UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

Escuela Preparatoria Num. 2

FISICA I

AUTOR: Ing. Raymundo López Lozano

PREPA

2

F I S I C A I

PRIMER CURSO

TEXTO PARA LOS ALUMNOS DE PRIMER SEMESTRE - DE EDUCACION MEDIA SUPERIOR ESCRITO CONFORME AL PROGRAMA OFICIAL VIGENTE.

AUTOR: ING. RAYMUNDO LOPEZ LOZANO.

A mi esposa:

Leonor Mejía León.

AGRADECIMIENTO

Mi más sincera gratitud, al Sr. Director de la Preparatoria No. 2 de la U.A.N.L., Lic. Jesús E. Vázquez Gallegos, por haberme brindado la oportunidad y el apoyo necesario para la elaboración del presente libro.

JUNIO 1985.

C O N T E N I D O

PAG.

CINEMATICA LINEAL

PAG.

CINEMATICA LINEAL

UNIDAD 1

ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA FISICA.

OBJETIVOS PARTICULARES

UNIDAD 1

ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA FISICA.

Al término de la unidad, el alumno:

Comprenderá la importancia de la Física, su desarrollo y relación con otras ciencias.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

El alumno:

1-1 Distinguirá los aspectos teóricos del método científico y sus implicaciones en el conocimiento de la Física.

1-2 Definirá el concepto de Física y su objeto de estudio.

1-3 Explicará la importancia de la Física en la sociedad.

1-4 Explicará el desarrollo histórico de la Física.

1-5 Establecerá la relación existente entre la Física y otras ciencias afines.

1-1 DESARROLLO HISTORICO DE LA FISICA.

a) EPOCA ANTIGUA.-

El nacimiento de la Física se inicia con los Jónicos en el Siglo VI A.J.C. conociéndose como el milagro griego.

Los hombres se limitaban a la simple observación de los fenómenos naturales sin investigar la causa, mezclando la sabiduría con las creencias en espíritus, divinidades y poderes ocultos.

La ciencia como tal, nació realmente en Grecia, 2,500 años atrás, con el estudio de la Naturaleza iniciado por Thales de Mileto (640-546- a J.C.) y continuada por Pitágoras (569-490 a J.C.) discípulo de la Escuela Jónica, quién fundó en Crotona, escuelas con tendencia a las matemáticas y a la Física naturalista.

Más tarde surgió el apogeo de Grecia con Perí cles, estadista ejemplar, quién aceptó las teorías Pitagóricas, eleáticas y Jónicas.

La época del atomismo nació con los sabios Empédocles, Anexágoras y Leucipo, en el siglo - V.A.J.C.

La ciencia continuó su marcha evolutiva, surgiendo la Jurisprudencia, la Medicina y la - Astronomía, quedando incluída la Física en el estudio de la Filosofía.

Los conocimientos de la Física eran muy limitados, cultivándose las Matemáticas y la Astronomía, considerándose a la Física Primitiva como la Astronomía, por lo que se le dió - una original definición: La Física es la ciencia que estudia las leyes de la Materia Universal.

La mecánica tuvo aplicaciones inmediatas, en especial para el desarrollo de las obras de - irrigación, desecación de pantanos, construcción de acueductos y fuentes ornamentales.

En óptica se construyeron lentes y anteojos para la observación del firmamento.

En acústica se sabía, que el aire era el - propagador del sonido, lográndose en ese - tiempo la construcción del sonómetro, introduciéndose además la corneta acústica, de uso frecuente para los sordos.

En el calor, el conocimiento se limitaba - a observaciones, considerándosele como un poder divino.

Thales fué el primero en observar que al - frotar el ambar (resina mineral) atraía a cuerpos livianos como el pelo, el papel, - etc. Se conocía también la piedra Imán, -- que fué descubierta según Plinio, en el -- año 23 de nuestra era por Magnes, un pastor del Asia Menor, quién sintió un día la atracción que ejercía una de estas piedras ocultas en el suelo, sobre los clavos de - sus Sandalias y también sobre la punta de su cayado.

En el Siglo II de nuestra era, continuó la astronomía sus adelantos.

En óptica, Ptolomeo demostró los principios de la reflexión de la luz, iniciándose los estu-- dios sobre la refracción de la luz, observán-- dose por primera vez por Cleodomio.

Las condiciones de equilibrio en las máquinas simples, aparecieron en el año 370 con los -- trabajos de Papó, físico y geómetra nacido en Alejandría.

b) Edad Media

Al principio de la edad media (los primeros - 500 años en nuestra Era) se olvidaron de los conocimientos antes realizados, la civiliza-- ción vivía tiempos oscuros y crueles, pués -- los bárbaros de Europa aniquilaron todo rasgo de sabiduría, asesinando y desterrando a los sabios de la época, con el consiguiente cie-- rre de escuelas, fomentando la ignorancia y - el fanatismo.

Fué hasta el Siglo VIII cuando comenzó el im- pulso nuevamente a la cultura, empleando los conocimientos griegos acumulados en el cerca- no Oriente.

Durante los Siglos IX,X y XI, la ciencia Ara- be tuvo su apogeo, en esa época de la Edad Me dia de transición, la Física por los estudios de Roger Bacón toma importancia, apareciendo la idea del movimiento perpetuo. En óptica se inicia el reloj de ruedas, así como las gafas que se mejoraron en pleno Siglo XIII. En este siglo aparece un libro sobre Magnetismo por - Peregrino, inventándose la brújula como ins-- trumento de navegación. Inventándose la brú jula por el navegante Italiano Flavio Gioja - entre los años 1302-1303.

En China, en el Siglo XII se mencionó la brú- jula como llevada por los extranjeros, pero - se hace incapié que desde el año 1190 los chi nos usaban el imán para la navegación. Lo más seguro es que desde 1215 se introdujo la brú- jula como lo menciona el Obispo Jacobo Vitry.

c) TIEMPOS MODERNOS

El despertar intelectual en los años modernos (1300 a 1600) se inicia con el despertar lite rario del Renacimiento y por el invento de la imprenta. El Renacimiento o revolución de la ciencia no fué aceptada por todos, pués el pequeño clero se oponía al progreso, por que creía ver en la ciencia una terrible enemiga, surgiendo la inquisición en Europa, que persiguió toda causa científica y al renacimiento mismo. En ese tiempo aparece: Galileo quién fué castigado por sus ideas revolucionarias, filosóficas y científicas, Bacón quién fué perseguido, Copérnico: cuyas obras fueron quemadas, Van -- Helmont, notable Químico Alemán, fué encarcelado durante cuatro años y perdonado dos años, - después de su muerte.

En el Siglo XV, principia la Física con nuevas técnicas. Gilbert en el Siglo XVI dá al magnetismo y a la electricidad; actividad, y sus estudios se tomaron en cuenta durante 100 años.

Newton hizo el análisis de la Luz Solar, Grimaldi descubrió la Difracción, Descartes de muestra las leyes de la refracción de la Luz, ya descubiertas por Snellius. Roemer mide la velocidad de la luz, considerada por muchos siglos como un movimiento instantáneo.

Se descubre el microscopio y el telescopio -- por Gregory.

Se inicia en estos tiempos las experiencias - con el vacío por Otto Von Guericke.

En acústica, Mersenne y Sauveur inician el -- período científico, que dá importancia a la - música.

En éste mismo siglo se inventa el termómetro por Van Helmont.

En el Siglo XVIII surge la Mecánica Analítica por Lagrange. Se perfeccionan las máquinas -- eléctricas. El invento del pararayos, con lo que la electricidad atmosférica fué llevada - al laboratorio.

Se inicia la conquista del espacio con la invención de los aerostatos o globos.

d) LA FISICA CONTEMPORANEA

La física contemporánea desde 1900 a nuestros días está dirigiéndose a las actividades si-- guientes: estudios sobre el electrón, los rayos cósmicos, a la mecánica cuántica, a la relatividad, al núcleo atómico, rayos X, estructura de los cristales, de las partículas subatómicas: protones, neutrones, mesones, neutrinos, etc. A los satélites dirigidos y, en fín, a la conquista del Universo y de la materia misma.

En el año 1905 Einstein presentó la teoría de la relatividad, indicando que la naturaleza nada tenía que ver con las velocidades absolutas, sino sólo con las velocidades relativas. Se estableció una cuarta dimensión: el tiempo, con la evolución matemática de dicha teoría por el matemático polaco Minkowski.

En 1915 dió Einstein una nueva teoría. La de la equivalencia, indicando el efecto de la gravitación y al mismo tiempo señalando la materia constituída electricamente, contribuyendo con esto a la conversión de un elemento en otro, realizado plenamente en 1919 con los trabajos de Rutherford, indicando que los sueños de los alquimistas no eran fantasías sino realidades y que se podía cambiar la naturaleza química de una sustancia, tan sólo bombar-

deándola con partículas alfa. Convirtió al Nitrógeno en Hidrógeno y en aluminio. Más tarde Bothe y Becker, eligieron para el bombardeo, al berilio, encontrando que emitía unas partículas muy penetrantes que James Chadwick llamó: Neutrones, partículas de masa semejante a la del átomo de Hidrógeno, pero que no llevavan carga eléctrica consigo, por lo que se ha pensado que son los constituyentes de los núcleos atómicos. En 1938, Fermi en Italia, bombardeó con neutrones, al núcleo de uranio, sin dar importancia al hecho; pero más tarde en Alemania lo hicieron Hann y Strausmann, probando que se rompía el núcleo en dos partes, y después Meitner y Frisch encontraron que una parte esencial de la masa del núcleo del uranio original, se transformaba en energía, como lo previó Einstein (con su Ley de la: Equivalencia: Masa-Energía) escapando los fragmentos a velocidades explosivas.

En 1939 se abrió un nuevo capítulo con la fisión nuclear, demostrándose que la emisión de neutrones producía una fuerza explosiva y devastadora.

La física de 1939 a 1959 ha obtenido enormes - experiencias con la energía nuclear y la energía cósmica (es la energía que poseen los ra-- yos cósmicos; rayos que provienen del espacio exterior con la ayuda de los soles siderales, que poseen miles de veces más potencialidad -- que los propios átomos) a tal grado que se --- cree que dentro de algunos años la energía se empleará para realizaciones industriales.

En 1945, Wolfgang Paul, Físico Vienés, conquistó el Premio Nóvel de Física, por el principio de exlusión, que explica el funcionamiento de los electrones en las órbitas moléculares y -- atómicas.

Considerando que lo anterior sirva como una -- guía o referencia histórica muy resumida, de - la evolución de la física, se dá por terminado el tema tratado.

1-2 LA IMPORTANCIA DE LA FISICA EN LA SOCIEDAD.

En el punto anterior hemos estudiado el desa-- rrollo de la física en el transcurrir de los - tiempos, haciendo notar su particiáción en la

invención de instrumentos, de máquinas, del -- aprovechamiento de la energía, etc. todo encaminado para el bienestar de la humanidad. La - física en sí como una rama de la ciencia (conjunto de conocimientos organizados de toda índole) contribuye con sus conocimientos, teorías y leyes, al desarrollo de la Tecnología, de la Ingeniería, las cuales se han de encargar - de dar aplicación a dicha contribución, en la construcción de equipo, aparatos, dispositivos o sistemas, que pueden ser desde los más sencillos, como una polea o garrucha, una palanca, un plano inclinado, una balanza de brazos, pasando por el aprovechamiento de la energía contenida en el vapor de agua, el aprovechamiento de la energía contenida en el carbón, éstos -- dos últimos, para accionar centrales de ener-- gía eléctrica que nos abastecen de ella; para accionar nuestros focos, planchas, radios, televisores, etc., hasta llegar a los complica-- dos sistemas de computadoras, centrales de --- energía atómica y los actuales viajes espaciales.

1-3 LA FISICA Y SU RELACION CON OTRAS CIENCIAS --- AFINES.

Por lo general, cuando se nos pide que relación existe entre una persona y otra, a las cuales se les vé frecuentemente juntas, se nos ocurren varias explicaciones o motivos y algunas de ellas podrían ser: que tienen algo en común, como gustos o aficiones por algo, que sean compañeros de trabajo, que sean parientes o socios en algo, o bién, que uno de llos proporcione ayuda o favores de cualquier índole a la otra persona, de una manera contínua. De la misma forma podemos decir de la física con el resto de las ciencias, pués varias de ellas como la Astronomía, la Biología, las Matemáticas, la Geología, la Química...... Aunque cada una trata de algo en especial, como la Astronomía que aborda el tema de los astros, estrellas, planetas, satélites, etc., o la Biología que se ocupa de los seres vivos, o bién, la Química que estudia las transformaciones de las sustancias y sus causas, etc., todas ellas tienen un común denominador, que es: El conjunto de conocimiento que les proporciona la Física para explicar o interpretar los fenómenos o cambios que presentan sus materiales de estudio.

Por ejemplo, la astronomía, que en un caso específico estudia el movimiento de los cuerpos celestes, para hacerlo, tiene que hacer uso de la mecánica, que es una rama de la Física, o la medicina (como rama de la Biología) que estudia en un momento dado, las causas de cierta enfermedad, podrá hacer uso del microscopio, el cual ha sido construído en base a los conocimientos adquiridos de la óptica; otra rama de la Física, o bién la Química que estudia la relación entre un elemento y otro, para obtener un compuesto determinado, deberá hacer uso de la información que le proporciona la Física Atómica, acerca de la constitución electrónica de los átomos de dichos elementos. De ésta manera se puede explicar la relación que existe entre la física y otras ciencias, como la relación que existen entre los dos amigos mencionados al principio de este tema.

1-4 LA FISICA COMO UNA RAMA DE LA CIENCIA.

En el estudio del desarrollo histórico de la -

Física, vimos cómo fue evolucionando, desde el momento en que fué llamada: El milagro Griego, pasando luego como una parte de la Filosofía: La Física naturalista, después fué tomada dentro de la astronomía, definiéndose en ese tiempo, como: La ciencia que estudia las Leyes de la Materia Universal, y actualmente definida como: Una rama de la Ciencia que trata sobre la energía, la materia y sus propiedades, así como los fenómenos que se presentan en la Naturaleza.

Para su estudio, la física se divide en las siguientes ramas:

MECANICA: Estudia el movimiento de los cuerpos (Sólidos, líquidos y gases). Para que estos cuerpos se muevan, es necesario aplicarles energía, la cual se transformará en energía de movimiento de los cuerpos o energía cinética.

ACUSTICA: Estudia las ondas mecánicas sonoras. Dichas ondas, transportan energía, la cual hará vibrar el tímpano del oído

para que el cerebro las transforme en sonido.

TERMICA: Estudia los diferentes tipos de energía que se transforman en energía calorífica, en diferentes procesos.

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO: Estudia las propiedades de las partículas eléctricas y el magnetismo asociado a ellas. Tanto la partícula eléctrica en reposo o en movimiento (corriente eléctrica) como el magnetismo asociado, traen consigo energía eléctrica o magnética, la cual se puede almacenar o transformar.

OPTICA: Que trata del estudio de las radiaciones electromagnéticas luminosas (transportan energía lumínica, la cual se transforma en otra clase de energía al chocar con la materia).

Entonces podemos concluir que, el objeto del estudio de la Física es: Tener conocimiento -

del tratado tanto teórico como práctico en cada una de sus ramas, para aplicar lo aprendido en ellas a nuestra vida diaria como puede ser: En la Escuela misma o bién en nuestro trabajo; ya sea de carácter técnico, profesional o científico, como el continuar investigando en cada una de sus ramas con el fin de descubrir nuevas leyes naturales que permitan ampliar el poder del hombre sobre los fenómenos de la naturaleza, aprovechando mejor los recursos naturales y multiplicándolos para el bienestar de la humanidad.

1-5 METODO CIENTIFICO:- En la sección 1-3, se dijo que, ciencia es un conjunto de conocimientos organizados, de diferente índole.

Al decir de diferente índole, se entenderá que los conocimientos pueden referirse a Física, Química, Biología o pueden ser de carácter filosófico o humanístico, etc.

A dicho conjunto de conocimientos organizados contenidos en la ciencia, se les da el nombre de: Conocimientos científicos.

Los conocimientos científicos se obtienen siguiendo un método especial llamado: Método

Científico, el cual consta de los siguientes aspectos o pasos: a) observación b) planteamiento del problema c) formulación de una hipótesis d) experimentación e) teoría y f) ley.

A continuación se dará una breve descripción de cada uno de los aspectos del método científico:

a) La observación no se refiere solamente a observar o ver cuidadosamente algo que está sucediendo, sino que observar también involucra en ocasiones a otros sentidos como el tacto, el gusto, el olfato o el oído. Por ejemplo, cuando observamos el fenómeno del calentamiento de un objeto metálico, vemos como el color del metal va cambiando a medida que su temperatura aumenta, pero a la vez con nuestro tacto nos damos cuenta de una manera relativa, como la temperatura del metal va aumentando.

También, si nos ponemos a observar el fenómeno de caída libre que experimenta una piedra, veremos que la piedra cae verticalmente hasta chocar con el suelo, percibiendo con nuestro oído, el ruido o sonido producido por el impacto de la piedra con el suelo. Luego tomamos una piedra más grande y otra más chica -- que la primer piedra que cayó, observando que éstas dos piedras emplean el mismo tiempo en caer desde la misma altura e igual al tiempo que empleó la primer piedra.

b) El siguiente paso es plantearse el problema.

En el inciso a se dieron dos ejemplos de fenómenos observados. Prosigamos con el segundo de ellos.

Entonces el problema a plantearse será: ¿Todos los cuerpos tardarán el mismo tiempo en caer desde una misma altura?.

c) A raíz del planteamiento anterior, podrán surgir una serie de hipótesis.

Antes de continuar daremos el concepto de hipótesis diciendo: Es una solución o explicación anticipada a un problema planteado o a un fenómeno que se observa.

Entonces, la primer hipótesis en base a lo observado será: todos los cuerpos tardarán el mismo tiempo en caer desde una misma altura. Esta solución al problema planteado está basada en lo observado durante la caída libre de las piedras.

d) El cuarto paso es la experimentación, la cual se define como: La reproducción de los fenómenos observados con el fin de estudiarlos y demostrar la validez de la hipótesis presentada al respecto.

Ahora trataremos de generalizar la hipótesis anterior, experimentando con diferentes objetos que no sean piedras solamente, por ejemplo una pluma, una hoja de papel, una bola de algodón y una piedra. Al dejar caer éstos --- cuatro objetos al mismo tiempo y desde una misma altura, se observará que no tardan el mismo tiempo en llegar al suelo. Este resultado contradice la primer hipótesis ya establecida en el inciso c.

De ésta manera, seguirá una segunda hipótesis: Cuerpos de diferente material y forma, tardan diferentes tiempos en caer desde una misma altura.

Esta segunda hipótesis se ve rebatida cuando los objetos usados son densos, aunque de di--

ferente material y forma.

Sin embargo, al seguir experimentando se encontró que al eliminar por completo el aire de un tubo vertical, y dejar caer los mismos objetos anteriores desde una misma altura: - la pluma, la hoja de papel, la bola de algodón y la piedra, tardaban el mismo tiempo en caer.

Este experimento se repitió con objetos de - forma y densidad muy diferentes y además, en diferentes lugares de la tierra, repitiéndose los resultados obtenidos en todos ellos.

e) Una vez que la hipótesis se ha comprobado por diferentes métodos experimentales, será elevada a la categoría de teoría.

f) Si la teoría se generaliza adquiriendo carácter universal, la teoría se convertirá en ley o en un principio.

Por lo tanto, continuando con el caso de la caida de los cuerpos, se podrá establecer la siguiente ley: Todos los cuerpos de diferente material, forma y peso, en ausencia del - aire, tardarán el mismo tiempo en caer libremente desde una misma altura, en cualesquier lugar del universo.

Cabe aclarar que en la física clásica (llamada así, a la física estudiada hasta 1900) existen leyes que aunque su contenido es de carácter universal, tienen sus limitaciones, como lo es la ley de la masa, que establece lo siguiente: La masa es invariable, es decir, - su magnitud o valor, es la misma en cualquier lugar del universo. Esto es cierto, siempre y cuando la velocidad de la masa no sea muy --- grande, pues según la Física moderna (de 1900 a la fecha) establece que a velocidades cercanas al valor de la velocidad de la luz ------ (300,000 Km/seg), la masa ya no es invariable, es decir, comienza a aumentar su magnitud.

Lo anterior da como resultado, que la ley de la masa, según la física clásica, quede limitada a velocidades inferiores a la velocidad de la luz.

1-6 INSTRUMENTOS DE INVESTIGACION.- En la observación y en la experimentación no se debe confiar en nuestros sentidos. El hombre es superado en cada uno de sus sentidos por cualquier animal: No puede ver partículas muy pequeñas ni detalles de cuerpos distantes, no puede separar los componentes de un color, sus oidos solo pueden percibir sonidos con determinadas características, por lo que se refiere al gusto puede determinar solamente cuatro sabores: dulce, salado, ácido y amargo, su olfato tampoco puede distinguir muchas sustancias por sus olores y su tacto en forma relativa puede distinguir lo frío y lo caliente. Además, de persona a paersona varía la capacidad de percepción.

El hombre suple con su inteligencia estas fallas, planeando y controlando sus observaciones e inventando instrumentos para complementar y aprovechar mejor sus sentidos, lo que es fundamental para la investigación científica.

Uno de los más importantes objetivos en la investigación de las ciencias físicas es el desarrollo de las técnicas, de la habilidad para hacer mediciones exactas con diferentes tipos de instrumentos. La Física es una ciencia exacta porque se vale de instrumen-

tos de medida para hacer observaciones y experimentos con los que descubrirá y comprobará sus teorias y leyes, auxiliándose de las matemáticas como herramientas de cálculo exacto.

U N I D A D   2

UNIDADES Y SISTEMAS DE MEDICION.

OBJETIVOS PARTICULARES

UNIDAD 2

UNIDADES Y SISTEMAS DE MEDICION.

Al término de la unidad, el alumno:

Conocerá las unidades y sistemas de medición.

Aplicará las equivalencias en las conversiones de las unidades.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

El alumno:

2-1 Definirá el concepto de cantidad física (número y unidad).

2-2 Expresará elconcepto de sistemas de medición

2-3 Mencionará las tres cantidades físicas que son consideradas fundamentales.

2-4 Reconocerá las unidades patrón del sistema S.I.(MKS) y (CGS) e Inglés.

2-5 Reconocerá los múltiplos y submúltiplos de los diferentes sistemas de unidades.

2-6 Distinguirá entre unidades fundamentales, derivados y auxiliares.

2-7 Definirá los conceptos de conversión de unidades y factor de conversión.

2-8 Resolverá problemas de conversión de unidades de longitud, área y volumen.

UNIDAD 2

UNIDADES Y SISTEMAS DEMEDICION

2-1 INTRODUCCION.- El universo y el átomo son muy parecidos en cuanto a su constitución, pués - los dos cuentan con un inmenso espacio vacío, en el cual se encuentran inmersos los asteroides, los cometas, los planetas y las estrellas en el caso del universo, y los electrones con su núcleo, en el caso del átomo.

Los asteroides, los cometas, los planetas, -- las estrellas, los electrones y los núcleos, son materia.

La materia se define como todo aquello que -- ocupa un lugar en el espacio y tiene masa.

Es muy importante hacer notar que no todo lo que ocupa espacio es materia, pués el vacío - ocupa la mayor parte del espacio y no es materia, por lo que, la materia además de ocupar espacio ha de tener masa, si no, no es materia.

Entonces el vacío se define como: El espacio carente de materia.

La materia puede ser: Homogenea y Heteroge--nea.

La materia homogenea es una mezcla de dos o más sustancias distribuídas uniformemente en tre sí. Por ejemplo: El humo, que consiste - en partículas sólidas suspendidas en una mezcla de gases. El agua salada o el agua dul--ce, consistentes en sal disuelta en agua, o en azúcar disuelta en agua, respectivamente. Una moneda, que consiste en dos o más meta--les, disueltos entre sí, como: Cobre-Niquel-Zinc, etc.

Materia heterogenea es una mezcla de dos o - más sustancias cuya distribución no es uni--forme. Por ejemplo: Un montón de escombro o de basura, agua revuelta con sólidos y otros líquidos, etc.

Una sustancia es un compuesto cuya composi--ción química es fija y definida.

Al decir que la composición es fija, se en--tenderá que no cambiará, por ejemplo: El --- Agua que está compuesta por hidrógeno y oxí-geno, y solamente por estos dos. Y al decir que su composición es definida, quiere darse

a entender, que se mantendrá una relación en-tre sus componentes, como en el agua, cuya relación es de: Dos átomos de hidrógeno por uno de oxígeno, no debiendo cambiar ésta relación.

Todas las sustancias presentan cualidades que reciben el nombre de: Propiedades.

Las propiedades pueden ser: Físicas y químicas.

Las propiedades físicas son cualidades que -- distinguen a las sutancias unas de otras, sin que se altere su naturaleza o composición química. Por ejemplo: La densidad, el punto de - fusión y de ebullición, el calor de fusión y vaporización, la viscocidad, la conductividad térmica y eléctrica, etc.

Las propiedades químicas son cualidades que - alteran la identidad de las sustancias. Por - ejemplo, la propiedad química del agua y del sodio es que al ponerse en contacto los dos, se combinarán para transformarse en Hidróxido de sodio, con desprendimiento de hidrógeno.

Los fenómenos físicos, son cambios que experimentan las sustancias sin alterar su identi--

dad. Por ejemplo: El hielo es agua sólida, al fundirse se convierte en agua líquida, y ésta al hervir se transforma en agua vapor. En todos éstos cambios el agua ha conservado su -- identidad: El continuar siendo agua. Otro --- ejemplo es, cuando un sólido se calienta o se enfría, cambiando en cada caso su volúmen, pero manteniendo su identidad, es decir no se - ha transformado en otra sustancia.

Los fenómenos químicos, son cambios que experimentan las sustancias con alteración en su identidad. Por ejemplo: Al quemarse el papel, su composición o su identidad ha sido destruida para transformarse en otras sustancias, o al decolorarse el pétalo de una rosa, sus componentes se han transformado en otras sustancias.

La física se encarga precisamente del estudio de las propiedades físicas de la materia y de los fenómenos físicos. Mientras que la Química trata de las propiedades químicas de las - sustancias y de los fenómenos químicos.

Las propiedades físicas se dividen en: propiedades generales, propiedades específicas y --

propiedades características.

Las propiedades generales son las que presentan todas las sustancias en cualesquiera de - sus tres estados físicos (sólido, líquido o - gaseoso) como son:

LA EXTENSION.- La materia ocupa un lugar en - el espacio.

LA IMPENETRABILIDAD.- Dos cuerpos no pueden - ocupar el mismo espacio o lugar.

LA INERCIA.- Es la oposición que presenta la materia a cambiar su estado de reposo o de movimiento.

LA TEMPERATURA.- Es el índice relativo de la energía interna de los cuerpos.

Las propiedades específicas son las que presentan las sustancias en base a su estado físico, como son:

LA DUREZA.- La resistencia que presentan los sólidos a ser rayados por otros.

LA EBULLICION.- La propiedad que presentan -- los líquidos al hervir y transformarse en vapor.

COMPERSIBILIDAD.- Propiedad que presentan los gases, reduciendo su volúmen al ser sometidos a presión.

Las propiedades características son las que distinguen a las sustancias unas de otras, asignándoles un número y unidades. Por ejemplo, cada sustancia tiene un punto de ebullición y un punto de fusión, una densidad, una conductividad eléctrica, un peso atómico, etc.

2-2 CANTIDADES FISICAS.- Se entiende por cantidad física, como toda propiedad física medible directa o indirectamente, asignándole un número y unidades.

Las cantidades físicas pueden ser: Fundamentales y derivadas.

Las cantidades físicas fundamentales son aquellas que no se expresan en función de otras cantidades. En mecánica se consideran tres cantidades físicas fundamentales: La Longitud, la Masa y el Tiempo.

La longitud la representaremos por L, la masa por M y el tiempo por T. A estas letras: L, M y T, les daremos el nombre de: Dimensiones fundamentales, por representar a las cantidades físicas fundamentales.

Las cantidades físicas derivadas, son aquellas que se expresan en función de las cantidades físicas fundamentales. Entre ellas se cuentan: El área, el volúmen, la velocidad, la aceleración y la fuerza, entre otras. Estas cantidades las podemos representar mediante las dimensiones fundamentales, teniéndose que:

El Area = L^2, El Volúmen $=L^3$, La Velocidad $=L/T$,

La aceleración = L/T^2, y La Fuerza = ML/T^2.

2-3 SISTEMAS DE UNIDADES.- Toda cantidad física sea fundamental o derivada ha de representarse por un número y unidades. Por lo tanto, hemos de conocer los diferentes sistemas de unidades comunmente usados para asignar las unidades convenientes a las cantidades físicas de que se trate.

Cabe aclarar que actualmente se está tratando de operar con un solo sistema de unidades: El sistema métrico decimal, por la facilidad o sencillez con que se pueden subdividir tanto el patrón de longitud: El metro, como el pa--

trón de masa: El kilogramo, en décimas, centésimas y milésimas.

Sin embargo, es muy conveniente estar familiarizado con el sistema inglés, pues las medidas de aparatos eléctricos y mecánicos, así como diferentes instrumentos de medición, vienen expresados en dichas unidades.

Por lo tanto definiremos, sistema de unidades, diciendo: Es un conjunto de unidades de diferentes especies.

Por diferentes especies se entiende que las unidades pueden ser de longitud, de masa, de tiempo, de fuerza, etc. según el sistema de que se trate.

Hay dos sistemas de unidades: El sistema absoluto y el sistema gravitacional.

El sistema absoluto comprende al sistema métrico decimal y al sistema inglés, caracterizándose por utilizar a las tres cantidades físicas fundamentales: Longitud, masa y tiempo.

En todo sistema de unidades se ha seleccionado arbitrariamente un patrón unidad para cada una de sus cantidades físicas fundamentales.

El patrón unidad es; todo aquello que se toma como base de comparación para medir.

Medir es: Determinar cuantas veces cabe el patrón unidad en una cantidad física determinada. Para medir existen los sitemas de medición, que se definen como: El conjunto de métodos o procedimientos directos o indirectos para medir. Por ejemplo, si deseamos saber el perímetro de un cuadrado, emplearemos el método directo, midiendo con una cinta o regla cada uno de sus cuatro lados y luego sumamos dichas mediciones. Pero si deseamos saber el área del mismo cuadrado, la mediremos indirectamente: Por cálculo, multiplicando por si misma la medida de uno de sus lados.

Los patrones unidad del sistema métrico decimal son: El metro, el kilogramo y el segundo. Por ésta razón el sistema métrico decimal se identifica con las siglas: M.K.S.

Al metro, al kilogramo y al segundo, se les da el nombre de unidades fundamentales, por ser precisamente unidades de: Cantidades físicas fundamentales.

A continuación daremos una breve descripción de cada uno de los patrones unidad del sistema M.K.S. creado por los científicos franceses en el año de 1790:

Originalmente el metro-patrón se definió como:

La diezmillonésima parte de la distancia que hay entre el polo norte y el ecuador, medida a lo largo de una línea que pasa por París. Esta longitud (la diezmillonésima parte) se marcó sobre una barra metálica de platino - Iridio, separando a dos ranuras que se hicieron sobre ella, a la temperatura de 0^{o}C. Es necesario indicar la temperatura, pués los metales cambian su longitud al cambiar su temperatura.

El metro no es exactamente una diezmillonésima parte de la distancia del polo norte al ecuador, pués en la primer medida que se hizo se cometió un pequeño error.

En 1960, el metro-patrón se redifinió diciendo: Es 1;650,763.73 veces la longitud de onda de la luz anaranjada emitida por el isoto

po 86 del kriptón.

La masa de un objeto se define como: La cantidad de materia que contiene. En el Libro de Física II se dará un definición más adecuada de la masa.

El patrón unidad de masa es el kilogramo-patrón y se define como: La masa de un cilindro metálico de platino-Iridio.

Tanto el kilogramo-patrón como el metro-patrón se conservan cerca de París.

El patrón unidad del tiempo es el segundo, el cual originalmente se definió así: Es un 86,400 avo del día solar medio (un día solar medio es la duración media del día en el período de un año). En 1967, el segundo se redifinió en términos del inverso de la frecuencia o período, de la radiación emitida por el isotopo 133 del cesio.

En la actualidad, el intercambio de conocimientos científicos abarca a todas las naciones. Esto ha llevado a la necesidad de contar con un sistema de medidas que se acepte en todo el mundo. Así en 1960, la conferencia gene ral de pesas y medidas, adoptó una forma revisada del sistema M.K.S. para uso internacional. Este sistema de unidades se llama: Sistema internacional de unidades, abreviándose así: SI.

En el sistema SI, además del sistema M.K.S., se cuenta con el sistema cegesimal: C.G.S., representando la C al centímetro, la G al gramo y la S al segundo. El centímetro no es un patrón unidad de longitud, sino un submúltiplo del metro-patrón. El gramo no es un patrón unidad de masa, sino un submúltiplo del kilogramo-patrón.

Ahora nos referimos al sistema inglés de unidades, también perteneciente al sistema absoluto de unidades. En el sistema inglés se han adoptado como patrones de medida: el pié, la libra y el segundo, actuando a la vez como unidades fundamentales de la longitud, de la masa y del tiempo, respectivamente.

En la siguiente tabla 2-2-1, se muestran las unidades fundamentales de cada uno de los tres sitemas de unidades, pertenecientes al sistema absoluto.

TABLA 2-2-1

	SISTEMA ABSOLUTO		
Cantidad física fundamental.	SISTEMAS DE UNIDADES		
	M.K.S.	C.G.S.	INGLES
Longitud	Metro	Centímetro	Pié
Masa	Kilogramo	Gramo	Libra
Tiempo	Segundo	Segundo	Segundo
	SISTEMA S.I.		

En cuanto al sistema gravitacional, diremos que se diferencía del sistema absoluto, en que, la masa no se considera como una cantidad física fundamental, sino como una cantidad física derivada, siendo las cantidades físicas fundamentales: La longitud, la fuerza, el peso y el tiempo.

El sistema gravitacional se divide a su vez en tres sistemas: El M.K.S. gravitacional, el C.G.S. gravitacional y el B.E. (Sistema Británico de Ingeniería).

En la siguiente tabla 2-2-2, se muestran las unidades fundamentales de cada uno de los tres sistemas, pertenecientes al sistema gravitacional.

TABLA 2-2-2

	SISTEMA GRAVITACIONAL		
Cantidad física fundamental.	SISTEMA DE UNIDADES		
	M.K.S.	C.G.S.	B.E.
Longitud	Metro	Centímetro	Pié
Fuerza o Peso	Kilogramo-fuerza.	Gramo fuerza	Libra-fuerza.
Tiempo	Segundo	Segundo	Segundo

Cabe aclarar que la unidad de masa en el sistema M.K.S. es el kilogramo-masa, en el C.G.S. es el gramo-masa y en el B.E. es el Slug.

El sistema gravitacional será tratado ampliamente en el texto de Física II, al abordar el tema de la Dinámica.

Quedó establecido que las cantidades físicas derivadas son aquellas que se expresan en función de las antidades físicas fundamentales, obteniéndose como un producto de la multiplicación de dos o más cantidades físicas fundamentales, o como un producto de la división de dos o más cantidades físicas fundamentales. Haciendo uso de las dimensiones, lo anterior se aclarará con los siguientes ejemplos

de cantidades físicas derivadas:

Area = L.L = L^2, Volúmen = L.L.L.= L^3

Velocidad = $\frac{L}{T}$, Aceleración = $\frac{L/T}{T} = \frac{L}{T^2}$

Fuerza = $\frac{ML}{T^2}$

Si usamos el sistema M.K.S. para expresar las unidades de las ecuaciones anteriores, tenemos:

Area = Metros Cuadrados

Volúmen = Metros cúbicos

Velocidad = Metros/segundo

Aceleración = Metros/seg^2

Fuerza = $\frac{\text{Kilogramos-metro}}{\text{Seg}^2}$

A las unidades de las cantidades físicas derivadas se les llama: Unidades derivadas, como son los metros cuadrados, los metros cúbicos, las unidades de velocidad, de aceleración y de fuerza, por lo pronto.

Otras unidades que no pueden incluirse dentro de ninguno de los sistemas de unidades mencionadas, son las llamadas: Unidades auxiliares, como son: El angstrom o el año luz (como unidades de longitud). El Acre o la hectárea (como unidades de área). El litro o la pinta (como unidades de volúmen) o bién, la tonelada o la onza (como unidades de masa).

2-4 FACTORES DE CONVERSION.- Como en éste curso de Física no trataremos con las unidades de masa, el sistema gravitacional lo dejaremos para el siguiente curso de Física II donde si se aplicará. Por lo tanto, usaremos solamente el sistema absoluto y sus unidades fundamentales de longitud, además de las unidades derivadas de área y volúmen.

A continuación mostramos las Tablas 2-4-1, 2-4-2 y 2-4-3, que contienen los factores de conversión de: Longitud, Area y Volúmen respectivamente.

T A B L A S

LONGITUD

	cm	METRO	km	plg	pie	milla
1 centímetro =	1	10^{-2}	10^{-5}	0.3937	3.281×10^{-2}	6.214×10^{-6}
1 METRO =	100	1	10^{-3}	39.37	3.281	6.214×10^{-4}
1 kilómetro =	10^{5}	1000	1	3.937×10^{4}	3281	0.6214
1 pulgada =	2.540	2.540×10^{-2}	2.540×10^{-5}	1	8.333×10^{-2}	1.578×10^{-5}
1 pie =	30.48	0.3048	3.048×10^{-4}	12	1	1.894×10^{-4}
1 milla terrestre =	1.609×10^{5}	1609	1.609	6.336×10^{4}	5280	1

1 angstrom (Å) = 10^{-10} m
1 unidad X = 10^{-13} m
1 micra = 10^{-6} m
1 milimicra ($m\mu$) = 10^{-9} m
1 año luz = 9.4600×10^{12} km
1 parsec = 3.084×10^{13} km
1 braza = 6 pies
1 yarda = 3 pies
1 pértiga = 16.5 pies
1 mil = 10^{-3} plg
1 milla marina = 1 852 m = 1.1508 millas terrestres = 6 076.10 pies

AREA

	METRO²	cm²	pie²	plg²	miliplg circular
1 METRO CUADRADO =	1	10^{4}	10.76	1550	1.974×10^{9}
1 centímetro cuadrado =	10^{-4}	1	1.076×10^{-3}	0.1550	1.974×10^{5}
1 pie cuadrado =	9.290×10^{-2}	929.0	1	144	1.833×10^{8}
1 pulgada cuadrada =	6.452×10^{-4}	6.452	6.944×10^{-3}	1	1.273×10^{6}
1 mil circular =	5.067×10^{-10}	5.067×10^{-6}	5.454×10^{-9}	7.854×10^{-7}	1

1 milla cuadrada = 27 878 400 pies² = 640 acres
1 acre = 43 560 pies²
1 barn = 10^{-28} m²

VOLUMEN

	METRO³	cm³	l	pie³	plg³
1 METRO CUBICO =	1	10^{6}	1000	35.31	6.102×10^{4}
1 centímetro cúbico =	10^{-6}	1	1.000×10^{-3}	3.531×10^{-5}	6.102×10^{-2}
1 litro =	1.000×10^{-3}	1000	1	3.531×10^{-2}	61.02
1 pie cúbico =	2.832×10^{-2}	2.832×10^{4}	28.32	1	1728
1 pulgada cúbica =	1.639×10^{-5}	16.39	1.639×10^{-2}	5.787×10^{-4}	1

1 galón para fluidos U.S. = 4 cuartos para fluidos U.S. = 8 pintas U.S. = 128 onzas para fluidos U.S. = 231 plg³.
1 galón imperial inglés = el volumen de 10 lb de agua a 62°F = 277.42 plg³.
1 litro = el volumen de 1 kg de agua a su máxima densidad = 1 000.028 cm³.

Si relacionamos una unidad de la columna iz-- quierda de cada tabla con cada una de las cantidades que se encuentran en el mismo renglón, habremos encontrado una serie de factores de conversión. Digamos que hemos seleccionado la tabla 2-4-1 y que nos fijamos en el renglón - de cuyo extremo izquierdo se encuentra: 1M, - encontraremos los siguientes factores de conversión:

$1M = 100\,cm$, $1M = 10^{-3}$ Km, $1M = 39.3$ Pulg,

$1M = 3.28$ piés y $1M = 6.214 \times 10^{-6}$ Millas

En todos estos factores de conversión encon-- tramos un término común: 1 Metro, el cual se ha igualado a un número diferente con unida-- des diferentes.

En base a lo anterior se dará una definición del factor de conversión, diciendo: Es la --- equivalencia que hay entre una unidad y un número determinado de unidades de la misma especie.

Se podrá apreciar que en las tablas de factores de conversión, hay unidades más grandes o más chicas que el patrón unidad de medida, --

por ejemplo: El kilómetro que equivale a 1000 metros, la tonelada métrica que equivale a -- 1000 kilogramos, o bién, el centímetro que -- equivale a la centésima parte del metro o del gramo que equivale a la milésima parte del kilogramo. Pués bién, lo anterior nos indica la existencia de múltiplos y submúltiplos del patrón unidad. A continuación se darán las definiciones siguientes:

Un múltiplo es una cantidad más grande que el patrón unidad.

Un submúltiplo es una cantidad más chica que el patron-unidad.

El múltiplo o el submúltiplo usualmente se indican mediante el uso de prefijos (partículas gramaticales que se anteponen al nombre del - patrón unidad correspondiente.

Como un complemento de las tablas de factores de conversión, se muestra la siguiente tabla 2-3-4.

TABLA 2-3-4

Prefijos usados para los submúltiplos y múltiplos de las cantidades métricas.

Submúltiplo		Múltiplo	
Deci	10^{-1}	deca	10^{1}
Centi	10^{-2}	Hecto	10^{2}
Mili	10^{-3}	Kilo	10^{3}
Micro	10^{-6}	Mega	10^{6}
Nano	10^{-9}	Giga	10^{9}
Pico	10^{-12}	Tera	10^{12}

A continuación se dará el significado de cada uno de los prefijos de la Tabla 2-3-4.

a) Submúltiplos

deci = décima parte = 10^{-1}

centi = centésima parte = 10^{-2}

Mili = Milésima parte = 10^{-3}

Micro = Millonésima parte = 10^{-6}

Nano = Milmillonésima parte = 10^{-9}

Pico = billonésima parte = 10^{-12}

Si estos prefijos los aplicamos al metro, diríamos: decímetro, o sea la décima parte del metro. Micrometro, o sea la millonésima parte

del metro. También se pueden aplicar al kilogramo, al segundo, al gramo, al pié, o en general, a cualesquier unidad sea fundamental o derivada.

b) Múltiplos:

deca = diez veces = 10^{1}

Hecto = cien veces = 10^{2}

Kilo = Mil veces 10^{3}

Mega = un millón de de veces = 10^{6}

giga = Mil millones de veces = 10^{9}

tera = Un billón de veces = 10^{12}

Aplicando éstos prefijos al metro, diríamos: decámetro o sea diez metros, kilómetro o sea milímetros, gigámetro o sean 1000000000 de metros, etc. También se pueden aplicar a cualesquier unidad de medida, sea fundamental o derivada.

2-5 CONVERSION DE UNIDADES.- Antes de iniciarnos en las operaciones de conversión de unidades, se dará una definición de los que se trata, diciendo: conversión de unidades es: Una operación algebráica que, mediante el uso de factores de conversión convenientes, se pueden trans--

formar entre si, unidades de la misma especie. Para resolver cualquier problema de conversión de unidades, es necesario e indispensable ---- aprenderse los factores de conversión más comunes y de preferencia los de longitud, pués --- aprendiéndolos, se podrán resolver los problemas de conversión de áreas y volúmenes como se verá en seguida.

En la resolución de los siguientes problemas, se usará el mismo modelo, con el fín de que se familiaricen con él, aunque no quiere decirse que es la única manera de resolverlos.

2-6 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.

1.- CONVERSION DE UNIDADES DE LONGITUD.

a) ¿5.5 metros, a cuántos milímetros equivalen?

Solución-Modelo a usar

$$5.5 \text{ M} = \text{X mm}$$

M significa metros y mm milímetros.

La X representa un número o una cantidad - como el 5.5, 10,500 etc. y es la incógnita buscada.

Entonces el primer paso es despejar la incógnita resultando: $x = 5.5 \frac{\text{M}}{\text{mm}}$

Este primer paso se hará siempre en todos los problemas siguientes, para no repetir la explicación.

El segundo paso es sustituir siempre la unidad mayor por la menor, en éste caso: el metro M por milímetros mm, que como se sabe, el factor de conversión es 1M = 1000 mm por lo tanto: $x = 5.5 \frac{1000 \cancel{\text{mm}}}{\cancel{\text{mm}}}$ se observará inmediatamente -- que los milímetros se eliminarán entre sí, por Algebra, entonces, solo quedarán:

$x = 5.5 \times 1000 = 5,500$

El tercer paso y último, es sustituir el valor de la incógnita x en el modelo y el problema - estará resuelto:

$5.5 \text{ M} = 5,500 \text{ mm}.$

De aquí en adelante se mencionará solamente -- los pasos seguidos en éste problema, en todo - el resto de los problemas a resolver.

b) ¿2.2 Km. a cuántos cm. equivalen?

Solución: 2.2. Km = X cm.

Primer paso: $X = 2.2 \frac{\text{Km}}{\text{cm}}$

Segundo paso: $x = 2.2 \frac{1000 \text{ M}}{\text{cm}}$

$x = 2.2 \frac{1000 \times 100 \cancel{\text{cm}}}{\cancel{\text{cm}}}$

$x = 220,000$

Tercer paso: 2.2 Km = 220,000 cm.

c) ¿20kilómetros a cuántos Megametros equivalen?

Solución: 20 Km = x Megametros

Primer Paso: $x = 20 \frac{\text{Km}}{\text{Megámetros}}$

Segundo paso: $x = 20 \frac{10^3 \cancel{\text{M}}}{10^6 \cancel{\text{M}}} = 20 \times 10^{-3}$

$x = .020$

Tercer Paso: 2.2 Km = .020 Megámetros

d) ¿35 cm a cuántas pulgadas equivalen?

Solución: 35 cm = x pulg

Primer Paso: $x = 35 \frac{\text{cm}}{\text{pulg}}$

Segundo Paso: $x = 35 \frac{\cancel{\text{cm}}}{2.54 \cancel{\text{cm}}} = 13.779$

Tercer Paso: 35 cm = 13.779 pulg

e) ¿350 M a cuántos piés equivalen?

Solución: 350 M = x piés

Primer Paso: $x = 350 \frac{\text{M}}{\text{piés}}$

Segundo Paso: $x = 350 \frac{3.28 \cancel{\text{piés}}}{\cancel{\text{piés}}}$

$x = 1148$

Tercer Paso: 350 m = 1148 piés

f) ¿8.5 decámetros a cuántas yardas equivalen?

Solución: 8.5 Decámetros = x yardas

Primer Paso: $x = 8.5 \frac{\text{Decámetros}}{\text{yardas}}$

Segundo Paso: $x = 8.5 \frac{10 \text{ M}}{\text{yardas}}$

$x = 8.5 \frac{10 \times 1.1 \cancel{\text{yardas}}}{\cancel{\text{yardas}}}$

$x = 93.5$

Tercer Paso: 8.5 Decámetros =93.5 yardas.

g) ¿75 piés a cuántas pulgadas equivalen?

Solución: 75 piés = x pulg

Primer paso: $x = 75 \frac{\text{piés}}{\text{pulg}}$

Segundo paso: $x = 75 \frac{12 \cancel{\text{pulg}}}{\cancel{\text{pulg}}} = 75 \times 12$

$x = 900$

Tercer paso: 75 piés = 900 pulg.

h) ¿3500 piés a cuántas millas equivalen?

Solución: 3500 piés = x millas

Primer paso: $x = 3500 \dfrac{\text{piés}}{\text{millas}}$

Segundo paso: $x = 3500 \dfrac{\cancel{\text{piés}}}{5280\ \cancel{\text{piés}}}$

$x = .6628$

Tercer paso: 3500 piés = .6628 millas

2.- <u>CONVERSION DE UNIDADES DE AREA</u>.- En este tipo de conversiones como en el caso que sigue: el de conversión de volúmenes, se seguirán los mismos pasos, pero con algunos agregados;

a) ¿6 cm^2 a cuántos mm^2 equivalen?

Solución: 6 cm^2 = x mm^2

Primer Paso: $x = 6 \dfrac{cm^2}{mm^2}$

Segundo paso: Como era de esperarse la unidad mayor se sustituye por la unidad menor, pero ahora, después de la sustitución se elevará al cuadrado como sigue:

$$x = 6 \frac{(10\ mm)^2}{mm^2}$$

$$x = 6 \frac{100\ \cancel{mm^2}}{\cancel{mm^2}} = 600$$

Tercer Paso: 6 cm^2 = 600 mm^2

b) ¿20,000 cm^2 a cuántos M^2 equivalen?

Solución: 2000 cm^2 = x M^2

Primer Paso: $x = 2000 \dfrac{cm^2}{M^2}$

Segundo Paso: $x = 20000 \dfrac{cm^2}{(100\ cm)^2}$

$$x = 20000 \frac{\cancel{cm^2}}{10000\ \cancel{cm^2}} = 2$$

Tercer Paso: 20,000 cm^2 = 2 M^2.

c) ¿60 Hectáreas a cuántos M^2 equivalen?

Solución: 60 Hectáreas = x M^2

Primer Paso: $x = 60 \dfrac{\text{Hectáreas}}{M^2}$

Segundo Paso: $x = 60 \dfrac{10,000\ \cancel{M^2}}{\cancel{M^2}} = 60 \times 10,000$

Tercer Paso: 60 Hectáreas = 600,000 M^2

NOTA: En éste problema, segundo paso, no hubo necesidad de elevar al cuadrado, des---

pués de la sustitución, pués la hectárea equivale directamente a 10,000 metros cuadrados.

d) ¿25 cm^2 a cuántos pies cuadrados equivalen?

Solución: 25 cm^2 = x $piés^2$

Primer Paso: $x = 25 \frac{cm^2}{piés^2}$

Segundo paso: $x = 25 \frac{cm^2}{(30.48\ cm)^2}$

$x = 25 \frac{\cancel{cm}^2}{929.03\ \cancel{cm}^2}$

x = .0269

Tercer paso: 25 cm^2 = .269 $piés^2$

e) ¿4 yardas cuadradas a cuántos M^2 equivalen?

Solución: 4Yd^2 = x M^2

Primer Paso: $x = 4 \frac{Yd^2}{M^2}$

Segundo Paso: $x = 4 \frac{Yd^2}{(1.1\ Yd)^2} = 4 \frac{\cancel{Yd}^2}{1.21\ \cancel{Yd}^2}$

x = 3.305

Tercer Paso: 4 Yd^2 = 3.305 M^2

f) ¿500 mm^2 a cuántas $pulg^2$ equivalen?

Solución: 500 mm^2 = x $Pulg^2$

Primer paso: $x = 500 \frac{mm^2}{pulg^2}$

Segundo Paso: $x = 500 \frac{mm^2}{(25.4\ mm)^2}$

$x = 500 \frac{\cancel{mm}^2}{645.16\ \cancel{mm}}$

x = .775

Tercer Paso: 500 mm^2 = .775 $pulg^2$

g) ¿1000 $pulg^2$ a cuántos piés cuadrados equivalen?

Solución: 1,000 $pulg^2$ = x $piés^2$

Primer Paso: $x = 1,000 \frac{pulg^2}{piés^2}$

Segundo Paso: $x = 1,000 \cdot \frac{pulg^2}{(12\ pulg)^2}$

$x = 1,000 \frac{\cancel{pulg}^2}{144\ \cancel{pulg}^2}$

x = 6.944

Tercer Paso: $1,000 \text{ pulg}^2 = 6.944 \text{ piés}^2$

h) ¿10 millas cuadradas a cuántas yardas cuadradas --- equivalen?

Solución: $10 \text{ millas}^2 = X \text{ Yd}^2$

Primer paso: $x = 10 \dfrac{\text{millas}^2}{\text{Yd}^2}$

Segundo Paso: $x = 10 \dfrac{(5280 \text{ piés})^2}{(3 \text{ piés})^2}$

NOTA: En éste caso, la milla se sustituyó por piés, igual que la yarda.

$$x = 10 \frac{27878400 \cancel{\text{piés}}^2}{9 \cancel{\text{piés}}^2}$$

$$x = 30976000$$

Tercer paso: $10 \text{ millas}^2 = 30;976,000 \text{ Yd}^2$

i) ¿10 piés^2 a cuántas Yd^2 equivalen?

Solución: $10 \text{ piés}^2 = x \text{ Yd}^2$

Primer paso: $x = 10 \dfrac{\text{piés}^2}{\text{Yd}^2}$

Segundo Paso: $x = 10 \dfrac{\text{piés}^2}{(3 \text{ piés})^2}$

$$x = 10 \frac{\cancel{\text{piés}}^2}{9 \cancel{\text{piés}}^2} = \frac{10}{9} = 1.\dot{1}1$$

Tercer paso: $10 \text{ piés}^2 = 1.111 \text{ Yd}^2$

3.- CONVERSION DE UNIDADES DE VOLUMEN:

a) ¿1.5 mm^3 a cuántos cm^3 equivalen?

Solución: $1.5 \text{ mm}^3 = x \text{ cm}^3$

Primer paso: $x = 1.5 \dfrac{\text{mm}^3}{\text{cm}^3}$

Segundo paso: Como era de esperarse en éste paso - debemos sustituir la unidad mayor - por la menor y luego elevarla al cubo como sigue:

$$x = 1.5 \frac{\text{mm}^3}{(10 \text{ mm})^3} = 1.5 \frac{\cancel{\text{mm}}^3}{1000 \cancel{\text{mm}}^3} = \frac{1.5}{1000}$$

$X = .0015$

Tercer paso: $1.5 \text{ mm}^3 = .0015 \text{ cm}^3$

b) ¿700 cm^3 a cuántos litros equivalen?

Solución: $700 \text{ cm}^3 = x \text{ Lts.}$

Primer paso: $x = 700 \dfrac{\text{cm}^3}{\text{Lts.}}$

Segundo paso: $x = 700 \dfrac{\cancel{\text{cm}}^3}{1,000 \cancel{\text{cm}}^3} = .7$

Tercer paso: $700 \text{ cm}^3 = .7 \text{ Lts.}$

c) ¿5 M^3 a cuántos litros equivalen?

Solución: $5 \text{ M}^3 = x \text{ Lts.}$

Primer paso: $x = 5 \dfrac{\text{M}^3}{\text{Lts.}}$

Segundo Paso: $x = 5 \frac{1,000 \cancel{Lts}}{\cancel{Lts}.} = 5,000$

Tercer Paso: $5 M^3 = 5,000$ litros.

d) ¿275 cm^3 a cuántas pulgadas cúbicas equivalen?

Solución: $275 cm^3 = x pulg^3$

Primer Paso: $x = 275 \frac{cm^3}{pulg^3}$

Segundo Paso: $x = 275 \frac{cm^3}{(2.54 cm)^3}$

$X = 275 \frac{\cancel{cm}^3}{16.38 \cancel{cm}^3}$

$x = 16.78$

Tercer paso: $275 cm^3 = 16.78 pulg^3$

e) ¿3 decímetros cúbicos a cuántos piés cúbicos equivalen?

Solución: $3 dm^3 = x piés^3$

Primer paso: $x = 3 \frac{dm^3}{piés^3}$

Segundo paso: $x = 3 \frac{(10 cm)^3}{(30.48 cm)^3}$

$x = 3 \frac{1000 \cancel{cm}^3}{28316 \cancel{cm}^3} = \frac{3000}{28316}$

$x = .106$

Tercer paso: $3 dm^3 = .106 piés^3$

f) ¿5,000 $pulg^3$ a cuántos M^3 equivalen?

Solución: $5,000 pulg^3 = x M^3$

Primer paso: $x = 5,000 \frac{pulg^3}{M^3}$

Segundo Paso: $x = 5,000 \frac{pulg^3}{(39.37 pulg)^3}$.

$x = 5,000 \frac{\cancel{pulg}^3}{61023.2 \cancel{pulg}^3} = .082$

Tercer paso: $5,000 pulg^3 = .082 M^3$

g) ¿350 $pulg^3$ a cuántos piés cúbicos equivalen?

Solución: $350 pulg^3 = x piés^3$

Primer paso: $x = 350 \frac{pulg^3}{pies^3}$

Segundo paso: $x = 350 \frac{pulg^3}{(12 pulg)^3}$

$$x = 350 \; \frac{\cancel{pulg}^3}{1728 \; \cancel{pulg}^3}$$

$$x = .202$$

Tercer paso: $350 \; pulg^3 = .202 \; piés^3$

h) ¿2750 $pulg^3$ a cuántas yardas cúbicas equivalen?

Solución: $2750 \; pulg^3 = x \; Yd^3$

Primer Paso: $x = 2750 \; \frac{pulg^3}{Yd^3}$

Segundo Paso: $x = 2750 \; \frac{pulg^3}{(35.78 \; pulg)^3}$

$$x = 2750 \; \frac{\cancel{pulg}^3}{45805.8 \; \cancel{pulg}^3}$$

$$x = .06$$

Tercer paso: $2750 \; pulg^3 = .06 \; Yd^3$

i) ¿.06 Yd^3 a cuántos piés^3 equivalen?

Solución: $.06 \; Yd^3 = x \; piés^3$

Primer paso: $x = .06 \; \frac{Yd^3}{piés^3}$

Segundo paso: $x = .06 \; \frac{(2.98 \; piés)^3}{piés^3}$

$$x = .06 \; \frac{26.46 \; \cancel{piés}^3}{\cancel{piés}^3}$$

$$x = 1.56$$

Tercer paso: $.06 \; Yd^3 = 1.56 \; piés^3$

2-7 SECCION DE PROBLEMAS A RESOLVER.

1.- Efectuar las siguientes conversiones de -- longitud.

a) 10 Kilómetros a Hectómetros.

R = 100 Hectómetros

b) 35 Megámetros a gigámetros.

R = .035 gigámetros

c) 500 micras a cm.

R = .05 cm.

d) 200 angstroms a milímetros.

R = 2×10^{-5} mm.

e) 2 parsec a años luz.

R = 6.52 años luz

2.- EFECTUAR LAS SIGUIENTES CONVERSIONES DE AREA.

a) 100 Hectáreas a Kilómetros cuadrados.

R = 1 Kilómetro cuadrado.

b) 5 Millas cuadradas a Hectáreas.

R = 516 Hectáreas

c) 1 Acre a Metros cuadrados.

R = 4,048.32 m^2

d) 1 Hectárea a Acres

R = 2.47 acres

e) 500 Milcircular a $Pulg^2$

R= .000392 $pulg^2 = 3.92 \times 10^{-4}$ $pulg^2$

3.- EFECTUAR LAS SIGUIENTES CONVERSIONES DE VOLUMEN.

a) 50 $Pulg^3$ a Litros

R = .819 litros

b) 0.750 m^3 a piés cúbicos.

R = 26.48 $piés^3$

c) 40 cm^3 a $pulg^3$

R = 2.44 $pulg^3$

d) 10,000 litros a metros cúbicos

R = 10 m^3

e) 1 Pinta a cm^3

R = 473.26 cm^3

SUGERENCIA: Para resolver los problemas anteriores, consulta las tablas de conversiones, así como la tabla de los prefijos, cuando lo consideres necesario.

UNIDAD 3

HERRAMIENTAS MATEMATICAS

UNIDAD 3

OBJETIVOS PARTICULARES

HERRAMIENTAS MATEMATICAS

Al término de la unidad, el alumno: Aplicará algunas herramientas necesarias para la solución de problemas de Cinemática y Dinámica.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

El alumno:

3-1 - Practicará operaciones de suma, resta, multiplicación y división de magnitudes expresadas en notación común y notación científica.

3-2 - Identificará las funciones trigonométricas.

3-3 - Utilizará las funciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras en la solución de triángulos rectángulos.

3-4 - Distinguirá entre cantidad escalar y cantidad vectorial.

3-5 - Utilizará los métodos gráficos en la adición de vectores.

3-6 - Resolverá sumas vectoriales mediante el método analítico.

HERRAMIENTAS MATEMATICAS

3-1 OPERACIONES ARITMETICAS CON NOTACION COMUN.

1.- INTRODUCCION.- En esta primera parte de la unidad, no se pretenderá dar una clase de aritmética propiamente dicha, sino más bién, de una manera breve y a modo de repaso, tratar acerca de la suma, resta, multiplicación, división y raíz cuadrada de cantidades mayores y menores que la unidad, tratando por separado el caso de los quebrados.

Antes de empezar con las operaciones aritméticas anteriores, preguntaremos al alumno: ¿Eres capaz de escribir por dictado, las siguientes cantidades?: punto cero cero cero trescientos ciencuenta y cinco, punto nueve mil quinientos setenta y cinco, cinco punto cero cero tres, cuatrocíentos ochenta y dos punto quinientos sesenta y ocho?. Si es así, ¡Felicidades!, pués sabes darle su lugar e importancia al punto decimal. Si no es así, aquí están las cantidades correspondientes:

.000355, .9575, 5.003, 482.568

Sugerencia:- Practica tu solo, con tus compañeros o con tu Maestro, dictados como los anteriores, si lo crees necesario.

2.- De aquí en adelante, se presentará para cada una de las operaciones aritméticas, un modelo a seguir, con el fin de que, si crees necesario practicar, lo hagas para que adquieras agilidad en dichas operaciones.

a) SUMA.-

Vamos a sumar las siguientes cantidades: ---- 75961,360, 2, 66.005, 1.24, .0006, .6304

Lo primero a realizar es, colocar en columna las cantidades anteriores. Podemos colocarlas en el orden en que están escritas o no, lo importante es que debemos tomar como referencia los puntos decimales, los cuales deben estar todos alineados en la columna, como sigue:

$$\begin{array}{r} 75961.0000 \\ 360.0000 \\ 2.0000 \\ 66.0050 \\ 1.2400 \\ 0.0006 \\ 0.6304 \\ \hline 76390.8760 \end{array}$$

OBSERVACIONES.-

i) En algunos casos se han agregado ceros con el fin de aclarar que no hay más cifras significativas y además darle mejor presentación al cuadro de la suma.

ii) La suma se comienza por los números que componen la columna extrema derecha, terminado en la columna extrema izquierda, que en este caso, la forma solamente el 7.

iii) El punto del resultado de la suma, estará alineado con el resto de los puntos.

b) RESTA.-

Comenzaremos diciendo, que la resta es una suma, en la cual, una cantidad es positiva (en el inciso a, todas las cantidades son positivas, por eso, es una suma propiamente dicha) y la otra negativa.

La cantidad que se va a restar, puede ser: menor, igual o mayor que la otra cantidad. Ejemplo:

1.- Restar 675.0085 de 1000

Como 1000 es mayor que 675.0085, se escribe - primero y luego la otra cantidad en columna, con su signo menos:

```
   1000.0000
 -  675.0085
    324.9915
```

La resta se comienza con los números que componen la columna extrema derecha, terminando en la columna extrema izquierda. El resultado es positivo.

11.- Restar 3576 de 2304.6

En este caso 3576 es mayor que 2304.6, por lo tanto, se coloca primero al 3576 y luego ---- 2304.6 en la columna:

```
   3576.0
 - 2304.6
   1271.4
```

El resultado será negativo: - 1,271.4 porque 3576 es mayor que 2304.6

111.- Resta 0.634 de 0.634

Aquí las dos cantidades son iguales, por lo - tanto, es indiferente cual se escriba primero en la columna.


```
   0.634
 - 0.634
   0.000
```

Como se ve, el resultado es <u>cero</u>.

c) MULTIPLICACION.-

En la multiplicación se pueden presentar los siguientes casos:

1.) Que las 2 cantidades a multiplicar sean - cantidades enteras. Por ejemplo: 549 x 40 o - bien:

```
    549
    x40
  21960
```

En el producto o resultado, no hay cuidado -- con el punto decimal.

11.) Que las 2 cantidades a multiplicar sean: Una entera y una mixta. Por ejemplo: 79.585 x 32, o bien:

```
    79.585
      x 32
   159 170
  2387 55
  2546.720
```

En el producto, el número de decimales (ci-- fras o números a la derecha del punto) será igual, al número de decimales de la cantidad mixta, en este caso, son tres decimales, las cuales se cuentan de derecha a izquierda en el producto, y al decir tres, ahí se coloca el punto decimal.

111.) Que las dos cantidades a multiplicar - sean: Mixtas, por ejemplo: 20.31 x 62.013 o bien:

```
      20.31
    x62.013
       6093
      2031
     4062
   12186
 1259.48403
```

Ahora, el número total de decimales en el -- producto será, la suma de las decimales de - las dos cantidades, o sea 5 en total, las -- cuales se cuentan en el producto de derecha a izquierda, y al decir 5, se pone el punto, según se vé en el resultado.

1V) Que las dos cantidades a multiplicar se- an unicamente decimales, por ejemplo: ------

0.00805 x 0.3204, o bien:

```
   0.00805
 x 0.3204
      3220
     1610
    2415
.002579220
```

El número total de las decimales de las dos cantidades es 9, las cuales se cuentan de de recha a izquierda en el producto. Pero se ob servará que son solo 7, entonces para comple tar las 9, se han de agregar dos ceros y lue go se pone el punto decimal.

d) DIVISION.-

En la división se pueden presentar los cua-- tro casos que se vieron en la multiplica---- ción: Enteros, entero-mixto, mixto-mixto y - decimales. Pero en la división, además se -- presenta el hecho de que las dos cantidades a participar en la división, sean iguales en tre si, o diferentes.

Para hablar con propiedad, vamos a usar los siguientes términos:

Dividendo; también llamado Numerador, es la cantidad que se va a dividir.

Divisor; también llamado Denominador, es la cantidad que divide, y

Cociente, será el resultado de la división.

1.- Cuando el dividendo es mayor que el divisor:

i) Entero-entero: 16760 ÷ 25 o bien

```
        670.4
   25 |167,60
       17 6
        0 100
           00
```

ii) Entero-mixto: 640 ÷ 11.045 o bien

```
 11.045 |640
```

Cuando el divisor es mixto, como en éste caso, entonces el punto decimal ha de borrarse, pero antes, han de agregarse tres ceros al dividendo, que equivalen, por decir, a las tres decimales del divisor:


```
         57.94
 11045 |64000,0
        08775 0
         1043 50
          049 450
           05 270
```

iii) decimal-decimal: .4906 ÷ .021 o bien:

```
 .021 |.4906
```

De nuevo el punto decimal del divisor ha de eliminarse, pero antes, ha de correrse el punto decimal del dividendo, tres cifras a la derecha, pues el divisor tiene tres cifras a la derecha de su punto decimal:

```
      23.36
 21 |490.6
     070
      076
       130
        04
```

Todos los resultados o cocientes de las divisiones anteriores, fueron cantidades mayores que 1, pues se manejaron dividendos mayores que los divisores.

Ahora, si se presentan los casos en que el dividendo sea menor que el divisor, el cociente siempre será menor que 1.

Como ejemplo tenemos: $495.64 \div 1740.1$ o bien:

$$1740.1 \overline{)495.64}$$

Antes de efectuar la división, ha de moverse el punto decimal del dividendo, una cifra hacia su derecha, con el fin de igualar a la única cifra decimal que tiene el divisor, o bien eliminar el punto decimal del divisor, como ya se ha explicado anteriormente, por lo tanto:

```
          .284
17401 | 4956.4
         1476 20
          084 120
           14 516
```

Como era de esperarse, el resultado o cociente, fue menor que 1.

En el caso general, en que el dividendo y el divisor sean iguales, el resultado será siempre 1.

3-2 NOTACION CIENTIFICA O POTENCIA DE DIEZ.

INTRODUCCION.- El uso de la notación científica es para simplificar por principio, las cantidades grandes o pequeñas, en su representación. Así podemos decir entonces, que una cantidad grande o una cantidad pequeña, se pueden representar por otras cantidades multiplicadas por 10 elevado a una potencia, la cual siempre será entera y cuyo valor será igual, al número de veces que se mueva el punto decimal real o imaginario, hacia la derecha o hacia la izquierda, a partir de su posición original.

La potencia será positiva si el punto decimal se ha movido a su izquierda y será negativa si el punto decimal se ha movido a su derecha.

Presentaremos algunos ejemplos para aclarar lo anterior.

1.- Cuando la potencia resulta positiva:

a) Se trata de una cantidad grande y entera, constituída por un número y muchos ceros:

$$1\ 000\ 000\ 000 = 1 \times 10^{9}$$

Observe que la potencia 9 indica el número de ceros eliminados, además es positiva, pués aunque el punto decimal no se ve, ya que la cantidad es entera, se ha movido imaginariamente 9 veces hacia la izquierda hasta llegar al 1.

b) Se trata de una cantidad grande y entera:

$$5\ 905\ 400 = 5.9054 \times 10^{6}$$

Ahora, el punto imaginario se movió 6 veces a la izquierda, notándose que los dos últimos ceros no aparecen en el resultado, pues se pueden eliminar cuando aparecen el último o al extremo derecho de cualquier cantidad.

2.- Cuando la potencia es negativa.

a) Se trata de una cantidad pequeña:

$$.2064 = 2.064 \times 10^{-1}$$

Nótese como el punto decimal real, se ha movido a la derecha, saltando solamente una cifra: al 2.

b) Se trata de una cantidad muy pequeña:

$$.000005024 = 5.024 \times 10^{-6}$$

Ahora el punto se ha movido 6 veces a la derecha hasta brincar al 5. como se ve, los ceros a la izquierda del 5 desaparecieron: Esto es válido.

<u>OBSERVACION IMPORTANTE</u>:- Hay que recordar que el valor de la potencia de 10, queda determinado por el número de veces que se mueva el punto decimal: ya sea real o imaginario, en la cantidad original, y además que, el signo quedará determinado si el punto se movió a la izquierda (signo positivo) de su posición original, o si se movió a la derecha (signo negativo) de su posición original.

3-3 OTRAS APLICACIONES DE LA NOTACION CIENTIFICA.

1.- Para sumar cantidades expresadas con notación científica, es necesario que las potencias de 10, de cada una de las cantidades, sean iguales en valor y en signo.

a) Ejemplo: $6.0604 \times 10^{5} + .846 \times 10^{5} + .0024 \times 10^{5} + 96 \times 10^{5}$ o bien:

$$\begin{array}{r} 6.0604 \times 10^{5} \\ .8460 \times 10^{5} \\ .0024 \times 10^{5} \\ 96.0000 \times 10^{5} \\ \hline 102.9088 \times 10^{5} \end{array}$$

El resultado de la suma se puede expresar también como: 1.029088×10^{7}

Nótese que apareció el 7 como potencia de 10. El punto decimal se movió 2 veces a la izquierda, entonces se ha de sumar, 2, a la potencia original: 5,

b) $9.76 \times 10^{-2} + .044 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-2} + 830.01 \times 10^{-2}$ o bien:

$$
\begin{array}{r}
9.760 \times 10^{-2} \\
.044 \times 10^{-2} \\
5.000 \times 10^{-2} \\
830.010 \times 10^{-2} \\
\hline
844.814 \times 10^{-2}
\end{array}
$$

El resultado de la suma se puede también expresar como: 8.44814×10^{0} o sea 8.44814 El diez a la potencia cero es igual a 1, por eso no aparece.

¿Ahora, cómo fué que apareció el cero?

RESPUESTA: Rl punto decimal del resultado de la suma, se corrió 2 veces a la izquierda, esto equivale a sumar 2 a la potencia -2 original, lo cual da cero.

2.- RESTA.

Para restar dos cantidades expresadas con potencia de 10, es necesario que sus potencias

sean iguales en signo y en valor.

Ejemplos:

a) $95.63 \times 10^{3} - .04 \times 10^{3}$, o bien:

$$
\begin{array}{r}
95.63 \times 10^{3} \\
- \quad .04 \times 10^{3} \\
\hline
95.59 \times 10^{3}
\end{array}
$$

El resultado se expresará también como: 9.599×10^{4}

b) $.031 \times 10^{5} - .0064 \times 10^{5}$, o bien:

$$
\begin{array}{r}
.0310 \times 10^{5} \\
- .0064 \times 10^{5} \\
\hline
.0246 \times 10^{5}
\end{array}
$$

El resultado se puede expresar también como: 2.46×10^{3} nótese que el 5 como potencia del diez, se redujo a 3, porque el punto decimal se movió a la derecha, 2 veces, esto equivale a una potencia de -2 que sumada al 5 da 3

c) $.031 \times 10^{-5} - .0064 \times 10^{-5}$, o bien:

$$
\begin{array}{r}
.0310 \times 10^{-5} \\
- .0064 \times 10^{-5} \\
\hline
.0246 \times 10^{-5}
\end{array}
$$

El resultado, se puede expresar también como:
2.46×10^{-7}

¿Puede explicar ésto?. Si es así, ¡Felicidades!, está usted comprendiendo.

De aquí en adelante, usted tratará de explicarse los cambios en las potencias, o bien solicite ayuda a su maestro.

3.- MULTIPLICACION.-

En ésta operación, las potencias de 10, pueden tener cualesquier valor y signo.

Para llevar a cabo la multiplicación, primero se multiplican las cantidades y finalmente, se suman las potencias con sus signos respectivos.

Ejemplos:

a) $3 \times 10^2 \times 2 \times 10^5 \times 1 \times 10^3 \times 7 \times 10^{-4}$

Resultado: $3 \times 2 \times 1 \times 7 = 42$

$$10^2 \times 10^5 \times 10^3 \times 10^{-4} = 10^{2+5+3-4} = 10^6$$

o sea: 42×10^6, que también se puede expresar así: 4.2×10^7

b) $60.1 \times 10^1 \times 300 \times 10^3 \times .03 \times 10^{-2} \times .6 \times 10^1$

Resultado: $60.1 \times 300 \times .03 \times .6 = 324.54$

$$10^1 \times 10^3 \times 10^{-2} \times 10^1 = 10^{1+3-2+1} = 10^3$$

o sea: 324.54×10^3, que también se puede expresar así: 3.2454×10^5

4.- DIVISION.-

En esta operación, las potencias de 10, pueden también tener cualquier valor y signo.

Para llevar a cabo la división, primero se dividen las cantidades entre sí, por separado, y luego se restan algebraicamente las potencias de 10, con sus signos respectivos: La del numerador menos la del divisor.

Ejemplos:

a) $4 \times 10^6 \div 3 \times 10^4$

Resultado: $4 \div 3 = 1.33$

$$10^6 \div 10^4 = 10^{6-4} = 10^2$$

o sea: 1.33×10^2

b) $50 \times 10^{4} \div 25 \times 10^{-2}$

Resultado: $50 \div 25 = 2$

$$10^{4} \div 10^{-2} = 10^{4-(-2)} = 10^{4+2} = 10^{6}$$

o sea: 2×10^{6}

c) $100 \times 10^{-1} \div 2 \times 10^{3}$

Resultado: $100 \div 2 = 50$

$$10^{-1} \div 10^{3} = 10^{-1-3} = 10^{-4}$$

o sea: $50 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3}$

d) $20 \times 10^{-3} \div 5 \times 10^{-1}$

Resultado: $20 \div 5 = 4$

$$10^{-3} \div 10^{-1} = 10^{-3-(-1)} = 10^{-3+1} = 10^{-2}$$

o sea: 4×10^{-2}

Pues bien, hemos visto como se realizan las operaciones básicas de la aritmética empleando la notación científica y hemos obtenido los resultados de dichas operaciones expresadas en notación científica.- Si en un momento dado, deseamos expresar en su forma común una cantidad con notación científica, será necesario eliminar al 10 con su potencia, para ello hay que seguir las dos siguientes reglas:

1o.- Si la potencia es positiva, el punto decimal ha de moverse a la derecha, tantas veces, como lo diga la potencia. Ejemplo:

a) $0.415 \times 10^{5} = 41500$

Aquí, hubo necesidad de completar con ceros, las cifras que faltaban.

b) $6.031 \times 10^{2} = 603.1$

2o.- Si la potencia es negativa, el punto decimal ha de moverse a la izquierda, tantas ve como lo indique el valor de la potencia.

Ejemplos:

a) $600 \times 10^{-2} = 6$

En este caso, no es necesario que aparezcan los dos ceros, pues no representarán ninguna cifra significativa.

b) $305.4 \times 10^{-3} = .3054$

c) $.95 \times 10^{-4} = .000095$

Aparecen cuatro ceros a la izquierda del 9 -- porque son necesarios, para completar los brincos del punto decimal, hacia la izquierda.

d) $.003 \times 10^{-5} = .00000003$

3-4 FUNCIONES TRIGONOMETRICAS Y SUS VALORES.- Como el estudio de las funciones trigonométricas toman como modelo el triángulo rectángulo, es conveniente que se defina en primer lugar, lo que es un triángulo. Pues bien, un -- [illegible]ulo, es una figura plana limitada por tres lados.

El triángulo rectángulo es un caso especial, pues dos de sus lados son perpendiculares entre si, es decir, forman un ángulo de 90°. A dichos lados se les llaman: CATETOS y al tercer lado del triángulo se le llama HIPOTENUSA.

En la siguiente figura 3-4-1, se presenta al -- triángulo recto y sus características:

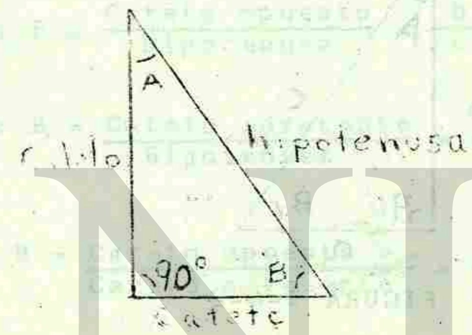


FIGURA 3-4-1

A los catetos se les llama también lados adyacentes del ángulo recto, y a la hipotenusa, - se le llama, el lado opuesto del ángulo recto.

En todo triángulo, la suma de sus tres ángulos es 180°, por lo tanto, en el caso del A y B, deberá ser de 90°. Precisamente estos dos ángulos, son los que tomaremos como base, para el estudio de las funciones trigonométricas.

Las funciones trigonométricas que serán tratadas solamente, son: Seno, Coseno y Tangente, para nuestros fines prácticos de la Física.

Dibujemos de nuevo el triángulo recto, figura 3-4-2:

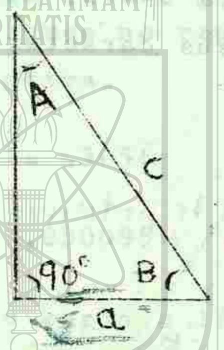


FIGURA 3-4-2

Obsérvese que la Hipotenusa a sido sustituída por la letra C, y los Catetos por las letras a y b. Pues bien, vamos a definir las tres funciones trigonométricas para los ángulos A y B

$$\text{Sen A} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{Cos A} = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{Tg A} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

Sen A quiere decir: Seno del ángulo A, CosA es coseno del ángulo A, y TgA es tangente del ángulo A.

Ahora para el ángulo B:

$$\text{Sen B} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{Cos B} = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{Tg B} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}} = \frac{b}{a}$$

Recuerden que A y B son ángulos y que por lo tanto, sus funciones trigonométricas requieren valores númericos. Para encontrar dichos valores, han de emplearse las Tablas Trigonométricas, que a continuación explicaremos su uso.

Las Tablas Trigonométricas dan los valores de las funciones Seno, Coseno y Tangente, por lo general desde 0^o hasta 90^o, de grado a grado.

Supongamos que buscamos el seno de 28°, entonces encontraremos primero el ángulo de 28° en su columna y horizontalmente a la derecha de 28°, bajo el encabezado de otra columna que diga seno, estará el valor de Sen 28° que es .4694 Según la Tabla 3-4-1

TABLA 3-4-1

Angulo	Sen	Cos	Tg
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
28°	.4694	.8829	.5317
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—

Como apreciaremos, en la misma ila horizontal, aparecen también los valores del Coseno y de la Tangente del mismo ángulo. El problema cuando se nos pidiese la función trigonométrica de un ángulo que no aparezca en la tabla, como por ejemplo: 60.4°, para resolver cualquier problema parecido, se ha de seguir el Método de la Interpolación, es decir, buscar en la tabla el ángulo inmediato superior y el ángulo inmediato inferior a 60.4°, y determinar el valor de la función trigonométrica de cada uno de los ángulos anteriores en la tabla, y luego proceder a la interpolación. De nuevo, usando la tabla de las funciones trigonométricas: 3-4-2.

TABLA 3-4-2

Angulo	Seno	Cos	Tg
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
60°	.8660	.5000	1.7320
61°	.8746	.4848	1.8040
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—

Como 60.4° está entre 60.0° y 61.0°, se puede hacer lo siguiente: Restar 60.4° de 61.0° ---

(porque, como se observa en la tabla 3-4-2, -los valores del seno crecen al aumentar el ángulo) resultando .6°, enseguida se restan 60° de 61° resultando 1° y finalmente se restan -los valores de:

sen 60° a sen 61°, o sea:

$$.8746 - .8660 = .0086$$

Con los resultados anteriores, plantearemos -la siguiente regla de tres simple directa:

En 1° hay diferencia .... .0086

En .6° cuanta diferencia habrá X

Resultando: $X = \dfrac{.0086 \times .6^{\circ}}{1^{\circ}} = .00516$

Observe como se despejó la incógnita X

En la regla de tres simple directa, las cantidades que están en escuadra con X, siempre --aparecerán multiplicándose entre si en el numerador, y la cantidad que está diagonalmente opuesta a X, aparecerá en el deonominador.

Por último, el valor de la incógnita X, se --resta del valor de Sen 61° o sea:

$.8746 - .00516 = \dfrac{.86944}{}$, este valor corres--ponde al Sen 60.4°

Para encontrar el valor del Sen 60.4°, tam--bién se puede hacer lo siguiente: Restar 60° de 60.4° resultando .4°, luego restar 60° de 61° resultando 1° y finalmente se restan los valores de Sen 60° a Sen 61° o sea: .8746 - .8660 = .0086 y con estos resultados, aplicar la regla de tres simple directa:

En 1° hay de diferencia .... .0086

En 4° cuanta diferencia habrá. X

Resultando: $X = \dfrac{.0086 \times .4}{1^{\circ}} = .00344$

Por último, el valor de la incógnita X, se -sumará al valor de Sen 60° o sea:

$.8660 + .00344 = \dfrac{.86944}{}$, éste valor corresponde al Sen 60.4°

Obsérvese que ahora, en lugar de restar el -valor de la incógnita el valor de Sen 61°, -se sumó, como ya se dijo anteriormente, al -aumentar el valor del ángulo, también aumenta la función del Seno.

Los mismos pasos que se siguieron para interpolar en el caso del Seno, también se siguen para interpolar en el caso de la Tangente, pues también el crecer el ángulo, aumenta el valor de la función tangente.

En lo que respecta al Coseno, sucede lo contrario, pues al crecer el ángulo la función Coseno disminuye, como puede verse en la Tabla 3-4-2. Las dos alternativas que se emplearon para calcular por interpolación del valor Sen 60.4°, también se aplican para calcular la función Coseno, pero hay que tener cuidado al momento de plantear la regla de tres simple directa y luego al sumar o restar el valor de la incógnita encontrada, para obtener el valor de la función.

Digamos que deseamos saber: el Cos 60.4° entonces, siguiendo la primera alternativa:

$$61.0^{\circ} - 60.4^{\circ} = .6^{\circ}$$

$$61.0^{\circ} - 60.0^{\circ} = 1.0^{\circ}$$

C - Cos 61° = .5000 - .4848 = .0152

En 1° hay diferencia .... .0152

En $.6^{\circ}$ que diferencía habrá X

$$X = \frac{.6^{\circ} \times .0152}{1^{\circ}} = .00912$$

Como $.6^{\circ}$ de diferencia se obtuvo restando: 60.4° de 61.0°, entonces .00912 corresponde a estos dos valores de ángulos, y como, a medida que crece el ángulo, la función disminuye, entonces .00912 ha de sumarse el valor de la función Cos 61°, o sea:

Cos 61° + .00912 = .4848+.00912 = .49392 = Cos 60.4°, o bien, siguiendo la segunda alternativa:

$$60.4^{\circ} - 60.0^{\circ} = .4^{\circ}$$

$$61.0^{\circ} - 60.0^{\circ} = 1.0^{\circ}$$

Cos 60° - Cos 61° = .5000 - .4848 = .0152

En 1° hay de diferencia ----------- .0152

En $.4^{\circ}$ que diferencia habrá ------- X

$$X = \frac{.4^{\circ} \times .0152}{1^{\circ}} = .00608$$

Como $.4^{\circ}$ se obtuvo restando 60° de 60.4°, entonces .00608 corresponde a éstos dos valores de ángulos, y como, a medida que crece el ángulo, la función disminuye, entonces. 00608 --

ha de restarse del valor de Cos 60º o sea:

Cos 60º - .00608 = .50000 - .00608 = .49392,

o sea:

Cos 60.4º = .49392

Se espera que con estos ejemplos, haya quedado comprendido el método para calcular el valor de una función trigonométrica, tanto para ángulo que se encuentre en la Tabla, como la de otro ángulo que no se encuentre en dicha Tabla, por interpolación.

Ahora manejamos el caso inverso de las funciones trigonométricas, es decir, que si conocemos el valor de la función, se tratará de encontrar el valor del ángulo correspondiente. Por ejemplo, que se desea saber el ángulo cuya Tangente es 1.7320, pues, no hay más que recurrir a la Tabla 3-4-2, buscamos en la columna de Tg el valor mencionado y a su izquierda estará el valor del ángulo buscado que es 60º.

La situación cambia si el valor dado no se encuentra en la columna, por ejemplo: 1.7524, y como puede verse, éste valor se encontrará en

entre 1.7320 y 1.8040 según la Tabla 3-4-2. Entonces, ha de seguirse el método de la interpolación ya mencionado, pero ahora se trata de encontrar el ángulo.

Pues bien, sigamos la siguiente alternativa.

$$61.0^{\circ} - 60.0^{\circ} = 1^{\circ}$$

$$\text{Tg } 61^{\circ} - \text{Tg } 60^{\circ} = 1.8040 - 1.7320 = .0720$$

$$1.8040 - 1.7524 = .0516$$

En 1º hay diferencia ----------- .0720

En cuántos grados habrá la diferencia.--------------------- .0516

$$X = \frac{1^{\circ} \times .0516}{.0720} = .7166^{\circ}$$

Estos grados: .7166, habrán de restarse de 61º, pues .0516 se obtuvo restando 1.7524 de 1.8040, por lo tanto:

$$61.0000^{\circ} - .7166^{\circ} = 60.2834^{\circ} = \text{ángulo buscado}$$

Si seguimos la otra alternativa, debemos obtener el mismo ángulo: 60.2834º, si tenemos cuidado en aplicarla. ¡Suerte!

Pues bien, lo mismo que hicimos para la tangente, se hace para el Seno y el Coseno. Practica con tus compañeros o Maestro.

Existen valores especiales de ángulos muy comunes y conviene los memorices, según la Tabla 3-4-3.

TABLA 3-4-3

Angulo	Seno	Coseno	Tangente
0^{o}	0	1.0	0
30^{o}	.5000	.8660	.5773
45^{o}	.7071	.7071	1.0000
60^{o}	.8660	.5000	1.7320
90^{o}	1.0000	0.0000	Infinito: ∞
180^{o}	0.0000	-1.0000	0.0000
270^{o}	-1.0000	0.0000	Infinito: ∞

3-5 ANGULOS MAYORES DE 90^{o}: También conviene que sepas como obtener los valores de las funciones trigonométricas cuyos ángulos sean mayores de 90^{o}, pues como ya se explicó, las tablas trigonométricas comunes, no traen dichos [valor]es. Para ésto vamos a estudiar los cuatro círculos de la Figura 3-5-1.

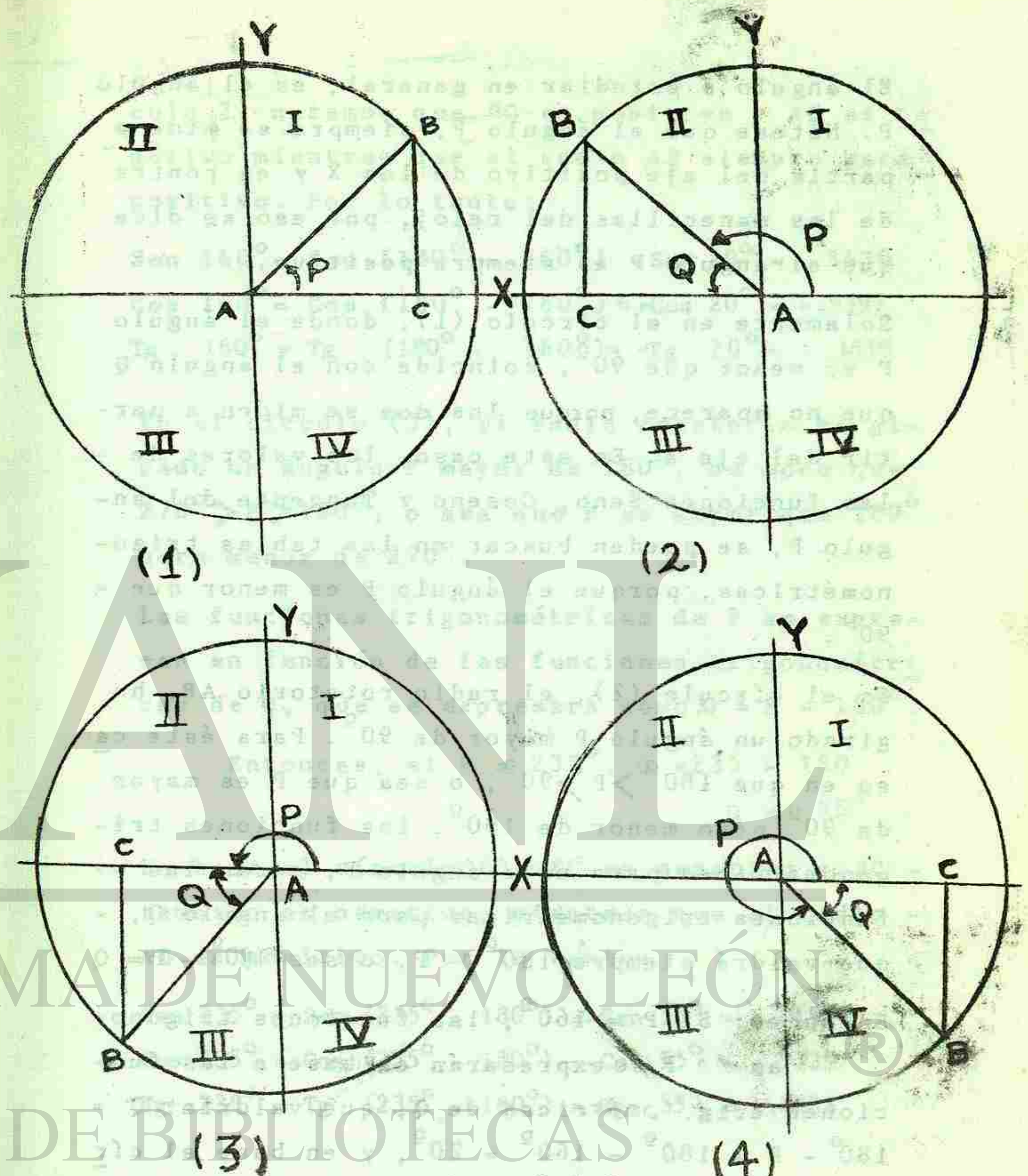


FIGURA 3-5-1

El ángulo a estudiar en general, es el ángulo P. Nótese que el ángulo P, siempre se mide a partir del eje positivo de las X y en contra de las manecillas del reloj, por eso se dice que el ángulo P es siempre positivo.

Solamente en el círculo (1), donde el ángulo P es menor que 90°, coincide con el ángulo Q que no aparece, porque los dos se miden a partir del eje X. En este caso, los valores de las funciones Seno, Coseno y Tangente del ángulo P, se pueden buscar en las tablas trigonométricas, porque el ángulo P es menor que 90°.

En el círculo (2), el radio rotatorio AB, ha girado un ángulo P mayor de 90°. Para éste caso en que $180^{\circ} > P > 90^{\circ}$, o sea que P es mayor de 90° pero menor de 180°, las funciones trigonométricas para éste ángulo P, serán las funciones trigonométricas para el ángulo Q, que valdrá siempre $180^{\circ} - P$, o sea: $180^{\circ} - P = Q$

Entonces: Si $P = 160^{\circ}$, las funciones trigonométricas de P se expresarán en base a las funciones trigonométricas de Q, que valdría: $Q = 180^{\circ} - P = 180^{\circ} - 160^{\circ} = 20^{\circ}$, y en base al círculo 2, notamos que BC es positivo y AC es negativo mientras que el radio AB siempre será positivo. Por lo tanto:

$\text{Sen } 160^{\circ} = \text{Sen } (180^{\circ} - 160^{\circ}) = \text{Sen } 20^{\circ} = .3420$

$\text{Cos } 160^{\circ} = \text{Cos } (180^{\circ} - 160^{\circ}) = -\text{Cos } 20^{\circ} = -.9397$

$\text{Tg } 160^{\circ} = \text{Tg } (180^{\circ} - 160^{\circ}) = -\text{Tg } 20^{\circ} = -.3639$

En el círculo (3), el radio rotatorio ha girado un ángulo P mayor de 180°, de modo que $270^{\circ} > P > 180^{\circ}$, o sea que P es mayor que 180° pero menor de 270°.

Las funciones trigonométricas de P se expresan en función de las funciones trigonométricas de Q, que se expresará como: $Q = P - 180^{\circ}$.

Entonces, si $P = 235^{\circ}$, $Q = 235 - 180$

$Q = 55^{\circ}$

En base al círculo (3) AC es negativo y BC también es negativo, mientras que el radio AB es positivo. Por lo tanto:

$\text{Sen } 235^{\circ} = \text{Sen } (235^{\circ} - 180^{\circ}) = -\text{Sen } 55^{\circ} = -.8191$

$\text{Cos } 235^{\circ} = \text{Cos } (235^{\circ} - 180^{\circ}) = -\text{Cos } 55^{\circ} = -.5735$

$\text{Tg } 235^{\circ} = \text{Tg } (235^{\circ} - 180^{\circ}) = \text{Tg } 55^{\circ} = 1.4281$

Finalmente, en base al círculo 4, el radio - AB, ha descrito un ángulo P, de tal manera - que $360^o > P > 270^o$, sea que P es mayor que -- 270^o pero menor que 360^o. Entonces, para éste caso, las funciones trigonométricas de P, serán las del ángulo Q, cuyo valor quedará - determinado por Q: $= 360^o - P$,

Entonces, si $P = 295^o$, $Q = 360^o - 295^o = 65^o$, y tomando en cuenta que AC es positivo, BC - negativo y que AB es positivo, determinaremos las funciones trigonométricas del ángulo P, en función del ángulo Q, o sea:

$\text{Sen } 295^o = \text{Sen } (360^o - 295^o) = -\text{Sen } 65^o = -.9063$

$\text{Cos } 295^o = \text{Cos } (360^o - 295^o) = \text{Cos } 65^o = .4226$

$\text{Tg } 295^o = \text{Tg } (360^o - 295^o) = -\text{Tg } 65^o = -2.1445$

Recomendación:-Para determinar el signo del valor de la función trigonométrica; Seno, Coseno y Tangente, es necesario que memorices cada círculo, imaginándote el triángulo en - cada caso, así como los signos de los catetos AC y BC del ángulo Q, ya que el signo -- del radio rotatorio AB que representa la hipotenusa, es siempre positivo.

3-6 LEY DE SENOS Y COSENOS: Estas dos leyes son muy útiles en la solución de los problemas - de triángulos. La ley de los cosenos sirve - para calcular la magnitud o valor de uno de los lados del triángulo, si se conocen los - otros dos lados del triángulo y el ángulo -- opuesto al lado desconocido. Por ejemplo, -- vea el siguiente triángulo de la Figura 3-6-1

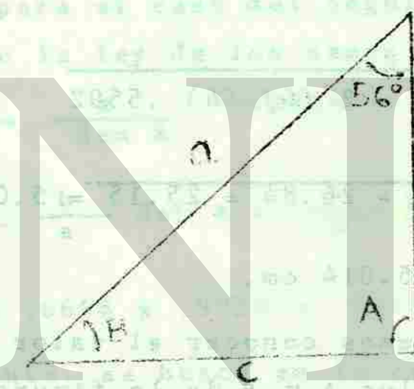


FIGURA 3-6-1

Supongamos que: a = 6 cm b = 4 cm. y que se desea saber el valor del tercer lado C del - triángulo, si el ángulo opuesto vale 56^o -- Primero enunciaremos la ley de los cosenos:

El lado desconocido de un triángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de cada uno de sus otros dos lados menos el doble producto de los dos lados multiplicados por el coseno del ángulo opuesto al lado desconocido.

Entonces, aplicando ésta ley, al problema -- del triángulo de la figura 3-6-1, tenemos:

$$C = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\ ab \cos 56^o}$$

o bien:

$$C = \sqrt{6^2 + 4^2 - 2\ (6)\ (4)\ .5592}$$

$$C = \sqrt{36 + 16 - 26.84} = 25.15 = 5.014$$

Entonces: C = 5.014 cm.

Ahora, si queremos conocer el valor de los - otros dos ángulos A y B de la figura, es necesario aplicar la ley de los senos.

La ley de los senos establece: El valor de - un lado del triángulo entre el seno de su ángulo opuesto es igual al valor de otro lado del mismo triángulo entre el seno de su ángulo ---- opuesto.

Entonces: $\dfrac{a}{\text{Sen A}} = \dfrac{c}{\text{Sen } 56^o}$

despejando Sen A tenemos:

$$\text{Sen A} = \text{Sen } 56^o \ \frac{a}{c} = .8290 \ \frac{6}{5.014}$$

$$\text{Sen A} = .8290 \times 1.5 = .9920$$

Buscando en la columna de senos el valor de .9920 en la tabla trigonométrica y por interpolación, encontramos que el ángulo A vale - 82.74°

Ahora, para el caso del ángulo B, aplicando de nuevo la ley de los senos:

$\dfrac{b}{\text{Sen B}} = \dfrac{a}{\text{Sen A}}$ despejando Sen B, tenemos:

$$\text{Sen B} = \frac{b}{a} \ \text{Sen A} = \frac{4}{6} \ \text{Sen } 82.74^o$$

$$\text{Sen B} = .6666 \times .9920 = .6612$$

Finalmente, se busca en la columna de senos de la tabla de funciones trigonométricas, -- .6612 y por interpolación se encuentra que - el ángulo B es 41.39°.

Ya habíamos dicho que la suma de los tres ángulos internos de cualesquier triángulo es - 180°, pues bien, si se suman los ángulos A, B y C, encontramos que se obtiene 180.13°, el punto trece (.13) excedente está dentro de la tolerancia de error, ya que los datos iniciales de las longitudes de los dos lados a y b, como el valor del ángulo c, fueron experimentales.

Resolvamos otro problema de triángulo según la fig. 3-6-2

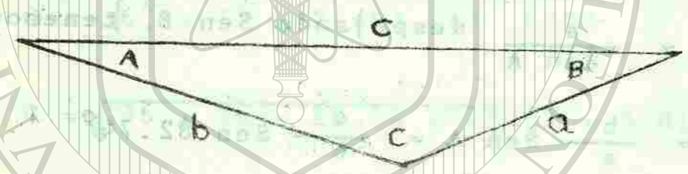


FIGURA 3-6-2

Digamos que: $a = 8$ cm., $b = 10$ cm. y $C = 137^{o}$

Se trata de encontrar el valor del lado c, aplicando la ley de los cosenos:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$$

Y sustituyendo cada una de las literales por sus valores conocidos;

$$c = \sqrt{8^2 + 10^2 - 2\ (8)\ (10)\ \text{Cos}\ 137^{o}}$$

Fíjese que ahora el ángulo es mayor de 90^{o} pero menor de 180^{o}, y aplicando lo que se aprendió en el estudio del vector rotatorio de los 4 círculos:

$\text{Cos}\ 137^{o} = \text{Cos}\ (180^{o} - 137^{o}) = -\ \text{Cos}\ 43^{o}$ o sea:

$\text{Cos}\ 137^{o} = -\ .7313$, sustituyendo esta valor en la raíz cuadrada:

$$c = \sqrt{64 + 100 - 160\ (-.7313) = 164 + 160\ (.7313)}$$

$$c = \sqrt{164 + 117 = 281} = 16.76 \text{ cm.}$$

Se deja pendiente el cálculo de los ángulos A y B, como práctica. Recuerda que A + B + C, deben dar muy aproximadamente 180^{o}.

3-7 TEOREMA DE PITAGORAS: Este teorema se aplica solamente a triángulos rectos y dice así:

El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de cada uno de los cuadrados de sus catetos. Tengamos el siguiente triángulo rectángulo, según figura 3-7-1.

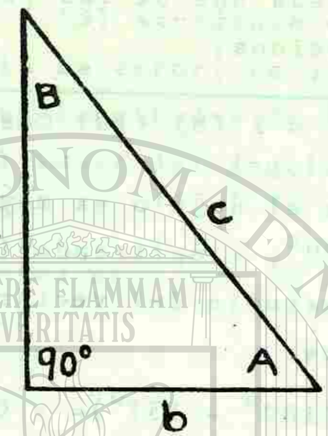


FIGURA 3-7-1

Expresando matemáticamente el teorema de Pitágoras, queda así:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

como se comprenderá:

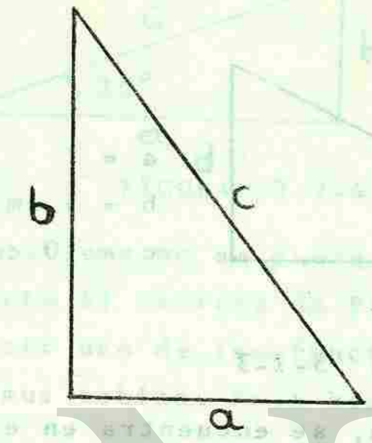
c = hipotenusa

a y b, son los catetos.

La ecuación del teorema de Pitagoras se puede obtener, a partir de la ley de los cosenos. ¿Puedes hacerlo? inténtalo.

La ecuación del teorema de Pitágoras es útil para la solución de triángulos rectangulares.

Por ejemplo, si tenemos el siguiente triángulo recto:



a = 3 cm

b = 4 cm

c = ?

FIGURA 3-7-2

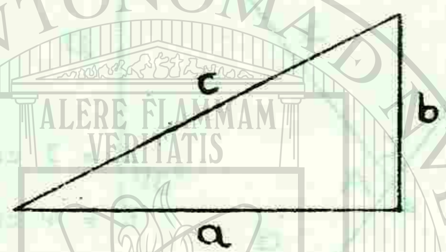
Para encontrar el valor de c. aplicamos directamente la ecuación de Pitágoras.

$$c^2 = (3)^2 + (4)^2 = 9 + 16 = 25$$

Entonces despejando c, tenemos:

$$c = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$$

O bien, el otro caso es, cuando desconocemos cualesquiera de los catetos.



$a = ?$

$b = 5$ cm

$c = 10$ cm

FIGURA 3-7-3

Como la incógnita a, se encuentra en el miembro derecho de la ecuación de Pitágoras, ha de despejarse, resultando:

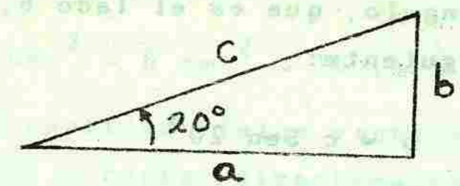
$a^2 = c^2 - b^2$ y sustituyendo los valores de c y b, tenemos:

$a^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$

$a = \sqrt{75} = 8.66$ cm.

Hay otro tipo de problemas en los cuales se combina la ecuación de Pitágoras y las funciones trigonométricas, ejemplo:

a) Se tiene el siguiente triangulo:



$c = 20$ cm

$b = ?$

$a = ?$

FIGURA 3-7-4

Este problema no se puede resolver empleando solamente el teorema de Pitágoras, sino hay que hacer uso de las funciones trigonométricas y sus tablas. Pues bien:

Como $\cos 20^\circ = \frac{a}{c}$ entonces despejando a,

$a = c \cos 20^\circ$

$a = 20 \times .9397 = 18.79$ cm

Ahora podemos seguir dos caminos: Usar el teorema de Pitágoras despejando b de su ecuación, pues ya conocemos c y a, y así calcular su valor, o bien, utilizar las funciones trigonométricas. Vamos a hacer lo último. (tu puedes emplear paralelamente el método de Pitágoras si lo deseas, con el fin de comparar rapidea y resultados).

Pues bien, para encontrar el valor del tercer lado del triángulo, que es el lado b, podemos hacer lo siguiente:

$\text{Sen } 20^o = \frac{b}{c}$ o, $b = c \text{ Sen } 20^o$

$b = 20 \times .3420 = 6.84$ cm.

o bien: $\text{tg } 20^o = \frac{b}{a}$; $b = a \text{ Tg } 20^o$

$b = 18.79 \times .3639 = 6.84$ cm.

Como se puede apreciar, usando ya sea Seno o Tangente, el resultado fué el mismo. El mismo resultado deberá obtenerse si usamos el teorema de Pitágoras.

3-8 VECTORES: Las cantidades físicas fundamentales y derivadas se subdividen en: cantidades físicas escalares y cantidades físicas vectoriales.

Una cantidad física escalar es la que se caracteriza unicamente por su valor numérico y unidades. Ejemplos: la masa, el tiempo, el área, el volúmen, etc., además, se pueden sumar directamente o restar, digamos:

3 Kg + .5 Kg + 100 Kg nos dan un total de 103.5 Kg. o bien:

$20 \text{ cm.}^2 - 6 \text{ cm.}^2 = 14 \text{ cm.}^2$

Una cantidad física vectorial, no se puede sumar o restar directamente como se hizo con los escalares, pues para identificar completamente a una cantidad vectorial se necesitan además del valor numérico y sus unidades, de la dirección y sentido. Por lo tanto, una cantidad física vectorial se caracteriza por tener: Magnitud, Dirección y Sentido.

Vamos a aclarar cada uno de los términos que caracterizan a una cantidad vectorial:

Magnitud: Es el valor numérico y unidades.

Dirección: Es el ángulo formado con el eje + X.

Sentido: Es hacia donde se dirige o apunta la cantidad vectorial.

Como ejemplos de cantidades físicas vectoriales tenemos: al desplazamiento, a la velocidad, a la aceleración, a la fuerza, al peso, etc.

Toda cantidad física vectorial, es representada por un vector. Pues bien, ¿Que es un -- vector? y diremos:

Un vector es un segmento de línea recta, de una longitud a escala (magnitud) con una punta de flecha en uno de sus extremos (sentido) y formando un ángulo con el eje positivo de las X (dirección).

La siguiente figura nos aclarará el concepto de vector:

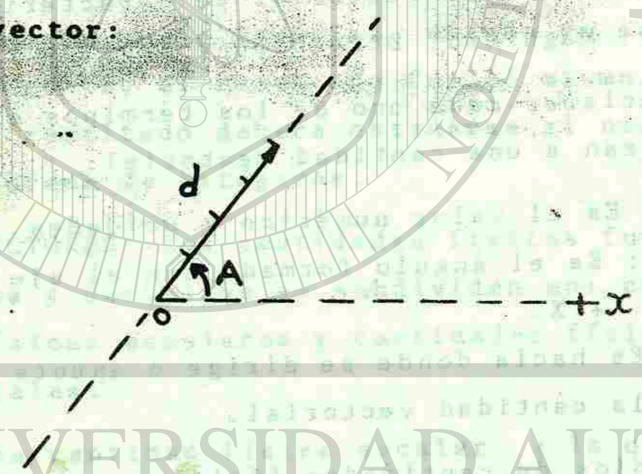


FIGURA 3-8-1

OBSERVACIONES:

d, representa desplazamiento y la flecha segmento de línea recta, representa el vector - desplazamiento.

La punta de la flecha es el sentido del vector.

A es la dirección del vector: Nótese que se mide en contra de las manecillas del reloj y a partir del eje X positivo. O indica el origen del vector.

A la línea formada por rayitas y que se traza a lo largo del vector, se llama: Línea de acción del vector.

Las rayitas que están sobre el vector, indican que se ha trazado en base a una escala, para representar así la magnitud del vector.

COMPOSICION Y DESCOMPOSICION VECTORIAL:-

Los vectores que representan a las cantidades físicas vectoriales, ya mencionadas como ejemplos, se pueden sumar empleando para --- ello dos métodos generales: el método gráfico o geométrico y el método analítico.

El método gráfico o geométrico se subdivide a su vez en dos: El método del paralelogramo (empleado para el caso de dos vectores) y el método del Polígono (empleado para el caso - de más de dos vectores).

Los dos métodos gráficos, no se tratarán en el presente escrito, pues se realizarán en el Laboratorio de Física.

En cuánto al Método analítico, se divide también en dos: El método de la Ley de los Cosenos y de los Senos, y el de Pitágoras (aplicables para dos vectores) y el Método de la Descomposición y Composición vectoriales.

3-9 METODO DE LA LEY DE LOS COSENOS Y DE LOS SENOS Y TEOREMA DE PITAGORAS: Antes de iniciarnos en la aplicación de estas leyes, es necesario dar una breve descripción de los ejes cartesianos y sus características (esto también ya se debió de haber tratado en las prácticas de Física).

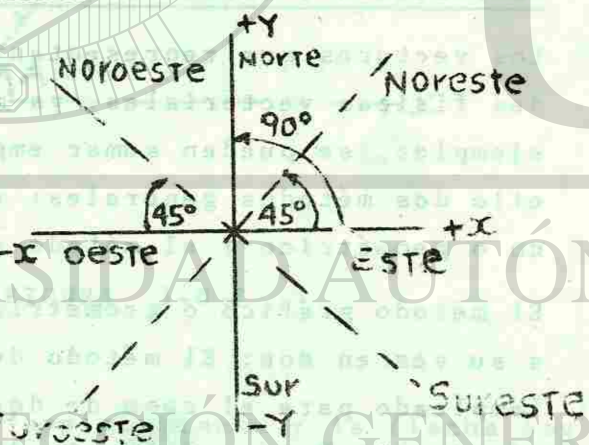


FIGURA 3-9-1

OBSERVACIONES SOBRE LA FIGURA;

1.- Los ejes X, Y; se cruzan en un punto llamado: Orígen de los ejes, formando un ángulo de 90^{o}.

2.- Al eje + Y, se le llama también eje norte
Al eje - Y, se le llama también eje sur
Al eje + X se le llama también eje este
Al eje - X se le llama también eje oeste

3.- Entre el eje Norte y el eje Este, se encuentra exactamente a la mitad, el eje Noreste.

Entre el eje Norte y el eje Oeste, se encuentra exactamente a la mitad, el eje Noreste.

Entre el eje Sur y el eje Oeste, se encuentra exactamente a la mitad, el eje Suroeste, y:

Entre el eje Sur y el eje Este, se encuentra exactamente a la mitad, el eje Sureste.

3-10 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.-

En esta sección, los problemas se podrán resolver, usando el Método de Pitágoras o por la Ley de los Senos y Cosenos.

1.- Una persona se desplaza hacia el norte 1.5 Km. y luego se dirige hacia el Este 2.5 Km. Encontrar la magnitud, dirección y sentido del vector desplazamiento resultante.

NOTA: Se le llama: vector desplazamiento resultante, al vector que se obtiene al sumar vectorialmente dos o más vectores desplazamiento; también se le llama: El desplazamiento neto.

SOLUCION: En todos los problemas de suma de vectores, es necesario que se haga un diagrama vectorial: Dibujo que comprende a los vectores, con sus ángulos y sentidos de cada uno, por lo tanto:

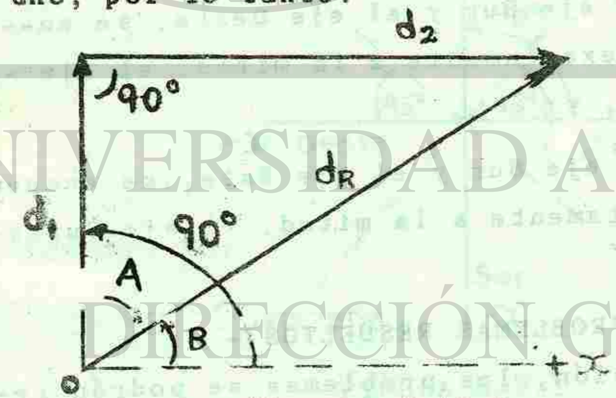


figura 3-10-1

d_R, es el vector desplazamiento resultante. Como d_1 y d_2 forman un ángulo de 90°, entonces aplicamos el teorema de Pitágoras y tenemos:

$$d_R^2 = d_1^2 + d_2^2, \quad d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

$$d_R = \sqrt{(1.5)^2 + (2.5)^2} = 2.25 + 6.25 = 8.50$$

$d_R = 2.91$ Km. (magnitud: o distancia)

Para encontrar la dirección de d_R es necesario calcular primero el ángulo A del diagrama vectorial, y como:

$T_g\ A = \dfrac{d_2}{d_1}$, y sustituyendo los valores de: d_2 y d_1 tenemos:

$$Tg\ A = \frac{2.5}{1.5} = 1.6666$$

Entonces: $A = 59.03^\circ$

Enseguida se calcula el ángulo B:

$$B = 90^\circ - A = 90^\circ - 59.03^\circ = 30.97^\circ$$

Entonces, la dirección de d_R es 30.97°

Recuerda; la dirección de un vector es el ángulo que forma con el eje positivo de las X medido en contra de las manecillas del reloj.

El sentido de d_R lo indica su punta de flecha, ¿cómo se sabe dónde debe ir la punta de la flecha del vector resultante?, ah, pues trazando el vector resultante desde el origen O del primer vector a la punta del último vector. Entonces la punta del vector resultante, debe topar con la punta del último vector.

2.- Un vehículo se dirige hacia el oeste y después de moverse 100 millas se dirige luego hacia el sur, por 65 millas. ¿Cuál fué su desplazamiento resultante en magnitud, dirección y sentido?.

SOLUCION:- Diagrama Vectorial:

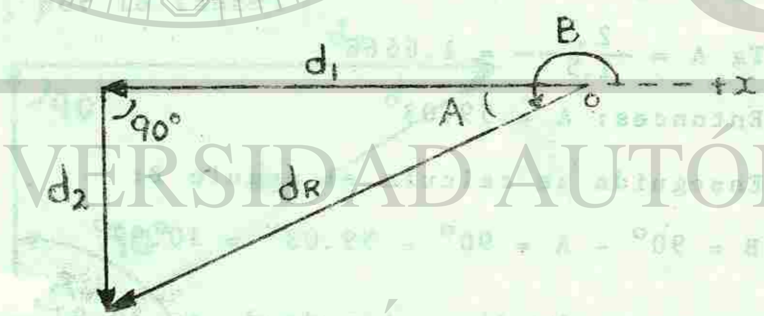


FIGURA 3-10-2

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = (100)^2 + (65)^2 = 10,000 + 4225$$

$d_R = \sqrt{14225} = 119.26$ Millas (magnitud: distancia)

La dirección será el ángulo B, O:

$B = 180^o + A$

Pero: $\quad Tg\ A = \dfrac{d_2}{d_1} = \dfrac{65}{100} = .65$

Entonces: $A = 33.02^o$

Así es que $B = 180^o + 33.02^o$

$B = 213.02^o$

El sentido lo indicará la punta de su flecha

3.- Determina la magnitud, dirección y sentido, del vector neto, que un móvil desarrolla, al moverse 600 metros al sur y luego 1000 metros al este.

SOLUCION:- Diagrama Vectorial

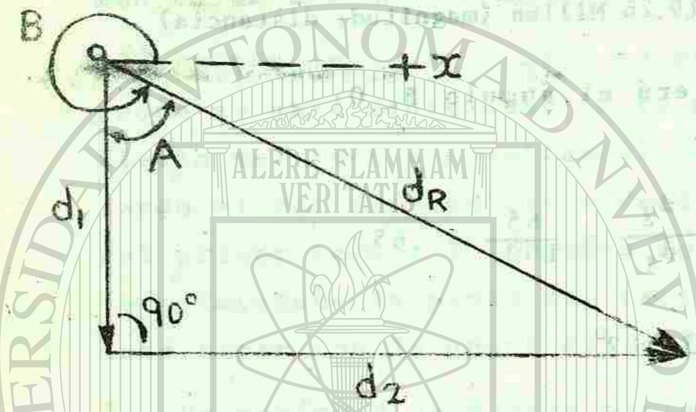


FIGURA 3-10-3

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 = (600)^2 + (1000)^2 = 360000 + 1000000}$$

$$d_R = \sqrt{1360\,000} = \sqrt{1.36 \times 10^6} = 1.166 \times 10^3$$

d_R = 1166 metros (magnitud: distancia)

Dirección: $B = 270^\circ + A$

$$\text{Tg } A = \frac{d_2}{d_1} = \frac{1000}{600} = 1.6666$$

$A = 59.03^\circ$

Por lo tanto: $B = 270^\circ + 59.03^\circ$

o sea; $B = 329.03^\circ$

El sentido lo indica su punta de flecha.

4.- Ahora, en éste problema y en los que si-guen, se tratarán problemas en los que, los dos vectores no forman entre sí ángulos de 90°, por lo que ya no es posible aplicar directamente el teorema de Pitágoras, sino la ley de **Senos y Cosenos**.

Un caminante se desplaza 900 piés al Norte y luego 1100 piés al Sureste. Calcular el desplazamiento neto en magnitud, dirección y sentido del caminante.

<u>SOLUCION</u>: El diagrama vectorial es el siguiente:

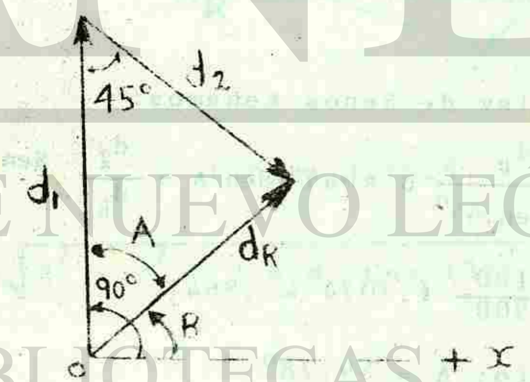


FIGURA 3-10-4

Para calcular la magnitud del desplazamiento resultante:

d_R aplicamos directamente la Ley de los Cosenos.

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1\ d_2\ \text{Cos}\ 45^o}$$

$$d_R = \sqrt{(900)^2 + (1100)^2 - 2\ (900)\ (1100)\ (.707)}$$

$$d_R = \sqrt{810000 + 1210000 - 1399860} = \sqrt{620,140}$$

d_R = 787.48 piés (magnitud: distancia)

Para encontrar la dirección del vector neto, o sea el ángulo B, es necesario calcular el ángulo A.

Usando la ley de Senos tenemos:

$$\frac{d_2}{\text{Sen A}} = \frac{d_R}{\text{Sen } 45^o} \quad \text{o sea:} \quad \text{Sen A} = \frac{d_2}{d_R}\ \text{Sen } 45^o$$

$$\text{Sen A} = \frac{1100}{900}\ (.707) = .8641$$

Por lo tanto: $A = 59.78^o$

Ahora si, $B = 90^o - A = 90^o - 59.78^o$

Finalmente $B = 30.22^o$ (dirección)

El sentido del vector neto, lo indica su punta de flecha.

5.- Un corredor se desplaza 2000 metros hacia el Noroeste y luego 3500 metros al Oeste. Encontrar la magnitud, dirección y sentido del vector desplazamiento resultante.

SOLUCION:- Hagamos el diagrama vectorial:

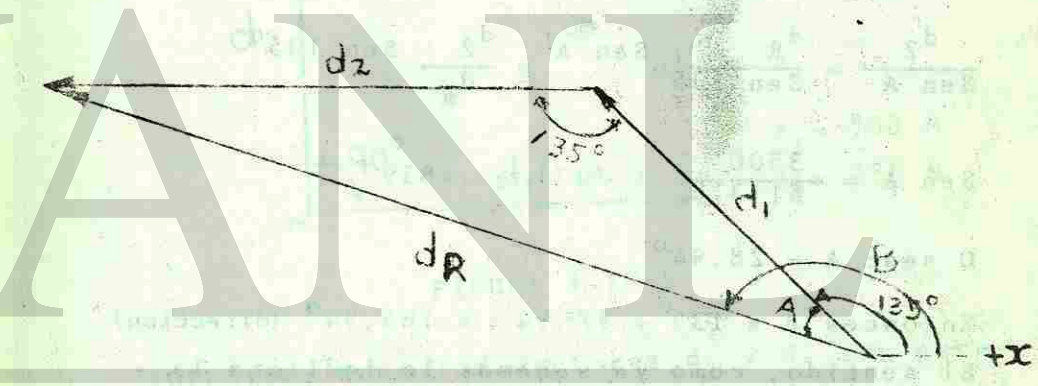


FIGURA 3-10-5

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2\ d_1 d_2\ \text{Cos } 135^o}$$

$$d_R = \sqrt{(2000)^2 + (3500)^2 - 2\,(2000)\,(3500)\,(-.707)}$$

$$d_R = \sqrt{4000000 + 12250000 + 140000000 \times .707}$$

$$d_R = \sqrt{16250000 + 9898000} = 26148000$$

d_R = 5113.51 Metros (magnitud: distancia)

Para encontrar B, hemos de calcular primero el ángulo A, por la Ley de Senos:

$$\frac{d_2}{\text{Sen A}} = \frac{d_R}{\text{Sen } 135^\circ} \therefore \text{Sen A} = \frac{d_2}{d_R} \text{ Sen } 135^\circ$$

$$\text{Sen A} = \frac{3500}{5113.5}\ (.707) = .4839$$

O sea: A = 28.94°

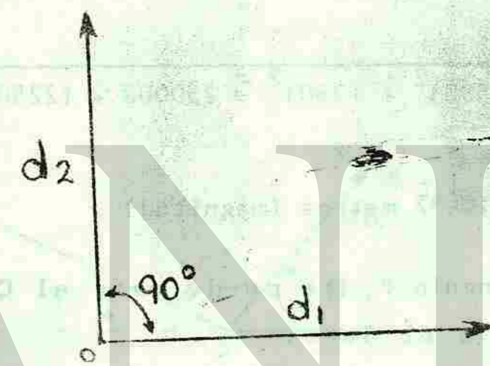
Entonces B = 135° + 28.94° = 163.94° (dirección)

El sentido, como ya sabemos lo indicará la punta de flecha de d_R.

6.- Muy a menudo, los problemas vectoriales se presentan o enuncian de un modo diferente a como se han presentado los anteriores, pero la aplicación del teorema de Pitágoras y de la Ley de Senos y Cosenos es la misma:

A continuación se presentarán algunos problemas:

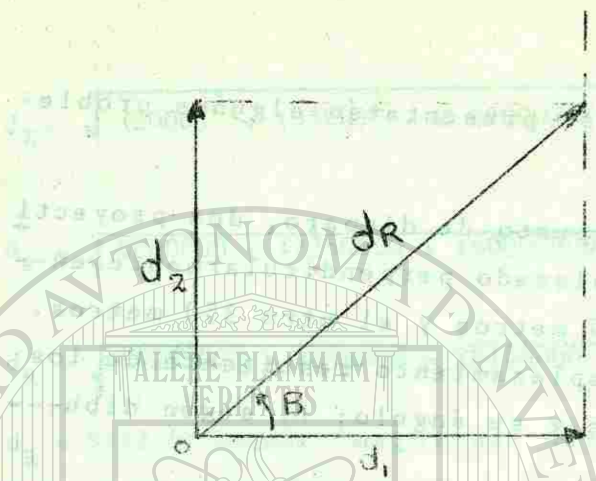
Desde un mismo punto de disparo, dos proyectiles se han desplazado perpendicularmente entre sí; uno 500 metros y el otro 350 metros. Calcular el desplazamiento resultante de los dos proyectiles y su ángulo; B, según dibujos:



d_1 = 500 M
d_2 = 350 M

FIGURA 3-10-6

SOLUCION: Como los vectores d_1 y d_2 son perpendiculares entre sí, hemos de aplicar el teorema de Pitágoras y obtener el siguiente dibujo:



$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = (500)^2 + (350)^2 = 250000 + 122500$$

$$d_R = \sqrt{372{,}500} = 610.32 \text{ metros (magnitud)}$$

Para calcular el ángulo B, se puede usar el Coseno, la Tangente o el Seno.

Usemos la tangente, para eso, se ha de imaginar siempre, que el vector d_2, o sea el lado opuesto del ángulo B, se ha trasladado imaginariamente como se muestre en el dibujo anterior, por lo tanto:

$$Tg\ B = \frac{d_2}{d_1} = \frac{350}{500} = .7000$$

o sea: $B = 34.99^{\circ}$

Nótese como en la solución de este problema, se ha dibujado un paralelogramo.

7.- Dos autos parten del mismo punto formando un ángulo de 150° sus vectores desplazamien-- to, según figura, calcular su desplazamiento neto entre los dos vectores y su ángulo B.

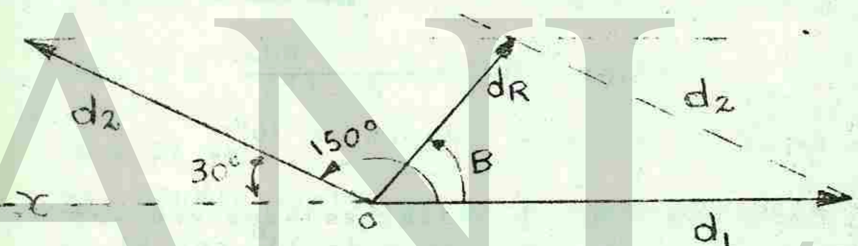


FIGURA 3-10-7

$d_1 = 500$ Millas y $d_2 = 400$ Millas.

SOLUCION:- Como los dos vectores ya no son -- perpendiculares entre sí, ha de usarse la Ley de los Cosenos para encontrar la magnitud del vector resultante. Antes de aplicar la ecua-- ción, hemos de dibujar de nuevo la figura, de modo que el triángulo esté más claro:

FIGURA 3-10-8

¿Qué de donde salió el ángulo de 30°?

Pués bien, si observamos el primer dibujo, veremos que d_2 forma un ángulo de 30° con el eje X negativo, que será el mismo ángulo que forma d_2 en la segunda figura para formar el triángulo, necesario para aplicar la Ley de los Cosenos, por lo tanto:

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2\, d_1\, d_2 \cos 30^\circ}$$

$$d_R = \sqrt{(500)^2 + (400)^2 - 2\,(500)\,(400)\,(.866)}$$

$$d_R = \sqrt{250000 + 160000 - 400000 \times .866}$$

$$d_R = \sqrt{410000 - 346\,400 = 63600}$$

d_R = 252.19 Millas (magnitud)

Ahora, si aplicamos la Ley de los Senos al triángulo formado, tenemos:

$$\frac{d_2}{\text{Sen } B} = \frac{d_R}{\text{Sen } 30^\circ}; \quad \text{Sen } B = \frac{d_2}{d_R} \text{ Sen } 30^\circ$$

$$\text{Sen } B = \frac{400}{253.19}\,(.500) = .7930$$

$B = 52.46^\circ$

8.- Dos cohetes parten de un mismo punto, según el siguiente dibujo, calcular la magnitud del vector desplazamiento neto, entre los dos cohetes y su ángulo B.

d_1 = 250 Km

d_2 = 700 Km

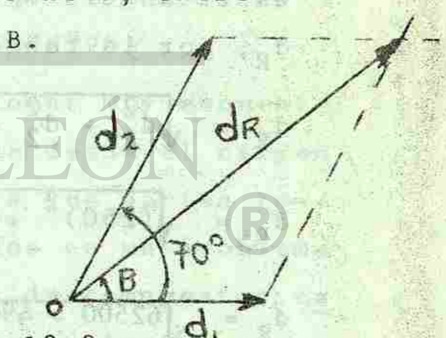


FIGURA 3-10-9

SOLUCION: - Dibujando de nuevo el esquema - vectorial anterior, para resaltar el triángulo formado por d_1 y d_2, y así explicar -- más claramente la Ley de los Cosenos:

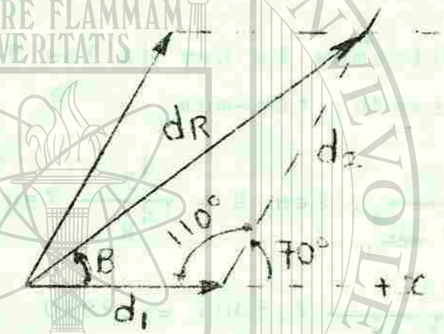


FIGURA 3-10-10

El ángulo de 110^o es la diferencia de: ---- $(180^o - 70^o)$ y es necesario conocerlo, pues es el ángulo opuesto al vector resultante - d_R, por lo tanto:

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2\, d_1 d_2 \text{ Cos } 110^o}$$

$$d_R = \sqrt{(250)^2 + (700)^2 - (250)\,(700)\,(-.3420)}$$

$$d_R = \sqrt{62500 + 490000 + 350000 \times .3420}$$

$$d_R = \sqrt{552,500 + 119700 = 672200}$$

d_R = 819.87 Km.

El ángulo B, se ha de calcular con la Ley de los Senos:

$$\frac{d_R}{\text{Sen } 110^o} = \frac{d_2}{\text{Sen B}} : \text{Sen B} = \frac{d_2}{d_R} \text{ Sen } 110^o$$

$$\text{Sen B} = \frac{700}{819.87} (.9397) = .8023$$

$B = 53.35^o$

3-11 METODO DE LA DESCOMPOSICION Y COMPOSICION DE VECTORES.

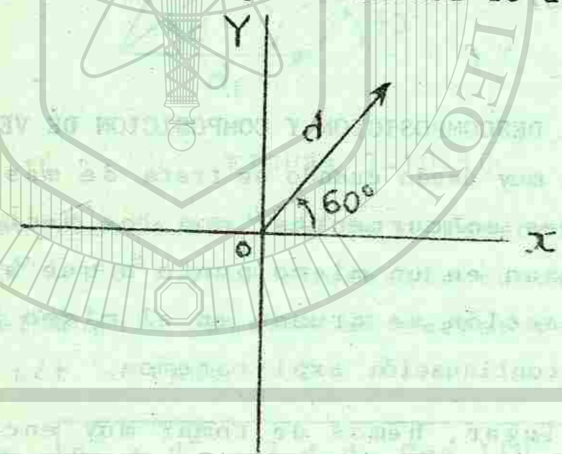
Este método; muy usado cuando se trata de más de - dos vectores concurrentes; son los vectores que se cruzan en un mismo punto o que sus -- líneas de acción se cruzan en el mismo punto, es el que a continuación explicaremos.

En primer lugar, hemos de tomar muy encuenta los ejes cartesianos, porque desde el origen de dichos ejes, se considera que parten to-- dos los vectores involucrados en un problema dado, los cuales han de ser descompuestos cada uno en sus dos componentes únicos y per--

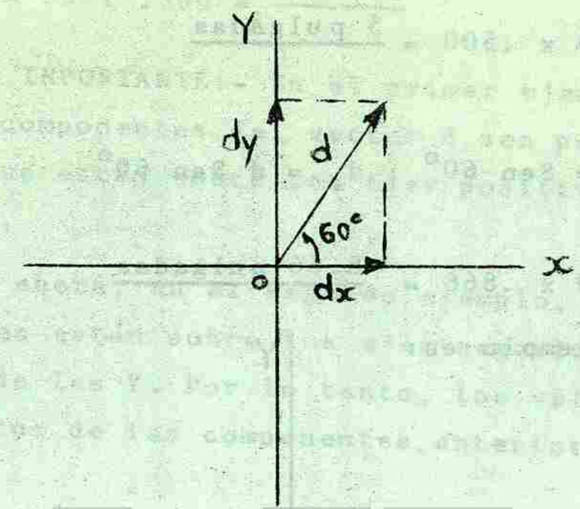
pendiculares entre sí; cada componente ha de ser paralelo a uno de los dos ejes cartesianos. Antes de continuar, se verá como se descompone un vector, en sus dos componentes como se acaba de expresar.

Sea el vector d, que forma un ángulo de 60^o con el eje + X y cuya magnitud sea 10 pulgadas.

El siguiente esquema aclara lo anterior:



Ahora, procedamos a descomponer a d:



Obsérvese como ha sido descompuesto el vector d: La componente d_X sobre el eje X y la componente d_Y sobre el eje Y.

Los valores de cada componente, se obtienen aplicando las funciones trigonométricas, --- pués las dos componentes son perpendiculares entre sí,

Entonces:

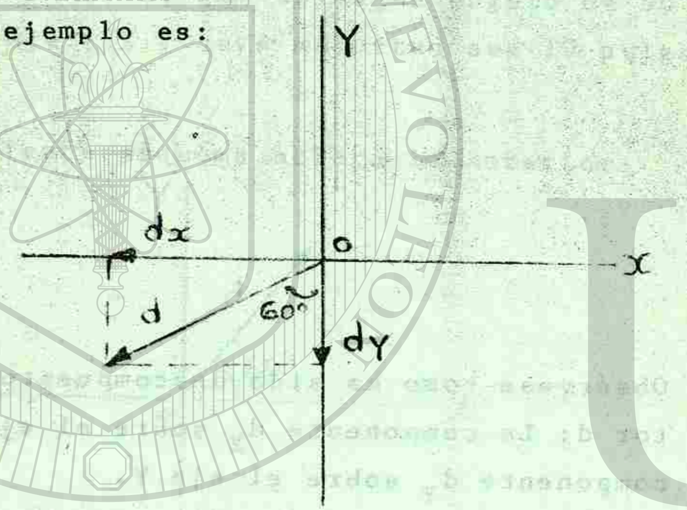
$$\frac{d_X}{d} = \text{Cos } 60^o \; : \; d_X = d \text{ Cos } 60^o$$

$d_X = 10 \times .500 = \underline{5 \text{ pulgadas}}$

$\frac{d_Y}{d} = \text{Sen } 60^\circ : d_y = d \text{ Sen } 60^\circ$

$d_Y = 10 \times .866 = \underline{8.66 \text{ pulgadas}}$

Otro ejemplo es:



Supongamos que ahora: d = 50 Cm. Entonces:

$\frac{d_X}{d} = \text{Sen } 60^\circ : d_X = d \text{ Sen } 60^\circ$

$d_X = 50 \times .866 = \underline{43.30 \text{ cm.}}$

$\frac{d_Y}{d} = \text{Cos } 60^\circ : d_Y = d \text{ Cos } 60^\circ$

$d_Y = 50 \times .500 = \underline{25 \text{ cm.}}$

NOTA IMPORTANTE:- En el primer ejemplo las dos componentes del vector d son positivas, porque están sobre los ejes positivos de X y de Y.

Pero ahora, en el segundo ejemplo, las componentes están sobre los ejes negativos de las X y de las Y. Por lo tanto, los valores correctos de las componentes anteriores deben ser:

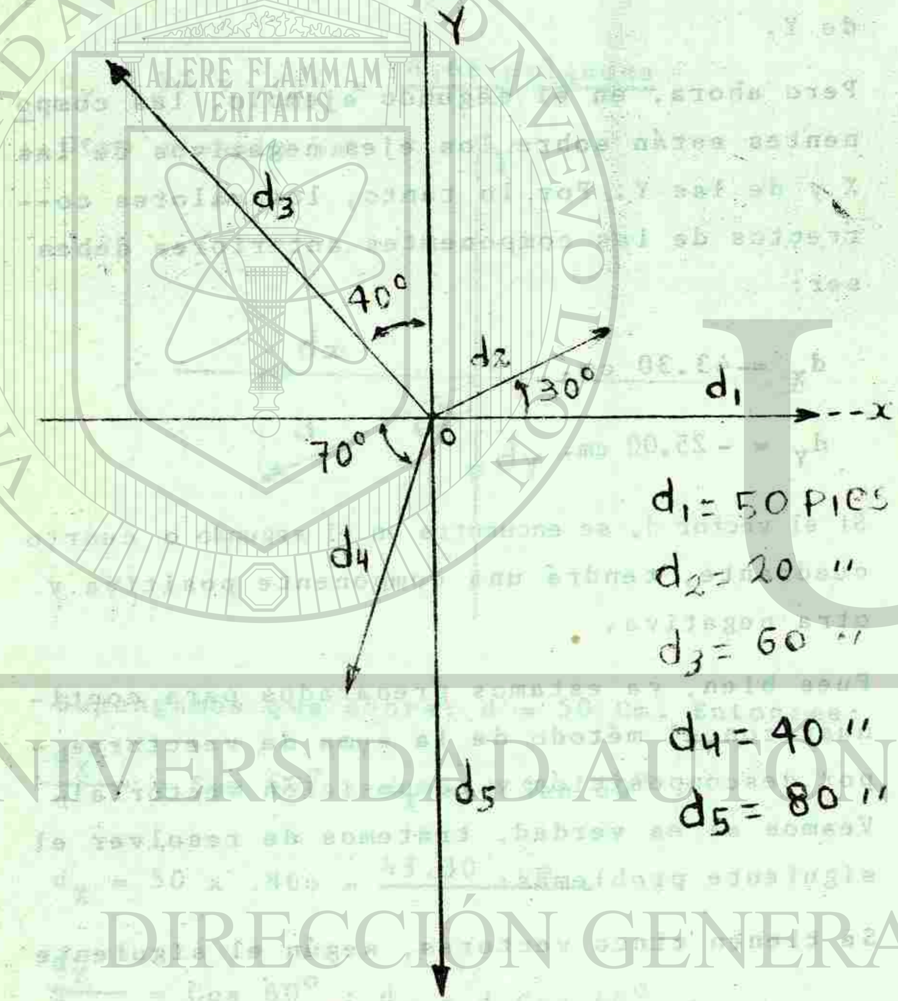
$d_X = -43.30$ cm.

$d_Y = -25.00$ cm.

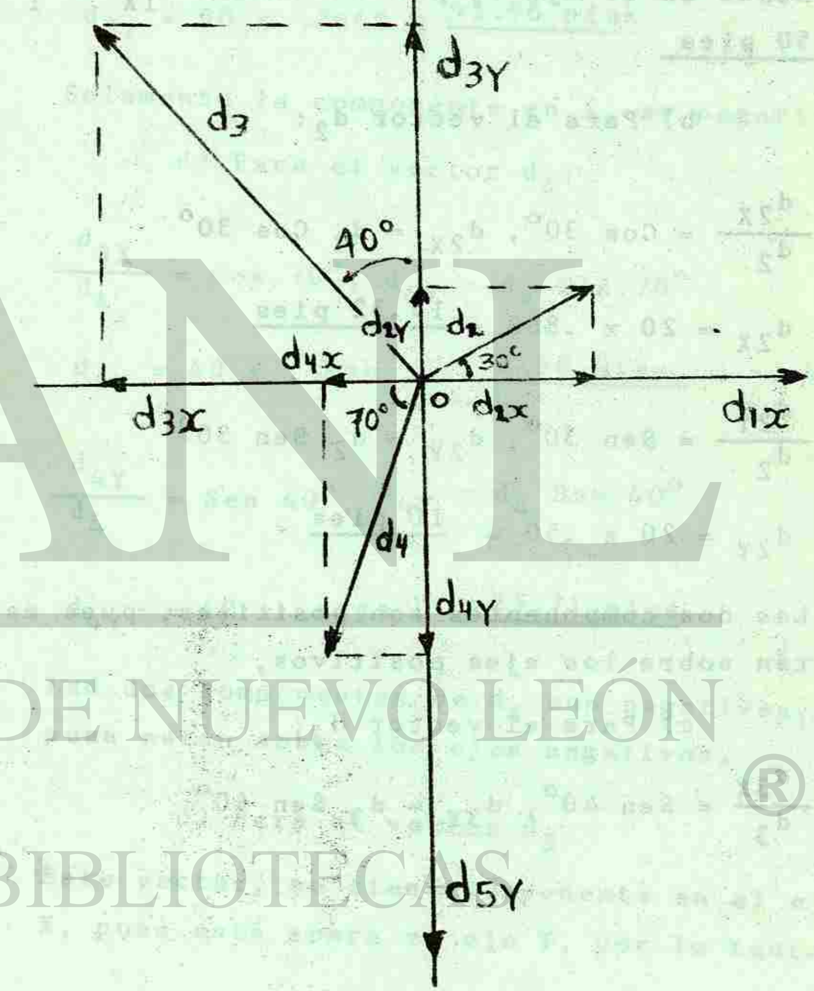
Si el vector d, se encuentra en el segundo o cuarto cuadrante, tendrá una componente positiva y otra negativa.

Pues bien, ya estamos preparados para continuar con el método de la suma de veectores por descomposición y composición vectorial. Veamos si es verdad, tratemos de resolver el siguiente problemas:

Se tienen cinco vectores, según el siguiente diagrama vectorial:



Primer paso: Descompongamos cada vector en - sus dos componentes, según muestra el si---- guiente esquema:



Segundo paso: Encontraremos el valor de cada componente de los vectores.-

a) Para el vector d_1:

Como d_1 está sobre el eje X, no tiene componente en el eje Y, por lo tanto: $d_{1X} = d_1 =$ <u>50 pies</u>

b) Para el vector d_2:

$$\frac{d_{2X}}{d_2} = \text{Cos } 30^o,\ d_{2X} = d_2 \text{ Cos } 30^o$$

$$d_{2X} = 20 \times .866 = \underline{17.32 \text{ pies}}$$

$$\frac{d_{2Y}}{d_2} = \text{Sen } 30^o,\ d_{2Y} = d_2 \text{ Sen } 30^o$$

$$d_{2Y} = 20 \times .50 = \underline{10 \text{ pies}}$$

Las dos componentes son positivas, pues están sobre los ejes positivos,

c) Para el vector d_3:

$$\frac{d_{3X}}{d_3} = \text{Sen } 40^o,\ d_{3X} = d_3 \text{ Sen } 40^o$$

$$d_{3X} = 60 \times .6427 = -\ \underline{38.56 \text{ pies}}$$

$$\frac{d_{3Y}}{d_3} = \text{Cos } 40^o,\ d_{3Y} = d_3 \text{ Cos } 40^o$$

$$d_{3Y} = 60 \times .7660 = \underline{45.96 \text{ pies}}$$

Solamente la componente en X, es negativa.

d) Para el vector d_4:

$$\frac{d_{4X}}{d_4} = \text{Cos } 70^o,\ d_{4X} = d_4 \text{ Cos } 70^o$$

$$d_{4X} = 40 \times .3420 = -\ \underline{13.68 \text{ pies}}$$

$$\frac{d_{4Y}}{d_4} = \text{Sen } 40^o,\ d_{4Y} = d_4 \text{ Sen } 40^o$$

$$d_{4Y} = 40 \times .6427 = -\ \underline{25.71 \text{ pies}}$$

Lad dos componentes de d_4 son negativas, --- pues están sobre los ejes negativos.

d) Para el vector d_5

Este vector, no tiene componente en el eje - X, pues está sobre el eje Y, por lo tanto:

$d_{5Y} = d_5 = -\ 80$ pies

Es negativa esta componente, pues está so-- bre el eje negativo de las Y.

<u>Tercer Paso</u>: Sumamos ahora, algebraicamente, las componentes de cada eje, o sea:

$$\Sigma d_X = d_{1X} + d_{2X} + d_{3X} + d_{4X} + d_{5X}$$

$$\Sigma d_X = 50 + 17.32 - 38.56 - 13.68 + 0$$

$$\Sigma d_X = \underline{15.08 \text{ pies}}$$

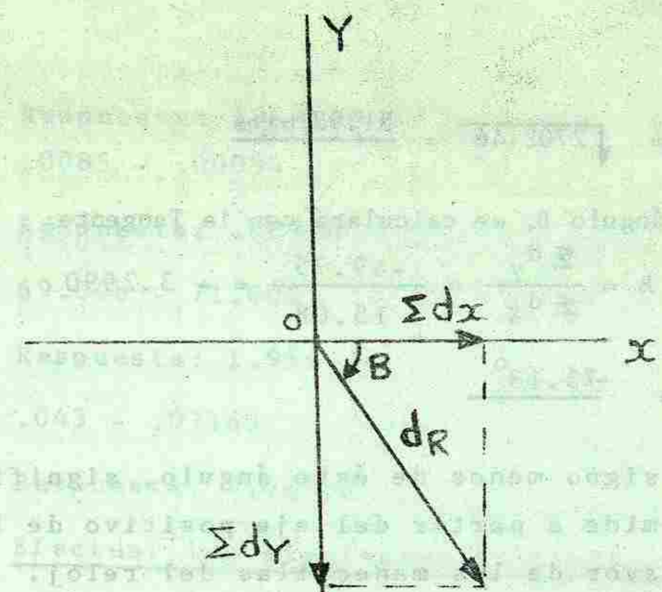
$$\Sigma d_Y = d_{1Y} + d_{2Y} + d_{3Y} + d_{4Y} + d_{5Y}$$

$$\Sigma d_Y = 0 + 10 + 45.96 - 25.71 - 80$$

$$\Sigma d_Y = -\ \underline{49.75 \text{ pies}}$$

El símbolo Σ significa suma.

<u>Cuarto paso</u>: El resultado de cada suma, lo represen taremos ahora, sobre cada eje, en la si---- guiente figura.



Como se vé en ésta figura, el vector resul- tante d_R se puede trazar, para tener una -- idea de su ubicación y de su ángulo B.

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$d_R = \sqrt{(\Sigma d_x)^2 + (\Sigma d_Y)^2}$$

$$d_R = \sqrt{(15.08)^2 + (-49.75)^2} = 227.40 + 2475.06$$

$d_R = \sqrt{2702.46} = \underline{51.98 \text{ pies}}$

El ángulo B, se calculará con la Tangente:

$$Tg\ B = \frac{\Sigma d_y}{\Sigma d_x} = \frac{-49.75}{15.08} = -\ 3.2990$$

$$B = \underline{-73.13^{\circ}}$$

El signo menos de éste ángulo, significa que se mide a partir del eje positivo de las X, a favor de las manecillas del reloj.

3-12 SECCION DE PROBLEMAS A RESOLVER.-

1.- Operaciones aritméticas con notación común:

A.- Efectuar las siguientes sumas:

a) 3.042 + .0065 + 730 + 60 + 1.602

Respuesta: 794.6505

b) 6.903 + 4 + 975.004 + .03901 + 10000

Respuesta: 10 985.94601

B.- Efectuar las siguientes restas:

a) 1975.0967 - 6.23

Respuesta: 1968.8667

b) .0085 - .00094

Respuesta: .00756

c) 69.048 - 71.004

Respuesta: 1.956

d) .043 - .07163

Respuesta: -.02863

C.- Efectuar las siguientes multiplicaciones.

a) 456.023 x 1.25

Respuesta: 570.02875

b) .3504 x .6310

Respuesta: .2211024

c) 4.65 x 1.06

Respuesta: 4.929

d) 9.006 x .00203

Respuesta: .01828218

D.- Efectuar las siguientes divisiones:

a) 6945 ÷ 21

Respuesta: 330.714

b) $3.42 \div 60$

Respuesta: .057

c) $10.05 \div 2.1$

Respuesta 4.785

d) $6 \div .395$

Respuesta: 15.189

e) $4.25 \div .00305$

Respuesta: 1393.442

2.- **Expresar las siguientes cantidades usando la Notación Científica o Potencia de Diez.-**

a) .783543 b) 1964.008 c) .1035

d) .000495 e) .0000000601

Respuesta: a) 7.83543×10^{5}

b) 1.964008×10^{3}

c) 1.035×10^{-1}

d) 4.95×10^{-4}

e) 6.01×10^{-8}

3.- Resolver las siguientes operaciones aritméticas empleando la Notación Científica.-

A.- SUMAS

a) $5.3 \times 10^{3} + 75 \times 10^{3} + 104\times10^{3} + .05\times10^{3}$

b) $97\times10^{6} + 105\times10^{8} + .04\times10^{8} + 1.97 \times 10^{6}$

c) $10.24 \times 10^{-5} + 3\times10^{-5} + .0702\times10^{-5} + 1.1\times 10^{-5}$

d) $5 \times 10^{-2} + .04\times10^{-1} + 35\times10^{-3} + 1.02 \times 10^{-2}$

Respuesta: a) $184.35 \times 10^{3} = 1.8435 \times 10^{5}$

b) $104.02 \times 10^{6} = 1.0402 \times 10^{8}$

c) $14.4102 \times 10^{-5} = 1.44102 \times 10^{-4}$

d) $99.2 \times 10^{-3} = 9.92 \times 10^{-2}$

B.- RESTAS

a) $8 \times 10^{5} - 3 \times 10^{5}$ b) $71 \times 10^{2} - 4 \times 10^{3}$

c) $5.24 \times 10^{5} - .301\times10^{6}$ d) $6.33\times10^{-2} - 4 \times 10^{-2}$

e) $2.15\times10^{-3} - 8\times10^{-4}$ f) $1.08\times10^{-4} - 5 \times 10^{-6}$

g) $9 \times10^{-2} - 9.25\times10^{-2}$ h) $3.71\times10^{-5} - 70 \times 10^{-6}$

Respuesta: a) 5×10^{5} b) 3.1×10^{3} c) 2.23×10^{5}

d) 2.33×10^{-2} e) 1.35×10^{-3} f) 1.03×10^{-4}

g) $-.25x10^{-2} = -2.5x10^{-3}$ h) $-3.29x10^{-5}$

C.- MULTIPLICACIONES:

a) $6.35 \times 10^{3} \times 4 \times 10^{3}$

b) $9 \times 10^{5} \times 3 \times 10^{2}$

c) $7.02 \times 10^{2} \times 1.01 \times 10^{-1}$

d) $5 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^{2}$

e) $1 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-3}$

Respuestas:
a) 2.54×10^{7}
b) 2.7×10^{8}
c) 7.0902×10^{1}
d) 2×10^{-2}
e) 6×10^{-5}

D.- DIVISIONES:

a) $4 \times 10^{5} \div 2x\ 10^{3}$ b) $5 \times 10^{4} \div 3x10^{4}$

c) $4 \times 10^{5} \div 8x10^{3}$ d) $6x10^{2} \div 3x10^{-2}$

e) $3\ x10^{3} \div 6 \times 10^{-1}$ f) $9x10^{-2} \div 3x10^{3}$

g) $7\ x10^{-3} \div 2x10^{2}$ h) $8x10^{-2} \div 4x10^{-2}$

i) $1x\ 10^{-3} \div 5x10^{-4}$ j) $1x10^{-4} \div 5x10^{-3}$

k) $2\ x10^{-5} \div 2x10^{-2}$ l) $6x10^{-2} \div 3x10^{-4}$

Respuestas:

a) $2x10^{2}$ b) 1.66 c) $5x10^{1}$ d) $2x10^{4}$

e) $5x10^{3}$ f) $3x10^{-5}$ g) $3.5x10^{-5}$ h) 2.0

i) 2.0 j) $2x10^{-2}$ k) $1x10^{-3}$ l) $2x10^{2}$

4.- Con ayuda de las Tablas Trigométricas resuelva los siguientes problemas:-

A.- Determine el valor de las siguientes funciones trigonométricas:

a) Sen 15^{o} b) Sen 85.3^{o} c) Cos 25^{o}

d) Cos 72.5^{o} e) Tg 10^{o} f) Tg 56.8^{o}

RESULTADOS:

a) .2588 b) .9966 c) .9063 d) .3007

e) .1763 f) 1.5281

B.- Encontrar el ángulo, cuyo:

a) Seno es .8061 b) Seno es .1675

c) Coseno es .9542 d) Coseno es .1560

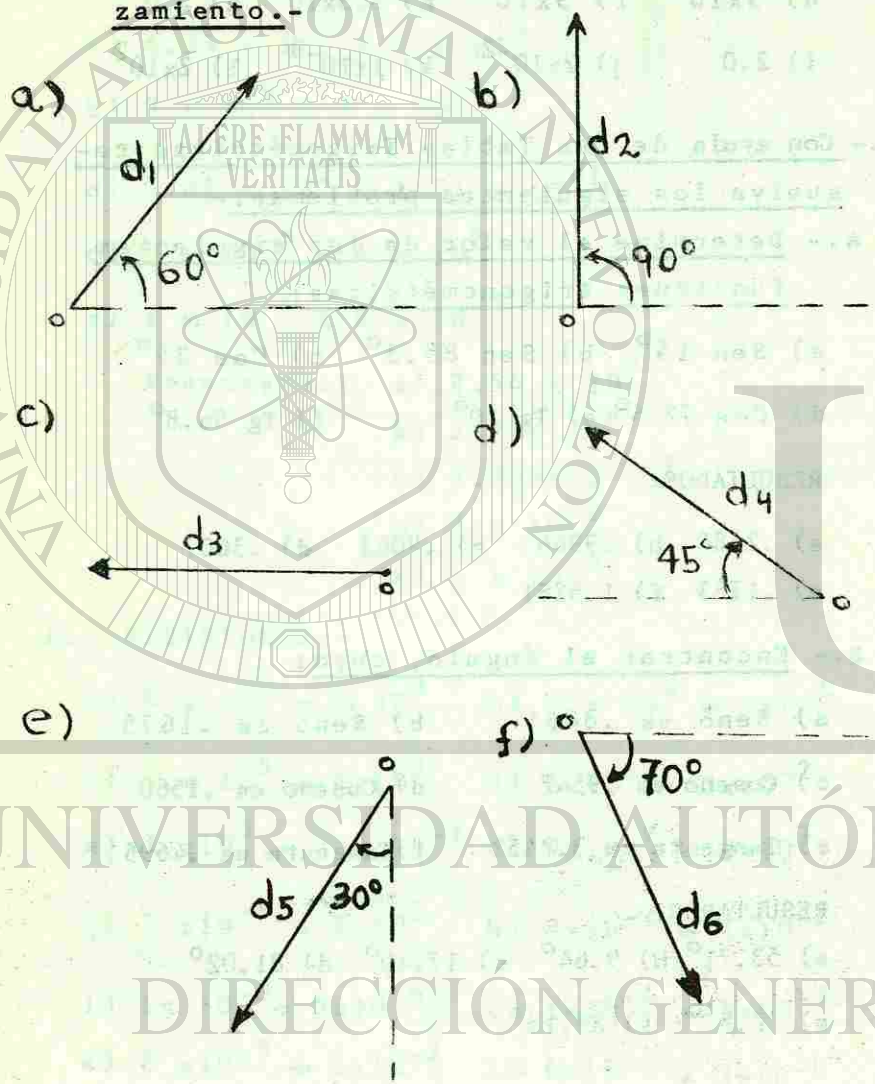
e) Tangente es 3.2452 f) Tangente es .4695

RESULTADOS:

a) 53.71^{o} b) 9.64^{o} c) 17.40^{o} d) 81.02^{o}

e) 72.87^{o} f) 25.15^{o}

5.- Utilice el Método de la Descomposición de vectores, para encontrar las dos componentes de los siguientes vectores desplazamiento.-



Si: $d_1 = 15$ cm. $d_2 = 40$ pulgadas

$d_3 = 20$ pies, $d_4 = 50$ metros

$d_5 = 2$ Km. $d_6 = 8$ millas

RESULTADOS:

a) $d_{1X} = 7.5$ cm $d_{1Y} = 12.99$ cm.

b) $d_{2X} = 0$, $d_{2Y} = d_2 = 40$ Pulgadas

c) $d_{3X} = d_3 = -20$ pies, $d_{3Y} = 0$

d) $d_{4X} = -35.35$ metros, $d_{4Y} = 35.35$ metros

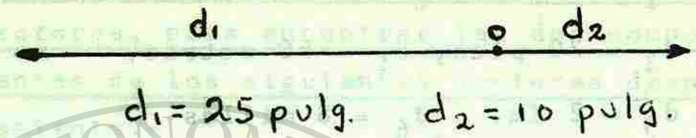
e) $d_{5X} = -1$ km. $d_{5Y} = -1.732$ Km.

f) $d_{6X} = 2.73$ millas, $d_{6Y} = -7.51$ millas

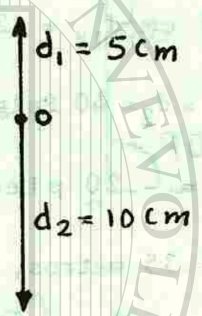
6.- Aplique el Método Analítico más fácil para usted; Teorema de Pitágoras, Ley de Senos y Cosenos, o Descomposición y Composición vectoriales, en la solución de los siguientes problemas.-

Encontrar la magnitud, dirección y sentido del vector desplazamiento resultante, de los siguientes diagramas vectoriales:

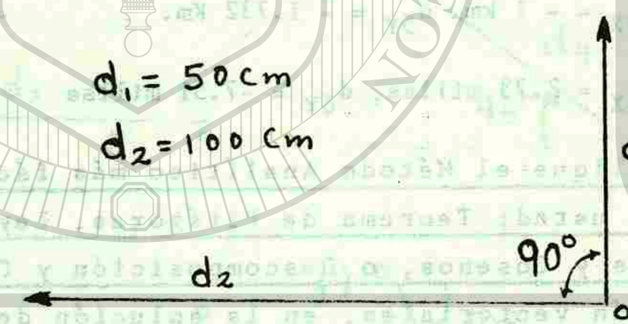
a)


d1
d2
o
d1 = 25 pulg.
d2 = 10 pulg.

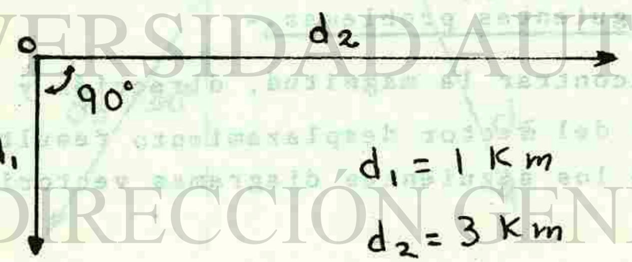
b)


d1 = 5 cm
o
d2 = 10 cm

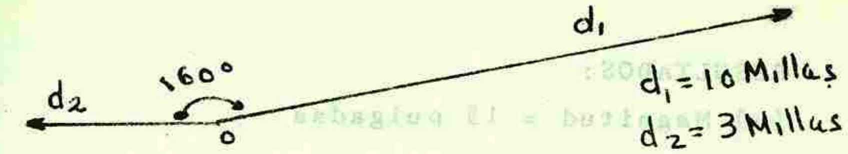
c)


d1 = 50 cm
d2 = 100 cm
d1
90°
d2
o

d)

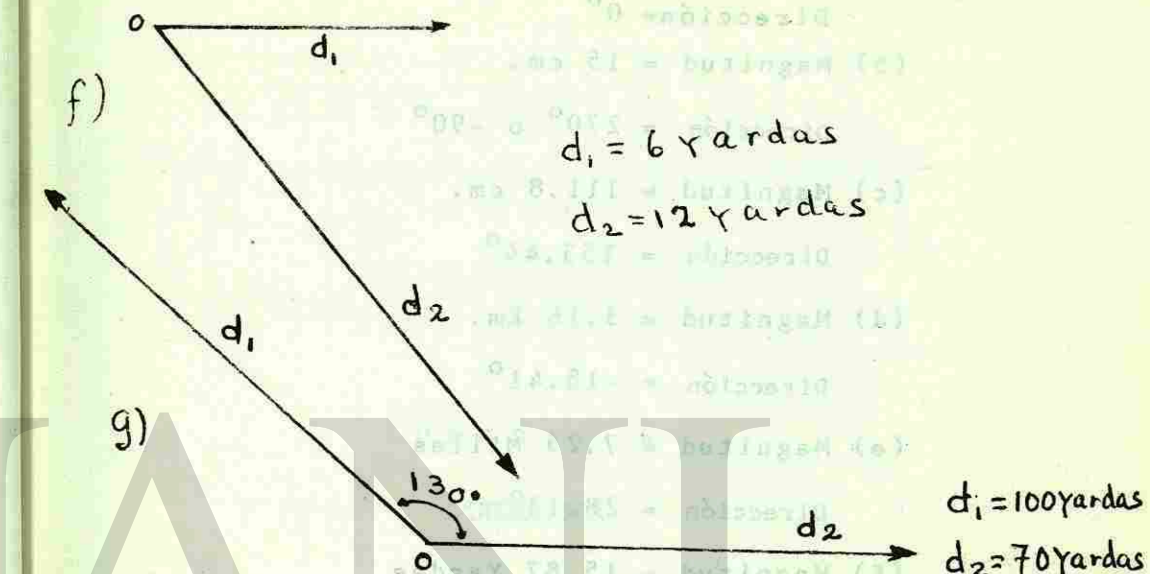

o
d2
90°
d1
d1 = 1 Km
d2 = 3 Km

e)

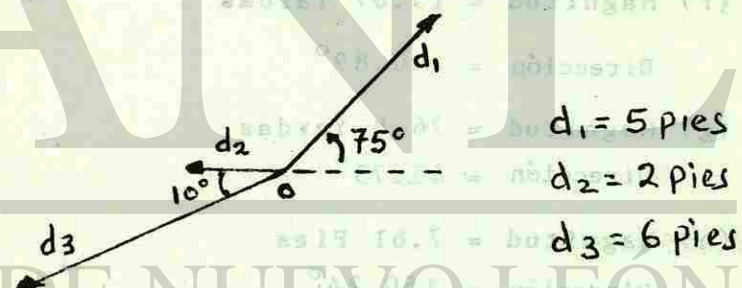

d1
160°
d2
o
d1 = 10 Millas
d2 = 3 Millas

f)

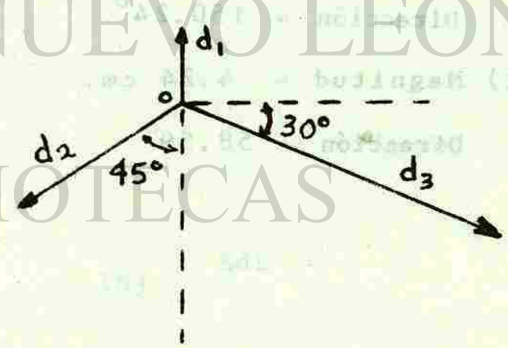
g)


o
d1
d1 = 6 yardas
d2 = 12 yardas
d2
d1
130°
o
d2
d1 = 100 yardas
d2 = 70 yardas

h)


d1
d2
75°
10°
o
d3
d1 = 5 pies
d2 = 2 pies
d3 = 6 pies

i)


d1
o
30°
d2
45°
d3

RESULTADOS:

(a) Magnitud = 15 pulgadas

Dirección= 0°

(b) Magnitud = 15 cm.

Dirección = 270° o -90°

(c) Magnitud = 111.8 cm.

Dirección = 153.44°

(d) Magnitud = 3.16 Km.

Dirección = -18.41°

(e) Magnitud = 7.25 Millas

Dirección = 28.13°

(f) Magnitud = 15.87 Yardas

Dirección = -40.89°

(g) Magnitud = 76.8 Yardas

Dirección = 45.73°

(h) Magnitud = 7.61 Pies

Dirección = 150.24°

(i) Magnitud = 4.24 cm.

Dirección = 58.59°

UNIDAD 4

CINEMATICA

RESULTADOS:

(a) Magnitud = 15 pulgadas

Dirección= 0°

(b) Magnitud = 15 cm.

Dirección = 270° o -90°

(c) Magnitud = 111.8 cm.

Dirección = 153.44°

(d) Magnitud = 3.16 Km.

Dirección = -18.41°

(e) Magnitud = 7.25 Millas

Dirección = 28.13°

(f) Magnitud = 15.87 Yardas

Dirección = -40.89°

(g) Magnitud = 76.8 Yardas

Dirección = 45.73°

(h) Magnitud = 7.61 Pies

Dirección = 150.24°

(i) Magnitud = 4.24 cm.

Dirección = 58.59°

UNIDAD 4

CINEMATICA

UNIDAD 4

OBJETIVOS PARTICULARES

CINEMATICA

Al término de la unidad, el alumno: Aplicará los conceptos y ecuaciones de la cinmemática en la solución de problemas.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

El alumno:

4-1 Distinguirá los conceptos de mecánica, cincemática y dinámica.

4-2 Diferenciará los tres tipos de movimiento.

4-3 Diferenciará entre distancia y desplazamiento

4-4 Explicará los conceptos de velocidad uniforme, instantánea y media.

4-5 Distinguirá entre aceleración y aceleración - uniforme.

4-6 Reconocerá el movimiento uniformemente acelerado.

4-7 Mencionará las unidades de velocidad y aceleración.

4-8 Resolverá problemas en los que se involucren - los conceptos anteriores.

4-9 Identificará los movimientos de caída ibre y - tiro vertical.

4-10 Resolverá problemas de cuerpos en caída libre (como mínimo) y de proyectiles (como máximo).

UNIDAD 4
CINEMATICA LINEAL

4-1 INTRODUCCION.- En ésta unidad, estudiaremos el movimiento de los cuerpos, considerados - como partículas, para no entrar en detalles de la forma de los cuerpos que influye sobre el movimiento.

El hecho de que esta unidad tenga como título: Cinemática Lineal, se debe a que, tanto la velocidad como la aceleración se expresarán en unidades lineales y no angulares, aun que en la última parte de ésta unidad se trate el movimiento curvilineo como es el caso del movimiento de proyectiles.

Comencemos por definir a la Mecánica diciendo: La Mecánica es una rama de la física, -- que tiene por objeto, el estudio del movi--- miento, considerando al reposo como un caso especial del movimiento. Así tenemos a la Mecánica de partículas, a la Mecánica de Flu-- idos (líquidos y gases), a la Mecánica Cuántica y Ondulatoria, etc.

La Cinemática es una rama de la Mecánica que

trata del movimiento sin tomar en cuenta sus causas. En ésta unidad, es precisamente lo - que estudiaremos; la Cinemática y en espe--- cial; la Cinemática Lineal de Partículas. -- Aunque el movimiento se puede clasificar en 3 tipos; el rectilíneo, el curvilíneo y el - circular, trataremos en ésta unidad, al movimiento rectilíneo, el cual se efectúa a lo - largo de una recta y el curvilíneo a lo largo de una curva, como lo es, el movimiento - de proyectiles.

El movimiento Circular lo abordaremos en la Física II, 2o semestre.

En cuánto a la Dinámica, la definiremos co-- mo: La rama de la Mecánica que trata de las causas del movimiento.

Esta rama de la Mecánica, también la estudiaremos en la unidad I, de la Física II, 2o. - semestre.

4-2 DESPLAZAMINETO LINEAL.- Es muy importante -- distinguir desde ahorita, la diferencia que existe entre: Trayectoria, desplazamiento y distancia.

La trayectoria es un término genérico que indica el camino que sigue un cuerpo para ir de un punto a otro punto.

Se dice que la trayectoria es un término gené̲rico, porque puede ser curva o recta, y en el caso especial de ser recta, recibe el nombre de: Desplazamiento.

Entonces podemos decir, que el desplazamiento es un caso especial de la trayectoria, siendo una cantidad física vectorial, representándose por un vector.

Como todo vector, el desplazamiento deberá quedar caracterizado por su: Magnitud, Dirección y Sentido.

En cuanto a la distancia, puede decirse que es o representa la magnitud del desplazamiento, por ejemplo: 3 Metros, 20 Kilómetros, 100 millas, etc.

Es decir, la distancia es una característica del desplazamiento, pero no el desplazamiento mismo.

La siguiente figura 4-2-1, aclarará los conceptos o términos anteriores.

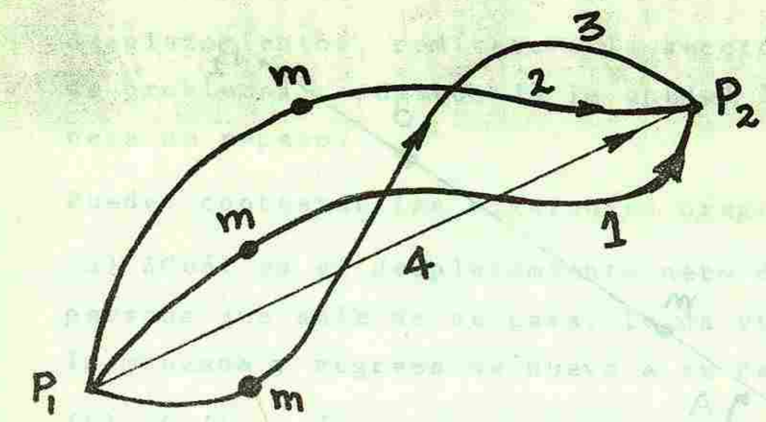


FIGURA 4-2-1

El cuerpo de masa m, al cambiar su posición original P_1, para ir a la posición final P_2, pudo seguir muchas trayectorias, como la 1, la 2, la 3 ó la 4.

Observa como la trayectoria 4, es un caso especial, pues es una recta que parte de P_1 para terminar en P_2, ésta recta será el caso especial de la trayectoria llamada: Desplazamiento y su magnitud o valor será la distancia.

La figura 4-2-2, representa de una manera ais̲lada al desplazamiento que utilizó m para ir de P_1 a P_2.

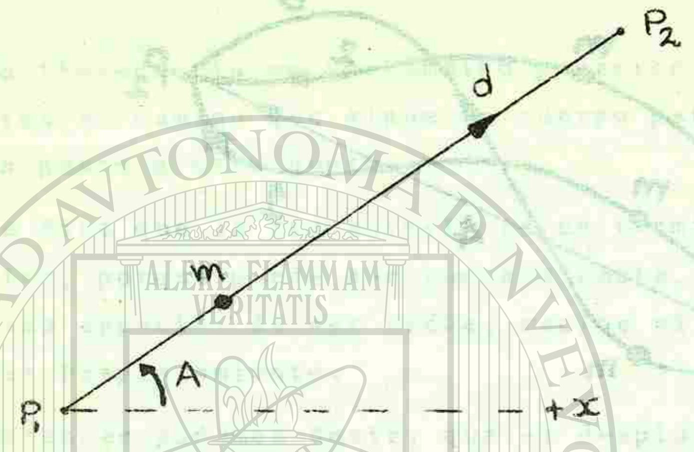


FIGURA 4-2-2

En ésta figura, el vector desplazamiento d, está formando un ángulo A positivo con el eje + X, dicho ángulo representa la dirección, la punta de flecha es el sentido y la longitud del vector trazado a escala, representará la magnitud o distancia de dicho vector.

Para concluir definamos al desplazamiento así: El desplazamiento se define como: El cambio neto de posición que experimenta un cuerpo, a lo largo de una recta, para ir de un punto a otro punto.

En cuanto a los problemas referentes a los desplazamientos, remítete a la sección 3-10 de problemas resueltos de la unidad 3, a manera de repaso.

Puedes contestar las siguientes preguntas:

(a) ¿Cuál es el desplazamiento neto de una persona que sale de su casa, le da vuelta a la manzana y regresa de nuevo a su casa?

(b) ¿Cuál será su trayectoria?

Si no puedes contestarlas pregunta a tus compañeros o a tu maestro.

4-3 VELOCIDAD.- Todo cuerpo en movimiento posee una velocidad. Si el cuerpo gira alrededor de un eje, como lo hace un abanico, su velocidad es angular solamente, pero si el cuerpo cambia de posición sin girar, como un automóvil, su velocidad es lineal. Ah, pero un cuerpo puede presentar las dos velocidades a la vez, como una pelota de base-ball cuando es lanzada; va girando y también va cambiando de posición.

En esta unidad hablaremos solamente de cuerpos que cambian de posición sin girar, es decir, que estudiaremos sólo la velocidad lineal.

Vamos a definir lo que es velocidad, diciendo: Es el cambio de posición que experimenta un cuerpo con respecto al tiempo. Al decir cambio de posición, nos estamos refiriendo al desplazamiento como en el caso de las figuras 4-2-1 y 4-2-2 en las cuales el cuerpo va de P_1 a P_2 a lo largo de la recta que une a P_1 y P_2. Y al decir con respecto al tiempo, nos referimos al tiempo empleado para efectuar dicho desplazamiento.

De lo anterior podemos deducir, que las unidades de velocidad lineal serán: Unidades de Longitud entre Unidades de Tiempo, o sea: $\frac{L}{T}$, en que L es longitud y T es tiempo. Entonces, en el sistema M.K.S. las unidades de velocidad lineal son: $\frac{\text{Metros}}{\text{seg.}}$. En el C.G.S. son: $\frac{\text{Cm}}{\text{seg}}$ y en el inglés: $\frac{\text{pulg}}{\text{seg.}}$ o $\frac{\text{piés}}{\text{seg}}$. Otras unidades más comunes son: $\frac{\text{Km}}{\text{hr}}$ y $\frac{\text{Millas}}{\text{hr}}$.

Naturalmente que podemos pasar de un sistema de unidades a otro sistema, empleando para ello, los factores de conversión adecuados, y utilizando el modelo que se usó en la unidad 2, referente a conversión de unidades. Digamos que se desea saber a cuantos $\frac{\text{Mts.}}{\text{seg}}$ equivalen 120 $\frac{\text{Km}}{\text{hr}}$. Entonces, usando el modelo general, para conversión de unidades tenemos: $120 \frac{\text{Km}}{\text{hr}} = X \frac{\text{Mts}}{\text{seg}}$.

$$X = 120 \frac{\text{Km}}{\text{Mts}} \quad \frac{\text{seg}}{\text{hr.}}$$

$$X = 120 \frac{1000 \text{ M}\cancel{\text{t}}\text{s}}{\text{M}\cancel{\text{t}}\text{s.}} \quad \frac{\text{s}\cancel{\text{e}}\text{g}}{3600 \text{ s}\cancel{\text{e}}\text{g}}$$

$$X = 33.33$$

o sea: $120 \frac{\text{Km}}{\text{hr}} = 33.33 \frac{\text{Mts}}{\text{seg.}}$

Como vemos, el procedimiento es el mismo, salvo ligeras variaciones.

4-4 VELOCIDADES.- En la Cinemática lineal o Cinemática de translación se distinguen tres tipos de velocidades: La velocidad uniforme; la velocidad media y la velocidad instantánea. Claro que todas ellas manejan las mismas unidades que acabamos de expresar en el punto anterior.

Velocidad Uniforme: También llamada Velocidad Constante, se define como: La relación de distancias iguales, recorridas en tiempos iguales, a lo largo de una línea recta. Por ejemplo, un ciclista que avanza o recorre 5 metros cada segundo o 10 metros cada 2 segundos o 20 metros cada 4 segundos. En cualquiera de éstos casos el ciclista recorrió 5 metros cada segundo, es decir, su velocidad es constante.

Es muy importante que se entienda que la velocidad es un vector, pues el desplazamiento recorrido es un vector y entonces, la velocidad como vector, debe tener magnitud, dirección y sentido, como el desplazamiento.

A la magnitud de la velocidad, se le conoce con el nombre genérico de: Rapidez.

Desde un punto de vista estricto, cuando se habla de velocidad constante o uniforme, --- quiere decir que su magnitud, dirección y -- sentido no cambian con el tiempo. Para que - ésto se cumpla, será necesario que el móvil o cuerpo en movimiento, se desplace a lo largo de una línea recta con rapidez constante. Si no es así, como cuando el movimiento lo - hace a lo largo de una curva, auqnue su ra-

pidez o magnitud ($\frac{Mts}{seg}$, $\frac{Km}{hr}$, $\frac{Millas}{hr}$, etc.) - sea constante, su dirección y sentido no lo - son, y entonces no podemos hablar de una velocidad constante como vector, aunque su rapidez o magnitud lo sean.

La siguiente ecuación se usará para calcular la magnitud o rapidez de la velocidad cons-- tante;

$$V = \frac{d}{t} \quad \ldots\ldots \quad 4\text{-}4\text{-}1$$

En esta ecuación, V representa a la magnitud de la velocidad, la d es el desplazamiento y t es el tiempo empleado en recorrer dicho -- desplazamiento.

Esta fórmula debe usarse unicamente cuando - la rapidez es constante, no lo olvides.

Cuando un móvil recorre espacios iguales en tiempos diferentes (primero 5 Mts en 1 seg, luego 5 Mts en 3 seg, después 5 Mts. en 2 -- seg, etc.) o bien, recorre espacios diferentes en tiempos iguales (primero 5 Mts en 1 - seg, luego 7 Mts en 1 seg, después 3 Mts. en un seg, etc.), se dice entonces que su velocidad es variable. En éste caso, es recomendable manejar el concepto de la velocidad media, cuya fórmula o ecuación es la siguiente:

$$\bar{v} = \frac{dr}{t} \qquad 4\text{-}4\text{-}2$$

Siendo $\bar{v}$ = velocidad media, d_R = el desplazamiento neto resultante, y t = el tiempo total empleado durante el movimiento.

La rapidez media se define como: La longitud total recorrida entre el tiempo total empleado en recorrerla. Su ecuación es:

$$V_m = \frac{\ell}{t} \;\ldots\ldots\; 4\text{-}4\text{-}3$$

ℓ representa la longitud de la trayectoria seguida durante el movimiento, siendo diferente al desplazamiento d_r de la ecuación 4-4-2.

También, cuando la velocidad es variable, se maneja el término de; velocidad instantánea y se define como; la velocidad en un momento dado durante el movimiento.

4-5 VELOCIDAD CONSTANTE, RAPIDEZ MEDIA Y VELOCIDAD MEDIA.- A continuación se presentarán una serie de problemas resueltos, tanto de -

velocidad constante, rapidez media y velocidad media.

A.- <u>CONVERSION DE UNIDADES:</u>

a) Encontrar el factor de conversión de:

$$1 \frac{M}{seg} \text{ a } \frac{Km}{Hr}$$

SOLUCION: $1 \frac{M}{seg} = x \frac{Km}{Hr.}$

Al despejar la incógnita x, procura que las unidades de longitud queden una sobre la otra, lo mismo que para el tiempo, o sea:

$$x = \frac{M}{Km} \; \frac{hr}{seg.}$$

Y después **sustituir la unidad más grande en términos de la unidad menor**, o sea:

$$x = 1 \frac{\cancel{M}}{1000 \cancel{M}} \quad \frac{3600 \cancel{seg}}{\cancel{seg}.}$$

De ésta manera, las unidades se eliminan y restará solamente un número, que es lo que se desea, por lo tanto: x = 3.6 Entonces el factor de conversión es: $1 \frac{M}{seg} = 3.6 \frac{Km}{hr}$

b) Encontrar el factor de conversión de:

$$1 \frac{Km}{hr} \text{ a } \frac{M}{seg}$$

SOLUCION: $1 \frac{Km}{hr} = x \frac{M}{seg}$

$$x = 1 \frac{Km}{M} \frac{seg}{hr}$$

$$x = 1 \frac{1000 \cancel{M}}{\cancel{M}} \frac{\cancel{seg}}{3600 \cancel{seg}}$$

$$x = .277$$

así que: $1 \frac{Km}{hr.} = .277 \frac{M}{seg.}$

c) Encontrar el factor de conversión de:

$1 \frac{Km}{hr}$ a $\frac{Millas}{hr}$

SOLUCION: $1 \frac{Km}{hr} = x \frac{Millas}{hr}$

$$x = \frac{Km}{Millas} \frac{\cancel{hr}}{\cancel{hr}} = 1 \frac{Km}{Millas.}$$

$$x = 1 \frac{1000 \cancel{M}}{1610 \cancel{M}} = .621$$

Entonces: $1 \frac{Km}{hr.} = .621 \frac{Millas}{hr.}$

d) ¿10 $\frac{M}{seg}$ a cuantos $\frac{piés}{seg.}$ equivalen?

SOLUCION: $10 \frac{M}{seg.} = x \frac{piés}{seg.}$

$$x = 10 \frac{M}{pies} \frac{\cancel{seg}}{\cancel{seg}} = 10 \frac{M}{pies}$$

$$x = 10 \frac{3.28 \cancel{piés}}{\cancel{piés}} = 32.8$$

Por lo tanto: $10 \frac{M}{seg.} = 32.8 \frac{piés}{seg.}$

e) ¿300 $\frac{pulg}{hr}$ a cuántas $\frac{pulgs}{seg}$?

SOLUCION: $300 \frac{pulg}{hr} = x \frac{pulg}{seg}$

$$x = 300 \frac{seg}{hr} \frac{\cancel{pulg}}{\cancel{pulg}} = 300 \frac{seg}{hr}$$

$$x = 300 \frac{\cancel{seg}}{3600 \cancel{seg}} = .0833$$

Entonces: $300 \frac{pulg}{hr} = .0833 \frac{pulg}{seg}$

f) ¿10^8 $\frac{M}{seg}$ a cuántos $\frac{Km}{hr}$ equivalen?

SOLUCION: $10^8 \frac{M}{seg} = x \frac{Km}{hr}$

$$x = 10^8 \frac{M}{Km} \frac{hr}{seg.}$$

$$x = 10^8 \frac{\cancel{M}}{1000 \cancel{M}} \frac{3600 \cancel{seg}}{\cancel{seg}.}$$

$$x = 3.6 \times 10^8$$

así es que: 10^8 M/seg $= 3.6 \times 10^8 \frac{Km}{hr.}$

B.- VELOCIDAD CONSTANTE.

a) Suponiendo que de Monterrey a la Ciudad de México, haya una distancia de 1000 Km. en línea recta. ¿A que velocidad constante debe manejar un automovilista para que tarde 10 Hrs. en llegar a México?.

SOLUCION.- Si $v = \frac{d}{t}$ entonces, sustituyendo directamente la distancia y el tiempo por sus valores respectivos, tenemos:

$$v = \frac{1000\ Km}{10\ Hrs} = 100\ \frac{Km}{hr}$$

b) Si de Monterrey a Saltillo, hay 80 Km., suponiéndolos en línea recta, el mismo automovilista anterior, ¿cuánto tiempo hará en llegar a Saltillo?

SOLUCION: $v = \frac{d}{t}$, despejando t, tenemos,

$t = \frac{d}{V}$ o sea: $t = \frac{80\ Km}{100\ Km/hr} = .80\ hr$

o también $t = .80\ \cancel{h}r\ \frac{60\ min}{\cancel{h}r} = 48\ min.$

c) Otra vez, el mismo automovilista. Si para llegar a San Luis Potosí, hizo 5 Hrs., ¿Qué distancia habrá en línea recta?

SOLUCION: $v = \frac{d}{t}$, $d = v\ t$

por tanto, $d = 100\ \frac{Km}{hr} \times 5\ hr$

$$d = 500\ Km$$

d) Una carrera de 2.5 Km, a lo largo de una recta se hizo en 7 min. 13 seg. calcular la velocidad del corredor.

SOLUCION: $v = \frac{d}{t}$ antes de sustituir el tiempo t, hay que ver, que se tienen minutos y segundos, entonces hay que usar o minutos o segundos solamente.

Así que, usaremos: segundos. 7 min. 13 seg, equivalen a: 7(60) + 13 = 433 seg, ahora si,

$$v = \frac{2.5\ Km}{433\ seg} = 5.77 \times 10^{-3}\ \frac{Km}{seg}$$

o bien, $v = 5.77\ \frac{M}{seg}$

C.- RAPIDEZ MEDIA:

a) Una pista circular de carreras tiene una longitud total de 1500 metros. Si un auto da 100 vueltas completas en la pista en 56 minutos, ¿cuál será su rapidez media?.

SOLUCION: Recuerda que la rapidez media está dada por: $V_m = \frac{\ell}{t}$. Antes de sustituir valores, hay que calcular la longi total recorrida que es: $\ell = 100 \times 1500$ o sea, $\ell = 150{,}000$ metros. Por lo tanto,

$$V_m = \frac{150{,}000\ M}{56\ min.} =$$

$$2678.5\ \frac{M}{min} \text{ o también}$$

$$V_m = 44.64\ \frac{M}{seg}$$

D.- VELOCIDAD MEDIA Y RAPIDEZ MEDIA:

a) Un vehículo se dirige hacia el este, efectuando los siguientes desplazamientos y sus respectivos tiempos:

$d_1 = 50$ Km en 40 min, $d_2 = 40$ Km en 30 min

$d_3 = 80$ Km en 50 min.

calcular su velocidad media y rapidez media.

SOLUCION: Como la fórmula de velocidad media $\bar{v}$ es $\bar{v} = \frac{d_R}{t}$ y d_R es el desplazamiento neto o resultante y t el tiempo total, entonces, procedemos primero a calcular, el desplazamiento neto: En

éste problema, como el vehículo siempre avanzó hacia el este, entonces:

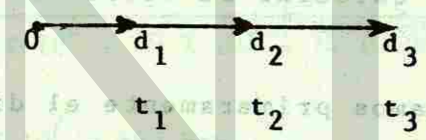
$d_R = d_1 + d_2 + d_3 = 50 + 40 + 80$, $d_R = 170$ Km

y $t = 40 + 30 + 50 = 120$ min, por lo tanto

$$\bar{v} = \frac{170}{120} = 1.41\ \frac{Km}{min}$$

o también $\bar{v} = 84.6\ \frac{Km}{hr}$

Diagrama vectorial de los desplazamientos hacia el este, del vehículo:



Desplazamiento neto:

$$d_R = d_1 + d_2 + d_3$$

$$t = t_1 + t_2 + t_3$$

Ahora, para calcular la rapidez media usaremos la ecuación: $V_m = \frac{\ell}{t}$.

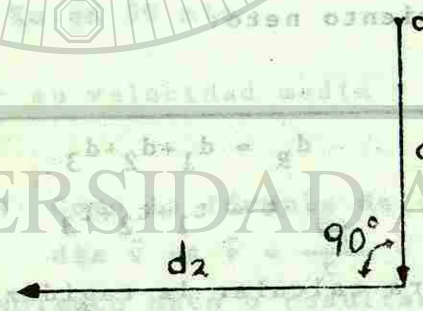
La longitud total recorrida será la misma: - 170 Km y el tiempo total también: 120 min. - Entonces:

$$V_m = \frac{170}{120} = 1.41 \frac{Km}{min} = 84.6 \frac{Km}{hr}$$

En este problema, la velocidad media y la rapidez media fueron iguales.

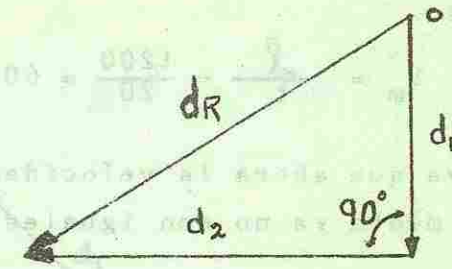
b) Un movil recorre 500 metros hacia el sur y luego 700 metros hacia el oeste, si el --- tiempo total en recorrer dichas distancias, es 20 minutos, calcular su velocidad media y rapidez media.

Solución.- Hagamos primeramente el diagrama vectorial de los desplazamientos en el orden indicado:



Observando éste diagrama, los dos vectores -- d_1 y d_2 son perpendiculares entre sí, entonces, el vector resultante, se podrá obtener -

facilmente, por el teorema de Pitágoras, re-presentándose, el diagrama anterior, de una - manera completa, con su vector resultante --- así:



De modo que: $d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 = (500)^2 + (700)^2}$

$d_R = \sqrt{25 \times 10^4 + 49 \times 10^4 = 74 \times 10^4}$

$d_R = 8.6 \times 10^2 = 860$ Mts.

Ahora sí, ya podemos calcular la velocidad media, -- pues el tiempo total es 20 min. y el desplazamiento neto es 860 Mts., por lo tanto:

$$\bar{v} = \frac{860}{20} = 43 \frac{M}{min} = .716 \frac{M}{seg}$$

Ahora calcularemos la rapidez media. La longitud recorrida será la suma escalar de los dos desplazamientos:

$$500 + 700 = 1200 \text{ M}$$

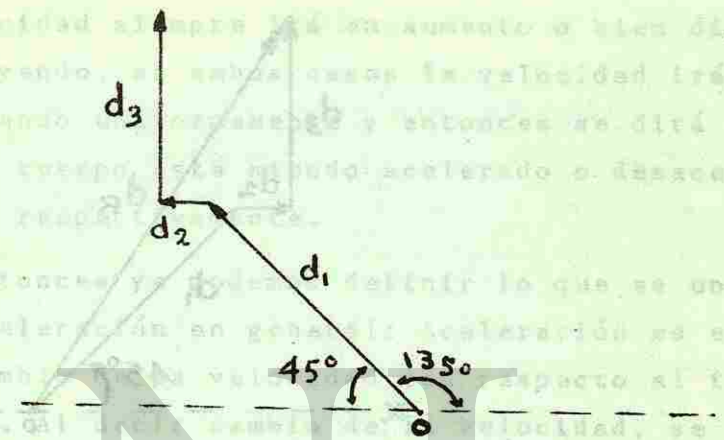
y el tiempo total es de: 20 minutos. Por lo tanto:

$$V_m = \frac{\ell}{t} = \frac{1200}{20} = 60 \ \frac{M}{min}$$

Observa que ahora la velocidad media y la rapidez media ya no son iguales.

c) Un caminante va rumbo al noreste durante 30 min. recorriendo una distancia de 1500 --Mts., luego dobla hacia el oeste recorriendo una distancia de 100 Mts. durante 10 min. y finalmente se dirige al norte por 20 minutos caminando 1000 mts. Encontrar su velocidad - media y rapidez media.

SOLUCION: Igual que en el problema anterior, haremos el diagrama vectorial de desplazamientos, en el orden indicado:

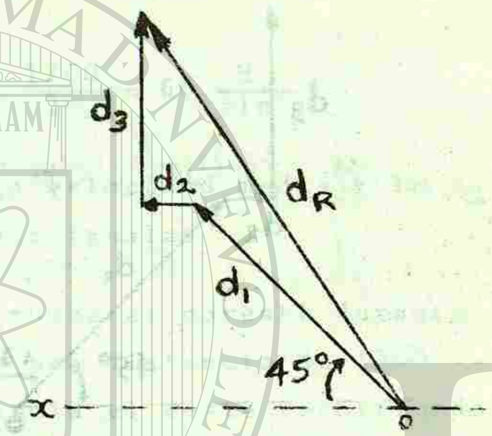


Para encontrar el desplazamiento resultante - podemos usar el método del polígono o de la - descomposición y composición de vectores.

Usando cualquiera de los dos métodos el vector resultante es: 2362 Mts. y como ya conocemos el tiempo total que es:30+10+20=60 min.

entonces, $\bar{v} = \frac{d_R}{t} = \frac{2362}{60} = 39.36 \ \frac{M}{min}$.

El diagrama vectorial completo, incluyendo - el vector desplazamiento resultante es:



Ahora calcularemos la rapidez media.

La longitud total será: 1500 + 100 + 1000, o sea: ℓ = 2600 M, y el tiempo total es:60 min.
Por lo tanto:

$$V_m = \frac{2600}{60} = 43.33 \ \frac{M}{min}$$

4-6 MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO.

Acabamos de ver, problemas en los que un cuerpo se mueve con velocidad uniforme o con velocidad variable, determinándose en éste caso una velocidad media a una rapidez media.

Pues bien, ahora estudiaremos casos en que un cuerpo se mueva también con velocidad variable, pero con la diferencia de que su velocidad siempre irá en aumento o bien disminuyendo, en ambos casos la velocidad irá cambiando uniformemente y entonces se dirá que el cuerpo está siendo acelerado o desacelerado respectivamente.

Entonces ya podemos definir lo que es una aceleración en general: Aceleración es el cambio de la velocidad con respecto al tiempo. Al decir cambio de la velocidad, se entiende que de un valor dado de la velocidad se pasó a otro valor de la velocidad, expresado esto en forma algebráica será así: $V - V_o$, en que V = Velocidad final y Vo= Velocidad inicial.

Ahora solo falta tomar en cuenta el tiempo empleado para el cambio de la velocidad, que será: $t - t_o$, siendo t = tiempo final (que corresponde a la celocidad final V)y t_o=tiem - inicial (que corresponde a la velocidad inicial Vo)

Relacionando el cambio de la velocidad con -

el tiempo empleado, tendremos:

$$a = \frac{V - Vo}{t - t_o} \;\ldots\ldots\; 4\text{-}6\text{-}1$$

Siendo a, la aceleración.

Las unidades de la aceleración, en base a la ecuación 4-6-1, se obtendrán sustituyendo -- las unidades de la velocidad y las unidades del tiempo, resultando:

$$\frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

Siendo L la longitud y T el tiempo. Si L se expresa en metros y T en segundos, tendre--- mos:

$\frac{Mts}{seg^2}$ que podrán ser también $\frac{Cms}{seg^2}$ o $\frac{piés}{seg^2}$, en general; $\frac{\text{Unidades de longitud}}{\text{Unidades tiempo elevadas al cuadrado}}$ = unidades de aceleración.

Hasta aquí, se ha dado la definición de aceleración, su ecuación general: 4-6-1 y sus - unidades. Ahora definiremos aceleración uniforme diciendo: Son cambios iguales de velocidad en la unidad de tiempo.

Esto quiere decir, que si un cuerpo tiene -- una aceleración de 9.8 $\frac{M}{seg^2}$, se entenderá - que cada segundo, su velocidad cambiará en - 9.8 $\frac{M}{seg}$.

Una aceleración uniforme, dará lugar a un movimiento uniformemente acelerado, ya sea horizontalmente, verticalmente o en un plano - inclinado. En todos estos casos hay que to-- mar en cuenta que la aceleración es una cantidad física vectorial y que, al igual que - el desplazamiento y la velocidad, se repre-- sentará por un vector, quedando descrito por su magnitud, dirección y sentido. Esto lo -- iremos aclarando a medida que se vaya necesitando usar la aceleración como vector, por - lo pronto la emplearemos como si fuera un escalar, pues comenzaremos el estudio del movimiento uniformemente acelerado a lo largo de un plano horizontal o a lo largo del eje de las X.

Las ecuaciones que usaremos para el movimiento uniformemente acelerado son:

$$\frac{X}{t} = \frac{V + Vo}{2} \;\ldots\ldots\; 4\text{-}6\text{-}2$$

$$V = Vo + at \quad \ldots\ldots \; 4\text{-}6\text{-}3$$

$$X = Vot + \frac{1}{2}\, at^2 \ldots\ldots \; 4\text{-}6\text{-}4$$

$$2aX = V^2 - Vo^2 \quad \ldots\ldots \; 4\text{-}6\text{-}5$$

En estas ecuaciones; X representa la distancia recorrida. t representa el tiempo empleado para recorrer la distancia X.

V es la velocidad final, adquirida durante el tiempo t y al terminar la distancia X.

Vo es la velocidad inicial, cuando t =0 Y X =0

a es la aceleración constante, con lo cual se efectúa el movimiento y es la causa de que la velocidad cambie su rapidez o valor.

A medida que vayan resolviendo los problemas del movimiento uniformemente acelerado, se irán mencionando las ecuaciones a usar.

4-7 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.-

1.- Un automóvil arranca aceleradamente a partir del reposo, con una aceleración de 2 $\frac{M}{seg^2}$ ¿cuál será su velocidad al cabo de 1 minuto?

SOLUCION.

Cuando se diga que un cuerpo parte del reposo, quiere decir que su velocidad inicial Vo vale cero, es decir Vo = 0

Usaremos la ecuación 4-6-3, y como Vo = 0 entonces dicha ecuación será simplificada reduciendose a: V = at, y sustituyendo los valores de la aceleración y del tiempo transformado a segundos tenemos:

$$V = 2\ (1 \times 60) = 120\ \frac{M}{seg}.$$

2.- ¿Qué distancia habrá recorrido, el automóvil del problema anterior en el mismo tiempo?

SOLUCION.-

Como Vo = 0, entonces el producto; Vot = 0, de la ecuación 4-6-4 y dicha ecuación aparecerá como: $X = 1/2\ at^2$, sustituyendo los valores de la aceleración y el tiempo en segundos, tenemos:

$$X = 1/2\ (2)\ (1 \times 60)^2 = 3600 \text{ mts.}$$

3.- Un automóvil parte del reposo y después de avanzar 1000 M su velocidad es de 50 $\frac{M}{seg}$

calcular su aceleración.

SOLUCION.-

De acuerdo a los datos, la ecuación 4-6-5 es la indicada para ser empleada, pues Vo = 0 y entonces se reduce a: $2aX = V^2$ entonces,

$$a = \frac{V^2}{2X} = \frac{(50)^2}{2 \times 1000} = \frac{2500}{2000} = 1.25 \frac{M}{seg^2}$$

4.- ¿Qué tiempo transcurrió, para que el movil del problema anterior, alcance la velocidad anotada?

SOLUCION.-

Otra vez, como Vo = 0, pues el movil partió del reposo, y usando la ecuación 4-6-3 (se puede usar también la ecuación 4-6-4, pero es más facil de manejar la ecuación 4-6-3) resulta que:

$$V = at, \text{ o } t = \frac{V}{a}$$

$$t = \frac{50}{1.25} = 40 \text{ Seg.}$$

5.- Un vehículo parte aceleradamente del reposo, gastando un tiempo de 5 minutos para alcanzar una velocidad de 100 $\frac{M}{seg}$ ¿Qué distancia ha recorrido ?

SOLUCION.-

Obsérvese que en el enunciado de este problema, no se mencionó para nada el valor de la aceleración. Por lo que, ninguna de las ecuaciones que contienen a la aceleración podrá ser usada, sino solamente la ecuación 4-6-2 así es que:

$$\frac{X}{t} = \frac{V}{2}$$

no apareciendo Vo por partir del reposo. Despejando X, resulta;

$$X = \frac{Vt}{2} = \frac{100 \times 5 \times 60}{2} = 15{,}000 \text{ Mts.}$$

Observa que el tiempo expresado en min. se tuvo que transformar a seg. porque la velocidad está expresada en $\frac{Mts}{seg.}$

6.- Se dispara un bloque con una velocidad de 3 $\frac{cm}{seg}$ sobre un plano inclinado, si el bloque se mantiene acelerado desde su disparo, recorriendo 50 cm. en 1 seg., calcular (a) su aceleración (b) su velocidad al término del segundo (c) su velocidad a los 2 seg. desde que se disparó y (d) la distancia total recorrida.

SOLUCION.-

(a) Empleando la ecuación 4-6-4, $X = Vot + \frac{1}{2}at^2$ y despejando la aceleración:

$$a = \frac{2X - 2\,Vot}{t^2}$$

y sustituyendo los valores conocidos, tenemos:

$$a = \frac{2(50) - 2\,(3)\,(1)}{(1)^2}$$

$$a = 94 \, \frac{cm}{seg^2}$$

(b) Usando la ecuación 4-6-3; $V = Vo + at$ tenemos:

$$V = 3 + 94(1) = 97 \, \frac{cm}{seg.}$$

(c) Usando otra vez la misma ecuación anterior y sustituyendo: $V = 3 + 94(2) = 191 \, \frac{cm}{seg}$

(d) Volviendo a usar la ecuación: $X = Vot + \frac{1}{2}at^2$ tenemos: $X = 3(2) + \frac{1}{2}(94)(2)^2 = 6 + 188 = 194$ cm.

Hasta el problema 6 inclusive, la aceleración ha sido siempre positiva, pues como se ha visto, la velocidad final era mayor que la inicial, es decir, siempre aumentaba

la velocidad inicial.

Ahora se tratará de aceleraciones negativas, es decir que la velocidad inicial disminuirá o que la velocidad final será menor que la inicial, dando lugar a un movimiento uniformemente desacelerado.

PROBLEMAS.-

1.- En un momento dado, un automóvil lleva una velocidad de 80 Km/hr y en ese momento se aplican los frenos, deteniéndose el automóvil a una distancia de 10 Mts. (a) ¿Cuál fué el valor de la aceleración? (b) ¿Qué tiempo tardó en detenerse?

SOLUCIONES.-

(a) Al detenerse el automóvil quiere decir que su velocidad final es cero, entonces la aceleración aplicada por los frenos es negativa.

Usando la ecuación 4-6-5 y tomando en cuenta lo anterior, se transforma en: $2aX = 0 - Vo^2$ o bien; $2aX = - Vo^2$.

Antes de usar ésta última ecuación, han de transformarse los Km/hr a $\frac{Mts}{hr}$ o a $\frac{Mts.}{seg.}$ pues la distancia está en mts. por lo tanto;

$$80 \frac{Km}{hr} = 22.2 \frac{M}{seg} = V_o$$

y despejando la aceleración, tenemos:

$$a = \frac{-Vo^2}{2X} = \frac{-(22.2)^2}{2 \times 10} = \frac{-4 \times 92.84}{20} = -24.64 \frac{M}{seg^2}$$

obsérvese como la aceleración fue negativa,

(b) Usando la ecuación 4-6-3 y como la velocidad final es cero, tenemos $0 = Vo + at$ o bien; $at = -Vo$ y despejando el tiempo: $t = \frac{-Vo}{a}$

y sustituyendo tenemos:

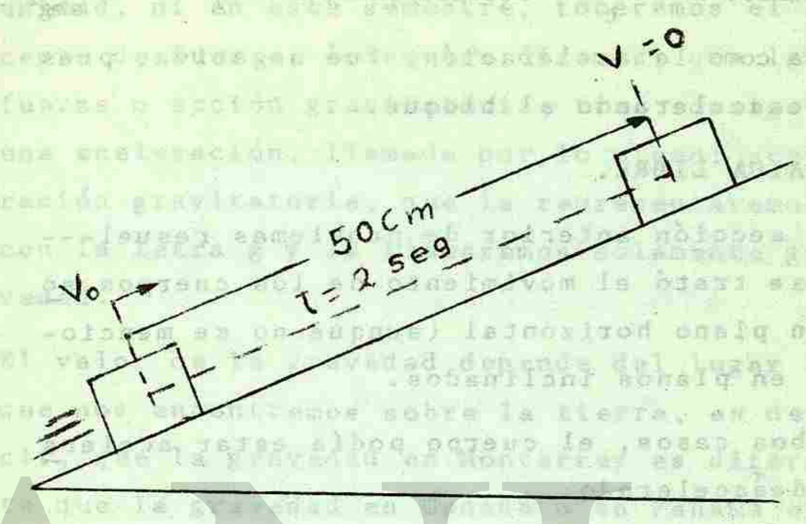
$$t = \frac{-22.2}{-24.64} = 0.9 \text{ seg}$$

NOTA: El tiempo nunca es negativo.

2.- Se lanza sobre un plano inclinado y hacia arriba, un bloque, y recorre 50 cm. en dos segundos, al detenerse. Calcular (a) la velocidad con que se lanzó el bloque (b) la desaceleración que obró sobre el bloque.

SOLUCIONES.-

(a) Dibuje el plano inclinado y el bloque:



Usando la ecuación: $\frac{X}{t} = \frac{V + Vo}{2}$

y como el bloque se detiene a los 50 cm. de distancia recorrida según el dibujo: $V = 0$, reduciéndose la ecuación anterior a: $\frac{X}{t} = \frac{Vo}{2}$

y despejando la velocidad inicial tenemos:

$Vo = \frac{2X}{t}$ y sustituyendo; $Vo = \frac{2 \times 50}{2} = 50 \frac{Cm}{seg}$

Entonces: $50 \frac{cm}{seg}$ es la velocidad con la cual se lanzó el bloque.

(b) Ahora, para contestar éste inciso, usaremos la ecuación: $V = Vo + at$ y de nuevo, como $V = 0$, entonces; $Vo + at = 0$ despejando -

a, tenemos: $a = \frac{-Vo}{t}$ y sustituyendo; $a = \frac{-50}{2} = -25 \frac{cm}{seg^2}$

observa como la aceleración, fué negativa, pues iba desacelerando al bloque.

4_8 CAIDA LIBRE.

En la sección anterior de problemas resueltos, se trató el movimiento de los cuerpos sobre un plano horizontal (aunque no se mencionó) y en planos inclinados.

En ambos casos, el cuerpo podía estar acelerado o desacelerado.

Ahora en ésta parte, se abordará el caso de los cuerpos que caen verticalmente.

Se llama caída libre; al movimiento que experimenta un cuerpo al soltarse y caer verticalmente, sin aceleración propia, es decir, sujeto solamente a la acción gravitatoria. En este caso, soltarse equivale a decir que la velocidad inicial es cero; Vo = 0.

¿Y que se entiende por acción gravitatoria? pues bién, acción gravitatoria es la fuerza con que la tierra atrae a todos los cuerpos que se encuentran sobre de ella. Como en ésta

unidad, ni en este semestre, tocaremos el concepto de fuerza, solamente diremos, que la fuerza o acción gravitatoria, trae consigo una aceleración, llamada por lo mismo: aceleración gravitatoria, que la representaremos con la letra g y la llamaremos solamente gravedad.

El valor de la gravedad depende del lugar en que nos encontremos sobre la tierra, es decir, que la gravedad en Monterrey es diferente que la gravedad en Canadá o en Panamá etc.

Los valores extremos de la gravedad se manifiestan en los polos: Norte o Sur, donde el valor es máximo, mientras que a todo lo largo del ecuador, el valor es mínimo.

El valor de la gravedad que tomaremos para la solución de nuestros problemas será el de: 9.80 M/seg^2, 980 $cm/seg.^2$ o bien; 32 $pies/seg^2$.

En caída libre. como en la sección siguiente: 4-9; tiro vertical, debemos de tener mucho cuidado con los vectores velocidad y desplazamiento, ya que sus signos correspondientes dependerán de: si el cuerpo va de subida o de -

bajada.

Pero, en cuanto al signo de la gravedad g, -- siempre será negativo, no importando si el -- cuerpo va hacia arriba o hacia abajo.

Bien, de una vez vamos a definir los signos - en caída libre; para el vector desplazamiento que siempre apuntará hacia abajo así como el vector velocidad, sus signos siempre serán negativos, así como el signo de la gravedad.

Las mismas ecuaciones que usamos en la sección 4-6; desde la 4-6-2 hasta la 4-6-5, serán las que usemos ahora, pero cambiando la X por Y y la a por g, resultando las siguientes ecuaciones:

$$\frac{Y}{t} = \frac{V + Vo}{2}, \quad V = Vo + gt,$$

$$Y = Vot + \frac{1}{2}\, gt^2, \quad 2gy = V^2 - Vo^2$$

Como en caída libre, por definición; Vo = 0, o sea que el cuerpo u objeto, se soltará solamente para que caiga, entonces las ecuaciones anteriores se transformarán respectivamente, en:

$$\frac{Y}{t} = \frac{V}{2} \quad \text{.........} \quad 4\text{-}8\text{-}1$$

$$V = gt \quad \text{......} \quad 4\text{-}8\text{-}2$$

$$Y = \frac{1}{2}\, gt^2 \quad \text{......} \quad 4\text{-}8\text{-}3$$

$$2\, gY = V^2 \quad \text{.....} \quad 4\text{-}8\text{-}4$$

En éstas ecuaciones: Y representa el vector - desplazamiento, recorrido por el cuerpo en caída libre, o sea la altura.

V representa la velocidad instantánea que va teniendo el cuerpo durante su caída libre y t es el tiempo empleado para recorrer la distancia Y, y el tiempo para dquirir la velocidad V.

Insistiendo en cuanto a los signos; en el estudio de los vectores, todo vector que apunta hacia abajo es negativo, y como en caída libre, tanto V como Y, siempre apuntarán hacia abajo, por eso son negativos, así como la gravedad. En las ecuaciones anteriores, los signos de Y, V y de g, no aparecen sino hasta el momento en que sus valores representativos -- los vayan a sustituir. No lo olvides.

A continuación aplicaremos todos los conceptos anteriores, con el fin de que sean entendidos.

4-9 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.

1.- Una pelota se deja caer desde una altura de 60 pies. (a) ¿Con que velocidad pegará en el suelo? y (b) ¿Qué tiempo tardará en caer?

SOLUCIONES.-

(a) Usando la ecuación 4-8-4; $2gY = V^2$ y despejando V tenemos:

$$V = \pm\sqrt{2gY}$$

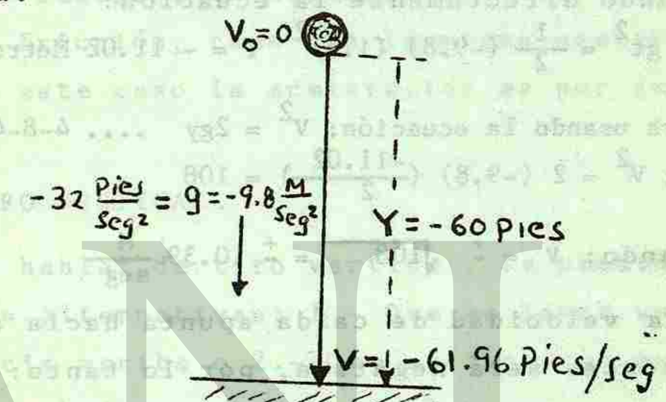
y ahora sustituyendo los valores con sus signos respectivos tanto de g como Y, tenemos:

$$V = \pm\sqrt{2\ (-32)\ (-60) = 3840} = \pm\ 61.96\ \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

Como la raíz cuadrada de un número es una cantidad que puede ser positiva o negativa, según se indica en el resultado, entonces cabe la pregunta, ¿Cuál de los dos signos se escoge? bueno, para el caso de los vectores, el signo es el que corresponda al vector del problema, en éste caso la velocidad final o la velocidad con que la pelota chocará con el suelo y como la pelota cae y su vector velocidad apunta siempre hacia abajo en su caída libre entonces el signo será negativo, por lo tanto:

$$V = -\ 61.96\ \text{pies/seg}$$

Mediante la siguiente figura se representará este problema, sus datos y resultado del inciso a.



(b) Usando la ecuación 4-8-2; $V = gt$ y despejando el tiempo, se obtiene; $t = \frac{V}{g}$ y sustituyendo sus valores con los signos respectivos, se llega a: $t = \frac{-61.96}{-\ 32} = 1.93$ seg.

Entonces, el tiempo que tarda en caer la pelota al suelo es: 1.93 seg.

2.- Se suelta una piedra desde una altura desconocida y con la ayuda de un cronómetro se mide el tiempo que tarda en chocar la piedra con el suelo, siendo 1.5 segundos. (a) Encontrar la altura desde donde se dejó caer la -- piedra, (b) La velocidad que lleva la piedra a la mitad de su altura y (c) La velocidad - con que choca al llegar al suelo.

SOLUCIONES.-

(a) Usando directamente la ecuación:

$Y = \frac{1}{2}\,gt^2 = \frac{1}{2}\,(-9.8)\,(1.5)^2 \quad Y = -\,11.02$ Metros.

(b) Ahora usando la ecuación: $V^2 = 2gy$ 4-8-4

tenemos; $V^2 = 2\,(-9.8)\,(\frac{-11.02}{2}) = 108$

despejando; $V = \pm\sqrt{108} = \pm\,10.39\,\frac{M}{seg}$

y como la velocidad de caída apunta hacia abajo, entonces será negativa, por lo tanto:

$$V = -10.39\,\frac{M}{seg}$$

(c) De nuevo; $V = gt = -\,9.8\,(1.5) = -14.7\,\frac{M}{seg}$

Con la solución de éstos dos problemas se considera suficiente para que quede claro el fenómeno físico de la caída libre, así como el uso correcto de las ecuaciones involucradas - para la resolución de dichos problemas.

Cabe nada más agregar, que en los dos problemas se trató de una pelota y de una piedra, -

no mencionándose ni la masa, ni el volumen de cada una.

Sin embargo, se usó el mismo valor de g para los dos problemas. ¿Porqué se hizo esto? Ah, pues se partió del siguiente principio: Todos los cuerpos, en ausencia del rozamiento o de la fricción, caen con la misma aceleración. - En este caso la aceleración es por supuesto - g.

4-10 TIRO VERTICAL.

Al hablar de tiro vertical, se presentarán -- dos alternativas: 1.- Que se lance un cuerpo hacia arriba o 2.- Que se lance un cuerpo hacia abajo.

La alternativa 2, es muy semejante al fenómeno ya estudiado en caída libre. ¿Pero donde - está la diferencia? Pues en que, mientras en caída libre el cuerpo se deja caer; Vo = 0, en el tiro vertical hacia abajo no se deja caer, sino que es lanzado, o sea que la velocidad inicial Vo ya no vale cero.

Entonces, las ecuaciones a usar deberán contener a la Vo.

Ahora, hablando acerca del tiro vertical hacia arriba, se dirá que las ecuaciones que se usarán para tiro vertical hacia abajo, serán las mismas que usemos para el tiro vertical hacia arriba, con la advertencia de que se tenga mucho cuidado con los signos de los vectores: Desplazamiento vertical o altura, y conla velocidad. En el caso de g, recuerda que siempre será negativa, por apuntar hacia abajo. A continuación se presentarán las --- ecuaciones a usar, con el fin de evitar posibles dudas:

$$\frac{Y}{t} = \frac{V + Vo}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}1$$

$$V = Vo + gt \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}2$$

$$Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}3$$

$$2gY = V^2 - Vo^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}4$$

4- 11 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.

1.- Se dispara un balín hacia abajo, con una velocidad de 300 $\frac{M}{seg}$. Si la altura es de 10 Mts., (a) Cuánto se tardará en llegar al suelo? (b) ¿Cuál será la velocidad con que toque al suelo?.

SOLUCIONES:

(a) Este problema es muy semejante a un problema de caída libre, con la diferencia de que Vo no es cero.

La única ecuación que se puede usar es la --- 4-9-3 de acuerdo a los datos del problema. Entonces, observamos que la solución es a través de una cuadrática, Pero antes, vamos a -- arreglar la ecuación 4-9-3:

$$Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2, \quad \frac{1}{2} gt^2 + Vot - Y = 0$$

o también: $gt^2 + 2Vot - 2y = 0$ y sustituyendo los valores con su signo correspondiente, se llega a:

$$-9.8t^2 + 2(-300)\,t - 2(-10) = 0$$

$$-9.8t^2 - 600t + 20 = 0$$

$$9.8t^2 + 600t - 20 = 0$$

$$t = \frac{-600 \pm \sqrt{(-600)^2 - 4(9.8)(-20)}}{2 \times 9.8}$$

$$t = \frac{-600 \pm \sqrt{360000 + 784 = 360,784}}{19.6}$$

$$t = \frac{-600 \pm 600.65}{19.6}$$

Antes de continuar, hay que recordar que el -- tiempo nunca es negativo. Entonces, el numerador deberá ser: -600 + 600.65 porque si escogemos la otra alternativa: -600 -600.65 dará un numerador negativo y por lo tanto un tiempo negativo.

Así es que: $t = \frac{-600 + 600.65}{19.6} = \frac{0.65}{19.6}$

t = .0331 seg., éste será el tiempo que tarda el balín en tocar el suelo. ¿Qué te parece, - es mucho muy pequeño? ¿Por qué? ¿Si Vo= 0, o sea en caída libre, el problema será más sencillo? Verdad que sí?

(b) Usando la ecuación 4-9-2;

$V = Vo + gt = -300 - 9.8\,(.0331) = -300.324\ \frac{M}{seg}$, ésta será la velocidad con que el balín - toca al suelo.

NOTA;- El inciso a se puede contestar también, resolvieno primero el inciso b y luego usando la ecuación 4-9-1 o 4-9-2, obteniéndose el -- mismo resultado, sin necesidad de usar la cuadrática. Inténtalo.

2.- Si el tiempo que tarda en llegar al suelo un objeto lanzado verticalmente hacia abajo, es 0.5 seg, desde una altura de 30 Metros, -- ¿Cuál es la velocidad con que se lanzó?

SOLUCION:

Usando la ecuación 4-9-3; $Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2$ y --- despejando Vo, se tiene; $2Y = 2\,Vot + gt^2$, $2y - gt^2 = 2\,Vot$, $Vo = \frac{2Y - gt^2}{2t}$ sustituyendo los valores de Y, y de t;

$$Vo = \frac{2\,(-30) - (-9.8)\,(.5)^2}{2\,(.5)} = \frac{-60 + 2.45}{1}$$

$$Vo = -57.55\ \frac{M}{seg.}$$

3.- Se dispara verticalmente hacia arriba una bala con una velocidad de 450 $\frac{M}{seg.}$

(a) ¿A qué altura llegará la bala? (b) ¿Cuánto tiempo tarda en subir? (c) ¿Cuánto tiempo tarda en bajar? (d) ¿Cuál es el tiempo total que la bala estuvo en el aire?.

SOLUCIONES:

(a) Ahora, la velocidad de disparo: Vo, es positiva, porque apunta hacia arriba. La g es - negativa porque siempre apunta hacia abajo. -

No lo olvides.

Usando la ecuación $2gY = V^2 - Vo^2$ y haciendo $V = 0$ porque la bala se detendrá al llegar a su máxima altura Y, por lo tanto; $2gY = -Vo^2$, despejando Y, tendremos:

$$Y = \frac{-Vo^2}{2g} = \frac{-(450)^2}{2(-9.8)} = \frac{202500}{19.6} = 10,331.63\ M$$

Observa como la altura Y, fué positiva. Porque la bala se disparó hacia arriba.

(b) Utilizando la ecuación: $\frac{Y}{t} = \frac{V + Vo}{2}$

y como ya sabemos que $V = 0$, entonces:

$\frac{Y}{t} = \frac{Vo}{2}$ despejando t; $t = \frac{2Y}{Vo}$

o sea; $t = \frac{2X\ 10,331.63}{450} = 45.91$ seg

(c) Usando la ecuación: $Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2$ y como ahora $Vo = 0$ pues la bala está en caída libre, entonces, la ecuación se transforma a: $Y = \frac{1}{2} gt^2$, despejando t; $t = \pm\sqrt{\frac{2Y}{g}}$, ahora Y es negativa pues la bala está en caída libre, por lo tanto:

$$t = \pm\sqrt{\frac{2\ (-10,331.63)}{-9.8} = \frac{20,663.26}{9.8} = 2108.49}$$

$t = \pm 45.91$ seg. y como el tiempo solo es positivo, entonces: $t = 45.91$ seg.

Este resultado es igual al tiempo de subida, y podemos concluir diciendo:

El tiempo de subida y de bajada son iguales, para una misma altura, en un disparo vertical hacia arriba.

(d) El tiempo total que permaneció en el aire la bala, será la suma de los dos tiempos: El de subida y el de bajada, por eso: 45.91 + 45.91 = 91.82 seg.

4.- Desde el borde de una azotea de 10 M de alto, se lanza verticalmente hacia arriba, una posta con una velocidad de 20 $\frac{M}{seg}$ (a)¿A que altura desde la azotea llegará la posta? (b) ¿Qué tiempo tardará en caer la posta hasta el suelo a partir del punto de su máxima altura?

SOLUCIONES:

(a) Partiendo de: $2\ gY = V^2 - Vo^2$ y como $V = 0$, pues la posta se detendrá al llegar a su máxima altura Y, entonces: $2\ gY = -Vo^2$ despejando Y;

$$Y = -\frac{Vo^2}{2g} = \frac{-(20)^2}{2(-9.8)}$$

$$Y = \frac{-400}{-19.6}$$

$Y = 20.4$ M, ésta altura es positiva, porque la posta se disparó hacia arriba.

(b) Para calcular el tiempo de caída de la -- posta, emplearemos la ecuación: $Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2$, como la posta está en caída libre; $Vo = 0$, entonces: $Y = \frac{1}{2} gt^2$, despejando t: $t = \pm\sqrt{\frac{2Y}{g}}$

Ahora veremos cuánto vale Y: Como la posta se disparó desde la azotea que se encuentra a 10 M sobre el suelo, entonces hay que sumar ésta altura, a la de la posta, para tener la altura total de caída libre de la posta: 10+20.4 M ésta altura es negativa porque se trata ahora de caída libre así que: $Y = -30.4$ M, y sustituyendo en la ecuación:

$$t = \pm\sqrt{\frac{2Y}{g}} = \pm\sqrt{\frac{2(-30.4)}{-9.8}}$$

$$t = \pm\sqrt{6.2} = \pm 2.49 \text{ seg.}$$

Por lo tanto, el tiempo de caída es 2.49 seg.

5.- Dos proyectiles son lanzados verticalmente hacia arriba. El primero con una velocidad de 60 $\frac{M}{seg.}$ y el segundo con una velocidad de 100 $\frac{M}{seg}$. ¿Cuál de los dos llegará primero al suelo, si el segundo proyectil se disparó .5 segundos después que el primero?.

SOLUCION;

Primero se calculará el tiempo de subida para cada proyectil.

Para el primer proyectil: $V = Vo + gt$, como - $V = 0$ entonces; $Vo + gt = 0$ despejando t;

$$t = \frac{-Vo}{g} = \frac{-(60)}{-9.8} = 6.12 \text{ seg.}$$

para el segundo proyectil: También $V = 0$ entonces:

$$t = \frac{-Vo}{g} = \frac{-(100)}{-9.8} = 10.2 \text{ seg}$$

Pero a éste tiempo, hay que sumarle .5 seg -- porque el segundo proyectil se disparó después, así es que: $t = 10.2 + .5 = 10.7$ seg.

Como este tiempo de subida (10.7) es mayor que el -- tiempo de subida del primer proyectil (6.12 seg) entonces se concluirá, que el segundo proyectil se tardará más tiempo en caer que el -

primero, pués recuerda que el tiempo de subida, es igual al tiempo de bajada.

4-12 PROYECTILES Y TRAYECTORIAS PARABOLICAS.

En el estudio de la caída libre y del tiro vertical de los objetos lanzados al espacio, la aceleración gravitatoria o gravedad, siempre estuvo gobernando sus movimientos: Acelerados (en la caída libre) o desacelerados (en el tiro vertical hacia arriba). Recuerda que en el estudio del movimiento en un plano horizontal, nunca se mencionó a la gravedad, porque en dicho plano, no tiene ningún efecto.

En ésta sección daremos una breve descripción del movimiento de proyectiles lanzados al espacio con un ángulo de disparo comprendido entre 0° y 90°. Cuando el ángulo es 0°, se tiene un plano horizontal y cuando el ángulo es de 90°, se tiene un plano vertical o sea: Caída libre y tiro vertical.

El caso general del estudio del movimiento de proyectiles, está mostrado en la siguiente figura 4-11-1.

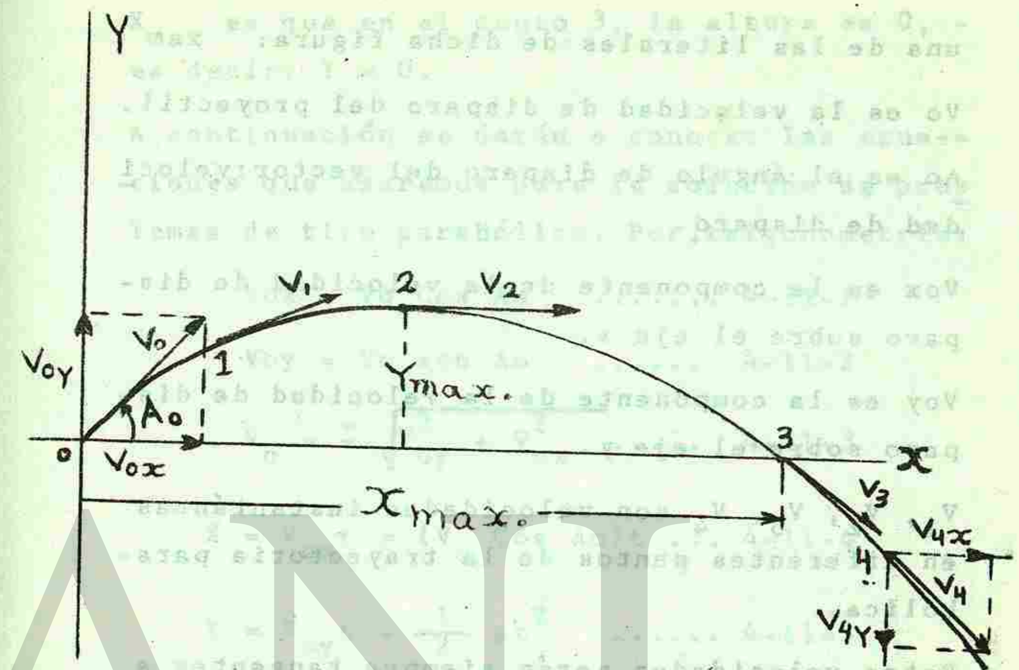


FIGURA 4-11-1

La forma de la trayectoria que sigue un proyectil lanzado con un ángulo mayor de 0° pero menor que 90°, esla de una parábola, por eso se llama a éste movimiento; Movimiento Parabólico de los proyectiles, como lo muestra la figura 4-11-1, o también tiro parabólico.

Expliquemos el significado de todas y cada una de las literales de dicha figura:

Vo es la velocidad de disparo del proyectil.

Ao es el ángulo de disparo del vector: velocidad de disparo.

Vox es la componente de la velocidad de disparo sobre el eje x.

Voy es la componente de la velocidad de disparo sobre el eje y.

V_1, V_2, V_3, V_4 son velocidades instantáneas en diferentes puntos de la trayectoria parabólica.

Estas velocidades serán siempre tangentes a la trayectoria parabólica en sus puntos respectivos. Cada velocidad como vector, será igual a la suma vectorial de sus componentes, como lo muestra la V_4 en el punto 4. La V_2 en especial, no tiene componente en el eje y, solamente en el eje x. Para éste caso especial: a la altura del proyectil se le llama altura máxima y se representa como Y máx.

X_{max} es el alcance máximo, medido según se

muestra en la figura. La característica de X_{max} es que en el punto 3, la altura es 0, es decir: Y = 0.

A continuación se darán a conocer las ecuaciones que usaremos para la solución de problemas de tiro parabólico. Por trigonometría:

$$Vox = Vo \cos Ao \quad \ldots\ldots\; 4\text{-}11\text{-}1$$

$$Voy = Vo \operatorname{sen} Ao \quad \ldots\ldots\; 4\text{-}11\text{-}2$$

$$V_o = \pm\sqrt{V_{oy}^2 + V_{ox}^2} \quad \ldots\ldots\; 4\text{-}11\text{-}3$$

$$X = V_{ox}t = (V_o \cos Ao)t \quad \ldots\; 4\text{-}11\text{-}4$$

$$Y = V_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad \ldots\ldots\; 4\text{-}11\text{-}5$$

$$V_x = V_{ox} = V_o \cos Ao \quad \ldots\ldots\; 4\text{-}11\text{-}6$$

$$V_y = V_{oy} + gt = V_o \operatorname{Sen} Ao + gt \quad \ldots 4\text{-}11\text{-}7$$

$$2gY = V_y^2 - V_{oy}^2 \quad \ldots\ldots\; 4\text{-}11\text{-}8$$

$$\frac{Y}{t} = \frac{V_{oy} + V_y}{2} \quad \ldots\ldots\; 4\text{-}11\text{-}9$$

$$Y = x \operatorname{tg} Ao + \frac{gx^2}{2(V_o \cos Ao)^2} \quad \ldots 4\text{-}11\text{-}10$$

El uso o aplicación de cada una de las ecuaciones anteriores, requiere de mucho cuidado y práctica, en la solución de problemas.

Se van a mostrar otras dos figuras, de tiros parabólicos:

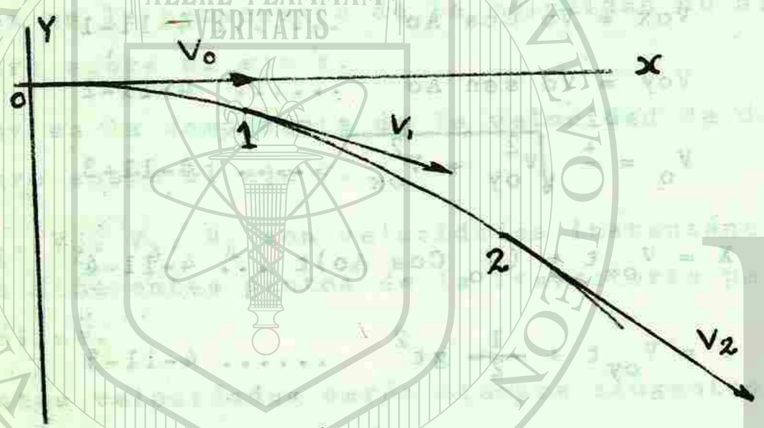


FIGURA 4-11-2

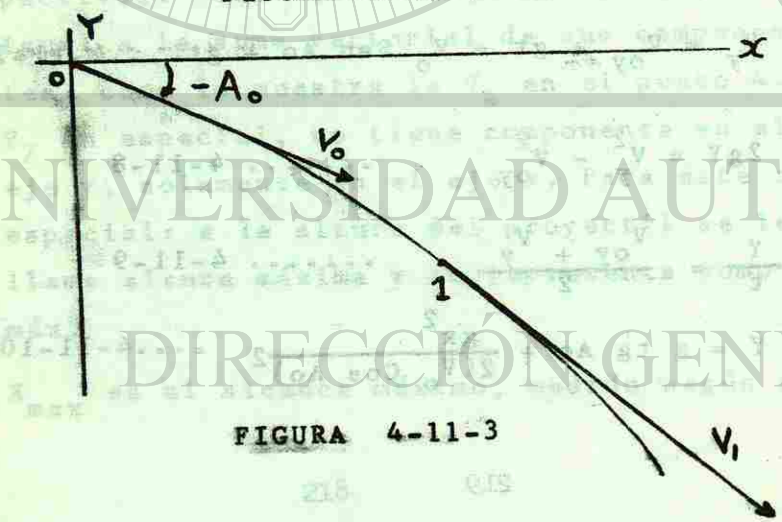


FIGURA 4-11-3

En la figura 4-11-2, nótese que el ángulo de disparo: $Ao = 0$, mientras que en la figura 4-11-3, el ángulo de disparo es negativo.

En las dos figuras, Y no tiene valores positivos, sólo negativos, pués se miden desde el origen hacia abajo, además en éstas trayectorias parabólicas no existen; ni altura máxima: Ymax, ni alcance máximo: Xmax.

Todas las ecuaciones anteriores, son aplicables también a éstos tiros parabólicos.

Cada velocidad V: en cualquier punto de la trayectoria parabólica, será igual a:

$\sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ para la cual, habrá necesidad de calcular la magnitud de cada componente: Vx, Vy.

4-13 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.

1.- Encontrar la ecuación para calcular la altura máxima: Y máx.

SOLUCION:

Recuerda que Ymax existe sólo para la figura 4-11-1 y en base a que $Vy = 0$, usaremos la ecuación 4-11-8:

$$2gy = -V_x^2 = -(Vo\ Sen\ Ao)^2 = -V_o^2\ Sen^2\ Ao,$$

entonces; Y = Ymax, por lo tanto;

$$2g\ Ymax = -V_o^2\ Sen^2\ Ao$$

$$Y\ max = \frac{-V_o^2\ Sen^2\ Ao}{2g}$$

o también; $Y\ max = \dfrac{-(Vo\ Sen\ Ao)^2}{2g}$ ...4-11-11

Recuerda que al sustituir g por su valor, deberá incluirse el signo de menos.

2.- Encontrar la ecuación para calcular el alcance máximo: X max.

SOLUCION:

Recuerda que Xmax, existe sólo para la figura 4-11-1 y en base a que Y = 0, para éste caso y usando la ecuación: 4-11-10, tenemos:

$$XtgAo + \frac{gx^2}{2\ (Vo\ Cos\ Ao)^2} = Y$$

entonces X = Xmax, cuando Y = 0, por lo tanto: $Xmax\ tg\ Ao + \dfrac{g\ Xmax^2}{2\ (Vo\ Cos\ Ao)^2} = 0$

o bién; $\dfrac{g\ Xmax^2}{2\ (Vo\ Cos\ Ao)^2} = -\ Xmax\ tg\ Ao$

Simplificanco; $\dfrac{g\ Xmax}{2\ (Vo\ Cos\ Ao)^2} = -\ tg\ Ao$

Despejando Xmax:

$$Xmax = \frac{-(tg\ Ao)\ 2\ (Vo\ Cos\ Ao)^2}{g}$$

pero $tg\ Ao = \dfrac{Sen\ Ao}{Cos\ Ao}$;

$$Xmax = \frac{-2\dfrac{Sen\ Ao}{Cos\ Ao}\ V_o^2\ Cos^2\ Ao}{g}$$

$$X\ max = \frac{-2Vo^2\ Sen\ Ao\ Cos\ Ao}{g}$$

$$X\ max = \frac{-Vo^2\ 2\ Sen\ Ao\ Cos\ Ao}{g}$$

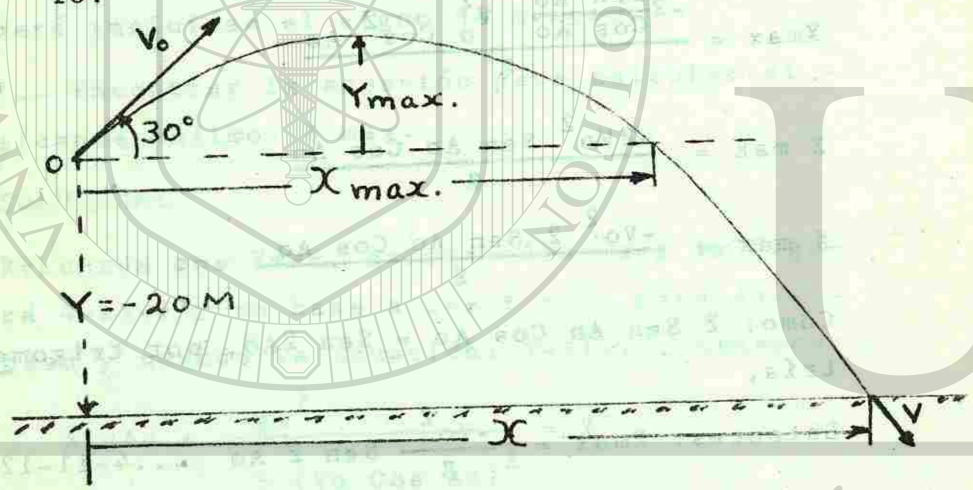
Como: 2 Sen Ao Cos Ao = Sen 2Ao, por trigonometría,

Entonces: $Xmax = \dfrac{-Vo^2}{g}\ Sen\ 2\ Ao$ ...4-11-12

Recuerda que al sustituir g, por su valor, deberá incluirse el signo menos.

3.- Un proyectil es disparado con una velocidad de 200 m/seg, con un ángulo de disparo de 30°. Encontrar (a) su altura máxima (b) su alcance máximo (c) la distancia donde cae rá el proyectil, medida desde el punto inferior de disparo, si el proyectil fue disparado a 20 metros de altura. (d) ¿Con qué velocidad pegará en el suelo? (e) ¿Cuánto tiempo estuvo en el aire?

SOLUCIONES.- Hagamos en primer lugar un dibujo aproximado que nos muestre la trayectoria seguida por el proyectil hasta llegar al suelo:



(a) Usando la ecuación 4-11-11

$$Ymax = \frac{-(Vo\ Sen\ Ao)^2}{2g}$$

Y sustituyendo las variables por sus valores y signos respectivos, tenemos:

$$Ymax = \frac{-(200\ Sen\ 30^o)^2}{2\ (-9.8)} = \frac{(200\ X\ .5)^2}{19.6} =$$

$$\frac{(100)^2}{19.6} = \frac{10000}{19.6} = 510.2\ M$$

Por lo tanto, la altura máxima que alcanzará a tener el proyectil será: Ymax =510.2 M

(b) Utilizando la ecuación 4-11-12.

$$Xmax = \frac{-Vo^2}{g}\ Sen\ 2Ao = \frac{-(200)^2}{-9.8}\ Sen\ 2\ X\ 30^o$$

$$Xmax = \frac{40000}{9.8}\ Sen\ 60^o = \frac{40000\ x\ .866}{9.8}$$

Xmas = 3534.6 M

(c) Empleando la ecuación: 4-11-10

$$Y = Xtg\ Ao + \frac{gX^2}{2\ (Vo\ Cos\ Ao)^2}\ \text{y arreglándola:}$$

$$\frac{g}{2\ (Vo\ Cos\ Ao)^2}\ X^2 + (tgAo)\ X - Y = 0$$

y sustituyendo las variables por sus valores y signos:

$$\frac{-9.8}{2\ (200\ \text{Cos}\ 30^{o})^{2}}\ X^{2} + (\text{tg}\ 30^{o})\ X - (-20) = 0$$

$$-\ 16.3\ X\ 10^{-5}\ X^{2} + .577\ X + 20 = 0$$

$$16.3\ X\ 10^{-5}\ X^{2} - .577\ X - 20 = 0$$

Aplicando la ecuación cuadrática:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a},\ \text{tenemos:}$$

$$X = \frac{-(-.577) \pm \sqrt{(.577)^{2} - 4\ (16.3\ X\ 10^{-5})(-20)}}{2X\ 16.3\ X\ 10^{-5}}$$

$$X = \frac{.577 \pm \sqrt{.3329 + .01304 = .3459}}{32.6\ X\ 10^{-5}}$$

$$X = \frac{.577 \pm .588}{32.6\ X\ 10^{-5}}$$

Como observará, según el resultado, hay dos valores para X, uno será positivo y otro negativo. Como es de esperarse, el valor negativo se descarta porque el proyectil caerá a la derecha del disparo, por lo tanto:

$$X = \frac{.577 + .588}{32.6\ X\ 10^{-5}} = \frac{1.165}{32.6\ X\ 10^{-5}}$$

$$X = \underline{3,573.6\ M}$$

o sea, que a 3,573.6 M a la derecha del punto inferior del disparo, pegará el proyectil con el suelo.

(d) Para obtener la velocidad con que pega el proyectil en el suelo, es necesario conocer - sus componentes: Vx, y Vy.

Entonces: Vx = Vox = Vo CosAo según la ecua-- ción 4-11-6; Vx = 200 Cos 30^{o} = 200 X.866

Vx = 173.2 M/seg

Para calcular la Vy, hemos de usar la ecua--- ción; 4-11-8; $Vy^{2} - Vo^{2}y = 2gy$ despejando Vy^{2}; $Vy^{2} = 2gy + Vo^{2}y$

$$Vy = \pm \sqrt{2gy + Vo^{2}y = 2gy + (Vo\ \text{Sen Ao})^{2}}$$

$$Vy = \pm \sqrt{2(-9.8)\ (-20) + (200\ \text{Sen}\ 30^{o})^{2}}$$

$$Vy = \pm \sqrt{392 + 10,000 = 10,392}$$

$Vy = \pm 101.94 \frac{M}{seg}$ Esta velocidad debe ser negativa, porque el proyectil cae: $Vy = -101.94 \frac{M}{seg}$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$V = \pm \sqrt{V^2x + V^2y} = (173.2)^2 + (-101.94)^2$$

$$V = \pm \sqrt{29998.24 + 10391.76} = 40389.76$$

$$V = \pm \ 200.97 \text{ m/seg.}$$

Como el vector velocidad, en éste caso, está inclinado, se tomará el signo positivo, por lo tanto;

$$V = 200.97 \text{ M/seg}$$

(e) Para calcular el tiempo que permaneció - el proyectil en el aire: Desde que fué disparado hasta que tocó tierra, se hará a partir de la ecuación 4-11-4. X = Vox t o también - X = (Vo Cos Ao) t, despejando t;

$$t = \frac{X}{Vo \ Cos \ Ao} = \frac{3573.6}{200 \cos 30°} = \frac{17.868}{.866}$$

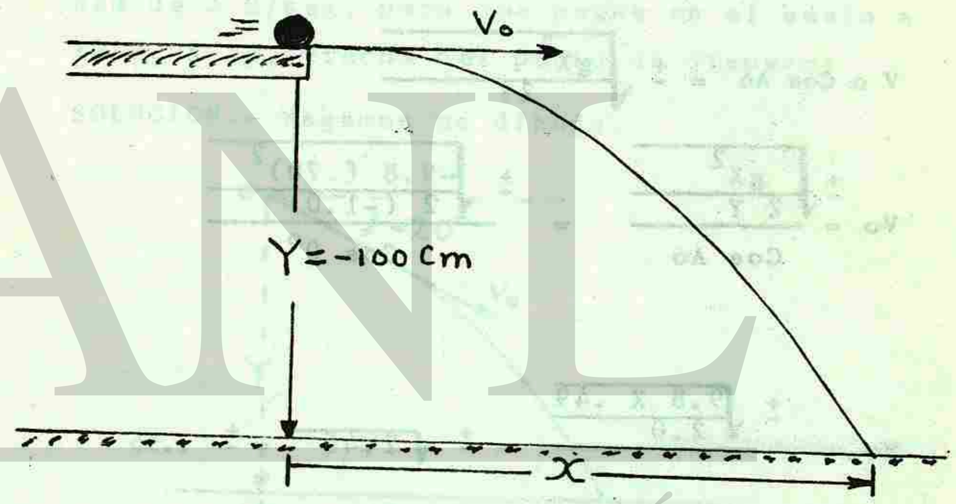
t = 20.6 seg.

4.- Una canica sale rodando desde el borde de una - mesa horizontal, de altura 100 cm. y pega en el suelo a 70 cm. dela mesa.

Encontrar (a) La velocidad con la cual salió la canica del borde de la mesa (b) El tiempo que estuvo en el aire.

SOLUCION:

Hagamos un dibujo:



(a) Como la canica salió disparada paralelamente a la mesa horizontal, entonces su velocidad también será horizontal, por lo que, -

la componente en el eje Y, de la velocidad, vale cero, así como su ángulo de disparo.

Entonces: Usando la siguiente ecuación:

$$Y = X \operatorname{tg} Ao + \frac{gx^2}{2\,(Vo \cos Ao)^2} \quad \text{y como } Ao = 0,$$

entonces: tg Ao = 0 y la ecuación se reduce a: $Y = \dfrac{gX^2}{2(Vo \cos Ao)^2}$, $(Vo \cos Ao)^2 = \dfrac{gX^2}{2\,Y}$,

$$V\,o \cos Ao = \pm \sqrt{\frac{gX^2}{2Y}}$$

$$Vo = \frac{\pm\sqrt{\dfrac{gX^2}{2\,Y}}}{\cos Ao} = \frac{\pm\sqrt{\dfrac{-9.8\,(.70)^2}{2\,(-1.0)}}}{\cos 0^o}$$

$$Vo = \frac{\pm\sqrt{\dfrac{9.8 \times .49}{2.0}}}{} = \pm\sqrt{2.45} = \pm\ 1.56$$

Como el vector velocidad: Vo, apunta a la derecha, entonces: Vo es positiva, por lo tanto:

$Vo = 1.56$ M/seg.

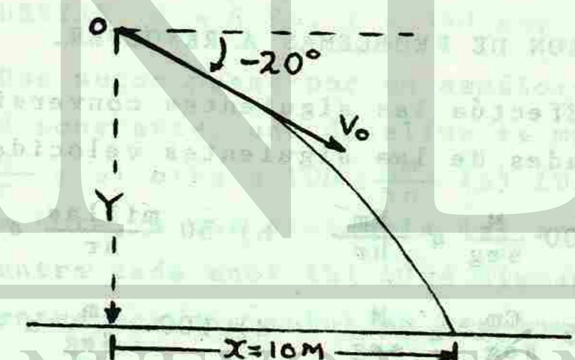
(b) Partiendo de: $X = Vox\ t = (Vo \cos Ao)\ t$

despejando t; $t = \dfrac{X}{Vo \cos Ao} = \dfrac{.70}{1.56 \cos 0^o}$

$$t = \frac{.70}{1.56 \times 1} = .448 \text{ seg}$$

5.- ¿Desde que altura ha de lanzarse una piedra, con un ángulo de disparo de 20° a favor de las manecillas del reloj, con una velocidad de 5 M/seg, para que pegue en el suelo a 10 M, a la derecha del punto de disparo?

SOLUCION.- Hagamos un dibujo:



SOLUCION.- $Y = x \operatorname{tg} Ao + \dfrac{gX^2}{2(Vo\cos Ao)^2}$

$$Y = 10 \operatorname{tg}(-20^o) + \frac{-9.8\,(10)^2}{2(5 \cos -20^o)^2}$$

$$Y = 10\ (-.3639) - \frac{980}{2(5X\ .9397)^2}$$

$$Y = -\ 3.639\ - \frac{980}{2\ X\ 22}$$

Y = - 25.91 M, como era de esperarse la altura es negativa, pues la piedra viene cayendo.

NOTA: El ángulo de disparo es negativo: -20^o porque se midió a favor de las manecillas del reloj, a partir del eje positivo de las x.

4-14 SECCION DE PROBLEMAS A RESOLVER.

1.- Efectúa las siguientes conversiones de unidades de las siguientes velocidades:

a) 300 $\frac{M}{seg}$ a $\frac{Km}{hr}$ b) 50 $\frac{millas}{hr}$ a $\frac{M}{seg}$

c) 15 $\frac{Cm}{seg}$ a $\frac{M}{seg}$ d) 100 $\frac{cm}{Seg}$ a $\frac{M}{hr}$

e) 80 $\frac{Km}{hr}$ a $\frac{Millas}{hr}$ f) $\frac{50\ piés}{seg}$ a $\frac{M}{hr}$

RESULTADOS

a) 1080 $\frac{Km}{hr}$ b) 22.3 $\frac{M}{seg}$

c) .15 $\frac{M}{seg}$ d) 3600 $\frac{M}{hr.}$

e) 49.7 $\frac{Millas}{hr}$ f) 54,878 $\frac{M}{hr}$

2.- Un móvil parte con una velocidad de 36 Km/hr. Después de 40 seg. parte otro movil con una velocidad de 40 Km/hr. ¿A qué distancia y en que tiempo alcanza el segundo movil al primero, suponiendo se mueven con velocidad constante?

RESPUESTAS: d = 4 Km, t = 360 seg = 6 min

3.- Dos autos pasan por un semáforo a velocidad constante, uno de ellos se mueve a 80 $\frac{Km}{hr}$ y el otro a 100 $\frac{Km}{hr}$ (a) ¿Después de media hora, a que distancia del semáforo se encuentra cada uno? (b) ¿Qué distancia habrá entre los dos autos en ese momento?

RESPUESTAS: (a) 40 Km y 50 Km (b) 10 Km

4.- Un caminante se desplaza hacia el este: 3 Km en 30 min., luego 4 Km en 50 min. hacia el norte y finalmente regresa a su punto de partida, a través de la distancia más corta: 5 Km en 60 minutos.

Encontrar su velocidad media y rapidez media

RESPUESTAS: $\overline{V} = 0$, $V_m = 0.0857 \frac{Km}{min}$

5.- A 30° al sur del oeste se recorren 500 metros en 2 minutos, luego a 60° al este del sur se recorren 750 metros en 4 minutos ---- ¿Cuál fué la velocidad media? ¿Cuál es su rapidez media?

RESPUESTA: $\overline{V} = 6.61$ Km/hr, $V_m = 208.3$ M/min=12.5 $\frac{Km}{hr}$

6.- Un camión viaja hacia el sur durante una hora y media, a 120 Km/hr, luego se mueve hacia el oeste, por 30 minutos a 80 Km/hr ¿Cuál fué su velocidad media y rapidez media?

RESPUESTA: $\overline{V} = 92.2$ Km/hr, $V_m = 110 \frac{Km}{h}$

7.- Un ferrocarril viaja a 80 $\frac{Km}{hr}$ durante 50 minutos hacia el sur-oeste, luego disminuye su velocidad a 60 $\frac{Km}{hr}$ moviéndose durante 60 minutos ¿Cuál fué su velocidad media y su rapidez media?

RESPUESTA: $\overline{V} = 69$ Km/hr, $V_m = 69 \frac{Km}{hr}$

8.- Una partícula es acelerada horizontalmente recorriendo 2 cm en .5 seg, si partió del reposo, (a) ¿Cuál fué su velocidad final? -- (b) ¿Su aceleración?

RESPUESTAS: (a) 8 $\frac{cm}{seg.}$ (b) 16 $\frac{cm}{seg^2}$

9.- Un cuerpo se acelera a 1 m/seg^2, en cierto instante su velocidad es de 18 $\frac{M}{seg}$. Si -- parte del reposo ¿Cuánto tiempo ha sido acelerado y que distancia recorre en ese tiempo? ¿Qué distancia recorrerá en los 2 segundos siguientes?

RESPUESTAS: 18 seg, 162 M; 38 M.

10.- ¿Cuánto tiempo se necesita para detener un automóvil que viaja a 90 $\frac{Km}{hr}$, si su desaceleración es 3 M/seg^2? ¿Qué distancia recorrió?

RESPUESTAS: 8.3 seg, 103.4 M

11.- Un camión viaja inicialmente a 60 $\frac{Km}{hr}$, aplicando repentinamente los frenos; con una desaceleración de 1.5 M/seg^2. ¿Qué distancia recorre en el tercer segundo, después de ---aplicar los frenos?

RESPUESTA: 43.11 M

12.- Se deja caer un cuerpo desde lo alto de un edificio. ¿Qué distancia descenderá en el tiempo comprendido entre el cuarto y sexto -segundo después de que se deja caer?

RESPUESTA: -98 M

13.- Una piedra, se deja caer desde un puente, empleando .25 seg. en pasar a lo largo -del mástil de un bote que tiene 3 M de altura. ¿Que distancia hay entre el puente y la parte superior del mástil?

RESPUESTA: -5.91 M

14.- Se deja caer una pelota desde lo alto -de un edificio. Cuando pasa junto a una ventana de 2.5 M de altura, por debajo de la --azotea del edificio, se observa que la pelota gasta .20 seg en recorrer la altura de la ventana ¿Qué velocidad lleva en lo alto de -la ventana? ¿Qué distancia existe entre la -azotea y la parte superior de la ventana?

RESPUESTAS: -2.7 $\frac{M}{seg}$, -.37M

15.- Desde una misma altura, se observa el siguiente suceso: Una piedra se suelta y --tarda 5 segundos en caer, mientras que otra que fué arrojada hacia abajo con una velocidad desconocida tarda .5 seg. calcular la -velocidad con que se arrojó la segunda piedra y la altura.

RESPUESTAS: -242.55 $\frac{M}{seg}$, -122.5 M

16.- Un proyectil se arroja hacia abajo con una velocidad de 50 $\frac{M}{seg}$. Si la altura desde donde se arrojó es de 60 metros, calcular -su velocidad a los 30 metros desde donde se arrojó y su velocidad al chocar en el suelo.

RESPUESTAS: -55.57 $\frac{M}{seg}$, -60.6 $\frac{M}{seg}$

17.- Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba, llegando a una altura de 24.4 -metros ¿con que velocidad se lanzó y cuánto tiempo tarda en subir a su parte más alta?

RESPUESTAS: 24 $\frac{M}{seg}$, 2.45 seg.

18.- Una piedra es lanzada verticalmente hacia la cima de un edificio. Retorna al suelo después de 4 segundos. ¿Cuál es la altura del edificio?

RESPUESTA: 19.6 M

19.- Desde un aerostato que sube verticalmente se deja caer un objeto. Si la altura a que se encuentra el aerostato es de 100 metros, y su velocidad es de 10 $\frac{M}{seg}$, calcular el tiempo que tarda en caer el objeto.

RESPUESTA: 5.65 seg.

20.- Una pelota es lanzada desde el suelo con una velocidad de 9.15 $\frac{M}{seg}$ y un ángulo de 30^{o} sobre la horizontal. (a) ¿Qué altura alcanzará la pelota? (b) ¿En donde caerá al suelo? (c) ¿Qué velocidad llevará, en el instante de caer?

RESPUESTAS:(a) 1.07M (b) 7.32M (c) 9.15 $\frac{M}{seg}$

21.- Un muchacho dispara un perdigón horizontalmente con una velocidad de 122 $\frac{M}{seg}$. Si el muchacho mantiene su arma a 1.5 M del suelo. ¿Chocará el perdigón contra una pared a 30 M de distancia o caerá al suelo antes.

RESPUESTA: Chocará contra la pared.

22.- El mismo muchacho anterior, apunta su arma directamente a un blanco que se encuentra en la pared a 1.5 M desde el suelo. Su arma está en posición horizontal. ¿Pegará el perdigón en el blanco?

RESPUESTA: Pega a 29.6 cm bajo el blanco.

23.- El mismo problema anterior, pero ahora se desea pegar en el blanco.

(a) A qué ángulo sobre el horizontal, deberá elevar el arma el muchacho?

(b) Manteniendo horizontalmente el arma, ¿Cuánto ha de elevarse paralelamente sobre la horizontal?

RESPUESTAS: (a) .565^{o} (b) 29.6 cm

24.- Una pelota es lanzada con una velocidad de 15 $\frac{M}{seg}$ y un ángulo de 60^{o} por debajo de la horizontal, desde un puente que tiene 30 metros de altura sobre el nivel del agua (a). ¿A qué distancia tocará la pelota el agua? (b) ¿Cuánto tiempo permanecerá la pelota en el aire?

RESPUESTAS: (a) 18.5M   (b) 2.47 seg.

25.- Un avión vuela con una velocidad constante horizontal de 500 Km/h a una altura de 5 Km y se dirige hacia un punto que se encuentra directamente arriba de su objetivo. ¿Cuál es el ángulo de mira al que debe arrojarse un paquete de supervivencia para que llegue al objetivo?

El ángulo de la mira está formado por la vertical y la recta que va directamente al blanco, desde el punto en que se soltó el paquete.

RESPUESTA: 42^{o}

Grados	Radianes	Seno	Tangente	Cotangente	Coseno		
0	0	0	0	∞	1.0000	1.5708	**90**
1	.0175	.0175	.0175	57.290	.9998	1.5533	89
2	.0349	.0349	.0349	28 636	.9994	1.5359	88
3	.0524	.0523	.0524	19.081	.9986	1.5184	87
4	.0698	.0698	.0699	14.301	.9976	1.5010	86
5	.0873	.0872	.0875	11.430	.9962	1.4835	**85**
6	.1047	.1045	.1051	9.5144	.9945	1.4661	84
7	.1222	.1219	.1228	8.1443	.9925	1.4486	83
8	.1396	.1392	.1405	7.1154	.9903	1.4312	82
9	.1571	.1564	.1584	6.3138	.9877	1.4137	81
10	.1745	.1736	.1763	5.6713	.9848	1.3963	**80**
11	.1920	.1908	.1944	5.1446	.9816	1.3788	79
12	.2094	.2079	.2126	4.7046	.9781	1.3614	78
13	.2269	.2250	.2309	4.3315	.9744	1.3439	77
14	.2443	.2419	.2493	4.0108	.9703	1.3265	76
15	.2618	.2588	.2679	3.7321	.9659	1.3090	**75**
16	.2793	.2756	.2867	3.4874	.9613	1.2915	74
17	.2967	.2924	.3057	3.2709	.9563	1.2741	73
18	.3142	.3090	.3249	3.0777	.9511	1.2566	72
19	.3316	.3256	.3443	2.9042	.9455	1.2392	71
20	.3491	.3420	.3640	2.7475	.9397	1.2217	**70**
21	.3665	.3584	.3839	2.6051	.9336	1.2043	69
22	.3840	.3746	.4040	2.4751	.9272	1.1868	68
23	.4014	.3907	.4245	2.3559	.9205	1.1694	67
24	.4189	.4067	.4452	2.2460	.9135	1.1519	66
25	.4363	.4226	.4663	2.1445	.9063	1.1345	**65**
26	.4538	.4384	.4877	2.0503	.8988	1.1170	64
27	.4712	.4540	.5095	1.9626	.8910	1.0996	63
28	.4887	.4695	.5317	1.8807	.8829	1.0821	62
29	.5061	.4848	.5543	1.8040	.8746	1.0647	61
30	.5236	.5000	.5774	1.7321	.8660	1.0472	**60**
31	.5411	.5150	.6009	1.6643	.8572	1.0297	59
32	.5585	.5299	.6249	1.6003	.8480	1.0123	58
33	.5760	.5446	.6494	1.5399	.8387	.9948	57
34	.5934	.5592	.6745	1.4826	.8290	.9774	56
35	.6109	.5736	.7002	1.4281	.8192	.9599	**55**
36	.6283	.5878	.7265	1.3764	.8090	.9425	54
37	.6458	.6018	.7536	1.3270	.7986	.9250	53
38	.6632	.6157	.7813	1.2799	.7880	.9076	52
39	.6807	.6293	.8098	1.2349	.7771	.8901	51
40	.6981	.6428	.8391	1.1918	.7660	.8727	**50**
41	.7156	.6561	.8693	1.1504	.7547	.8552	49
42	.7330	.6691	.9004	1.1106	.7431	.8378	48
43	.7505	.6820	.9325	1.0724	.7314	.8203	47
44	.7679	.6947	.9657	1.0355	.7193	.8029	46
45	.7854	.7071	1.0000	1.0000	.7071	.7854	**45**
		Coseno	Cotangente	Tangente	Seno	Radianes	Grados

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
ALERE FLAMMAM VERITATIS