B.- VELOCIDAD CONSTANTE.

a) Suponiendo que de Monterrey a la Ciudad de México, haya una distancia de 1000 Km. en línea recta. ¿A que velocidad constante debe manejar un automovilista para que tarde 10 Hrs. en llegar a México?.

SOLUCION.- Si $v = \frac{d}{t}$ entonces, sustituyendo directamente la distancia y el tiempo por sus valores respectivos, tenemos:

$$v = \frac{1000 \text{ Km}}{10 \text{ Hrs}} = 100 \frac{\text{Km}}{\text{hr}}$$

b) Si de Monterrey a Saltillo, hay 80 Km., suponiéndolos en línea recta, el mismo automovilista anterior, ¿cuánto tiempo hará en llegar a Saltillo?

SOLUCION: $v = \frac{d}{t}$, despejando t, tenemos,

$t = \frac{d}{V}$ o sea: $t = \frac{80 \text{ Km}}{100 \text{ Km/hr}} = .80 \text{ hr}$

o también $t = .80 \cancel{h}r \frac{60 \text{ min}}{\cancel{h}r} = 48 \text{ min.}$

c) Otra vez, el mismo automovilista. Si para llegar a San Luis Potosí, hizo 5 Hrs., ¿Qué distancia habrá en línea recta?

SOLUCION: $v = \frac{d}{t}$, $d = v\,t$

por tanto, $d = 100 \frac{\text{Km}}{\text{hr}} \times 5 \text{ hr}$

$$d = 500 \text{ Km}$$

d) Una carrera de 2.5 Km, a lo largo de una recta se hizo en 7 min. 13 seg. calcular la velocidad del corredor.

SOLUCION: $v = \frac{d}{t}$ antes de sustituir el tiempo t, hay que ver, que se tienen minutos y segundos, entonces hay que usar o minutos o segundos solamente.

Así que, usaremos: segundos. 7 min. 13 seg, equivalen a: 7(60) + 13 = 433 seg, ahora si,

$$v = \frac{2.5 \text{ Km}}{433 \text{ seg}} = 5.77 \times 10^{-3} \frac{\text{Km}}{\text{seg}}$$

o bien, $v = 5.77 \frac{\text{M}}{\text{seg}}$.

C.- RAPIDEZ MEDIA:

a) Una pista circular de carreras tiene una longitud total de 1500 metros. Si un auto da 100 vueltas completas en la pista en 56 minutos, ¿cuál será su rapidez media?.

SOLUCION: Recuerda que la rapidez media está dada por: $V_m = \frac{\ell}{t}$. Antes de sustituir valores, hay que calcular la longi total recorrida que es: $\ell = 100 \times 1500$ o - sea, $\ell = 150,000$ metros. Por lo tanto,

$$V_m = \frac{150,000 \text{ M}}{56 \text{ min.}} =$$

$$2678.5 \frac{\text{M}}{\text{min}} \text{ o también}$$

$$V_m = 44.64 \frac{\text{M}}{\text{seg}}$$

D.- VELOCIDAD MEDIA Y RAPIDEZ MEDIA:

a) Un vehículo se dirige hacia el este, -- efectuando los siguientes desplazamientos y sus respectivos tiempos:

$d_1 = 50$ Km en 40 min, $d_2 = 40$ Km en 30 min

$d_3 = 80$ Km en 50 min.

calcular su velocidad media y rapidez media.

SOLUCION: Como la fórmula de velocidad media $\bar{v}$ es $\bar{v} = \frac{d_R}{t}$ y d_R es el -- desplazamiento neto o resultante y t el tiempo total, entonces, procedemos primero a calcular, el desplazamiento neto: En

éste problema, como el vehículo siempre - avanzó hacia el este, entonces:

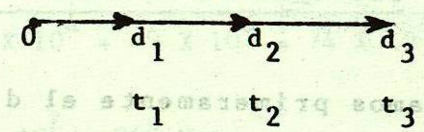
$d_R = d_1 + d_2 + d_3 = 50 + 40 + 80$, $d_R = 170$ Km

y $t = 40 + 30 + 50 = 120$ min, por lo tanto

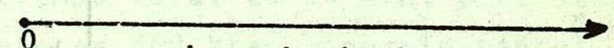
$$\bar{v} = \frac{170}{120} = 1.41 \frac{\text{Km}}{\text{min}}$$

o también $\bar{v} = 84.6 \frac{\text{Km}}{\text{hr}}$

Diagrama vectorial de los desplazamientos hacia el este, del vehículo:



Desplazamiento neto:



$$d_R = d_1 + d_2 + d_3$$

$$t = t_1 + t_2 + t_3$$

Ahora, para calcular la rapidez media usaremos la ecuación: $V_m = \frac{\ell}{t}$.

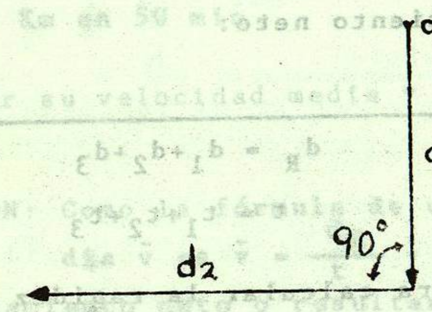
La longitud total recorrida será la misma: - 170 Km y el tiempo total también: 120 min. - Entonces:

$$V_m = \frac{170}{120} = 1.41 \frac{Km}{min} = 84.6 \frac{Km}{hr}$$

En este problema, la velocidad media y la rapidez media fueron iguales.

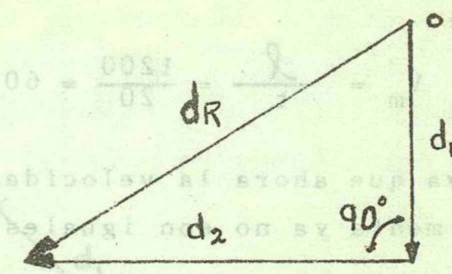
b) Un movil recorre 500 metros hacia el sur y luego 700 metros hacia el oeste, si el --- tiempo total en recorrer dichas distancias, es 20 minutos, calcular su velocidad media y rapidez media.

Solución.- Hagamos primeramente el diagrama vectorial de los desplazamientos en el orden indicado:



Observando éste diagrama, los dos vectores -- d_1 y d_2 son perpendiculares entre sí, enton-- ces, el vector resultante, se podrá obtener -

facilmente, por el teorema de Pitágoras, re-- presentándose, el diagrama anterior, de una - manera completa, con su vector resultante --- así:



De modo que: $d_R = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 = (500)^2 + (700)^2}$

$d_R = \sqrt{25 \times 10^4 + 49 \times 10^4 = 74 \times 10^4}$

$d_R = 8.6 \times 10^2 = 860$ Mts.

Ahora sí, ya podemos calcular la velocidad media, -- pues el tiempo total es 20 min. y el desplaza miento neto es 860 Mts., por lo tanto:

$$\bar{v} = \frac{860}{20} = 43 \frac{M}{min} = .716 \frac{M}{seg}$$

Ahora calcularemos la rapidez media. La longitud recorrida será la suma escalar de los dos desplazamientos:

$$500 + 700 = 1200 \text{ M}$$

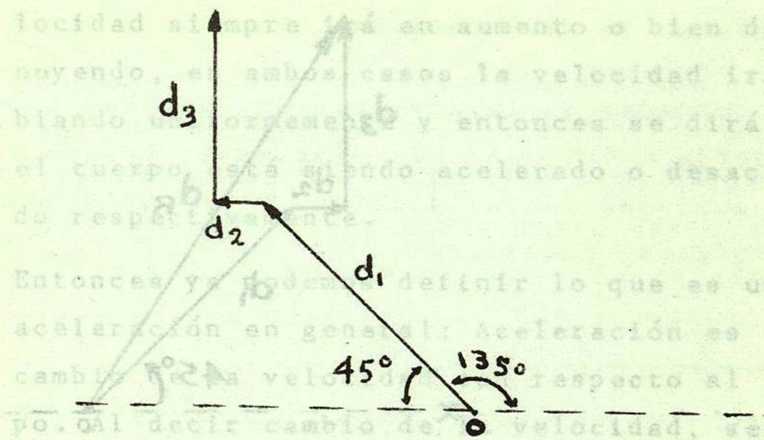
y el tiempo total es de: 20 minutos. Por lo tanto:

$$V_m = \frac{\ell}{t} = \frac{1200}{20} = 60 \frac{M}{min}$$

Observa que ahora la velocidad media y la rapidez media ya no son iguales.

c) Un caminante va rumbo al noreste durante 30 min. recorriendo una distancia de 1500 Mts., luego dobla hacia el oeste recorriendo una distancia de 100 Mts. durante 10 min. y finalmente se dirige al norte por 20 minutos caminando 1000 mts. Encontrar su velocidad media y rapidez media.

SOLUCION: Igual que en el problema anterior, haremos el diagrama vectorial de desplazamientos, en el orden indicado:

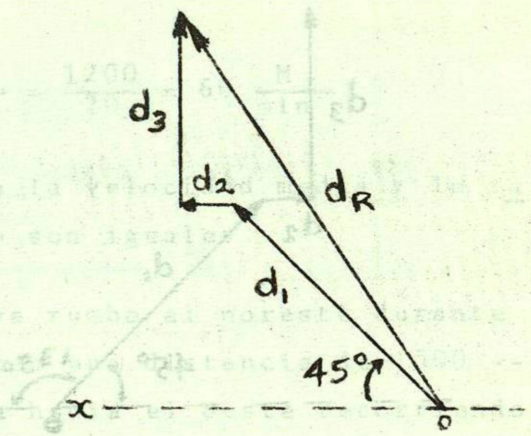


Para encontrar el desplazamiento resultante podemos usar el método del polígono o de la descomposición y composición de vectores.

Usando cualquiera de los dos métodos el vector resultante es: 2362 Mts. y como ya conocemos el tiempo total que es: 30+10+20=60 min.

entonces, $\bar{v} = \frac{d_R}{t} = \frac{2362}{60} = 39.36 \frac{M}{min}$.

El diagrama vectorial completo, incluyendo el vector desplazamiento resultante es:



Ahora calcularemos la rapidez media.

La longitud total será: 1500 + 100 + 1000, o sea: ℓ = 2600 M, y el tiempo total es:60 min. Por lo tanto:

$$V_m = \frac{2600}{60} = 43.33 \ \frac{M}{min}$$

4-6 MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO.

Acabamos de ver, problemas en los que un cuerpo se mueve con velocidad uniforme o con velocidad variable, determinándose en éste caso una velocidad media a una rapidez media.

Pues bien, ahora estudiaremos casos en que un cuerpo se mueva también con velocidad variable, pero con la diferencia de que su velocidad siempre irá en aumento o bien disminuyendo, en ambos casos la velocidad irá cambiando uniformemente y entonces se dirá que el cuerpo está siendo acelerado o desacelerado respectivamente.

Entonces ya podemos definir lo que es una aceleración en general: Aceleración es el cambio de la velocidad con respecto al tiempo. Al decir cambio de la velocidad, se entiende que de un valor dado de la velocidad se pasó a otro valor de la velocidad, expresado esto en forma algebráica será así: V - Vo, en que V = Velocidad final y Vo= Velocidad inicial.

Ahora solo falta tomar en cuenta el tiempo empleado para el cambio de la velocidad, que será: $t - t_o$, siendo t = tiempo final (que corresponde a la celocidad final V)y t_o=tiempo inicial (que corresponde a la velocidad inicial Vo)

Relacionando el cambio de la velocidad con -

el tiempo empleado, tendremos:

$$a = \frac{V - V_o}{t - t_o} \quad \ldots\ldots\ldots \; 4\text{-}6\text{-}1$$

Siendo a, la aceleración.

Las unidades de la aceleración, en base a la ecuación 4-6-1, se obtendrán sustituyendo -- las unidades de la velocidad y las unidades del tiempo, resultando:

$$\frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

Siendo L la longitud y T el tiempo. Si L se expresa en metros y T en segundos, tendremos:

$\frac{Mts}{seg^2}$ que podrán ser también $\frac{Cms}{seg^2}$ o $\frac{\text{piés}}{seg^2}$, en general; $\frac{\text{Unidades de longitud}}{\text{Unidades tiempo elevadas al cuadrado}}$ = unidades de aceleración.

Hasta aquí, se ha dado la definición de aceleración, su ecuación general: 4-6-1 y sus unidades. Ahora definiremos aceleración uniforme diciendo: Son cambios iguales de velocidad en la unidad de tiempo.

Esto quiere decir, que si un cuerpo tiene -- una aceleración de 9.8 $\frac{M}{seg^2}$, se entenderá - que cada segundo, su velocidad cambiará en - 9.8 $\frac{M}{seg}$.

Una aceleración uniforme, dará lugar a un movimiento uniformemente acelerado, ya sea horizontalmente, verticalmente o en un plano - inclinado. En todos estos casos hay que tomar en cuenta que la aceleración es una cantidad física vectorial y que, al igual que - el desplazamiento y la velocidad, se representará por un vector, quedando descrito por su magnitud, dirección y sentido. Esto lo -- iremos aclarando a medida que se vaya necesitando usar la aceleración como vector, por - lo pronto la emplearemos como si fuera un escalar, pues comenzaremos el estudio del movimiento uniformemente acelerado a lo largo de un plano horizontal o a lo largo del eje de las X.

Las ecuaciones que usaremos para el movimiento uniformemente acelerado son:

$$\frac{X}{t} = \frac{V + V_o}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \; 4\text{-}6\text{-}2$$

$$V = Vo + at \quad ...... 4\text{-}6\text{-}3$$

$$X = Vot + \frac{1}{2} at^2 .... 4\text{-}6\text{-}4$$

$$2aX = V^2 - Vo^2 \quad ...... 4\text{-}6\text{-}5$$

En estas ecuaciones; X representa la distancia recorrida. t representa el tiempo empleado para recorrer la distancia X.

V es la velocidad final, adquirida durante el tiempo t y al terminar la distancia X.

Vo es la velocidad inicial, cuando t =0 Y X =0

a es la aceleración constante, con lo cual se efectúa el movimiento y es la causa de que la velocidad cambie su rapidez o valor.

A medida que vayan resolviendo los problemas del movimiento uniformemente acelerado, se irán mencionando las ecuaciones a usar.

4-7 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.-

1.- Un automóvil arranca aceleradamente a partir del reposo, con una aceleración de $2 \frac{M}{seg^2}$ ¿cuál será su velocidad al cabo de 1 minuto?

SOLUCION.

Cuando se diga que un cuerpo parte del reposo, quiere decir que su velocidad inicial Vo vale cero, es decir Vo = 0

Usaremos la ecuación 4-6-3, y como Vo = 0 entonces dicha ecuación será simplificada reduciendose a: V = at, y sustituyendo los valores de la aceleración y del tiempo transformado a segundos tenemos:

$$V = 2\ (1 \times 60) = 120 \frac{M}{seg.}$$

2.- ¿Qué distancia habrá recorrido, el automóvil del problema anterior en el mismo tiempo?

SOLUCION.-

Como Vo = 0, entonces el producto; Vot = 0, de la ecuación 4-6-4 y dicha ecuación aparecerá como: $X = 1/2\ at^2$, sustituyendo los valores de la aceleración y el tiempo en segundos, tenemos:

$$X = 1/2\ (2)\ (1 \times 60)^2 = 3600 \text{ mts.}$$

3.- Un automóvil parte del reposo y después de avanzar 1000 M su velocidad es de $50 \frac{M}{seg}$

calcular su aceleración.

SOLUCION.-

De acuerdo a los datos, la ecuación 4-6-5 es la indicada para ser empleada, pues Vo = 0 y entonces se reduce a: $2aX = V^2$ entonces,

$$a = \frac{V^2}{2X} = \frac{(50)^2}{2\ X 1000} = \frac{2500}{2000} = 1.25\ \frac{M}{seg^2}$$

4.- ¿Qué tiempo transcurrió, para que el movil del problema anterior, alcance la velocidad anotada?

SOLUCION.-

Otra vez, como Vo = 0, pues el movil partió del reposo, y usando la ecuación 4-6-3 (se puede usar también la ecuación 4-6-4, pero es más facil de manejar la ecuación 4-6-3) resulta que:

$$V = at, \text{ o } t = \frac{V}{a}$$

$$t = \frac{50}{1.25} = 40 \text{ Seg.}$$

5.- Un vehículo parte aceleradamente del reposo, gastando un tiempo de 5 minutos para alcanzar una velocidad de 100 $\frac{M}{seg}$ ¿Qué distancia ha recorrido ?

SOLUCION.-

Obsérvese que en el enunciado de este problema, no se mencionó para nada el valor de la aceleración. Por lo que, ninguna de las ecuaciones que contienen a la aceleración podrá ser usada, sino solamente la ecuación 4-6-2 así es que:

$$\frac{X}{t} = \frac{V}{2}$$

no apareciendo Vo por partir del reposo. Despejando X, resulta;

$$X = \frac{Vt}{2} = \frac{100\ X\ 5\ X\ 60}{2} = 15{,}000 \text{ Mts.}$$

Observa que el tiempo expresado en min. se tuvo que transformar a seg. porque la velocidad está expresada en $\frac{Mts}{seg.}$

6.- Se dispara un bloque con una velocidad de 3 $\frac{cm}{seg}$ sobre un plano inclinado, si el bloque se mantiene acelerado desde su disparo, recorriendo 50 cm. en 1 seg., calcular (a) su aceleración (b) su velocidad al término del segundo (c) su velocidad a los 2 seg. desde que se disparó y (d) la distancia total recorrida.