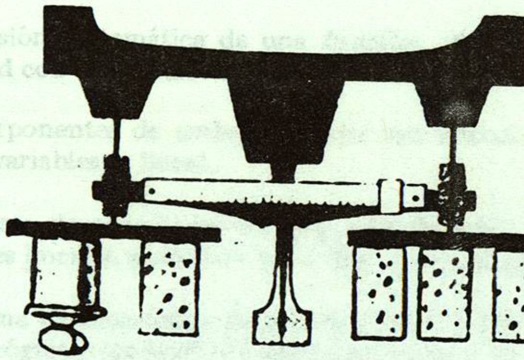
CLASIFICACION DE LAS FUNCIONES REALES

- FUNCIONES REALES
  - ALGEBRAICAS
    - RACIONALES
      - POLINOMIAL
        - LINEAL
        - CUADRATICA
        - CUBICA etc.
      - NO POLINOMIAL
    - NO–RACIONALES
  - TRASCENDENTES
    - TRIGONOMETRICAS O CIRCULARES
    - LOGARITMICAS
    - EXPONENCIALES

Capítulo IV

FUNCIONES LINEALES



Una ecuación es comparable con una balanza de platillos, el fiel corresponde al signo de la igualdad.

sistema, puesto que el punto de intersección pertenece a cada una de las rectas. Fig. 4.1.

UNIDAD IV

SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

4.1 SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES

La expresión matemática de una función $y = f(x)$ representa una igualdad con dos variables.

Si los exponentes de ambas variables son unitarios, la ecuación con dos variables es lineal.

Un sistema de ecuaciones lineales, está formado por dos o más ecuaciones lineales, pudiendo tener dos o más variables.

Un sistema de ecuaciones de este tipo, se resuelve cuando el número de incógnitas sea igual al número de ecuaciones.

Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables, implica el hecho de encontrar valores de las variables que satisfagan simultáneamente a ambas ecuaciones, de aquí el nombre de ecuaciones simultáneas, con el que también se conocen estas ecuaciones.

Como es conocido, una ecuación lineal con dos variables, representa una línea recta, dos ecuaciones lineales con dos variables representan dos líneas rectas y si estas líneas se intersectan, entonces las coordenadas del punto de intersección, son los valores de las variables que satisfacen ambas ecuaciones, o sea la solución del sistema, puesto que el punto de intersección pertenece a cada una de las rectas. Fig. 4.1.

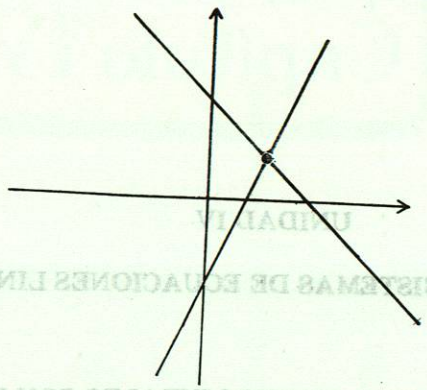


Figura 4.1

Si el sistema no tiene solución, esto significa que las rectas que representan las ecuaciones con dos variables, son paralelas o bien son la mism : recta, por consiguiente, el sistema no tiene solución y recibe el nombre de inconsistente, Fig. 4.2 y 4.3

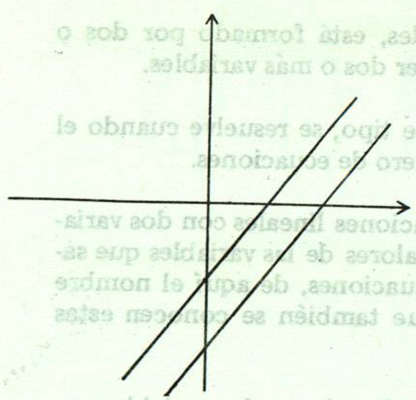


Figura 4.2

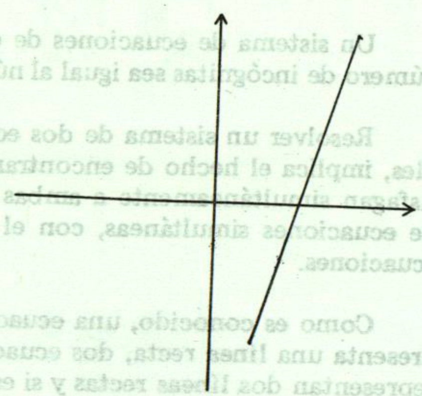


Figura 4.3

4.2 METODOS PARA RESOLVER UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES

Un sistema de ecuaciones lineales con dos variables, se pueden resolver analíticamente y geométricamente.

Analíticamente, existen varios métodos de eliminación de una variable a saber:

Métodos analíticos de eliminación de una variable:
- Suma o Resta
- Sustitución
- Igualación

El método gráfico es único.

Comenzaremos la exposición con el método gráfico

Método Gráfico

El método gráfico es una extensión del análisis de gráficas de funciones, que consiste en despejar de cada una de las ecuaciones, la variable dependiente o función y graficar cada una de ellas, dando tantos valores a la variable independiente, como puntos se quieran obtener. Si el sistema es consistente, las dos rectas se intersectan, siendo la solución al sistema las coordenadas del punto de intersección (x, y), que deben medirse con la misma escala usada en la gráfica.

Si las rectas son paralelas o las rectas se empalman, eso significa que el sistema es inconsistente y no tiene solución.

Ejemplo 4.1

Encontrar gráficamente la solución al siguiente sistema de ecuaciones.

$$x + y = 8$$
$$x - y = 4$$

Solución:

Despejando la variable "y" de cada una de las ecuaciones, igualándola a f (x) y dando valores a la variable independiente "x", tenemos:

$$\begin{array}{ll} x + y = 8 & x - y = 4 \\ y = 8 - x & x - 4 = y \\ f(x) = 8 - x & f(x) = x - 4 \\ f(4) = 4 & f(2) = -2 \\ f(6) = 2 & f(3) = -1 \\ f(8) = 0 & f(4) = 0 \end{array}$$

Los puntos por localizar son (4, 4), (6, 2) y (8, 0) para la recta y=8–x , y para la segunda recta y =x–4 son (2, –2), (3, –1) y (4, 0), Fig. 4.4

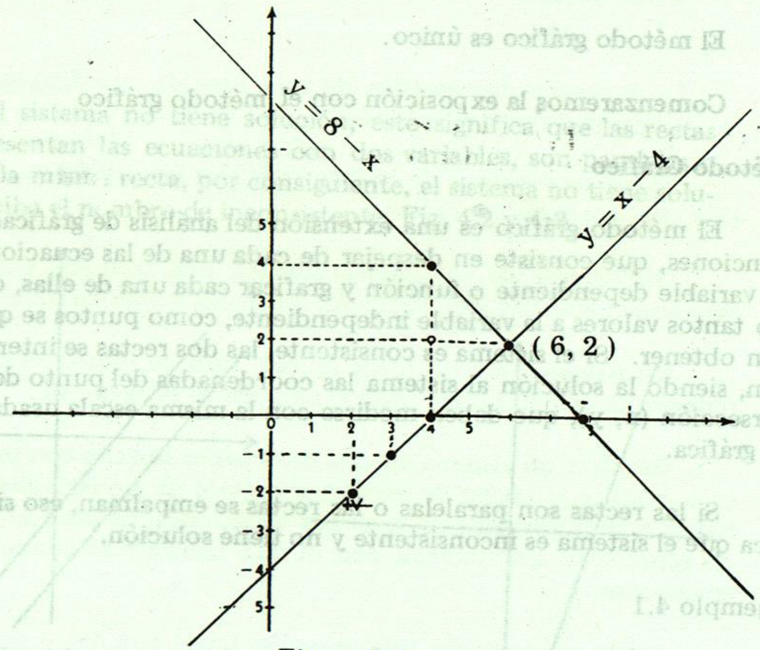


Figura 4.4

Observamos en la gráfica que las coordenadas del punto de intersección son x = 6 , y = 2 , siendo estos valores la solución al sistema.

Ejemplo 4.2

Resolver gráficamente el sistema formado por las ecuaciones

$$\begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ 4x + 2y &= 15 \end{aligned}$$

Solución:

Despejando la variable "y" de cada una de las ecuaciones

$$y = 5 - 2x, \qquad y = \frac{15 - 4x}{2}$$

Dando valores a la variable x

$$\begin{array}{ll} f(x) = 5 - 2x, & f(x) = \dfrac{15 - 4x}{2} \\ f(0) = 5 & f(3) = \dfrac{15 - 12}{2} = \dfrac{3}{2} \\ f(1) = 3 & f(4) = \dfrac{15 - 16}{2} = -\dfrac{1}{2} \\ f(2) = 1 & f(5) = \dfrac{15 - 20}{2} = -\dfrac{5}{2} \end{array}$$

Graficando obtenemos

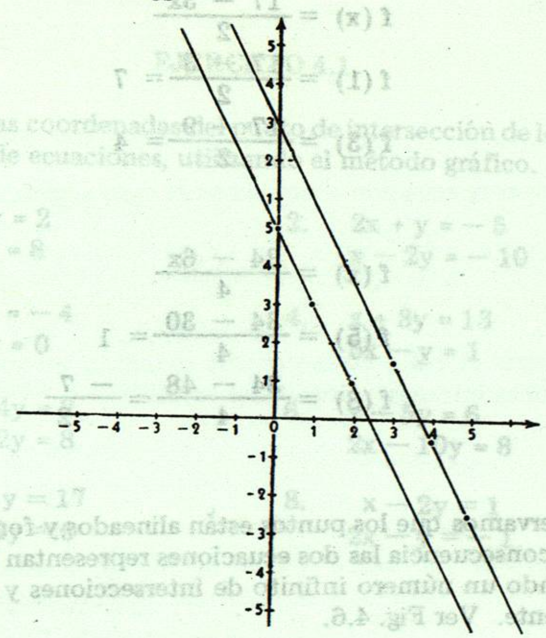


Figura 4.5

Como observamos en la figura 4.5, las rectas son paralelas y estas rectas nunca se cortan, por lo tanto el sistema es inconsistente y no tiene solución.

Ejemplo 4.3

Graficar el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 17 \\ 6x + 4y &= 34 \end{aligned}$$

e interpretar el resultado.

Solución:

Despejando la variable "y" de ambas ecuaciones.

$$y = \frac{17 - 3x}{2}, \qquad y = \frac{34 - 6x}{4}$$

Dando valores a la variable independiente "x"

$$f(x) = \frac{17 - 3x}{2}$$

$$f(1) = \frac{17 - 3}{2} = 7$$

$$f(3) = \frac{17 - 9}{2} = 4$$

$$f(x) = \frac{34 - 6x}{4}$$

$$f(5) = \frac{34 - 30}{4} = 1$$

$$f(8) = \frac{34 - 48}{4} = \frac{-7}{2}$$

Observamos que los puntos están alineados y forman una sola recta, en consecuencia las dos ecuaciones representan la misma recta, habiendo un número infinito de intersecciones y el sistema es inconsistente. Ver Fig. 4.6.

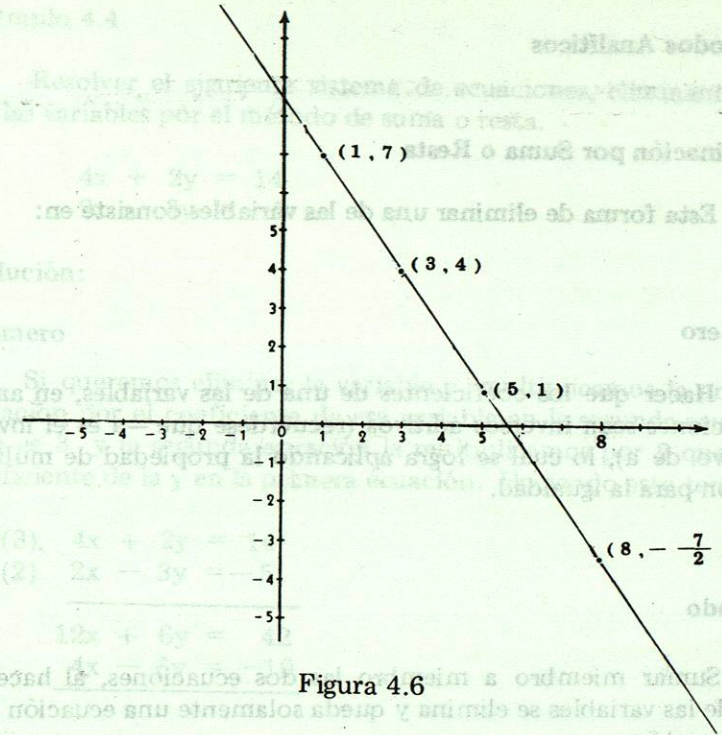


Figura 4.6

EJERCICIO 4.1.

Hallar las coordenadas del punto de intersección de los siguientes sistemas de ecuaciones, utilizando el método gráfico.

1. $x - y = 2$, $x + y = 8$

2. $2x + y = -5$, $x - 2y = -10$

3. $x + y = -4$, $x - y = 0$

4. $x + 3y = 13$, $5x - y = 1$

5. $3x + 4y = 2$, $5x + 2y = 8$

6. $x - 5y = 6$, $2x - 10y = 8$

7. $3x - y = 17$, $2x + 2y = 6$

8. $x - 2y = 1$, $2x - y = -1$

Eliminación por Suma o Resta

Esta forma de eliminar una de las variables consiste en:

Primero

Hacer que los coeficientes de una de las variables, en ambas ecuaciones sean inversos aditivos (recuérdese que $-a$ es el inverso aditivo de a), lo cual se logra aplicando la propiedad de multiplicación para la igualdad.

Segundo

Sumar miembro a miembro las dos ecuaciones, al hacerlo, una de las variables se elimina y queda solamente una ecuación con una variable.

Tercero

Resolver la ecuación obtenida en el paso anterior.

Cuarto

Sustituír el valor de la variable obtenida, en cualesquiera de las ecuaciones iniciales y despejar la variable.

Quinto

Comprobar que estos valores obtenidos, satisfagan a ambas ecuaciones, sustituyéndolos en cada una de ellas, hasta llegar a una identidad.

Ejemplo 4.4

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones, eliminando una de las variables por el método de suma o resta.

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 14 \\ 2x - 3y &= -5 \end{aligned}$$

Solución:

Primero

Si queremos eliminar la variable y, multiplicamos la primera ecuación por el coeficiente de esa variable en la segunda ecuación que es 3 y la segunda ecuación la multiplicamos por 2 que es el coeficiente de la y en la primera ecuación. Haciendo esto tenemos

$$\begin{aligned} (3)\quad 4x + 2y &= 14 \\ (2)\quad 2x - 3y &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12x + 6y &= 42 \\ 4x - 6y &= -10 \end{aligned}$$

Segundo

Sumando miembro a miembro las ecuaciones

$$16x = 32$$

Tercero

Resolviendo la ecuación

$$16x = 32$$

$$x = \frac{32}{16}$$

$$x = 2$$

Cuarto

Sustituyendo este valor en la primera ecuación

$$4x + 2y = 14 \quad , \quad x = 2$$

$$4(2) + 2y = 14$$

$$2y = 14 - 8$$

$$y = \frac{6}{2}$$

$$y = 3$$

Quinto

Comprobación

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 14 \\ 4(2) + 2(3) &= 14 \\ 8 + 6 &= 14 \\ 14 &= 14 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x - 3y &= -5 \\ 2(2) - 3(3) &= -5 \\ 4 - 9 &= -5 \\ -5 &= -5 \end{aligned}$$

EJERCICIO 4.2

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de suma o resta.

1. $x - y = 3$, $x + y = 3$
2. $2x + y = 0$, $x + y = -1$
3. $5x + 3y = 15$, $2x - y = 6$
4. $2x - 4y = 0$, $3x + 2y = 8$

5. $4x + 5y = 22$, $2x + 3y = 12$
6. $3x + 2y = -1$, $4x - y = -16$
7. $6x + 3y = 2$, $x - 2y = 2$
8. $3x + 7y - 8 = 0$, $5y - 2y - 23 = 0$
9. $8x = 1 + y$, $2x = 10 - 3y$
10. $8x - 12y = 2$, $6x + 4y = 8$
11. $13x + 17y = 0$, $21x - 9y = 0$
12. $11x - 23y = 5$, $22y - 46y = 10$
13. $9x = 28 - 7y$, $x = 2 - y$
14. $17x + y = 2$, $15x = 5y$
15. $18w - 9z = 3$, $7w - 5z = 1$
16. $17x - 10y = 4$, $34x - 20y = 12$

Eliminación por Sustitución

Los pasos a seguir en este método son:

Primero

Escoger una de las ecuaciones y de ella despejar una de las variables en función de la otra.

Segundo

Sustituír el valor de la variable despejada en la otra ecuación.

Tercero

Simplificar y resolver para la variable que contenga la ecuación obtenida en el paso anterior.