resultados sesgados del efecto ingreso por reflejar, en una función de oferta de trabajo, efectos de los salarios pasados y futuros.

Las restricciones que impone este enfoque son: 1) los efectos (compensados) de sustitución del salario propio son positivos implicando que T_{L1} y T_{L2} son bienes normales y 2) ambos efectos, compensados y no compensados, del salario sobre el otro miembro de la familia son negativos implicando que T_{L1} y T_{L2} son bienes sustitutos. Es esta segunda restricción la que parece originar el éxito limitado en el estudio empírico ya que, por ejemplo, Kniesner (28) había encontrado que eran complementarios en ciertos grupos de edad; otra posibilidad es que el concepto de utilidad familiar sea inapropiado (como hipotetizan Wales y Woodland).

V.- MODELOS QUE CONSIDERAN EL CICLO DE VIDA.

En los modelos de ciclo de vida se supone que el individuo sabe que vivirá un período determinado de tiempo y el problema se presenta como el de la maximización de una función de utilidad, tanto en un punto en el tiempo como a través de éste. Se utilizan dos tasas de descuento: ρ es la tasa de descuento subjetiva, también llamada tasa de preferencia en el tiempo o tasa de impaciencia, y r es la tasa de interés en un mercado perfecto de capitales. La comparación entre ambas tasas reviste importancia, ya que de su diferencia depende el consumo (y por tanto la oferta de trabajo) a través del tiempo. Se encuentra en uno de los estudios que $r>\rho$ y otro estudio lo considera el caso normal. La razón de su "normalidad" es que los mercados de capital son imperfectos y la persona común no tiene oportunidad, si la tasa de interés es baja, de pedir prestado para continuar descansando, o si se considerara un mercado perfecto, dicha tasa sería mucho más alta de lo que se le conoce tanto por la demanda como por el riesgo.

Dentro de su período de vida el individuo no sólo tiene que determinar la relación entre trabajo y descanso sino también la relación con la formación de capital humano. De los cinco estudios presentados en esta parte, tres incluyen este tema. Al incluir el capital humano una parte de las variaciones en los salarios en el ciclo de vida, se transforma dicho capital en variable endógena en estos

modelos.

En la medida que suponemos que las personas conocen la función de salarios que enfrentarán a través del tiempo, los cambios futuros en los salarios o los cambios salariales en otras edades, estarán afectando la oferta actual de trabajo. Este resultado se presenta en el último artículo reseñado e indica que el "precio sombra del tiempo" también depende de las tasas de salarios.

Para el estudio de la distribución del tiempo del individuo a lo largo de su tiempo de vida, G. Becker (6) supone a una persona que está segura de que vivirá n períodos. Su bienestar económico dependerá de su consumo en el tiempo:

(96) $U = U(Z_1,\ldots,Z_n)$

donde Z_i es la cantidad de bienes que el individuo consumirá durante el período i. Estos bienes requieren para su consumo, de bienes del mercado x_i (bien compuesto), de tiempo T_{ci} y de una forma de producirlos f:

(97) $Z_i = f_i(x_i, T_{ci}) \qquad i = 1,\ldots, n$

donde el tiempo del individuo está restringido en cada período por su tiempo disponible T_0:

(98a) $T_{ci} + T_{mi} = T_0 \qquad i = 1,\ldots, n$

Suponiendo un mercado perfecto de capitales con una tasa de interés igual, r, en todos los períodos, la restricción presupuestal (o dotación) dependerá tanto de los ingresos salariales (W) como de los no salariales (V):

(98b) $$\sum_{i=1}^{n} \frac{p_i x_i}{(1+r)^{i-1}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{W_i T_{mi} + V_i}{(1+r)^{i-1}}$$

e integrando las dos restricciones, (98a) y (98b), en una sola se obtiene (98c):

(98c) $$\sum_{i=1}^{n} \frac{p_i x_i + W_i T_{ci}}{(1+r)^{i-1}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{W_i T_0 + V_i}{(1+r)^{i-1}} ; \qquad 0 \leq T_{ci} \leq T_0 \quad x_i \geq 0; \; i = 1,\ldots,n$$

donde el lado derecho representa la "riqueza total", concepto equivalente al de ingreso total o pleno. Las condiciones de optimalidad, de (96) sujeta a (98), de primer orden son:

(99a) $$U_i f_{xi} = \frac{\lambda p_i}{(1+r)^{i-1}} \qquad i = 1,\ldots, n$$

(99b) $$U_i f_{ti} = \frac{\lambda W_i}{(1+r)^{i-1}} \qquad 1 = 1, \ldots, n$$

donde $f_{xi} = \partial f_i/\partial x_i$; $f_{ti} = \partial f_i/\partial T_{ci}$; $U_i = \partial U/\partial Z_i$ y λ es el multiplicador de Lagrange e igual a la utilidad marginal de la riqueza. Dividiendo las ecuaciones (99a) y (99b) se obtiene (100):

(100) $$\frac{f_{ti}}{f_{xi}} = \frac{W_i}{p_i}$$

la cual señala que en cada período el producto marginal del tiempo de consumo en relación a los bienes es igual a la tasa de salario real en el mismo período.

Si se supone que todas las f_i son homogéneas de grado 1, y si los productos marginales son decrecientes, la ecuación (100) señala que cuando los salarios son relativamente altos, la producción de Z_i será relativamente intensiva en bienes. Además, partiendo de (99a) y considerando los precios estables, $p_i = p_j = 1$, se obtiene (101):

(101) $$\frac{U_i}{U_j} = \frac{f_{xj}}{f_{xi}} (1 + r)^{j-i}$$

y como $W_j > W_i$ implica que $T_{cj}/x_j < T_{ci}/x_i$, se sigue de los supuestos de homogeneidad y de rendimientos decrecientes que $f_{xi} > f_{xj}$, por lo que se obtiene (102):

(102) $$\frac{U_i}{U_j} \lesseqgtr (1 + r)^{j-i} \quad \text{si} \quad W_i \lesseqgtr W_j$$

Asumiendo una preferencia neutral en el tiempo en el sentido de que las U_i deben ser las mismas si las Z_i son las mismas, se deduce que el consumo de bienes será igual a través del tiempo sólo si

$r = 0$ y el salario es igual en todos los períodos. Si consideramos $r = 0$ y los salarios crecientes en el tiempo ($W_j > W_i$ si $j > i$) se tendrá que $U_j > U_i$ y $Z_j < Z_i$ con lo que el consumo Z irá decreciendo en el tiempo. Si después de cierta edad, el salario empieza a disminuir, se dará la relación inversa. No se puede señalar lo mismo del consumo entendido ordinariamente como compra de bienes en el mercado x_i, el cual tenderá a aumentar conforme aumentan los salarios al hacerse el consumo de Z intensivo en bienes (x_i). Como Z_i disminuye al aumentar el salario, este enfoque no proporciona un resultado definitivo sobre si aumentará o disminuirá x_i.

Los resultados anteriores implican que las horas de trabajo en el mercado T_m irán aumentando conforme aumenta el salario. Si la tasa de interés r es mayor que cero, T_c alcanzará un mínimo antes de que W alcance un máximo y, por lo tanto, T_m alcanzará un máximo antes de que W lo haga.

Si consideramos una función de producción de capital humano ϕ_i donde i indica el período, se tiene:

$$\phi_i = \psi_i (T_{ei}, x_{ei})$$

donde T_{ei} y x_{ei} indican insumos de tiempo y bienes respectivamente utilizados en la producción de capital humano ϕ_i. Entonces:

$$E_{i+1} = E_i + \Phi_i - dE_i$$

donde E_{i+1} es el acervo de capital humano al principio del período i + 1 y d es la tasa de depreciación durante un período. La maximización de la función de utilidad se realiza sujeta a las restricciones de tiempo y presupuesto:

$$T_{ci} + T_{mi} + T_{ei} = T_0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i + x_{ei}}{(1 + r)^i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i E_i T_{mi} + V_i}{(1 + r)^i}$$

donde $W_i = \alpha_i E_i$ y α_i es el pago por unidad de capital en el período i. Si se supone que ϕ_i depende sólo de T_{ei} y que ψ_i es la misma en todos los períodos, se obtienen las condiciones de primer orden para un óptimo:

$$U_i f_{xi} = \frac{\lambda}{(1 + r)^i} \tag{103a}$$

$$U_i f_{ti} = \lambda \frac{\alpha_i E_i}{(1 + r)^i} \tag{103b}$$

$$0 = \lambda \left[\frac{\alpha_i E_i}{(1 + r)^i} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{\alpha_j T_{mj}}{(1 + r)^j} \frac{\partial E_j}{\partial T_{ei}} \right] \tag{103c}$$

Las condiciones (103a) y (103b) son similares a la (99a) y (99b) con la diferencia de que en este caso el salario es función del capital humano. La ecuación (103c) expresa que el valor presente del cos

to marginal de la inversión en capital humano es igual al valor presente de los réditos derivados de dichas inversión. Esta ecuación muestra que la inversión en capital humano tiende a disminuir con la edad tanto debido a que quedan menos años para recuperar la inversión como a que al aumentar el salario con la edad aumentan los ingresos "dejados de obtenerse". Esto significa que las horas trabajadas T_m deben ser menos para los más jóvenes y aumentar más rápidamente que si no hubiera capital humano. Si $T_{mi} = 0$ para i=1,...,q, se formulan nuevas condiciones de primer orden para optimizar la utilidad. De éstas se obtiene la siguiente ecuación:

$$U_i f_{ti} = s_i \tag{104a}$$

$$\frac{U_i f_{ti}}{\lambda} = \sum_{j=i+1}^{n} \frac{\alpha_j T_{mj}}{(1+r)^j} \frac{\partial E_j}{\partial T_{ei}} \tag{104b}$$

donde s_i indica la utilidad marginal de una hora adicional de tiempo gastada en el consumo en el período i y donde (104b) expresa que el valor presente de los réditos de una hora adicional gastada en la inversión no iguala los "ingresos no obtenidos" sino al equivalente en dinero de la utilidad marginal de una hora adicional gastada en el consumo, que deberá ser mayor que los "ingresos no obtenidos". Lo cual lleva al mismo resultado obtenido anteriormente que señala que cuando el precio sombra del tiempo es mayor que la tasa de salarios reales, el individuo no participa. Asimismo, si los réditos al tiempo de inversión son altos, la producción de bienes de la casa se

rá intensiva en bienes del mercado.

A diferencia de G. Becker, Y. Weiss (42) considera un modelo continuo donde el trabajo produce desutilidad e introduce una variable ρ como tasa de descuento subjetiva de la utilidad futura. Su modelo considera a un individuo con un tiempo de vida dado, de longitud T, una proporción h(t) de tiempo gastada en el trabajo a la edad t y una cantidad de consumo x(t) en la edad t. Supone que el individuo tiene una función de utilidad de la forma:

$$(105) \qquad \int_0^T e^{-\rho t} \, (U(x) - v(h)) \, dt$$

donde U(x) es la utilidad derivada del consumo y v(h) es la desutilidad asociada con el trabajo h. También se supone que:

$$U'(x) > 0; \quad U''(x) < 0; \quad v'(h) > 0; \quad v''(h) > 0$$

indicando que la utilidad marginal del consumo es positiva y decreciente y que la desutilidad marginal del trabajo es positiva y creciente. Se supone además que el $\lim_{h \to j} v'(h) = \infty$ donde j se considera positivo y que no excede la unidad. Otros supuestos son: la separabilidad de la función de utilidad, un mercado perfecto de capitales y la no existencia de costos asociados con cambiar los niveles de trabajo y consumo. Las restricciones para optimizar la ecuación (105) son:

$$(106a) \qquad \int_0^T e^{-rt} (Wh - x) \, dt = 0$$

$$(106b) \qquad 0 \leq h(t) \leq J; \quad x(t) \geq 0$$

donde r es una tasa dada de interés (supuesta constante) y W es la tasa salarial por unidad de tiempo en el trabajo, implicando la ec. (106a) la igualdad entre el ingreso y el consumo a lo largo del tiempo de vida.

Tomando

$$(106c) \qquad W = W(t)$$

la maximización de (105) sujeta a las restricciones (106) da:

$$(107) \qquad \frac{d}{dt} U'(x) = U'(x)(\rho - r)$$

$$(108a) \qquad WU'(x) = v'(h) \quad \text{si} \quad 0 < h < 1$$

$$(108b) \qquad WU'(x) \leq v'(0) \quad \text{si} \quad h = 0$$

La ecuación (107) establece que en el óptimo no se gana nada cambiando el consumo de un período a otro. La (108) establece que en cada punto del tiempo, h se determina comparando la desutilidad marginal directa del trabajo v'(h) con su utilidad marginal indirecta WU'(x) dándose WU'(x) = v'(h) cuando existe una solución interior para h.

Si se mantiene W constante, de (107) y (108) se obtiene:

(109a) $$\dot{h} = \frac{v'(h)}{v''(h)} (\rho - r)$$

donde un punto encima de la variable indica la derivada con respecto al tiempo. De (109a) se ve que la oferta de trabajo está cambiando con la edad aun cuando se mantiene W constante, excepto cuando $\rho=r$, y como v'/v'' es positivo, el signo de $\dot{h}$ dependerá del signo de $(\rho-r)$. Si $r > p$ el mayor esfuerzo se hace a menor edad ya que las ganancias del trabajo pueden ser invertidas a una tasa de retorno más alta, aumentando también el consumo con el tiempo (ec.(107)). Si $\rho>r$ se pospone el trabajo ya que el esfuerzo futuro parece menos cuando se ve desde el presente.

Si el salario varía con el tiempo (edad), se obtiene de las mismas ecuaciones (107) y (108):

(109b) $$\dot{h} = \frac{v'(h)}{v''(h)} (\frac{\dot{W}}{W} + (\rho - r)).$$

La oferta de trabajo en este caso irá aumentando conforme aumentan los salarios en el ciclo de vida y disminuyendo cuando disminuyen los salarios. El máximo de las horas trabajadas precederá al máximo de capacidad de ganancia si $\rho < r$ (consumo creciente) y será posterior si $\rho > r$ (consumo decreciente). Si en lugar de considerar la función separable $U(x) - v(h)$ se hubiera considerado una función de utilidad cóncava $U(x, h)$ con $U'_x > 0$ y $U'_h < 0$ no cambiarían los resultados.

Para ver los efectos de la experiencia acumulada en el trabajo (E), Y. Weiss considera la función $W = e^{-\delta t} f(E)$, donde la productividad marginal de la experiencia es positiva y decreciente: $f'(E)>0$, $f''(E) < 0$. Considerando situaciones estáticas, los salarios se ven afectados por dos fuerzas opuestas: hacia arriba por el aprendizaje en el trabajo y hacia abajo por la obsolescencia y la edad. Manteniendo todos los supuestos anteriores, cada hora trabajada producirá un retorno inmediato derivado de las ganancias corrientes $WU'(x)$ y un retorno futuro derivado del aumento en la experiencia. El retorno futuro[21/] puede ser escrito:

$$q(t) = \int_t^T e^{-\rho(y-t)} U'(x) e^{-\delta y} h f'(E) dy$$

Al optimizar, la ecuación (107) no varía pero las (108) se transforman en:

(110a) $$WU'(x) + q = v'(h) \quad \text{si } 0 < h < 1$$

(110b) $$WU'(x) + q \leq v'(0) \quad \text{si } h = 0$$

Si se supone que siempre existirá una solución interior para h a lo largo de la trayectoria óptima, la ecuación correspondiente a las ecuaciones (109) es:[22/]

(111) $$\dot{h} = \frac{v'(h)}{v''(h)} \rho - \frac{WU'(x)}{v''(h)} (r + \delta)$$

El factor ρ induce la posposición del trabajo, mientras que la

tasa de interés y la tasa de decaimiento del poder de ganancias δ inducen adelantar el esfuerzo de trabajo. Cuando $\rho = r = \delta = 0$, el individuo escogerá trabajar el mismo número de horas en todas las edades y la oferta de trabajo será constante a pesar de los aumentos en los salarios. Este resultado fue diferente cuando se consideraron los salarios exógenos y se vio que a mayor salario correspondía mayor esfuerzo de trabajo.

Tanto en Y. Weiss (42) como en G. Becker (6) hay un equilibrio para cada punto en el tiempo (ec. (100) de Becker y (108a) en Y.Weiss), el máximo de horas trabajadas precederá al máximo de capacidad de ganancia dependiendo de la tasa de interés r ($r > 0$ en G. Becker y $r > \rho$ en Y. Weiss), la oferta de trabajo aumentará cuando aumentan los salarios exógenamente y la introducción de la formación de capital humano en el modelo torna en endógeno el problema del cambio en los salarios.

Heckman (21) parte en su análisis de una función de utilidad estrictamente cóncava que tiene como argumentos el tiempo de descanso $l(t)$ y el bien compuesto x, en un modelo en el cual se optimiza la utilidad a lo largo de la vida:

$$(112) \qquad \int_0^T e^{-\rho t} U(l(t), x(t))dt$$

donde ρ es una tasa de preferencia en el tiempo. Asimismo, la

restricción de presupuesto es igual que en el modelo ordinario pero ahora se supone que los ingresos son iguales al consumo en el intervalo de tiempo $(0, T)$ y no necesariamente en cada edad t. Si el individuo tiene activos iniciales $A(0)$, la restricción de tiempo y presupuesto toma la siguiente forma:

$$(113) \qquad A(0) + \int_0^T e^{-rt}(W(t)(T_0 - l(t)) - p(t)x(t))dt = 0$$

donde r es la tasa de interés del mercado y p son los precios. El máximo de (112) sujeto a (113) se obtiene cuando

$$(114a) \qquad U_1(t) - \lambda e^{(\rho-r)}W(t) = 0$$

$$(114b) \qquad U_2(t) - \lambda e^{(\rho-r)}p(t) = 0$$

sujeto a $T_0 - l(t)$ mayor que cero, donde λ es el multiplicador de Lagrange asociado con la restricción (113) y U_i se refiere a la derivada parcial de U con respecto al argumento i ($i=1,2$) en la ecuación (112). De la ecuación (114) se deduce que la tasa marginal de sustitución entre bienes y descanso es igual a la tasa de salario real. Resolviendo para $l(t)$ y $x(t)$ se obtiene:

$$(115a) \qquad l(t) = l(\lambda e^{(\rho-r)t}W(t), \lambda e^{(\rho-r)}p(t))$$

$$(115b) \qquad x(t) = x(\lambda e^{(\rho-r)}W(t), \lambda e^{(\rho-r)}p(t)).$$

Heckman encuentra que si $r = \rho$, la edad con la tasa salarial