Cada individuo elige entre "E" y "No-E" comparando I_i con algún valor crítico del índice aleatorio I^* de manera que si I_i es mayor o igual que I^* entonces "E" ocurre. Si existen muchos factores independientes determinando el nivel crítico I^* para cada individuo, el teorema de límite central debe usarse para justificar el supuesto de que I^* es una variable normalmente distribuida. Si un individuo elige "E" sólo si $I_i \geq I^*$, Pr (E/I_i) la probabilidad condicional de ocurrencia del evento "E", dado I_i, es:

$$(8) \quad \Pr(E/I_i) = \Pr(I^* \leq I_i) = F(a + bZ_i)$$

donde F(.) es la función normal de densidad acumulativa evaluada en relación al argumento. El modelo Logit está especificado como:

$$(9) \quad F(a + bZ_i) = 1 + \exp(-a - bZ_i)^{-1} \quad -\infty < a + bZ_i < \infty$$

Para ver cómo puede ser estimado el modelo especificado en la ecuación (9), hicimos los siguientes pasos. Primero note que

$$P_i = F(a + bZ_i)$$

Si multiplicamos ambos lados de la ecuación (9) por $1 + \exp(-a - bZ_i)$ obtenemos:

$$P_i + P_i \exp(-a - bZ_i) = 1 \quad \text{ó}$$

$$(1 - P_i)/P_i = \exp(-a - bZ_i) \quad \text{ó} \quad P_i/(1-P_i) = \exp(a+bZ_i)$$

aplicando logaritmos a la última expresión obtenemos:

$$(10) \quad \log.\left[P_i/(1 - P_i)\right] = a + bZ_i$$

al no existir relación exacta entre log(.) e I_i, introducimos el término de perturbación e_i, obteniendo:

$$(11) \quad \log\left[P_i/(1 - P_i)\right] = a + bZ_i + e$$

Esta fórmula tiene la ventaja de que muestra claramente que la variable dependiente consiste de dos partes, una de ellas $(a + bZ_i)$ es el componente explicado por la variable explicativa, y el otro (e_i) es el componente explicado por todos los factores determinantes diferentes de educación. El mayor problema para el modelo Logit es al determinar los valores estimados de P's. El problema surge al intentar estimar la ecuación (11) directamente. Si P_i es igual a 0 ó 1, $P_i/(1-P_i)$ será 0 ó infinito y su logaritmo será indefinido. Por lo tanto, la aplicación de MCO a la ecuación (11), cuando P_i es igual a 1 si una elección específica es hecha y 0 cualquier otra, es claramente inapropiado.

La estimación del modelo Logit puede ser llevada a cabo por Mínimos Cuadrados Generalizados ya sea que se disponga de varias observaciones para cada individuo (es decir, varias decisiones son observadas para cada observación de la variable explicativa Z_i), o sólo una observación está disponible para cada individuo. Podemos estimar el modelo Logit por estimaciones de máxima verosimilitud el cual es aplicable si se dispone o no de observaciones repetidas. Para el presente análisis los P's estimados del método de MPL aplicado a la expresión lineal de la ecuación (1) han sido utilizadas para la aplicación del modelo Logit. Si una observación es disponible para cada individuo, podemos estimar el modelo Logit en un procedimiento de dos etapas; por ejemplo. podemos estimar el P_i al aplicar el método MCO a la ecuación (1) (o aplicando el procedimiento de dos etapas del método MCP a la ecuación (6)). De esta estimación podemos obtener las probabilidades predichas $\hat{p}_i$ (si $\hat{P}_i$ es menor que cero o mayor que uno podemos fijar estas a 0.01 ó 0.99, respectivamente, o no considerar dicha observación). El segundo paso es reemplazar P_i en la ecuación (11) por $\hat{P}_i$ y efectuar la regresión utilizando MCO.

D. MODELO DE PROBABILIDAD CONDICIONAL.

El modelo de probabilidad condicional (COPRO) es un intento de salvar los problemas de interpretación e inferencia estadística que surgen cuando estamos estimando la probabilidad de que una mujer use anticonceptivos, y se postula que esta probabilidad dependa del conocimiento de anticonceptivos que la mujer tenga.

El conocimiento de la práctica anticonceptiva es una condición necesaria para el uso de la anticoncepción, más no suficiente (no todas las que conocen al menos un método anticonceptivo lo usan, pero si todas las que usan al menos uno de ellos, conocen al menos un método). Por lo tanto, si estamos interesados en la probabilidad de que una mujer sea usuaria de la anticoncepción, sabemos que esta probabilidad debe ser igual a cero cuando no tenga conocimiento de algún anticonceptivo.

Para ilustrar el problema, suponemos que hemos estimado la probabilidad de que una mujer utilice anticonceptivos, U_i, basados en el nivel de su educación, E_i, y su nivel de conocimiento de anticonceptivos K_i, como variables explicativas. Dada la probabilidad estimada $\hat{U}$ por:

(12) $\hat{U}_i = \hat{a} + \hat{b}\, E_i + \hat{d}\, K_i$

donde $\hat{a}$, $\hat{b}$ y $\hat{d}$ son parámetros estimados utilizando cualquiera de las tres especificaciones ya descritas.

Si una Mujer tiene $\overline{E}$ años de educación ($E = \overline{E}$) y conocimiento de al menos un método anticonceptivo (K=1), entonces la probabilidad estimada de que esta mujer usará anticonceptivos estará dada por:

(13) $\hat{a} + \hat{b}\, \overline{E} + \hat{d}$

mientras que la otra mujer, con el mismo número de años de educación pero sin conocimiento de algún método anticonceptivo (K=0), estará dada por:

(14) $\hat{a} + \hat{b}\ \bar{E}$

lo cual es generalmente diferente de cero. Es decir, aun cuando esta mujer no tenga algún conocimiento de prácticas anticonceptivas, la probabilidad estimada de uso de anticoncepción es mayor que cero, lo cual no es fácilmente reconciliable con la realidad.

El modelo COPRO provee un enfoque alternativo al análisis del uso de anticonceptivos que resuelve el problema anterior. Este enfoque está basado en el concepto de probabilidad condicional.

Pr (U) y Pr (K) indican la probabilidad de que los eventos U (que una mujer utilice anticoncepción) y K (que una mujer conozca al menos un método anticonceptivo) ocurran, y Pr (UK) indica la probabilidad de que los eventos U y K ocurran simultáneamente. La probabilidad condicional de que una mujer utilice anticoncepción dado que conozca al menos un método anticonceptivo es:

(15) $\quad Pr\ (U/K) = Pr\ (UK)/Pr\ (K)$

puesto que el evento U es subconjunto del evento K, Pr (UK) = Pr (U), y la probabilidad condicional queda definida.

(16) $\quad Pr\ (U/K) = Pr\ (U)/Pr\ (K)$

o

(16') $\quad Pr\ (U) = Pr\ (U/K)\ .Pr\ (K)$

Esta es la probabilidad que estamos interesados en estimar utilizando el modelo COPRO. Para estimar Pr (U) debemos primero estimar Pr(U/K) y Pr (K), lo cual es posible aplicando el método MCO a la ecuación (16).

Si postuláramos que el uso de anticonceptivos es una función lineal del nivel de educación del individuo, en tanto que el conocimiento de al menos un método de control natal es una función de la región de donde proviene el individuo, entonces:

(17) $\quad U_i = a + b\ E_i + e_i$

y

(18) $\quad K_i = f + g\ R_i + q_i$

Donde:

$U_i = \begin{cases} 1 & \text{si el individuo utiliza cualquier método anticonceptivo.} \\ 0 & \text{No} \end{cases}$

E_i = Nivel de Educación del individuo.

$K_i = \begin{cases} 1 & \text{si el individuo conoce al menos un método anticonceptivo} \\ 0 & \text{No} \end{cases}$

R_i = La región de la cual proviene el individuo.

e_i y q_i = Términos perturbadores considerados como variables independientes distribuidas aleatoriamente con media cero.

Los parámetros a estimar son a, b, f y g. Las probabilidades estimadas $\hat{Pr}(K)$ están dadas por:

(19) $\hat{Pr}(K_i) = \hat{f} + \hat{g} R_i$

donde $\hat{f}$ y $\hat{g}$ son los parámetros estimados.

Para estimar Pr (U/K) restringiríamos nuestra muestra a sólo aquellas mujeres que reportaron conocer al menos un método anticonceptivo. Asumiendo que hemos aplicado el método de MCO a la ecuación (17) y que las probabilidades estimadas $\hat{Pr}(U_i/K_i)$

(20) $\hat{Pr}(U_i/K_i) = \hat{a} + \hat{b} E_i$

donde $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son los parámetros estimados. Para valores dados de E_i y R_i, podemos estimar P_r (U/K) y Pr (K_i). Entonces podemos estimar la probabilidad de uso Pr (U) por:

(21) $\hat{Pr}(U) = PR(\hat{K}) \cdot Pr(\hat{U/K})$

$\hat{Pr}(U)$ será un estimador insesgado de Pr (U) si Pr (U/K) y Pr (K) están independientemente distribuidas una de otra. El término de error en las ecuaciones (17) y (18), e_i y q_i, están independientemente distribuidas una de otra si el valor esperado del producto, e_i y q_i, es idénticamente igual a cero, es decir $F(e_i \; q_i) = 0$. De este supuesto sabemos que $\hat{Pr}(U)$ es un estimador insesgado de la verdadera Pr (U), así que

(22) $E\left[Pr(U)\right] = E\left[Pr(K) \cdot Pr(U/K)\right] = Pr(K) \cdot Pr(U/K) = Pr(U)$

¿Qué implica el supuesto de $E(e_i, q_i) = 0$? La variable e_i representa el efecto neto de las variables excluidas que pudieran afectar la probabilidad de uso de anticonceptivos dado el conocimiento de ellos. La variable q_i representa el efecto neto de las variables excluidas que pueden afectar el conocimiento de anticonceptivos. Si existe una alta correlación entre e_i y q_i, entonces la estimación de Pr (U) por $\hat{Pr}(U)$ puede conducirnos a estimaciones sesgadas e inconsistentes. Por otro lado, si e_i y q_i no están correlacionadas, o asintóticamente no-correlacionadas, entonces podemos obtener un estimador insesgado o asintóticamente insesgado para Pr (U) al utilizar $\hat{Pr}(U)$.

Ya que los términos perturbadores e_i y q_i son variables aleatorias no observables, una forma de probar la validez del supuesto $E(e_i \; q_i) = 0$ es tomando el coeficiente de correlación de los estimadores MCO de e_i y q_i, es decir tomar el coeficiente de correlación entre $\hat{e}_i$ y $\hat{q}_i$, donde

(23) $\hat{e}_i = U_i - \hat{a} - \hat{b} E_i$

(24) $\hat{q}_i = K_i - \hat{f} - \hat{g} R_i$

Si el coeficiente de correlación entre $\hat{e}_i$ y $\hat{q}_i$ resulta no significativamente diferente de cero, podemos aceptar la hipótesis nula de corre lación cero entre $\hat{e}_i$ y $\hat{q}_i$. La prueba de la hipótesis nula es explicada abajo.

En términos de nuestra información, la probabilidad de uso de anticonceptivos dado el conocimiento de al menos un método, Pr (U/K), fue estimado del modelo

(25) $Y_i = \sum_i \beta_i Z_{ji} + e_i \qquad j = 1, 2, \ldots, 1935$

donde el número de variables independientes, i, va de 1 a 16 y el número de observaciones, j, es igual a 1935. Del mismo modo, hemos estimado la probabilidad de conocimiento, $\hat{Pr}(K)$, del modelo

(26) $Z9_i = \sum_i \alpha_i Z_{ji} + q_i \qquad j = 1, 2, \ldots, 2111$

donde i va de 1 a 8 y de 10 a 16, y el número de observaciones, j, es igual a 2111. Hemos usado una especificación lineal para estimar Pr (U/K) y Pr(K) aplicando MCO a las ecuaciones (25) y (26). Permitiendo a $\hat{e}_i$ y $\hat{q}_i$ ser los errores estimados de e_i y q_i.

Recordemos que habíamos utilizado el producto de $\hat{Pr}(K)$ y $\hat{Pr}(U/K)$ para estimar la probabilidad de uso, es decir

(27) $\hat{Pr}(U) = \hat{Pr}(U/K) \cdot \hat{Pr}(K)$

Para que $\hat{Pr}(U)$ sea un estimador insesgado del verdadero Pr(U), es necesario para el valor esperado del producto $\hat{Pr}(K)$ y $\hat{Pr}(U/K)$ sea igual al producto de las verdaderas probabilidades Pr(K) Pr(U/K), o

$$E\left[\hat{Pr}(K) \cdot \hat{Pr}(U/K)\right] = Pr(U/K) \cdot Pr(K) = Pr(U)$$

La última expresión será verdadera si el valor esperado del producto de los términos de perturbación no observables, e_i y q_i, son iguales a cero, o

$$E(e_i q_i) = 0$$

Podemos comprobar si $E(e_i q_i) = 0$ encontrando el coeficiente de correlación entre los estimadores de MCO de e_i y q_i, es decir, tomar el coeficiente de correlación entre $\hat{e}_i$ y $\hat{q}_i$.