Nótese que apareció el 7 como potencia de 10. El punto decimal se movió 2 veces a la izquierda, entonces se ha de sumar, 2, a la potencia original: 5,

b) $9.76 \times 10^{-2} + .044 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-2} + 830.01 \times 10^{-2}$ o bien:

$$\begin{array}{r} 9.760 \times 10^{-2} \\ .044 \times 10^{-2} \\ 5.000 \times 10^{-2} \\ \underline{830.010 \times 10^{-2}} \\ 844.814 \times 10^{-2} \end{array}$$

El resultado de la suma se puede también expresar como: 8.44814×10^{0} o sea 8.44814 El diez a la potencia cero es igual a 1, por eso no aparece.

¿Ahora, cómo fué que apareció el cero?

RESPUESTA: Rl punto decimal del resultado de la suma, se corrió 2 veces a la izquierda, esto equivale a sumar 2 a la potencia -2 original, lo cual da cero.

2.- RESTA.

Para restar dos cantidades expresadas con potencia de 10, es necesario que sus potencias

sean iguales en signo y en valor.

Ejemplos:

a) $95.63 \times 10^{3} - .04 \times 10^{3}$, o bien:

$$\begin{array}{r} 95.63 \times 10^{3} \\ - \underline{.04 \times 10^{3}} \\ 95.59 \times 10^{3} \end{array}$$

El resultado se expresará también como: 9.599×10^{4}

b) $.031 \times 10^{5} - .0064 \times 10^{5}$, o bien:

$$\begin{array}{r} .0310 \times 10^{5} \\ - \underline{.0064 \times 10^{5}} \\ .0246 \times 10^{5} \end{array}$$

El resultado se puede expresar también como: 2.46×10^{3} nótese que el 5 como potencia del diez, se redujo a 3, porque el punto decimal se movió a la derecha, 2 veces, esto equivale a una potencia de -2 que sumada al 5 da 3

c) $.031 \times 10^{-5} - .0064 \times 10^{-5}$, o bien:

$$\begin{array}{r} .0310 \times 10^{-5} \\ - \underline{.0064 \times 10^{-5}} \\ .0246 \times 10^{-5} \end{array}$$

El resultado, se puede expresar también como: 2.46×10^{-7}

¿Puede explicar ésto?. Si es así, ¡Felicidades!, está usted comprendiendo.

De aquí en adelante, usted tratará de explicarse los cambios en las potencias, o bien solicite ayuda a su maestro.

3.- MULTIPLICACION.-

En ésta operación, las potencias de 10, pueden tener cualesquier valor y signo.

Para llevar a cabo la multiplicación, primero se multiplican las cantidades y finalmente, se suman las potencias con sus signos respectivos.

Ejemplos:

a) $3 \times 10^{2} \times 2 \times 10^{5} \times 1 \times 10^{3} \times 7 \times 10^{-4}$

Resultado: $3 \times 2 \times 1 \times 7 = 42$

$$10^{2} \times 10^{5} \times 10^{3} \times 10^{-4} = 10^{2+5+3-4} = 10^{6}$$

o sea: 42×10^{6}, que también se puede expresar así: 4.2×10^{7}

b) $60.1 \times 10^{1} \times 300 \times 10^{3} \times .03 \times 10^{-2} \times .6 \times 10^{1}$

Resultado: $60.1 \times 300 \times .03 \times .6 = 324.54$

$$10^{1} \times 10^{3} \times 10^{-2} \times 10^{1} = 10^{1+3-2+1} = 10^{3}$$

o sea: 324.54×10^{3}, que también se puede expresar así: 3.2454×10^{5}

4.- DIVISION.-

En esta operación, las potencias de 10, pueden también tener cualquier valor y signo.

Para llevar a cabo la división, primero se dividen las cantidades entre sí, por separado, y luego se restan algebraicamente las potencias de 10, con sus signos respectivos: La del numerador menos la del divisor.

Ejemplos:

a) $4 \times 10^{6} \div 3 \times 10^{4}$

Resultado: $4 \div 3 = 1.33$

$$10^{6} \div 10^{4} = 10^{6-4} = 10^{2}$$

o sea: 1.33×10^{2}

b) $50 \times 10^{4} \div 25 \times 10^{-2}$

Resultado: $50 \div 25 = 2$

$$10^{4} \div 10^{-2} = 10^{4-(-2)} = 10^{4} + {}^{2} = 10^{6}$$

o sea: 2×10^{6}

c) $100 \times 10^{-1} \div 2 \times 10^{3}$.

Resultado : $100 \div 2 = 50$

$$10^{-1} \div 10^{3} = 10^{-1\ -3} = 10^{-4}$$

o sea: $50 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3}$

d) $20 \times 10^{-3} \div 5 \times 10^{-1}$

Resultado: $20 \div 5 = 4$

$$10^{-3} \div 10^{-1} = 10^{-3} - (-1) = 10^{-3} + 1 = 10^{-2}$$

o sea: 4×10^{-2}

Pues bien, hemos visto como se realizan las operaciones básicas de la aritmética empleando la notación científica y hemos obtenido los resultados de dichas operaciones expresadas en notación científica.- Si en un momento dado, deseamos expresar en su forma común una cantidad con notación científica, será necesario eliminar al 10 con su potencia, para ello hay que seguir las dos siguientes reglas:

1o.- Si la potencia es positiva, el punto decimal ha de moverse a la derecha, tantas veces, como lo diga la potencia. Ejemplo:

a) $0.415 \times 10^{5} = 41500$

Aquí, hubo necesidad de completar con ceros, las cifras que faltaban.

b) $6.031 \times 10^{2} = 603.1$

2o.- Si la potencia es negativa, el punto decimal ha de moverse a la izquierda, tantas ve como lo indique el valor de la potencia.

Ejemplos:

a) $600 \times 10^{-2} = 6$

En este caso, no es necesario que aparezcan - los dos ceros, pues no representarán ninguna cifra significativa.

b) $305.4 \times 10^{-3} = .3054$

c) $.95 \times 10^{-4} = .000095$

Aparecen cuatro ceros a la izquierda del 9 -- porque son necesarios, para completar los brincos del punto decimal, hacia la izquierda.

d) $.003 \times 10^{-5} = .00000003$

3-4 FUNCIONES TRIGONOMETRICAS Y SUS VALORES.- Como el estudio de las funciones trigonométri-- cas toman como modelo el triá gulo rectángu-- lo, es conveniente que se defina en primer lugar, lo que es un triángulo. Pues bien, un -- ulo, es una figura plana limitada por - tres lados.

El triángulo rectángulo es un caso especial, pues dos de sus lados son perpendiculares entre si, es decir, forman un ángulo de 90^{o}. A dichos lados se les llaman: CATETOS y al tercer lado del triángulo se le llama HIPOTENUSA.

En la siguiente figura 3-4-1, se presenta al -- triángulo recto y sus características:

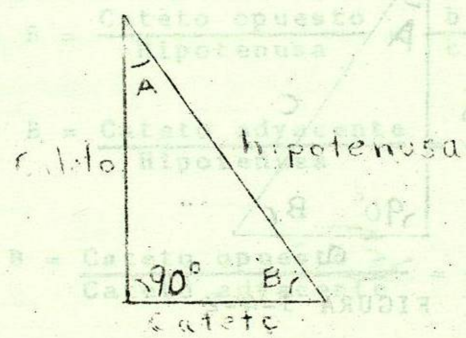

FIGURA 3-4-1

A los catetos se les llama también lados adyacentes del ángulo recto, y a la hipotenusa, - se le llama, el lado opuesto del ángulo rec-- to.

En todo triángulo, la suma de sus tres ángu-- los es 180^{o}, por lo tanto, en el caso del A y B, deberá ser de 90^{o}. Precisamente estos dos ángulos, son los que tomaremos como base, para el estudio de las funciones trigonométricas.

Las funciones trigonométricas que serán tratadas solamente, son: Seno, Coseno y Tangente, para nuestros fines prácticos de la Física.

Dibujemos de nuevo el triángulo recto, figura 3-4-2:

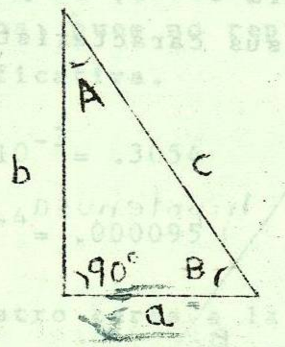

FIGURA 3-4-2

Obsérvese que la Hipotenusa a sido sustituída por la letra C, y los Catetos por las letras a y b. Pues bien, vamos a definir las tres -- funciones trigonométricas para los ángulos A y B

$$\text{Sen A} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{Cos A} = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{Tg A} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

Sen A quiere decir: Seno del ángulo A, CosA - es coseno del ángulo A, y TgA es tangente del ángulo A.

Ahora para el ángulo B:

$$\text{Sen B} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{Cos B} = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{Tg B} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}} = \frac{b}{a}$$

Recuerden que A y B son ángulos y que por lo tanto, sus funciones trigonométricas requieren valores númericos. Para encontrar dichos valores, han de emplearse las Tablas Trigonométricas, que a continuación explicaremos su uso.

Las Tablas Trigonométricas dan los valores de las funciones Seno, Coseno y Tangente, por lo general desde 0° hasta 90°, de grado a grado.

Supongamos que buscamos el seno de 28°, entonces encontraremos primero el ángulo de 28° en su columna y horizontalmente a la derecha de 28°, bajo el encabezado de otra columna que diga seno, estará el valor de Sen 28° que es .4694 Según la Tabla 3-4-1

TABLA 3-4-1

Angulo	Sen	Cos	Tg
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
28°	.4694	.8829	.5317
—	—	—	—
—	—	—	—

Como apreciaremos, en la misma ila horizontal, aparecen también los valores del Coseno y de la Tangente del mismo ángulo. El problema [illegible] cuando se nos pidiese la función trigonométrica de un ángulo que no aparezca en la tabla, como por ejemplo: 60.4°, para resol

ver cualquier problema parecido, se ha de seguir el Método de la Interpolación, es decir, buscar en la tabla el ángulo inmediato superior y el ángulo inmediato inferior a 60.4°, y determinar el valor de la función trigonométrica de cada uno de los ángulos anteriores en la tabla, y luego proceder a la interpolación. De nuevo, usando la tabla de las funciones trigonométricas: 3-4-2.

TABLA 3-4-2

Angulo	Seno	Cos	Tg
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—
60°	.8660	.5000	1.7320
61°	.8746	.4848	1.8040
—	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—

Como 60.4° está entre 60.0° y 61.0°, se puede hacer lo siguiente: Restar 60.4° de 61.0° ---

(porque, como se observa en la tabla 3-4-2, - los valores del seno crecen al aumentar el ángulo) resultando $.6^{\circ}$, enseguida se restan 60° de 61° resultando 1° y finalmente se restan - los valores de:

sen 60° a sen 61°, o sea:

$$.8746 - .8660 = .0086$$

Con los resultados anteriores, plantearemos - la siguiente regla de tres simple directa:

En 1° hay diferencia .... .0086

En $.6^{\circ}$ cuanta diferencia habrá X

$$\text{Resultando: } X = \frac{.0086 \times .6^{\circ}}{1^{\circ}} = .00516$$

Observe como se despejó la incógnita X

En la regla de tres simple directa, las cantidades que están en escuadra con X, siempre -- aparecerán multiplicándose entre si en el numerador, y la cantidad que está diagonalmente opuesta a X, aparecerá en el deonominador.

Por último, el valor de la incógnita X, se -- resta del valor de Sen 61° o sea:

$.8746 - .00516 = \underline{.86944}$, este valor corres-- ponde al Sen 60.4°

Para encontrar el valor del Sen 60.4°, tam-- bién se puede hacer lo siguiente: Restar 60° de 60.4° resultando $.4^{\circ}$, luego restar 60° de 61° resultando 1° y finalmente se restan los valores de Sen 60° a Sen 61° o sea:

$.8746 - .8660 = .0086$ y con estos resultados, aplicar la regla de tres simple directa:

En 1° hay de diferencia .... .0086

En 4° cuanta diferencia habrá. X

$$\text{Resultando: } X = \frac{.0086 \times .4}{1^{\circ}} = .00344$$

Por último, el valor de la incógnita X, se - sumará al valor de Sen 60° o sea:

$.8660 + .00344 = \underline{.86944}$, éste valor corres- ponde al Sen 60.4°

Obsérvese que ahora, en lugar de restar el - valor de la incógnita el valor de Sen 61°, - se sumó, como ya se dijo anteriormente, al - aumentar el valor del ángulo, también aumenta la función del Seno.

Los mismos pasos que se siguieron para interpolar en el caso del Seno, también se siguen para interpolar en el caso de la Tangente, pues también el crecer el ángulo, aumenta el valor de la función tangente.

En lo que respecta al Coseno, sucede lo contrario, pues al crecer el ángulo la función Coseno disminuye, como puede verse en la Tabla 3-4-2. Las dos alternativas que se emplearon para calcular por interpolación del valor Sen 60.4º, también se aplican para calcular la función Coseno, pero hay que tener cuidado al momento de plantear la regla de tres simple directa y luego al sumar ó restar el valor de la incógnita encontrada, para òbtener el valor de la función.

Digamos que deseamos saber: el Cos 60.4º entonces, siguiendo la primera alternativa:

$$61.0^{o} - 60.4^{o} = .6^{o}$$

$$61.0^{o} - 60.0^{o} = 1.0^{o}$$

C - Cos 61º = .5000 - .4848 = .0152

En 1º hay diferencia .... .0152

En .6º que diferencía habrá X

$$X = \frac{.6^{o} \times .0152}{1^{o}} = .00912$$

Como .6º de diferencia se obtuvo restando: 60.4º de 61.0º, entonces .00912 corresponde a estos dos valores de ángulos, y como, a medida que crece el ángulo, la función disminuye, entonces .00912 ha de sumarse el valor de la función Cos 61º, o sea:

Cos 61º + .00912 = .4848+.00912 = .49392 = Cos 60.4º, o bien, siguiendo la segunda alternativa:

$$60.4^{o} - 60.0^{o} = .4^{o}$$

$$61.0^{o} - 60.0^{o} = 1.0^{o}$$

Cos 60º - Cos 61º = .5000 - .4848 = .0152

En 1º hay de diferencia ----------- .0152

En .4º que diferencia habrá ------- X

$$X = \frac{.4^{o} \times .0152}{1^{o}} = .00608$$

Como .4º se obtuvo restando 60º de 60.4º, entonces .00608 corresponde a éstos dos valores de ángulos, y como, a medida que crece el ángulo, la función disminuye, entonces. 00608 --

ha de restarse del valor de Cos 60° o sea:

Cos 60° $- .00608 = .50000 - .00608 = .49392$,

o sea:

Cos $60.4^{\circ} = .49392$

Se espera que con estos ejemplos, haya quedado comprendido el método para calcular el valor de una función trigonométrica, tanto para ángulo que se encuentre en la Tabla, como la de otro ángulo que no se encuentre en dicha - Tabla, por interpolación.

Ahora manejamos el caso inverso de las funciones trigonométricas, es decir, que si conocemos el valor de la función, se tratará de encontrar el valor del ángulo correspondiente. Por ejemplo, que se desea saber el ángulo cuya Tangente es 1.7320, pues, no hay más que - recurrir a la Tabla 3-4-2, buscamos en la columna de Tg el valor mencionado y a su izquierda estará el valor del ángulo buscado -- que es 60°.

La situación cambia si el valor dado no se encuentra en la columna, por ejemplo: 1.7524, y como puede verse, éste valor se encontrará en

entre 1.7320 y 1.8040 según la Tabla 3-4-2.

Entonces, ha de seguirse el método de la interpolación ya mencionado, pero ahora se trata de encontrar el ángulo.

Pues bien, sigamos la siguiente alternativa.

$$61.0^{\circ} - 60.0^{\circ} = 1^{\circ}$$

$$Tg\ 61^{\circ} - Tg\ 60^{\circ} = 1.8040 - 1.7320 = .0720$$

$$1.8040 - 1.7524 = .0516$$

En 1° hay diferencia ------------ .0720

En cuántos grados habrá la diferencia.------------------------- .0516

$$X = \frac{1^{\circ} \times .0516}{.0720} = .7166^{\circ}$$

Estos grados: .7166, habrán de restarse de -- 61°, pues .0516 se obtuvo restando 1.7524 de 1.8040, por lo tanto:

$$61.0000^{\circ} - .7166^{\circ} = 60.2834^{\circ} = \text{ángulo buscado}$$

Si seguimos la otra alternativa, debemos obtener el mismo ángulo: 60.2834°, si tenemos cuidado en aplicarla. ¿Suerte!