

lo que sería necesario contar con las proyecciones de las magnitudes incorporadas en el sector de la demanda final, es decir, contar con proyecciones del Producto Nacional Bruto (PNB) y sus componentes.

Es claro que tal ejercicio implica la adopción de dos supuestos; a saber:

- 10.- Que los coeficientes técnicos (los elementos "a") son constantes (en una economía en la que el progreso tecnológico y las variaciones en los patrones de la demanda final fuesen lentos, la validez de este supuesto sería mayor que en el caso de una economía que experimentase un proceso de transformación rápida).
- 20.- Que las relaciones entre volumen y valor permanecieran constantes.^{52/}

El empleo de estos dos supuestos^{53/} permitirá derivar con facilidad las proyecciones de la demanda por transporte interregional e intraregional.

El Modelo de Programación Lineal.- Pasamos ahora a examinar la segunda técnica utilizada en el análisis de la demanda por transporte interurbano de carga. Este modelo, desarrollado originalmente por R. Quandt, intenta resolver el problema de minimizar el costo total de los servicios de transporte en una red compuesta por puntos iniciales y terminales conectadas entre sí por una serie de líneas y donde, para propósitos de exposición, suponemos que existe únicamente un medio de transporte (esto en la inteligencia de que la inclusión de dos o más medios de trans

^{52/} En otras palabras, se supone una constancia en los precios relativos de todas las mercancías.

^{53/} Que en realidad son comunes a cualquier empleo de la técnica.

porte resultaría conceptualmente sencillo, existiendo solamente el problema de obtención y manejo de un mayor volumen de información estadística).

Para la especificación del problema, suponemos que existe un espacio geográfico que consta de $n + m$ puntos, donde:

- n : Orígenes o fuentes ($i=1,2,\dots,n$)
 - m : Destinos ($j=n+2,\dots,n+m$)
 - $n+m$: Nodos (orígenes y destinos)
 - P_{ij} : Costo unitario de transportar las mercancías de la fuente "i" al destino "j".
- (Para propósitos de exposición, se supone que estos costos son constantes, es decir, que no existen costos de congestión, dado que en este caso P_{ij} sería una función del volumen de carga transportada entre el origen "i" y el destino "j").^{54/}
- X_{ij} : Volumen de carga transportada entre los puntos "i" y "j".
 - C_{ij} : Capacidad instalada o de conexión en la línea i-j.
 - K_{ij} : Aumento planeado en la capacidad de la línea i-j.
 - K_i : Capacidad de embarque instalada en la fuente "i".
 - R_{ij} : Requerimiento en volumen de carga demandado por el destino "j".

En esta aplicación particular de la técnica de programación lineal se trata de estimar el volumen de carga transportada entre cada uno de los orígenes y cada uno de los destinos con el ulterior objetivo de política económica de decidir acerca de la

^{54/} En este caso tendríamos $P_{ij}=f(X_{ij})$, es decir, el costo unitario como función del volumen de carga transportada. Esto generaría un problema de programación no lineal.

magnitud de la ampliación en la capacidad de transporte del sistema. En otros términos, se trata de proyectar el volumen futuro de carga para tomar la decisión de ampliar (y, de ser así, en qué medida) o no la capacidad de la red.

El modelo incorpora las siguientes variables adicionales:

r_{ij} : Costo por unidad de tiempo resultante de aumentar la capacidad de la línea entre "i" y "j" por una unidad (adicional) de volumen por unidad de tiempo.

r_{ij}^1 : Costo de capital resultante de un aumento unitario - en la capacidad de la línea entre "i" y "j".

ϕ : Tasa de interés.

De lo anterior resulta:

$$r_{ij} = (r_{ij}^1) \phi$$

- Es decir, el costo por unidad de tiempo y volumen de incrementar la capacidad de la línea es igual al costo de capital multiplicado por el tipo de interés (ϕ) que la autoridad encargada de la ejecución del proyecto paga por el financiamiento del mismo (ϕ no es necesariamente una tasa de interés de mercado, puesto que por lo general los proyectos de construcción de obras públicas pagan tasas de interés más bajas que las vigentes en el mercado financiero).

Continuando con la definición de variables:

M: Cantidad de dinero que se ha apropiado para la expansión de la red.^{55/}

^{55/} Esta magnitud podría tratarse como incógnita a resolverse por el programa. Quandt, sin embargo, la trata como una magnitud predeterminada.

Una vez que se ha decidido apropiar la cantidad M para la construcción (o, más propiamente, expansión) de redes de transporte, lo que se trata de realizar es la minimización, para cada uno de los orígenes y los destinos, del costo de transportar los volúmenes de carga.

De este modo, la especificación del problema de programación lineal será:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{n+m} P_{ij} X_{ij}$$

Sujeto a:

$$1) \sum_{j=n+1}^{n+m} X_{ij} \leq K_i$$

Esta condición establece que los volúmenes de carga transportada desde los puntos "i", en su sumatoria total, no excedan a la capacidad de embarque, K_i .

La expresión (1) es equivalente a:

$$1^1) \sum_{j=n+1}^{n+m} X_{ij} \geq -K_i$$

Esta formulación de la misma condición resulta adecuada para la forma en que se especifica el problema.

$$2) K_{ij} - X_{ij} \geq -c_{ij}$$

Esta segunda condición exige que el aumento planeado en la capacidad de la red, menos el volumen actual transportado, no debe ser menor que el negativo a la capacidad existente. Conceptualmente resulta mejor expresar esta condición de

la siguiente manera:

$$2) \quad X_{ij} - k_{ij} \leq c_{ij}$$

Es decir, que la capacidad actual no debe ser inferior al excedente del volumen de carga actual menos el nivel planeado. Imponiendo esta restricción tratamos de asegurar que, si no existe problema de congestión en la red, no será necesario llevar a cabo la ampliación en la misma. En otras palabras, debe existir una relación directa entre capacidad instalada actual y volumen actual de tránsito en la red.^{57/}

El sentido de la restricción (2¹) puede quedar más claro si la expresamos en términos de ecuación:

$$X_{ij} - k_{ij} = c_{ij},$$

o bien,

$$k_{ij} = X_{ij} - c_{ij}$$

O sea que el aumento planeado en la capacidad de la red deberá ser igual al exceso del uso de la red sobre la capacidad instalada de la misma.

$$3) \quad \sum_{i=1}^n X_{ij} \geq R_j$$

Esto indica que el requerimiento en volumen de carga demandado por el destino "j" no debe ser mayor que el volumen enviado efectivamente por los orígenes.

^{57/} La red en sí se define como el conjunto de carreteras más el conjunto de instalaciones de embarque y de almacenamiento.

La cuarta condición lateral establece que la cantidad de recursos financieros (M) destinada a ser invertida en el proyecto no debe ser menor que la suma, para todos los orígenes y todos los destinos, de los costos totales en la expansión de las líneas. Es decir, el presupuesto asignado deberá ser suficiente para cubrir los costos que se deriven de la expansión en la capacidad instalada de todas las líneas.

$$4) \quad M \geq \sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{n+m} r_{ij} k_{ij}$$

En resumen, el problema planteado de minimizar el costo total de transporte en una red determinada, y permitiendo la posibilidad de ampliaciones en la misma, quedaría expresado en la forma siguiente:

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{n+m} \bar{p}_{ij} X_{ij}$$

S.A.

$$1) \quad \sum_{j=n+1}^{n+m} X_{ij} \geq K_i$$

$$2) \quad K_{ij} - X_{ij} \geq c_{ij}$$

$$3) \quad \sum_{i=1}^n X_{ij} \geq R_j$$

$$4) \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{n+m} r_{ij} K_{ij} \geq M$$

La solución a este tipo de problema de optimización puede realizarse mediante el empleo del método simplex.

Al igual que al cualquier otro problema de optimización, a este problema corresponde un dual, que consistiría en maximizar la utilidad total imputada proveniente de la actividad de transporte, suponiendo que se mantiene constante la capacidad de la red. En este caso los maximandos serían los valores imputados del empleo de las instalaciones de transporte. De tal manera se hace posible derivar un valor imputado proveniente de la actividad total de transporte; restando a los ingresos totales los costos de transporte, podemos derivar la utilidad imputada.

Las variables pertenecientes al problema dual son las que a continuación se especifican:

- u_i : El precio imputado de la carga en el punto de origen (fuente) "i".
- v_j : El precio imputado de la carga en el punto de destino "j".
- w_{ij} : Peaje imputado (precio sombra) por el uso de la línea "i-j".^{58/}
- T : Tasa de interés imputada (otro precio sombra). Esta variable mide la reducción en el costo de transporte que podría lograrse en caso de emplear una unidad monetaria adicional en la ampliación de la capacidad de la línea.

De esta manera, el problema sería:

$$\text{Max} - \left(\sum_{i=1}^n u_i K_i \right) + \left(\sum_{j=1}^{n+m} v_j R_j \right) - \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{n+m} w_{ij} C_{ij} - TM \right)$$

^{58/} Evidentemente, en caso de existir peajes en el sistema, w_{ij} sería un valor real.

Donde:

- $u_i K_i$: Es el valor total imputado de la carga en el origen o fuente "i".
- $v_j R_j$: Es el valor total imputado de la carga en el destino "j".
- $w_{ij} C_{ij}$: Es el costo imputado de transporte y
- TM : Sería el total de la reducción en el costo de transporte resultante de aplicar una cantidad M en la ampliación de la red de transporte.

Es decir, con este ejercicio se trata de maximizar la diferencia entre el incremento total que experimenta el valor de las mercancías al pasar de los orígenes de los destinos, restando el costo en que se incurre al desarrollar la actividad de transporte.

Así, el problema de maximización sería:

$$\text{Max} \sum_{j=1}^{n+m} v_j R_j - \sum_{i=1}^n u_i K_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{n+m} w_{ij} C_{ij} - TM$$

Sujeto a:

- a) $-u_i + v_j - w_{ij} \leq p_{ij}$
- b) $w_{ij} - (r_j^1) T \leq 0$

Nuestra primera condición lateral implica que la utilidad neta unitaria después del pago de peajes, sobre cada una de las rutas, no deberá exceder al costo real unitario de transporte - sobre esa misma ruta.

Por otro lado, la condición lateral (L) significa que el costo unitario imputado de transporte no debe exceder al ahorro

unitario de costo de capital para cada una de las rutas. En otros términos, el "peaje sombra" no debe exceder al "ahorro sombra" en costo de capital (todo lo anterior expresado en términos unitarios).

El problema de optimización puede también expresarse de manera más completa, agregando en la definición del problema las restricciones pertinentes. Así, por ejemplo, se puede agregar el problema de determinar la construcción de nuevas instalaciones terminales. En este caso, el procedimiento sería sencillo, siendo suficiente agregar al problema primario (de minimización) las siguientes dos condiciones laterales:

$$5) - \sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j=1}^{n+m} X_{ij} - \sum_{i=1}^{n+m} X_{ij} + T_i \geq - Q_i$$

Donde:

Q_i : Es la capacidad instalada de la terminal en cualquiera de los puntos ($i=1, \dots, n+m$)

T_i : Es el incremento planeado en la capacidad instalada en el punto "i".

$\sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j=1}^{n+m} X_{ij}$ Es el volumen de mercancías que ya se transporta entre orígenes y destinos y entre destinos y orígenes.

Esta condición lateral especifica que debe existir una relación entre volumen de carga transportada, capacidad instalada y capacidad planeada. De esta relación dependerá la magnitud en la que se vaya a incrementar la capacidad de la red.

$$6) - \sum_{i=1}^{n+m} S_i T_i - M_2 \geq 0$$

Donde:

S_i : Es el costo de unidades monetarias resultante de aumentar la capacidad instalada de la terminal en una unidad.

T_i : Es el incremento planeado en la capacidad instalada de la terminal.

De lo anterior resulta que $\sum S_i T_i$ es el costo total del incremento planeado de la capacidad instalada de la terminal.

M_2 : Es el total de recursos monetarios destinado para la expansión de la capacidad instalada en las terminales.

La restricción (6) implica que el costo no deberá exceder al presupuesto, sino que ambas magnitudes deberán ser iguales.