solver, usando el Método de Pitágoras o por la Ley de los Senos y Cosenos.

1.- Una persona se desplaza hacia el norte 1.5 Km. y luego se dirige hacia el Este 2.5 Km. Encontrar la magnitud, dirección y sentido del vector desplazamiento resultante.

NOTA: Se le llama: vector desplazamiento resultante, al vector que se obtiene al sumar vectorialmente dos o más vectores desplazamiento; también se le llama: El desplazamiento neto.

SOLUCION: En todos los problemas de suma de vectores, es necesario que se haga un diagrama vectorial: Dibujo que comprende a los vectores, con sus ángulos y sentidos de cada uno, por lo tanto:

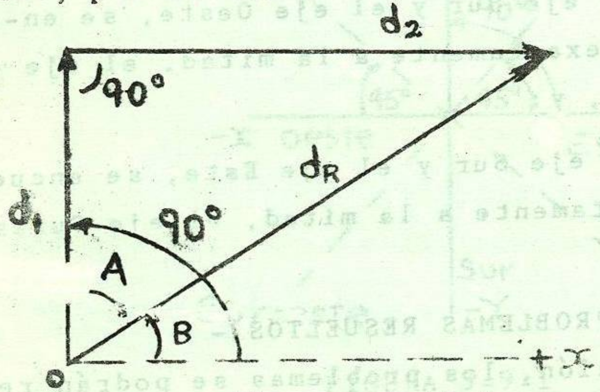


figura 3-10-1

d_R, es el vector desplazamiento resultante. Como d_1 y d_2 forman un ángulo de 90^o, entonces aplicamos el teorema de Pitágoras y tenemos:

$$d_R^2 = d_1^2 + d_2^2, \quad d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

$$d_R = \sqrt{(1.5)^2 + (2.5)^2} = 2.25 + 6.25 = 8.50$$

$d_R = 2.91$ Km. (magnitud: o distancia)

Para encontrar la dirección de d_R es necesario calcular primero el ángulo A del diagrama vectorial, y como:

$T_g\ A = \dfrac{d_2}{d_1}$, y sustituyendo los valores de: d_2 y d_1 tenemos:

$$Tg\ A = \frac{2.5}{1.5} = 1.6666$$

Entonces: $A = 59.03^o$

Enseguida se calcula el ángulo B:

$$B = 90^o - A = 90^o - 59.03^o = 30.97^o$$

Entonces, la dirección de d_R es 30.97^o

Recuerda; la dirección de un vector es el ángulo que forma con el eje positivo de las X, medido en contra de las manecillas del reloj.

El sentido de d_R lo indica su punta de flecha, ¿cómo se sabe dónde debe ir la punta de la flecha del vector resultante?, ah, pues trazando el vector resultante desde el origen O del primer vector a la punta del último vector. Entonces la punta del vector resultante, debe topar con la punta del último vector.

2.- Un vehículo se dirige hacia el oeste y después de moverse 100 millas se dirige luego hacia el sur, por 65 millas. ¿Cuál fué su desplazamiento resultante en magnitud, dirección y sentido?.

SOLUCION:- Diagrama Vectorial:

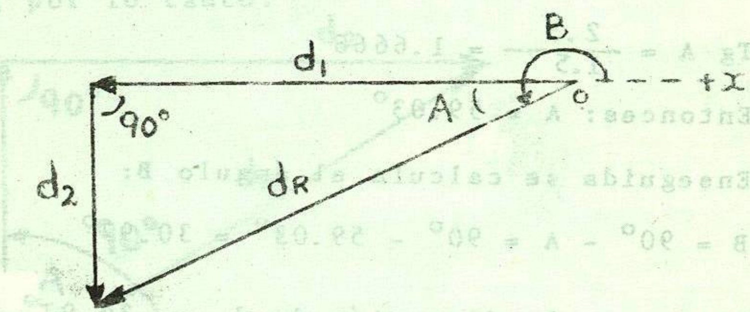


FIGURA 3-10-2

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = (100)^2 + (65)^2 = 10{,}000 + 4225$$

$$d_R = \sqrt{14225} = 119.26 \text{ Millas (magnitud: distancia)}$$

La dirección será el ángulo B, 0:

$B = 180^o + A$

Pero: $\text{Tg } A = \frac{d_2}{d_1} = \frac{65}{100} = .65$

Entonces: $A = 33.02^o$

Así es que $B = 180^o + 33.02^o$

$B = 213.02^o$

El sentido lo indicará la punta de su flecha

3.- Determina la magnitud, dirección y sentido, del vector neto, que un móvil desarrolla, al moverse 600 metros al sur y luego 1000 metros al este.

SOLUCION:- Diagrama Vectorial

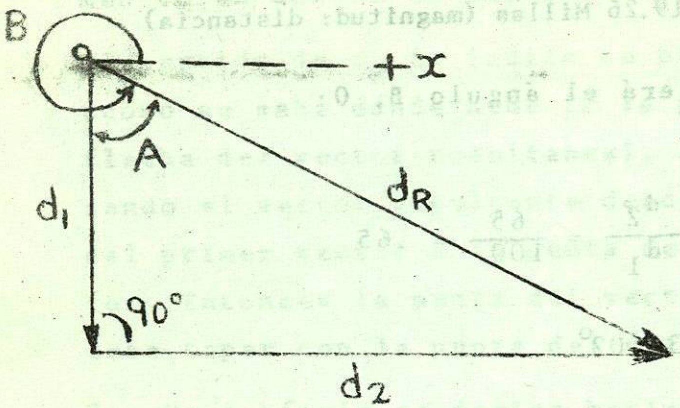


FIGURA 3-10-3

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = (600)^2 + (1000)^2 = 360000 + 1000000$$

$$d_R = \sqrt{1360\,000} = 1.36 \times 10^6 = 1.166 \times 10^3$$

d_R = 1166 metros (magnitud: distancia)

Dirección: $B = 270^o + A$

$$\text{Tg } A = \frac{d_2}{d_1} = \frac{1000}{600} = 1.6666$$

$A = 59.03^o$

Por lo tanto: $B = 270^o + 59.03^o$

o sea; $B = 329.03^o$

El sentido lo indica su punta de flecha.

4.- Ahora, en éste problema y en los que si-- guen, se tratarán problemas en los que, los - dos vectores no forman entre sí ángulos de -- 90^o, por lo que ya no es posible aplicar di-- rectamente el teorema de Pitágoras, sino la - **ley de Senos y Cosenos**.

Un caminante se desplaza 900 piés al Norte y -- luego 1100 piés al Sureste. Calcular el des-- plazamiento neto en magnitud, dirección y sen tido del caminante.

SOLUCION: El diagrama vectorial es el siguien te:

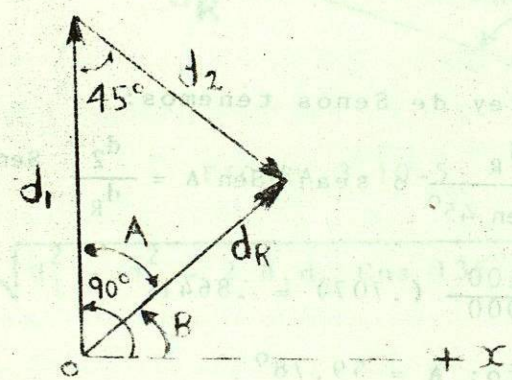


FIGURA 3-10-4

Para calcular la magnitud del desplazamiento resultante:

d_R aplicamos directamente la Ley de los Cosenos.

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1\, d_2 \cos 45^o}$$

$$d_R = \sqrt{(900)^2 + (1100)^2 - 2\,(900)\,(1100)\,(.707)}$$

$$d_R = \sqrt{810000 + 1210000 - 1399860} = \sqrt{620,140}$$

d_R = 787.48 piés (magnitud: distancia)

Para encontrar la dirección del vector neto, o sea el ángulo B, es necesario calcular el ángulo A.

Usando la ley de Senos tenemos:

$$\frac{d_2}{\text{Sen A}} = \frac{d_R}{\text{Sen } 45^o} \quad \text{o sea:} \quad \text{Sen A} = \frac{d_2}{d_R} \text{ Sen } 45^o$$

$$\text{Sen A} = \frac{1100}{900}\,(.707) = .8641$$

Por lo tanto: $A = 59.78^o$

Ahora si, $B = 90^o - A = 90^o - 59.78^o$

Finalmente $B = 30.22^o$ (dirección)

El sentido del vector neto, lo indica su punta de flecha.

5.- Un corredor se desplaza 2000 metros hacia el Noroeste y luego 3500 metros al Oeste. Encontrar la magnitud, dirección y sentido del vector desplazamiento resultante.

SOLUCION:- Hagamos el diagrama vectorial:

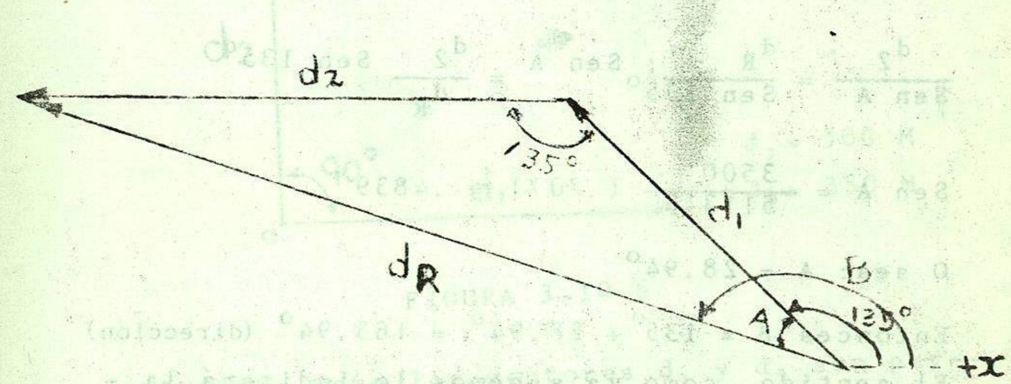


FIGURA 3-10-5

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2\, d_1 d_2 \cos 135^o}$$

$$d_R = \sqrt{(2000)^2 + (3500)^2 - 2\,(2000)\,(3500)\,(-.707)}$$

$$d_R = \sqrt{4000000 + 12250000 + 140000000 \times .707}$$

$$d_R = \sqrt{16250000 + 9898000 = 26148000}$$

d_R = 5113.51 Metros (magnitud: distancia)

Para encontrar B, hemos de calcular primero - el ángulo A, por la Ley de Senos:

$$\frac{d_2}{\text{Sen } A} = \frac{d_R}{\text{Sen } 135^o} \quad ; \quad \text{Sen } A = \frac{d_2}{d_R} \text{ Sen } 135^o$$

$$\text{Sen } A = \frac{3500}{5113.5}\,(.707) = .4839$$

O sea: $A = 28.94^o$

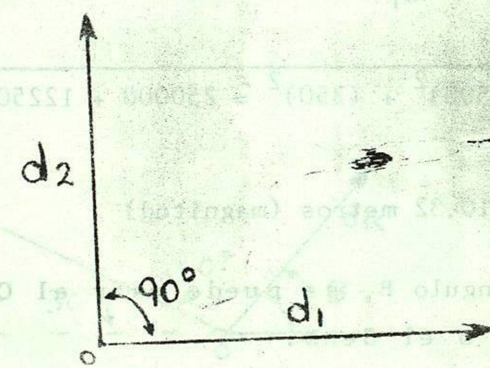
Entonces $B = 135^o + 28.94^o = 163.94^o$ (dirección)

El sentido, como ya sabemos lo indicará la - punta de flecha de d_R.

6.- Muy a menudo, los problemas vectoriales se presentan o enuncian de un modo diferente a como se han presentado los anteriores, pero la aplicación del teorema de Pitágoras y de la Ley de Senos y Cosenos es la misma:

A continuación se presentarán algunos problemas:

Desde un mismo punto de disparo, dos proyectiles se han desplazado perpendicularmente entre si; uno 500 metros y el otro 350 metros. Calcular el desplazamiento resultante de los dos proyectiles y su ángulo; B, según dibujos:

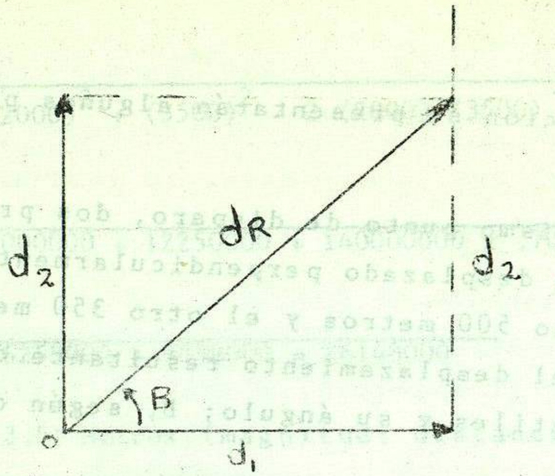


d_1 = 500 M

d_2 = 350 M

FIGURA 3-10-6

SOLUCION: Como los vectores d_1 y d_2 son perpendiculares entre sí, hemos de aplicar el teorema de Pitágoras y obtener el siguiente dibujo:



$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = (500)^2 + (350)^2 = 250000 + 122500$$

$$d_R = \sqrt{372{,}500} = 610.32 \text{ metros (magnitud)}$$

Para calcular el ángulo B, se puede usar el Coseno, la Tangente o el Seno.

Usemos la tangente, para eso, se ha de imaginar siempre, que el vector d_2, o sea el lado opuesto del ángulo B, se ha trasladado imaginariamente como se muestre en el dibujo anterior, por lo tanto:

$$Tg\ B = \frac{d_2}{d_1} = \frac{350}{500} = .7000$$

o sea: $B = 34.99^o$

Nótese como en la solución de este problema, se ha dibujado un paralelogramo.

7.- Dos autos parten del mismo punto formando un ángulo de 150^o sus vectores desplazamien-- to, según figura, calcular su desplazamiento neto entre los dos vectores y su ángulo B.

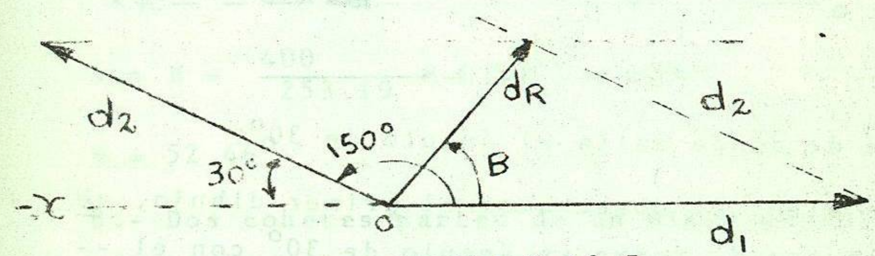


FIGURA 3-10-7

$d_1 = 500$ Millas y $d_2 = 400$ Millas.

SOLUCION:- Como los dos vectores ya no son -- perpendiculares entre sí, ha de usarse la Ley de los Cosenos para encontrar la magnitud del vector resultante. Antes de aplicar la ecua-- ción, hemos de dibujar de nuevo la figura, de modo que el triángulo esté más claro:

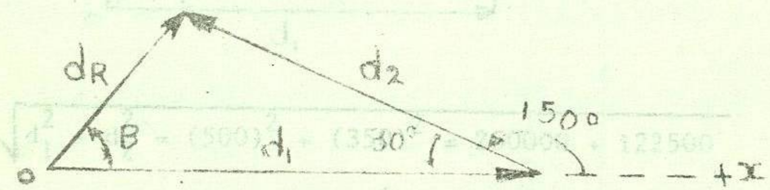


FIGURA 3-10-8

¿Qué de donde salió el ángulo de 30^o?

Pués bien, si observamos el primer dibujo, veremos que d_2 forma un ángulo de 30^o con el -- eje X negativo, que será el mismo ángulo que forma d_2 en la segunda figura para formar el triángulo, necesario para aplicar la Ley de - los Cosenos, por lo tanto:

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2\, d_1\, d_2 \text{ Cos } 30^o}$$

$$d_R = \sqrt{(500)^2 + (400)^2 - 2\,(500)\,(400)\,(.866)}$$

$$d_R = \sqrt{250000 + 160000 - 400000 \times .866}$$

$$d_R = \sqrt{410000 - 346\,400 = 63600}$$

d_R = 252.19 Millas (magnitud)

Ahora, si aplicamos la Ley de los Senos al - triángulo formado, tenemos:

$$\frac{d_2}{\text{Sen B}} = \frac{d_R}{\text{Sen } 30^o}; \quad \text{Sen B} = \frac{d_2}{d_R} \text{ Sen } 30^o$$

$$\text{Sen B} = \frac{400}{253.19}\,(.500) = .7930$$

$B = 52.46^o$

8.- Dos cohetes parten de un mismo punto, según el siguiente dibujo, calcular la magnitud del vector desplazamiento neto, entre -- los dos cohetes y su ángulo B.

d_1 = 250 Km

d_2 = 700 Km

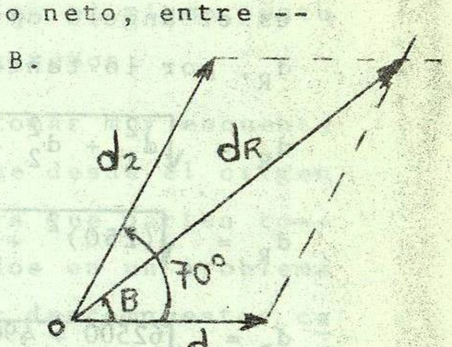


FIGURA 3-10-9

SOLUCION: - Dibujando de nuevo el esquema - vectorial anterior, para resaltar el triángulo formado por d_1 y d_2, y así explicar -- más claramente la Ley de los Cosenos:

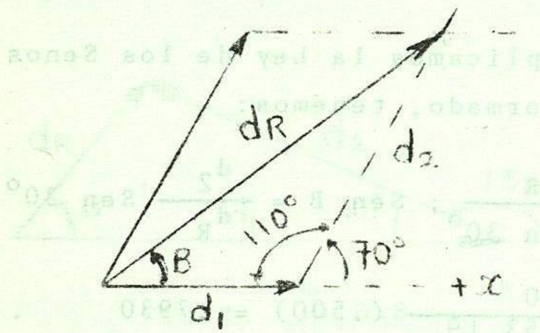


FIGURA 3-10-10

El ángulo de 110° es la diferencia de: ---- (180° - 70°) y es necesario conocerlo, pues es el ángulo opuesto al vector resultante - d_R, por lo tanto:

$$d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2\, d_1 d_2 \text{ Cos } 110^{\circ}}$$

$$d_R = \sqrt{(250)^2 + (700)^2 - (250)\ (700)\ (-.3420)}$$

$$d_R = \sqrt{62500 + 490000 + 350000 \times .3420}$$

$$d_R = \sqrt{552{,}500 + 119700 = 672200}$$

d_R = 819.87 Km.

El ángulo B, se ha de calcular con la Ley de los Senos:

$$\frac{d_R}{\text{Sen } 110^{\circ}} = \frac{d_2}{\text{Sen B}} : \text{Sen B} = \frac{d_2}{d_R} \text{ Sen } 110^{\circ}$$

$$\text{Sen B} = \frac{700}{819.87}\ (.9397) = .8023$$

$B = 53.35^{\circ}$

3-11 METODO DE LA DESCOMPOSICION Y COMPOSICION DE VECTORES.

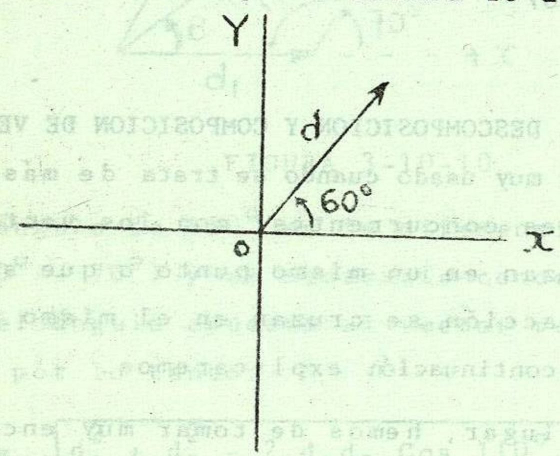
Este método; muy usado cuando se trata de más de - dos vectores concurrentes; son los vectores que se cruzan en un mismo punto o que sus -- líneas de acción se cruzan en el mismo punto, es el que a continuación explicaremos.

En primer lugar, hemos de tomar muy encuenta los ejes cartesianos, porque desde el origen de dichos ejes, se considera que parten to-- dos los vectores involucrados en un problema dado, los cuales han de ser descompuestos cada uno en sus dos componentes únicos y per--

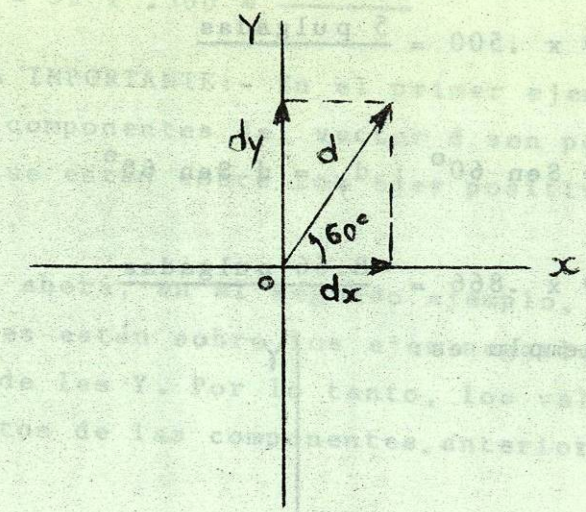
pendiculares entre sí; cada componente ha de ser paralelo a uno de los dos ejes cartesianos. Antes de continuar, se verá como se descompone un vector, en sus dos componentes como se acaba de expresar.

Sea el vector d, que forma un ángulo de 60^o con el eje + X y cuya magnitud sea 10 pulgadas.

El siguiente esquema aclara lo anterior:



Ahora, procedamos a descomponer a d:



Obsérvese como ha sido descompuesto el vector d: La componente d_X sobre el eje X y la componente d_Y sobre el eje Y.

Los valores de cada componente, se obtienen aplicando las funciones trigonométricas, --- pués las dos componentes son perpendiculares entre sí,

Entonces:

$$\frac{d_X}{d} = \text{Cos } 60^o \;:\; d_X = d \text{ Cos } 60^o$$