

Cuarto

Sustituir el valor obtenido en el paso tercero en la variable despejada en el primer paso.

Quinto

Comprobar la solución, en ambas ecuaciones.

Ejemplo 4.5

Resolver por el método de sustitución el siguiente sistema.

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 7 \\ 2x + 6y &= 12 \end{aligned}$$

Solución:

Primero

Despejamos la variable x de la primera ecuación.

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 7 \\ 3x &= 7 + 2y \\ x &= \frac{7 + 2y}{3} \end{aligned}$$

Segundo

Sustituimos el valor de x en la ecuación $2x + 6y = 12$

$$2\left(\frac{7 + 2y}{3}\right) + 6y = 12$$

Tercero

Multiplicamos por 3 cada miembro de la ecuación y la resolvemos.

$$(3)(2)\left(\frac{7 + 2y}{3}\right) + (3)6y = 3(12)$$

$$14 + 4y + 18y = 36$$

$$22y = 36 - 14$$

$$22y = 22$$

$$y = \frac{22}{22}$$

$$y = 1$$

Cuarto

Sustituimos este valor $y=1$ en la igualdad $x = \frac{7 + 2y}{3}$

$$x = \frac{7 + 2(1)}{3}$$

$$x = \frac{7 + 2}{3}$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

Primero

Quinto

Comprobación

$$3x - 2y = 7$$

$$3(3) - 2(1) = 7$$

$$9 - 2 = 7$$

$$7 = 7$$

$$2x + 6y = 12$$

$$2(3) + 6(1) = 12$$

$$6 + 6 = 12$$

$$12 = 12$$

EJERCICIO 4.3

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.

1. $x + 2y = 9$
 $4x + 3y = 16$

2. $5x + y = -8$
 $3x + 2y = -2$

3. $6x - 10y = 2$
 $2x = 2 + 4y$

4. $9x - 3y = 12$
 $5x + 2y = -8$

5. $3x + 11y = 18$
 $2x + 9y = -12$

6. $3z - 6w = 12$
 $6z - 3w = -1$

7. $4x = 4 + 8y$
 $3x + 5y = 25$

8. $10z - 5w = 4$
 $15z + 20w = -5$

9. $2x + 11y = -24$
 $7x + 15y = 10$

10. $y = 3x$
 $2y = 6x$

Eliminación por Igualación

El desarrollo de este método es el siguiente.

Primero

Despejar de cada una de las ecuaciones dadas, la misma variable.

Segundo

Igualar estas expresiones. Esta igualación está basada en la verdad axiomática que dice: Si dos cantidades son iguales a una tercera entonces son iguales entre sí.

Tercero

Resolver la ecuación así obtenida, y se tendrá el valor de una de las variables.

Cuarto

Sustituir este valor, en cualesquiera de las igualdades del primer paso.

Quinto

Comprobar en cada una de las ecuaciones, el resultado obtenido.

Ejemplo 4.6

Resolver el sistema de ecuaciones dado a continuación, por el método de igualación.

$$\begin{aligned} x - 3y &= -14 \\ 5x + 2y &= 32 \end{aligned}$$

Solución:

Primero

Despejamos de cada una de las ecuaciones la variable x

$$x - 3y = -14 \Rightarrow x = 3y - 14$$

$$5x + 2y = 32 \Rightarrow x = \frac{32 - 2y}{5}$$

Segundo

Igualamos estos valores de x

$$3y - 14 = \frac{32 - 2y}{5}$$

Tercero

Resolvemos la ecuación

$$\begin{aligned} 5(3y - 14) &= 32 - 2y \\ 15y - 70 &= 32 - 2y \\ 15y + 2y &= 32 + 70 \\ 17y &= 102 \end{aligned}$$

$$y = \frac{102}{17}$$

$$y = 6$$

Cuarto

Sustituimos $y = 6$ en la igualdad

$$\begin{aligned} x = 3y - 14 &\Rightarrow x = 3(6) - 14 \\ &x = 18 - 14 \\ &x = 4 \end{aligned}$$

Quinto

Comprobamos los valores $x = 4$, $y = 6$ en cada una de las ecuaciones.

$$\begin{array}{rcl} x - 3y & = & -14 \\ 4 - 3(6) & = & -14 \\ 4 - 18 & = & -14 \\ -14 & = & -14 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 5x + 2y & = & 32 \\ 5(4) + 2(6) & = & 32 \\ 20 + 12 & = & 32 \\ 32 & = & 32 \end{array}$$

EJERCICIO 4.4

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación

$$\begin{array}{ll} 1. \quad x + y = 11 & 2. \quad 2x + y = -5 \\ \quad \quad x + 2y = 17 & \quad \quad x - 2y = -10 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad 19x + 2z &= 27 \\ 21x - y &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad 16x - 4y &= 11 \\ 20x &= 8y = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad 7w - 2z &= -15 \\ 3w + 5z &= -24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad y &= 5x \\ x &= \frac{y}{9} \end{aligned}$$

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que mejor convenga.

$$7. \quad y - 5x = 0$$

$$8. \quad \begin{aligned} y &= x \\ 2x + 3y &= 5 \end{aligned}$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$3x - 10y = -7$$

$$\frac{x}{5} - y = 0$$

4.3 SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON TRES VARIABLES.

Los métodos analizados para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, se generalizan a sistemas que contienen más variables y más ecuaciones.

Resolveremos sistemas formados por tres ecuaciones con tres incógnitas.

Ejemplo 4.

Resolver el siguiente sistema por el método de suma o resta.

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ 2x - y + 2z &= 6 \\ x + 3y - 3z &= 2 \end{aligned}$$

Solución:

Primero

Combinamos las ecuaciones primera y segunda y eliminamos la variable "y"

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ 2x - y + 2z &= 6 \end{aligned}$$

$$3x + 3z = 12$$

Segundo

Combinamos las ecuaciones segunda y tercera y eliminamos la misma variable "y"

$$\begin{array}{r} 2x - y + 2z = 6 \\ x + 3y - 3z = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x - 3y + 6z = 18 \\ x + 3y - 3z = 2 \end{array}$$

$$7x + 3z = 20$$

Tercero

Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones con dos variables, obtenidas en los pasos anteriores.

$$\begin{array}{r} 3x + 3z = 12 \\ 7x + 3z = 20 \end{array}$$

Lo único que tenemos que hacer aquí, es cambiar el signo en los dos miembros de una de las ecuaciones y sumarlas miembro a miembro.

$$\begin{array}{r} 3x + 3z = 12 \\ -7x - 3z = -20 \end{array}$$

$$-4x = -8$$

$$x = \frac{-8}{-4}$$

$$x = 2$$

Con este valor $x = 2$ trabajamos una de las ecuaciones con dos variables.

$$3x + 3z = 12$$

$$3(2) + 3z = 12$$

$$3z = 12 - 6$$

$$3z = 6$$

$$z = \frac{6}{3}$$

$$z = 2$$

Con los dos valores $x = 2$, $z = 2$ trabajamos una de las ecuaciones con tres variables.

$$x + y + z = 6$$

$$2 + y + 2 = 6$$

$$y = 6 - 2 - 2$$

$$y = 2$$

Cuarto

Comprobación

Sustituyendo los valores encontrados de las variables, en cada una de las tres ecuaciones se tiene:

$$x + y + z = 6$$

$$2 + 2 + 2 = 6$$

$$6 = 6$$

$$2x - y + 2z = 6$$

$$2(2) - 2 + 2(2) = 6$$

$$4 - 2 + 4 = 6$$

$$6 = 6$$

$$x + 3y - 3z = 2$$

$$2 + 3(2) - 3(2) = 2$$

$$2 + 6 - 6 = 2$$

$$2 = 2$$

Ejercicio 4.5

1. $2x + 3y - z = 4$

$$x + 2y + 2z = 5$$

$$3x - y + 3z = 5$$

Segundo 2. $x + 2y - z = -1$

Combinando $x - y + 3z = 7$

$2x + y + z = 4$

3. $x + y + z = 6$

$2x - 2y + z = 3$

$x - y - z = 0$

4. $2x - 3y + z = -3$

$x + y - z = -2$

$3x - y + z = -2$

5. $x + y - z = 2$

$x - 2y + 2z = 2$

$2x + 3y - z = 8$

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS IMPARES

EJERCICIO 1.1

- 1. $\frac{1}{4}$
- 3. $\frac{1}{12}$
- 5. $\frac{x}{2y}$
- 7. $\frac{z^3}{3x^2 y^3}$
- 9. $x + 2$
- 11. $-(y + 5)$
- 13. $-(1 + c)$
- 15. -1
- 17. $\frac{x - y}{x + y}$
- 19. $\frac{-2}{c + d}$
- 21. $\frac{x - 7}{x + 8}$
- 23. 1
- 25. $\frac{m - n + 1}{m - n}$
- 27. $\frac{a + b}{x + y}$

EJERCICIO 1.2

- 7. $\frac{35}{4}$
- 3. $\frac{3}{4}$
- 5. $\frac{3c^2 d}{2a^3 b^2}$
- 7. $2(a - b)$
- 9. 3
- 11. $\frac{2(x - 1)}{3(2x + 3)}$
- 13. $\frac{4 + cd}{3(4a + 56)}$
- 15. $a - b$

EJERCICIO 1.3

- 1. $\frac{2}{3}$
- 3. 14
- 5. $\frac{7ax}{5y^2}$
- 7. 1
- 9. $\frac{1}{2}$
- 11. $\frac{15(x + y)}{x - y}$

$$13. (1+a)(1-b) \quad 15. \frac{y-5}{x-2}$$

$$17. \frac{(x+8)(y+7)}{(x-10)(y+4)} \quad 19. 1$$

EJERCICIO 1.4

$$1. 72 \quad 3. 42 \quad 5. 60$$

$$7. 60 \quad 9. 90 \quad 11. 15x^2 y^4$$

$$13. 8-c^3 \quad 15. 40(x^2-y^2)$$

$$17. 20(a+b)(a-b)^2$$

$$19. (a+b)(x+y)(w+z)$$

EJERCICIO 1.5

$$1. \frac{11}{2} \quad 3. \frac{3}{7} \quad 5. \frac{3}{b}$$

$$7. x \quad 9. \frac{12x}{x-1}$$

EJERCICIO 1.6

$$1. \frac{3}{20}(3b+1) \quad 3. \frac{4}{a^3}(a-1)^2$$

$$5. \frac{2(2x-1)}{x^2-1} \quad 7. \frac{y^2+3y+3}{(y+3)(y+2)}$$

$$9. \frac{2w}{25w^2-1}$$

$$11. \frac{-8}{x+y}$$

$$13. \frac{12}{a(a+2)}$$

$$15. \frac{x-12}{(x+4)(x+3)(x-6)}$$

EJERCICIO 1.7

$$1. \frac{1}{3}$$

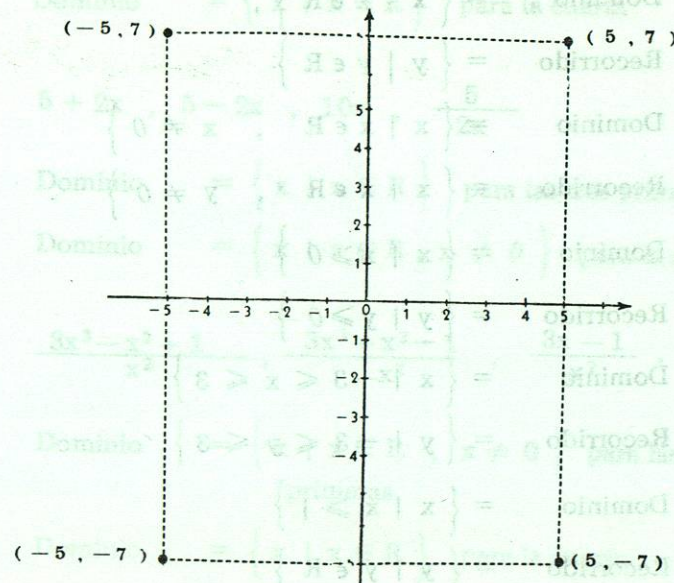
$$3. 2 \quad 5. 2$$

$$7. -1$$

$$9. \frac{x}{3x+2}$$

EJERCICIO 2.1

1.



3. $-y$, $-x$, y , $-y$
donde $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$
5. 0) (7, a) I y III b) II y IV
9. En tres posiciones
11. a) Recta paralela al eje "y"
b) Recta paralela al eje "x"
c) Recta que corta los cuadrantes I y III

EJERCICIO 2.2

1. Función 3. Relación 5. Función
7. Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$,
Recorrido = $\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
9. Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$,
Recorrido = $\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
11. Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$
Recorrido = $\{x \mid x \in \mathbb{R}, y \neq 0\}$
13. Dominio = $\{x \mid x \geq 0\}$
Recorrido = $\{y \mid y \geq 0\}$
15. Dominio = $\{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$
Recorrido = $\{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$
17. Dominio = $\{x \mid x \geq |y|\}$
Recorrido = $\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$

EJERCICIO 2.3

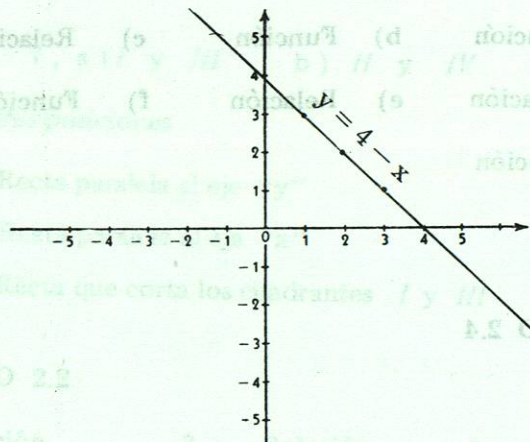
- a) Función b) Función c) Relación
d) Relación e) Relación f) Función
g) Función

EJERCICIO 2.4

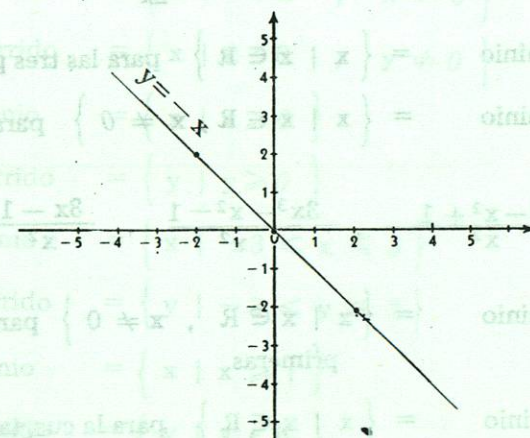
1. $\frac{x-x^2+1}{x}$, $\frac{x-x^2-1}{x}$, $\frac{1}{x} - 1$, $x-x^2$
Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$ para las tres primeras
Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ para la cuarta
3. $5+2x$, $5-2x$, $10x$, $\frac{5}{2x}$
Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ para las tres primeras
Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$ para la cuarta
5. $\frac{3x^3-x^2+1}{x^2}$, $\frac{3x^3-x^2-1}{x^2}$, $\frac{3x-1}{x^2}$, $3x^3-x^2$
Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$ para las tres primeras
Dominio = $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ para la cuarta.

EJERCICIO 3.1

1.

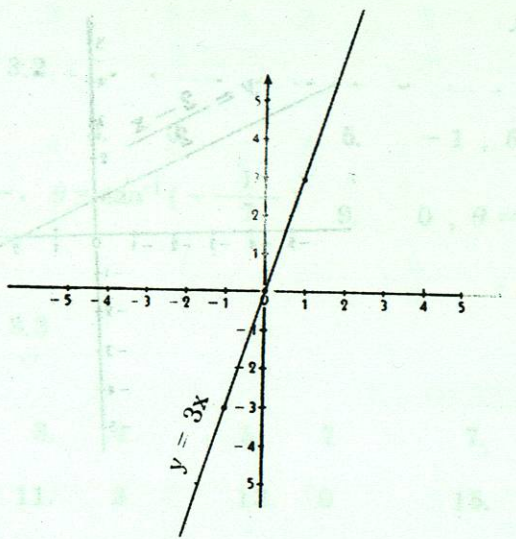


3.

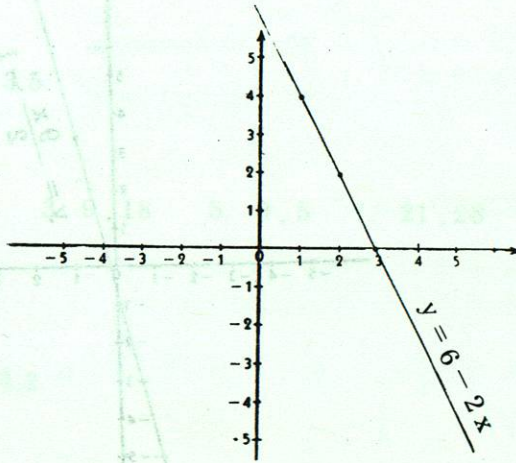


EJERCICIO 2.8

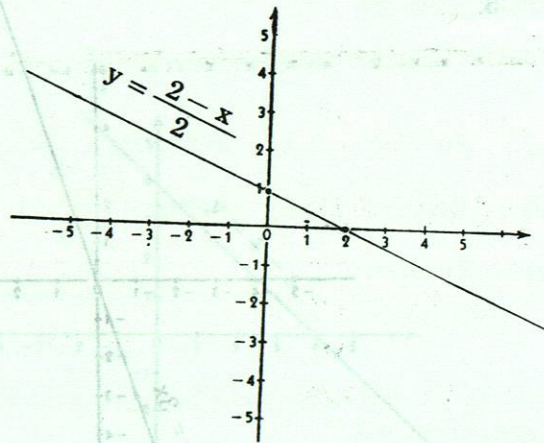
5.



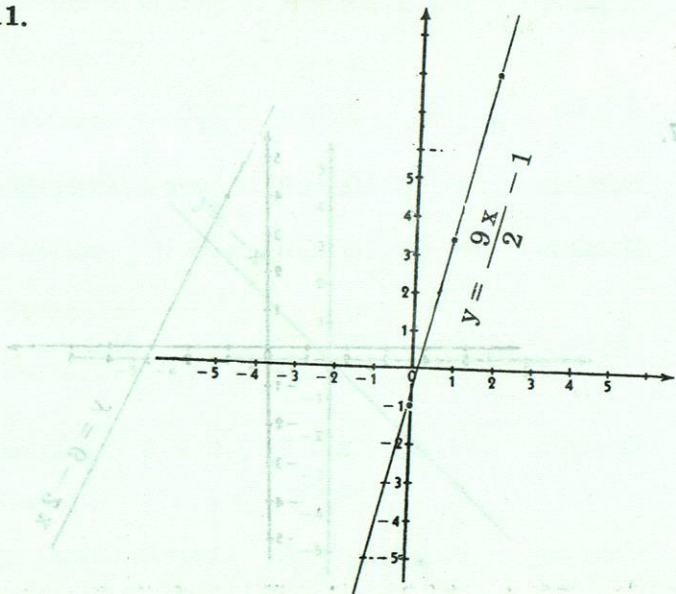
7.



9.



11.



EJERCICIO 3.2

1. 1, 3. 0, 5. $-1, \theta = 135^\circ$
 7. $-\frac{1}{7}, \theta = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{7}\right)$ 9. $0, \theta = 0^\circ$

EJERCICIO 3.3

1. 2, 3. 4, 5. 7, 7, 10
 9. 9, 11. 3, 13. 0, 15. $\frac{1}{2}$
 17. $\frac{4}{5}$, 19. -2

EJERCICIO 3.4

1. 4, 3. 3, 5. 6, 7. $\frac{9}{5}$
 9. 10

EJERCICIO 3.5

1. 36, 38, 3. 9, 18, 5. 9, 5, 7. 21, 28

EJERCICIO 4.2

1. $x = 4$
 $y = -1$ 2. $x = 1$
 $y = -2$ 3. $x = 3$
 $y = 0$

4. $x = 2$
 $y = 1$

5. $x = 3$
 $y = 2$

6. $x = -3$
 $y = 4$

7. $x = -2$
 $y = -2$

8. $x = 5$
 $y = -1$

9. $x = \frac{1}{2}$
 $y = 3$

10. $x = \frac{3}{2}$ $y = -\frac{1}{4}$

EJERCICIO 4.3

1. $x = 1$
 $y = 4$

2. $x = -2$
 $y = 2$

3. $x = -3$
 $y = -2$

4. $x = 0$
 $y = -4$

5. $x = -6$
 $y = 0$

6. $x = \frac{2}{3}$
 $y = \frac{5}{3}$

7. $x = 5$
 $y = 2$

8. $x = \frac{1}{5}$
 $y = -\frac{2}{5}$

9. $x = 10$
 $y = -4$

10. $x = 0$
 $y = 0$

11. Inconsistente

12. Inconsistente

EJERCICIO 4.4

1. $x = 5$
 $y = 6$

2. $x = -4$
 $y = 3$

3. $x = 0$
 $y = 9$

4. $x = \frac{3}{4}$
 $y = -\frac{1}{4}$

5. $x = -3$
 $y = -3$

6. Inconsistente

7. $x = 7$
 $y = -5$

8. $x = 0$
 $y = 0$

9. $x = \frac{1}{10}$
 $y = \frac{3}{10}$

10. $x = \frac{2}{9}$
 $y = \frac{1}{9}$

EJERCICIO 4.5

1. $x = 1, y = 1, z = 1$

3. $x = 3, y = 2, z = 1$

5. $x = 2, y = 2, z = 2$