Para transformar una ecuación con fracciones, en una ecuación sin fracciones, es recomendable proceder como se indica en los pasos siguientes.

Primero

Basados en el hecho de que, una igualdad no se altera si sus dos miembros se multiplican por una misma cantidad, escogemos como factor el denominador de la fracción, o el m.c.m. (mínimo común múltiplo) de los denominadores de las fracciones que contenga la ecuación dada y multiplicamos ambos miembros por ese número.

Segundo

Efectuamos operaciones y resolvemos para la variable o incógnita.

Ejemplo 3.7

Resolver la ecuación $\frac{3x}{2} - 3 = \frac{2x}{3} + 2$

Solución:

$$\frac{3x}{2} - 3 = \frac{2x}{3} + 2$$

$$6\left(\frac{3x}{2} - 3\right) = 6\left(\frac{2x}{3} + 2\right)$$

$$\frac{18x}{2} - 18 = \frac{12x}{3} + 12$$

$$9x - 18 = 4x + 12$$

$$9x - 4x = 12 + 18$$

$$5x = 30$$

$$x = \frac{30}{5}$$

$$x = 6$$

Si en el ejemplo anterior optásemos por efectuar los operaciones con fracciones en ambos miembros, o igualar a cero la ecuación, debemos aplicar los siguientes principios.

1) En toda proporción (que es la igualación de dos fracciones o razones), los productos en cruz son iguales. O sea:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

2) Cuando una ecuación está igualada a cero, basta con igualar a cero el numerador.

Aplicando el principio anterior y la propiedad de cancelación del cero, tenemos:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = 0 \Rightarrow a = 0$$

Ejemplo 3.8

Resolver la ecuación $\frac{3x}{2} - 3 = \frac{2x}{3} + 2$ aplicando el principio (1).

Solución:

$$\frac{3x}{2} - 3 = \frac{2x}{3} + 2$$

$$\frac{3x - 6}{2} = \frac{2x + 6}{3}$$

$$3(3x - 6) = 2(2x + 6)$$

$$9x - 18 = 4x + 12$$

$$9x - 4x = 12 + 18$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

O también igualando a cero la ecuación

$$\frac{3x}{2} - 3 - \frac{2x}{3} - 2 = 0$$

$$\frac{9x - 18 - 4x - 12}{6} = 0$$

Igualando a cero el numerador

$$9x - 18 - 4x - 12 = 0$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

EJERCICIO 3. 4

Resolver las siguientes ecuaciones que contienen fracciones.

1. $\frac{5x}{2} = 10$
2. $-\frac{7x}{3} = 7$
3. $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0$
4. $\frac{x}{3} + \frac{5}{3} = 0$

5. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{5}$
6. $\frac{3x}{2} = \frac{x}{4} - \frac{5}{2}$
7. $\frac{4(x-1)}{3} = \frac{2(x+3)}{9}$
8. $\frac{(x-1)^2}{4} = \frac{(x+4)^2}{3}$
9. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{4}{5}x = \frac{1}{3}$
10. $\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x + \frac{5}{2}$

3.5 PROBLEMAS QUE CONDUCEN A ECUACIONES LINEALES EN UNA VARIABLE

Quizá este tema es uno de los primeros, donde aplicamos el algebra a la solución de problemas concretos, que plantean situaciones del diario vivir y donde vemos una proyección del conocimiento matemático.

Si ponemos nuestro esfuerzo en relacionar, comparar y operar los datos del problema correctamente, tendremos asegurado el éxito.

A continuación sugerimos la secuela para analizar y resolver este tipo de problemas.

Primero

Leer y releer el enunciado, para captar correctamente la situación.

Segundo

Si en el enunciado aparecen vocablos nuevos, es recomendable consultar su significado.

Tercero

Una vez entendido el enunciado del problema, separar los datos conocidos de los desconocidos, haciendo un diagrama cuando sea posible.

Cuarto

Expresar el elemento desconocido más simple, por un **símbolo, generalmente** una de las últimas letras del alfabeto.

Quinto

Relacionar los elementos desconocidos de tal manera **que queden en función** de una sola variable.

Sexto

Escribir la ecuación que exprese la relación entre las **cantidades constantes** y variables, en ocasiones la ecuación es ya **conocida.**

Séptimo

Resolver la ecuación y comprobar el resultado.

Ejemplo 3.9

La edad de un padre es el doble de la edad de su hijo, dentro de cinco años, la edad del padre excederá a la de su hijo en 10 años. ¿Qué edad tiene actualmente el padre y el hijo?

Solución:

Las edades, son los elementos desconocidos, la más simple de ellas es la edad del hijo que vamos a llamar x. Entonces la edad del padre que es el doble, la expresamos por 2x.

Al transcurrir los cinco años las edades se escriben como

$x + 5$ = Edad del hijo dentro de 5 años
$2x + 5$ = Edad del padre dentro de 5 años

Para formar la ecuación tenemos el dato de que al transcurrir los cinco años, el padre tendrá 10 años más que su hijo, por lo tanto la edad del hijo más 10 será igual a la de su padre.

$$x + 5 + 10 = 2x + 5$$

Resolviendo y comprobando la ecuación, tenemos:

$$x - 2x = 5 - 15$$
$$-x = -10$$
$$x = 10$$

Con este dato $x = 10$ regresamos a la primera parte del planteamiento donde tenemos.

x = edad del hijo
$2x$ = edad del padre.

Entonces como $x = 10$, $2x = 20$.

El hijo tiene 10 años y el padre 20 años.

Ejemplo 3. 10

Encontrar el radio del círculo cuya área es 9π unidades cuadradas.

Solución:

Aquí se habla de dos conceptos relacionados con el círculo cuyo diagrama aparece en la Fig. 3.13, del cual sabemos que el área

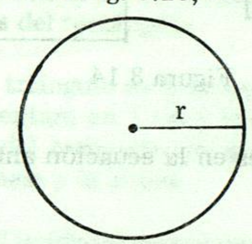


Figura 3.13

está dada por la igualdad $A = \pi r^2$ donde π (Pi) es igual a un valor constante que es 3.1416. . . . ., la incógnita del planteamiento es el radio que aparece en la fórmula del área, siendo esta última función del radio.

$$
\begin{aligned}
A &= \pi r^2 \qquad \text{y sabemos que } A = 9\ \pi\ u^2 \\
9\pi &= \pi r^2 \\
9 &= r^2 \\
r &= \sqrt{9} = 3
\end{aligned}
$$

Como el radio es una distancia, al extraer la raíz cuadrada, consideramos el signo positivo únicamente.

Ejemplo 3.11

La longitud de un rectángulo excede a su anchura en 2 unidades. Si cada dimensión fuese incrementada en 4 unidades, el área se incrementaría en 56 unidades cuadradas. Encuentre las dimensiones del rectángulo.

Solución:

Si llamamos x al ancho del rectángulo, entonces el largo se expresa por x + 2. Como el área del rectángulo mayor, excede al área del menor en 56 unidades cuadradas, por lo tanto establecemos la ecuación $A_1 + 56 = A_2$ Ver Fig. 3.14

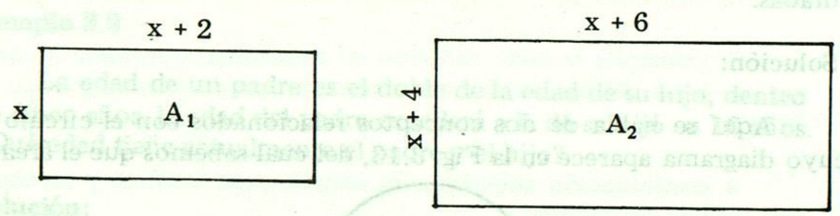


Figura 3.14

Sustituyendo valores en la ecuación anterior y resolviéndola, tenemnos:

$$A_1 + 56 = A_2$$

$$x(x+2) + 56 = (x + 4)\ (x + 6)$$

$$x^2 + 2x + 56 = x^2 + 10x + 24$$

$$8x = 32$$

$$x = 4$$

Ancho del rectángulo $x = 4$

Largo del rectángulo $x + 2 = 6$

EJERCICIO 3.5

Obtenga la solución a cada uno de los problemas siguientes, estableciendo una ecuación con una incógnita.

1. La suma de dos números consecutivos pares es 74. Encontrar los números.

2. La suma de dos números consecutivos impares es 156. Encontrar los números.

3. La edad de Hugo es el doble de la edad de Pedro. Dentro de 5 años la edad de Hugo excederá a la edad de Pedro en 9 años. ¿Qué edad tienen actualmente Hugo y Pedro?.

4. La edad de María es el triple de la edad de Rosa. Dentro de 8 años, Rosa será menor que María, cuatro años. Obtener las edades actuales de Rosa y María.

5. El ancho de un rectángulo es 4 unidades menor que su largo. Si cada dimensión se incrementara en 5 unidades, el área se incrementaría en 95 unidades cuadradas. Obtener las dimensiones del rectángulo.

6. La base de un triángulo es $\frac{4}{5}$ la longitud de su altura. Si la base se incrementara en 1 cm y la altura se disminuyera en 1 cm, el área del triángulo no se alteraría. Encuentre la longitud de la base y la altura.

7. Un número es 7 unidades mayor que otro. La suma de ellos es 49. Hallar los números.

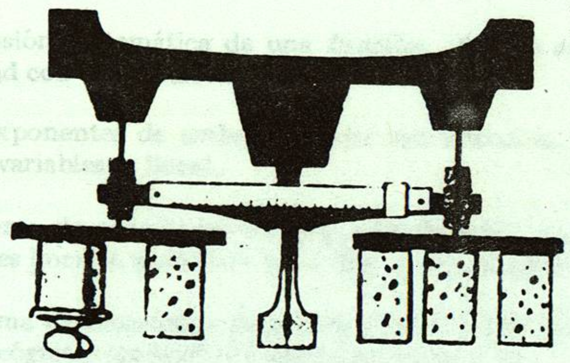
8. Separar el número 100 en dos partes tales que una sea el triple de la otra.

CLASIFICACION DE LAS FUNCIONES REALES

- FUNCIONES REALES
  - ALGEBRAICAS
    - RACIONALES
      - POLINOMIAL
        - LINEAL
        - CUADRATICA
        - CUBICA etc.
      - NO POLINOMIAL
    - NO–RACIONALES
  - TRASCENDENTES
    - TRIGONOMETRICAS O CIRCULARES
    - LOGARITMICAS
    - EXPONENCIALES

Capítulo IV

FUNCIONES LINEALES



Una ecuación es comparable con una balanza de platillos, el fiel corresponde al signo de la igualdad.