

1. Encontrar la distancia entre los siguientes pares de puntos: (situar los puntos en cada caso).

1.1 A (1, 3) ; B (4, 7)

1.2 A (-2, -3) ; B (1, 0)

1.3 A (0, -4) ; B (3, 0)

1.4 A (3, -2) ; B (3, -5)

1.5 A (2, 7) ; B (-1, 4)

2. Dibujar los triángulos con los vértices dados y encontrar las longitudes de sus lados:

2.1 A (1, -1) ; B (4, -1) ; C (4, 3)

2.2 A (0, 0) ; B (2, -3) ; C (-2, 5)

2.3 A (-1, 1) ; B (2, 3) ; C (0, -4)

3. Dibujar el cuadrilátero A B C D, encontrar las longitudes de sus lados y de sus diagonales.

3.1 A (4, 1) ; B (1, 3) ; C (-3, 1) ; D (-2, -1)

3.2 A (4, 2) ; B (-3, 2) ; C (-1, -3) ; D (2, -3)

4. Dibujar las siguientes figuras y demostrar que son del tipo indicado.

4.1 A (-4, 3) ; B (4, -3) ; C (3√3, 4√3) : Triángulo equilátero

4.2 A (3, 1) ; B (5, 5) ; C (9, -2) : Triángulo rectángulo

4.3 A (2, 3) ; B (6, 8) ; C (7, -1) : Triángulo rectángulo isósceles

4.4 A (-3, 1) ; B (0, 4) ; C (6, -2) ; D (3, -5) : Rectángulo

4.5 A (2, 1) ; B (3, -2) ; C (6, -1) ; D (5, 2) : Cuadrado

5. Investigar si los siguientes tres puntos están en línea recta. (usar la fórmula de la distancia):

5.1 A (2, 1) ; B (-1, 2) ; C (5, 0)

5.2 A (-1, 1) ; B (1, 5) ; C (3, 9)

6. Cuáles de los siguientes puntos pertenecen a una circunferencia con centro en C (0, 1) y radio 3:

A (3, 1) ; B (2, 4)

C (0, -2) ; D (√8, 2)

7. Deducir fórmulas para las coordenadas del punto medio del segmento de recta determinado por P (x₁, y₁) y Q (x₂, y₂).

Situar los siguientes puntos y encontrar las coordenadas del punto medio:

$$(x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} ; y_m = \frac{y_1 + y_2}{2})$$

7.1 A (2, 6) ; B (-3, 2)

7.2 A (2, 1) ; B (-2, -3)

7.3 A (-3, -4) ; B (1, 2)

8.- Encontrar las longitudes de las medianas del triángulo A B C,

A (2, 4) ; B (2, -2) ; C (-4, 0)

9.- Demostrar que las diagonales del paralelograma A B C D se bisectan mutuamente:

A (0, 0) ; B (3, 0) ; C (2, 4) ; D (5, 4)

Ejercicio 2

Tema: Ecuación del círculo. Una aplicación a economía.

1. Encontrar la ecuación del círculo con las siguientes características. Hacer una gráfica esquemática en cada caso:

1.1 C (2, 4) ; r = 4

1.2 C (-3, 3) ; r = 2

1.3 C (-1, -3) ; r = 3/2

1.4 C (4, 0) ; r = 3

1.5 C (1/2, 1/3) ; r = 6

2. El diámetro de un círculo es el segmento que une los puntos A (-2, 3) y B (4, -3). Encontrar su ecuación y dibujar.

3. Encontrar la ecuación del círculo con centro en el origen y radio igual a la diagonal de un cuadrado de lado tres.

4. Encontrar la ecuación del círculo inscrito en un cuadrado de lado 5 y con centro en C (3, 2)

5. Encontrar la ecuación del círculo con centro en C (1, 4) y que pasa por el origen.

6. Encontrar el centro y el radio de cada uno de los siguientes círculos, dibujar.

$$6.1 \quad x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$$

$$6.2 \quad x^2 + y^2 + 8x = 0$$

$$6.3 \quad x^2 + y^2 - 6x - 10y + 18 = 0$$

$$6.4 \quad x^2 + y^2 - 6y + 2x + 9 = 0$$

$$6.5 \quad 3x^2 + 3y^2 + 6x - 9y + 15 = 0$$

$$6.6 \quad x^2 + y^2 + 5y - 12x = 0$$

7. Una compañía tiene dos centros de producción para un artículo cuyo precio es igual a \$ 1,000 en ambas fábricas. La distancia entre los dos centros de producción es de 200 kilómetros y los costos de transporte por artículo y por kilómetro son de \$8 para una fábrica y \$16 para la otra. Encontrar la frontera (zona de igual precio total llevando el artículo de cualquiera de las dos fábricas) y determinar las áreas de distribución del mercado para cada una de las fábricas.

8. Supongamos que en el problema anterior el costo de transporte es de \$2 por artículo y por kilómetro para ambas fábricas. Determinar la frontera y las áreas de distribución del mercado.

Ejercicio 3

Tema: Línea recta

1. Encontrar la pendiente de la recta que pasa por los puntos:

$$1.1 \quad A (3, 4) ; B (5, 9)$$

$$1.2 \quad A (2, 5) ; B (4, -2)$$

$$1.3 \quad A (-3, 2) ; B (2, -4)$$

$$1.4 \quad A (-5, -4) ; B (2, -3)$$

$$1.5 \quad A (-4, 4) ; B (2, 2)$$

$$1.6 \quad A (3, 2, 1.6) ; B (-5.8, 4.6)$$

2. Dibujar el cuadrilátero cuyos vértices son:

A (2, 4) ; B (1, 5) ; C (-2, 2) ; D (-1, 1) y verificar qué es rectángulo calculando las pendientes de sus lados.

3. Encontrar las pendientes de la línea perpendicular a la línea que pasa por los siguientes puntos:

$$3.1 \quad A (3, 4) ; B (2, 1)$$

$$3.3 \quad A (3, -2) ; B (-4, -1)$$

$$3.2 \quad A (6, -6) ; B (2, 2)$$

$$3.4 \quad A (-2, 8) ; B (3, 6)$$

4. Determinar si los siguientes tres puntos están en línea recta utilizando la fórmula de la pendiente:

$$4.1 \quad A (0, 3) ; B (2, 6) ; C (-2, 0)$$

$$4.2 \quad A (-1, 2) ; B (1, 4) ; C (3, 5)$$

5. Encontrar x de manera que los puntos A (-1, 7) ; B (3, -5) ; C (-4, x), estén en línea recta.

6. Encontrar la ecuación de la recta con las siguientes características:

$$6.1 \quad \text{pasando por } P (-3, 2) \text{ con pendiente } m = 2/3$$

$$6.2 \quad \text{pasando por } P (-2, 7) \text{ con pendiente } m = -5/2$$

$$6.3 \quad \text{pasando por } P (2, 4) \text{ con pendiente } m = 4/3$$

$$6.4 \quad \text{pasando por } P (7, -9) \text{ con pendiente } m = 4$$

$$6.5 \quad \text{pasando por } P (-2, 2) \text{ con pendiente } m = 0$$

7. Encontrar la ecuación de la recta determinada por los siguientes puntos:

$$7.1 \quad A (2, 4) ; B (-3, 5)$$

$$7.4 \quad A (0, 0) ; B (-1, -3)$$

$$7.2 \quad A (0, 5) ; B (-2, -1)$$

$$7.5 \quad A (-3, -2) ; B (1, 3)$$

$$7.3 \quad A \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right) ; B \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{4} \right)$$

$$7.6 \quad A \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) ; B \left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4} \right)$$

8. Encontrar la ecuación de la recta con las siguientes condiciones:

8.1 Pasando por P (1, 5) y perpendicular a la línea que pasa por A (-2, -6) y B (8, 2)

8.2 Pasando por P (1, -2) y paralela a la línea que pasa por A (1, 3) y B (2, -4)

8.3 Pasando por el punto medio del segmento A (-7, 2) ;
B (3, -4) y perpendicular al mismo segmento AB.

9. Encontrar el punto de intersección de las siguientes
rectas. Dibujar en cada caso:

9.1 $x + y = 5$; $2x + 3y = 4$

9.2 $x - 6 = 1$; $x + y = 2$

9.3 $2x - y = -5$; $4x - 2y = 7$

9.4 $7x + 8y = 12$; $2x - 4y = -3$

FUNCIONES Y SUS GRAFICAS.

2.1 Funciones de una variable. Es común encontrar, por observación directa, cosas que varían produciendo cambios en otras siguiendo en algunos casos una ley determinada.

Por ejemplo, la presión atmosférica de un lugar cambia de acuerdo con su posición respecto al nivel del mar. Específicamente la presión atmosférica P disminuye al aumentar la altura sobre el nivel del mar h . Entonces, se dice que la presión atmosférica de un lugar es función de su altura sobre el nivel del mar y en lenguaje matemático lo expresamos de la siguiente manera:

$$P = f(h)$$

En economía, la cantidad demandada por un artículo disminuye cuando el precio del artículo aumenta. Esto es lo que sucede en el caso "normal". En general, se observa una relación entre los cambios del precio y los de la cantidad demandada. Entonces, decimos que la cantidad demandada x es función del precio P y lo expresamos de la siguiente manera:

$$x = f(P)$$

Llamaremos a P la variable independiente y a x la variable dependiente de la función f .

Los ejemplos anteriores dan una idea clara de lo que es una función. Sin embargo, es conveniente formalizar las definiciones de los conceptos envueltos.

Def. Una variable es un símbolo que representa una cantidad que puede cambiar. Al conjunto de valores que puede tomar la variable, le llamaremos dominio de definición de la variable.