SOLUCION.-

(a) Empleando la ecuación 4-6-4, $X = Vot + \frac{1}{2} at^2$ y despejando la aceleración:

$$a = \frac{2X - 2\,Vot}{t^2}$$

y sustituyendo los valores conocidos, tenemos: $a = \frac{2(50) - 2\,(3)\,(1)}{(\,1)^2}$

$$a = 94\ \frac{cm}{seg^2}$$

(b) Usando la ecuación 4-6-3; V = Vo + at tenemos: $V = 3 + 94(1) = 97\ \frac{cm}{seg.}$

(c) Usando otra vez la misma ecuación anterior y sustituyendo: $V = 3 + 94(2) = 191\ \frac{cm}{seg}$

(d) Volviendo a usar la ecuación: $X = Vot + \frac{1}{2} at^2$ -- tenemos: $X = 3(2) + \frac{1}{2}\,(94)\,(2)^2 = 6 + 188 = 194$ cm.

Hasta el problema 6 inclusive, la aceleración ha sido siempre positiva, pues como se ha visto, la velocidad final era mayor que la inicial, es decir, siempre aumenta-

la velocidad inicial.

Ahora se tratará de aceleraciones negativas, es decir que la velocidad inicial disminuirá o que la velocidad final será menor que la inicial, dando lugar a un movimiento uniformemente desacelerado.

PROBLEMAS.-

1.- En un momento dado, un automóvil lleva una velocidad de 80 Km/hr y en ese momento se aplican los frenos, deteniéndose el automóvil a una distancia de 10 Mts. (a) ¿Cuál fué el valor de la aceleración? (b) ¿Qué tiempo tardó en detenerse?

SOLUCIONES.-

(a) Al detenerse el automóvil quiere decir que su velocidad final es cero, entonces la aceleración aplicada por los frenos es negativa.

Usando la ecuación 4-6-5 y tomando en cuenta lo anterior, se transforma en: $2aX = 0 - Vo^2$ o bien; $2aX = -Vo^2$.

Antes de usar ésta última ecuación, han de transformarse los Km/hr a $\frac{Mts}{hr}$ o a $\frac{Mts.}{seg.}$ pues la distancia está en mts. por lo tanto;

$$80 \frac{Km}{hr} = 22.2 \frac{M}{seg} = V_o$$

y despejando la aceleración, tenemos:

$$a = \frac{-Vo^2}{2X} = \frac{-(22.2)^2}{2 \times 10} = \frac{-4 \times 92.84}{20} = -24.64 \frac{M}{seg^2}$$

obsérvese como la aceleración fue negativa,

(b) Usando la ecuación 4-6-3 y como la velocidad final es cero, tenemos $0 = Vo + at$ o bien; $at = -Vo$ y despejando el tiempo: $t = \frac{-Vo}{a}$

y sustituyendo tenemos:

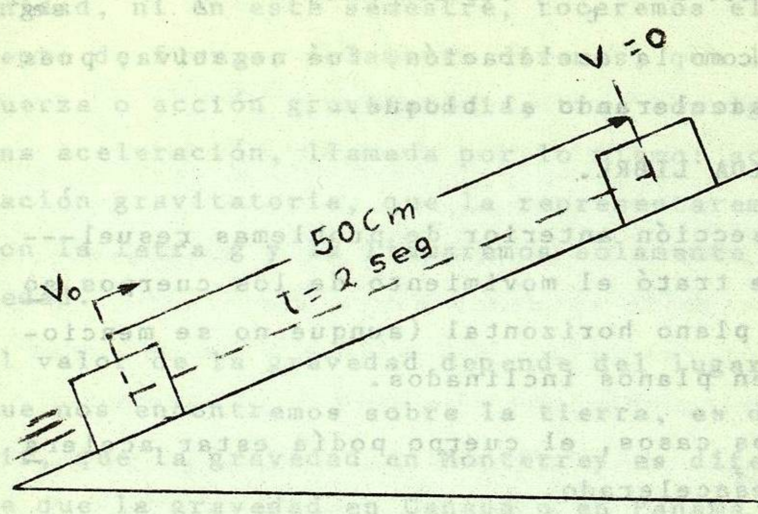
$$t = \frac{-22.2}{-24.64} = 0.9 \text{ seg}$$

NOTA: El tiempo nunca es negativo.

2.- Se lanza sobre un plano inclinado y hacia arriba, un bloque, y recorre 50 cm. en dos segundos, al detenerse. Calcular (a) la velocidad con que se lanzó el bloque (b) la desaceleración que obró sobre el bloque.

SOLUCIONES.-

(a) Dibuje el plano inclinado y el bloque:



Usando la ecuación: $\frac{X}{t} = \frac{V + Vo}{2}$

y como el bloque se detiene a los 50 cm. de distancia recorrida según el dibujo: $V = 0$, reduciéndose la ecuación anterior a: $\frac{X}{t} = \frac{Vo}{2}$

y despejando la velocidad inicial tenemos:

$Vo = \frac{2X}{t}$ y sustituyendo; $Vo = \frac{2 \times 50}{2} = 50 \frac{Cm}{seg}$

Entonces: $50 \frac{cm}{seg}$ es la velocidad con la cual se lanzó el bloque.

(b) Ahora, para contestar éste inciso, usaremos la ecuación: $V = Vo + at$ y de nuevo, como $V = 0$, entonces; $Vo + at = 0$ despejando -

a, tenemos: $a = \frac{-Vo}{t}$ y sustituyendo; $a = \frac{-50}{2} = -25 \frac{cm}{seg^2}$ observa como la aceleración, fué negativa, pues iba desacelerando al bloque.

4-8 CAIDA LIBRE.

En la sección anterior de problemas resuel--- tos, se trató el movimiento de los cuerpos so- bre un plano horizontal (aunque no se mencio- nó) y en planos inclinados.

En ambos casos, el cuerpo podía estar acelera- do o desacelerado.

Ahora en ésta parte, se abordará el caso de - los cuerpos que caen verticalmente.

Se llama caída libre; al movimiento que expe- rimenta un cuerpo al soltarse y caer vertical- mente, sin aceleración propia, es decir, suje- to solamente a la acción gravitatoria. En es- te caso, soltarse equivale a decir que la ve- locidad inicial es cero; $Vo = 0$.

¿Y que se entiende por acción gravitatoria? pues bién, acción gravitatoria es la fuerza - con que la tierra atrae a todos los cuerpos - que se encuentran sobre de ella. Como en ésta

unidad, ni en este semestre, tocaremos el con- cepto de fuerza, solamente diremos, que la -- fuerza o acción gravitatoria, trae consigo -- una aceleración, llamada por lo mismo: acele- ración gravitatoria, que la representaremos - con la letra g y la llamaremos solamente gra- vedad.

El valor de la gravedad depende del lugar en que nos encontremos sobre la tierra, es de--- cir, que la gravedad en Monterrey es diferen- te que la gravedad en Canadá o en Panamá etc.

Los valores extremos de la gravedad se mani-- fiestan en los polos: Norte o Sur, donde el - valor es máximo, mientras que a todo lo largo del ecuador, el valor es mínimo.

El valor de la gravedad que tomaremos para la solución de nuestros problemas será el de: -- 9.80 M/seg^2, 980 $cm/seg.^2$ o bien; 32 $pies/seg^2$.

En caída libre, como en la sección siguiente: 4-9; tiro vertical, debemos de tener mucho -- cuidado con los vectores velocidad y desplaza- miento, ya que sus signos correspondientes de- penderán de: si el cuerpo va de subida o de -

bajada.

Pero, en cuanto al signo de la gravedad g, -- siempre será negativo, no importando si el -- cuerpo va hacia arriba o hacia abajo.

Bien, de una vez vamos a definir los signos - en caída libre; para el vector desplazamiento que siempre apuntará hacia abajo asi como el vector velocidad, sus signos siempre serán negativos, así como el signo de la gravedad.

Las mismas ecuaciones que usamos en la sec--- ción 4-6; desde la 4-6-2 hasta la 4-6-5, se-- rán las que usemos ahora, pero cambiando la X por Y y la a por g, resultando las siguientes ecuaciones:

$$\frac{Y}{t} = \frac{V + Vo}{2}, \qquad V = Vo + gt,$$

$$Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2, \; 2gy = V^2 - Vo^2$$

Como en caída libre, por definición; Vo = 0, o sea que el cuerpo u objeto, se soltará sola-- mente para que caiga, entonces las ecuaciones anteriores se transformarán respectivamente, en: $\frac{Y}{t} = \frac{V}{2}$ 4-8-1

$$V = gt \qquad \text{..... 4-8-2}$$

$$Y = \frac{1}{2} gt^2 \qquad \text{..... 4-8-3}$$

$$2gY = V^2 \qquad \text{..... 4-8-4}$$

En éstas ecuaciones: Y representa el vector - desplazamiento, recorrido por el cuerpo en caída libre, o sea la altura.

V representa la velocidad instantánea que va teniendo el cuerpo durante su caída libre y t es el tiempo empleado para recorrer la distancia Y, y el tiempo para dquirir la velocidad V.

Insistiendo en cuanto a los signos; en el estudio de los vectores, todo vector que apunta hacia abajo es negativo, y como en caída li-- bre, tanto V como Y, siempre apuntarán hacia abajo, por eso son negativos, así como la gravedad. En las ecuaciones anteriores, los signos de Y, V y de g, no aparecen sino hasta el momento en que sus valores representativos -- los vayan a sustituir. No lo olvides.

A continuación aplicaremos todos los concep-- tos anteriores, con el fin de que sean entendidos.

4-9 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.

1.- Una pelota se deja caer desde una altura de 60 pies. (a) ¿Con que velocidad pegará en el suelo? y (b) ¿Qué tiempo tardará en caer?

SOLUCIONES.-

(a) Usando la ecuación 4-8-4; $2gY = V^2$ y despejando V tenemos:

$$V = \pm\sqrt{2gY}$$

y ahora sustituyendo los valores con sus signos respectivos tanto de g como Y, tenemos:

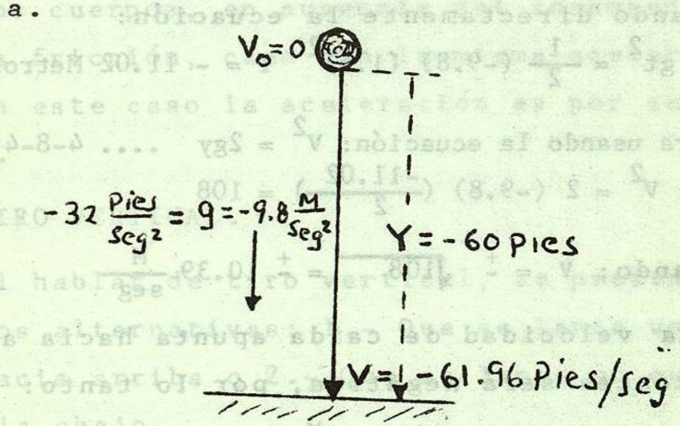
$$V = \pm\sqrt{2\ (-32)\ (-60) = 3840} = \pm 61.96\ \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

Como la raíz cuadrada de un número es una cantidad que puede ser positiva o negativa, según se indica en el resultado, entonces cabe la pregunta, ¿Cuál de los dos signos se escoge? bueno, para el caso de los vectores, el signo es el que corresponda al vector del problema, en éste caso la velocidad final o la velocidad con que la pelota chocará con el suelo y como la pelota cae y su vector velocidad apunta siempre hacia abajo en su caída libre en-

tonces el signo será negativo, por lo tanto:

$$V = -\ 61.96\ \text{pies/seg}$$

Mediante la siguiente figura se representará este problema, sus datos y resultado del inciso a.



(b) Usando la ecuación 4-8-2; $V = gt$ y despejando el tiempo, se obtiene; $t = \frac{V}{g}$ y sustituyendo sus valores con los signos respectivos, se llega a: $t = \frac{-61.96}{-32} = 1.93$ seg.

Entonces, el tiempo que tarda en caer la pelota al suelo es: 1.93 seg.

2.- Se suelta una piedra desde una altura desconocida y con la ayuda de un cronómetro se mide el tiempo que tarda en chocar la piedra con el suelo, siendo 1.5 segundos. (a) Encontrar la altura desde donde se dejó caer la -- piedra, (b) La velocidad que lleva la piedra a la mitad de su altura y (c) La velocidad - con que choca al llegar al suelo.

SOLUCIONES.-

(a) Usando directamente la ecuación:

$Y = \frac{1}{2}\, gt^2 = \frac{1}{2}\, (-9.8)\, (1.5)^2 \quad Y = -\ 11.02$ Metros.

(b) Ahora usando la ecuación: $V^2 = 2gy$ 4-8-4

tenemos; $V^2 = 2\ (-9.8)\ (\frac{-11.02}{2}) = 108$

despejando; $V = \pm\ \sqrt{108} = \pm\ 10.39\ \frac{M}{seg}$

y como la velocidad de caída apunta hacia abajo, entonces será negativa, por lo tanto:

$$V = -10.39\ \frac{M}{seg}$$

(c) De nuevo; $V = gt = -\ 9.8\ (1.5) = -14.7\ \frac{M}{seg}$

Con la solución de éstos dos problemas se considera suficiente para que quede claro el fenómeno físico de la caída libre, así como el uso correcto de las ecuaciones involucradas - para la resolución de dichos problemas.

Cabe nada más agregar, que en los dos problemas se trató de una pelota y de una piedra, -

no mencionándose ni la masa, ni el volumen de cada una.

Sin embargo, se usó el mismo valor de g para los dos problemas. ¿Porqué se hizo esto? Ah, pues se partió del siguiente principio: Todos los cuerpos, en ausencia del rozamiento o de la fricción, caen con la misma aceleración. - En este caso la aceleración es por supuesto - g.

4-10 TIRO VERTICAL.

Al hablar de tiro vertical, se presentarán -- dos alternativas: 1.- Que se lance un cuerpo hacia arriba o 2.- Que se lance un cuerpo hacia abajo.

La alternativa 2, es muy semejante al fenómeno ya estudiado en caída libre. ¿Pero donde - está la diferencia? Pues en que, mientras en caída libre el cuerpo se deja caer; $Vo = 0$, en el tiro vertical hacia abajo no se deja caer, sino que es lanzado, o sea que la velocidad inicial Vo ya no vale cero.

Entonces, las ecuaciones a usar deberán contener a la Vo.

Ahora, hablando acerca del tiro vertical hacia arriba, se dirá que las ecuaciones que se usarán para tiro vertical hacia abajo, serán las mismas que usemos para el tiro vertical hacia arriba, con la advertencia de que se tenga mucho cuidado con los signos de los vectores: Desplazamiento vertical o altura, y conla velocidad. En el caso de g, recuerda que siempre será negativa, por apuntar hacia abajo. A continuación se presentarán las ecuaciones a usar, con el fin de evitar posibles dudas:

$$\frac{Y}{t} = \frac{V + Vo}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}1$$

$$V = Vo + gt \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}2$$

$$Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}3$$

$$2gY = V^2 - Vo^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4\text{-}9\text{-}4$$

4-11 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS.

1.- Se dispara un balín hacia abajo, con una velocidad de 300 $\frac{M}{seg}$. Si la altura es de 10 Mts., (a) Cuánto se tardará en llegar al suelo? (b) ¿Cuál será la velocidad con que toque al suelo?.

SOLUCIONES:

(a) Este problema es muy semejante a un problema de caída libre, con la diferencia de que Vo no es cero.

La única ecuación que se puede usar es la 4-9-3 de acuerdo a los datos del problema. Entonces, observamos que la solución es a través de una cuadrática, Pero antes, vamos a arreglar la ecuación 4-9-3:

$$Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2, \quad \frac{1}{2} gt^2 + Vot - Y = 0$$

o también: $gt^2 + 2Vot - 2y = 0$ y sustituyendo los valores con su signo correspondiente, se llega a:

$$-9.8t^2 + 2(-300)t - 2(-10) = 0$$

$$-9.8t^2 - 600t + 20 = 0$$

$$9.8t^2 + 600t - 20 = 0$$

$$t = \frac{-600 \pm \sqrt{(-600)^2 - 4(9.8)(-20)}}{2 \times 9.8}$$

$$t = \frac{-600 \pm \sqrt{360000 + 784 = 360,784}}{19.6}$$

$$t = \frac{-600 \pm 600.65}{19.6}$$

Antes de continuar, hay que recordar que el -- tiempo nunca es negativo. Entonces, el numerador deberá ser: -600 + 600.65 porque si escogemos la otra alternativa: -600 -600.65 dará un numerador negativo y por lo tanto un tiempo negativo.

Así es que: $t = \frac{-600 + 600.65}{19.6} = \frac{0.65}{19.6}$

t = .0331 seg., éste será el tiempo que tarda el balín en tocar el suelo. ¿Qué te parece, - es mucho muy pequeño? ¿Por qué? ¿Si Vo= 0, o sea en caída libre, el problema será más sencillo? Verdad que sí?

(b) Usando la ecuación 4-9-2;

$V = Vo + gt = - 300 - 9.8\ (.0331) = - 300.324\ \frac{M}{seg}$, ésta será la velocidad con que el balín - toca al suelo.

NOTA;- El inciso a se puede contestar también, resolvieno primero el inciso b y luego usando la ecuación 4-9-1 o 4-9-2, obteniéndose el -- mismo resultado, sin necesidad de usar la cuadrática. Inténtalo.

2.- Si el tiempo que tarda en llegar al suelo un objeto lanzado verticalmente hacia abajo, es 0.5 seg, desde una altura de 30 Metros, -- ¿Cuál es la velocidad con que se lanzó?

SOLUCION:

Usando la ecuación 4-9-3; $Y = Vot + \frac{1}{2} gt^2$ y --- despejando Vo, se tiene; $2Y = 2\ Vot + gt^2$, $2y - gt^2 = 2\ Vot$, $Vo = \frac{2Y - gt^2}{2t}$ sustituyendo los valores de Y, y de t;

$$Vo = \frac{2\ (-30) - (-9.8)\ (.5)^2}{2\ (.5)} = \frac{-60 + 2.45}{1}$$

$$Vo = - 57.55\ \frac{M}{seg.}$$

3.- Se dispara verticalmente hacia arriba una bala con una velocidad de $450\ \frac{M}{seg.}$

(a) ¿A qué altura llegará la bala? (b) ¿Cuánto tiempo tarda en subir? (c) ¿Cuánto tiempo tarda en bajar? (d) ¿Cuál es el tiempo total que la bala estuvo en el aire?.

SOLUCIONES:

(a) Ahora, la velocidad de disparo: Vo, es positiva, porque apunta hacia arriba. La g es - negativa porque siempre apunta hacia abajo. -