decir para valores no negativos de las variables x y P.

1. Sea: $P = 50 - 2x$. (normalmente se trabaja en economía con la función inversa. En este caso la función original sería, despejando x : $x = 25 - 1/2\ P$, que expresa la cantidad demandada x como una función del precio P).

Graficando la función para verificar la ley fundamental que debe satisfacer una función de demanda, se obtiene:

Puesto que es una ecuación lineal, su gráfica es una recta. Además x y P toman únicamente valores positivos. Encontremos sus intersecciones con los ejes: (fig. 2.3)

x	P
0	50
25	0

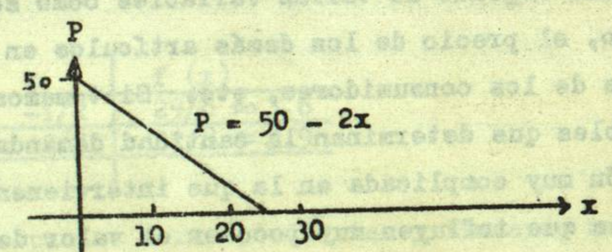

Fig. 2.3

De la gráfica se deduce que la cantidad demandada x disminuye cuando el precio P aumenta.

2. Sea: $P = \dfrac{400}{x+4} - 10$ obtenida de la función de demanda:

$$x = \frac{400}{p+10} - 4$$

Tabulando para valores no-negativos de la cantidad demandada x y el precio P, se obtiene la Fig. 2.4:

Cap V- Allen

x	P
0	90
1	70
4	40
6	30
12	15
16	10
36	0

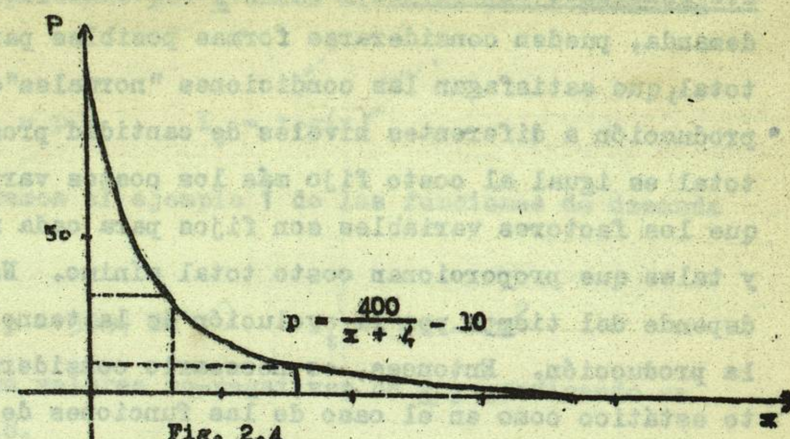

Fig. 2.4

3. Sea $x = \sqrt{\dfrac{800-P}{2}}$ de donde se obtiene la siguiente función despejando P.

$$P = 800 - 2x^2$$

Tabulando:

x	P
0	800
5	750
10	600
15	350
20	0

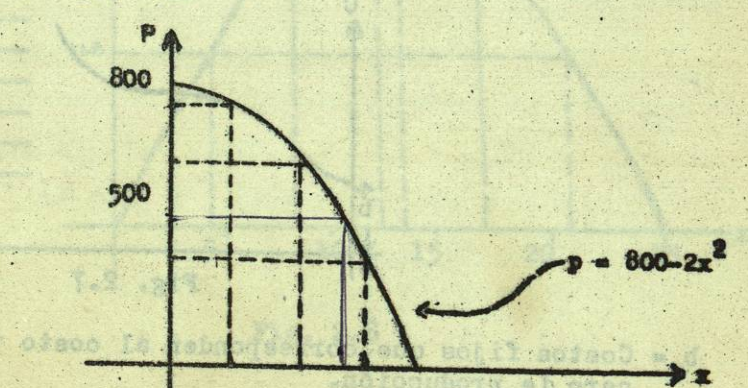

Fig. 2.5

4. Sea: $P = 2\log \dfrac{1000}{x}$

Tabulando:

x	P
1	6
10	4
100	2
1000	0
→0	→∞

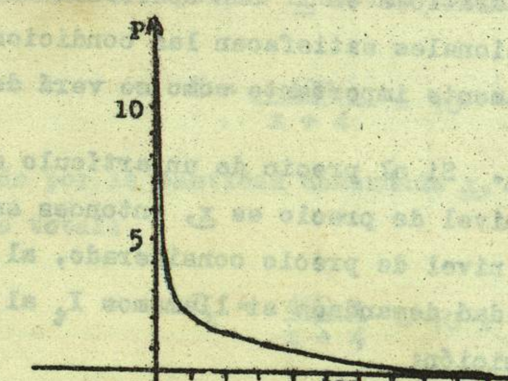

Fig. 2.6

2.6 Funciones de costo. De la misma manera que en las funciones de demanda, pueden considerarse formas posibles para funciones de costo total, que satisfagan las condiciones "normales" del costo total de producción a diferentes niveles de cantidad producida. El costo total es igual al costo fijo más los costos variables. Se supone que los factores variables son fijos para cada nivel de producción y tales que proporcionan costo total mínimo. Naturalmente, ésto depende del tiempo por la evolución de la tecnología empleada en la producción. Entonces, es necesario considerar funciones de costo estático como en el caso de las funciones de demanda.

Si llamamos C al costo total y x a la cantidad producida, la curva "normal" de costo debe tener aproximadamente la forma de la fig. 2.7.

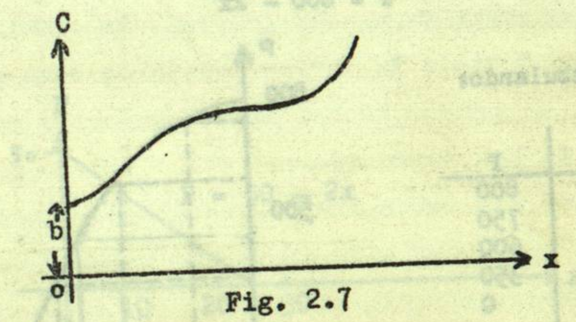

Fig. 2.7

b = Costos fijos que corresponden al costo total al nivel cero de producción.

Formas aproximadas de funciones de costo pueden ser líneas rectas de pendiente y ordenada al origen positivas, parábolas, o sea funciones cuadráticas en x con coeficientes positivos, etc. Estas formas funcionales satisfacen las condiciones "normales" en la zona económicamente importante como se verá después.

2.7 Ingreso total. Si el precio de un artículo es P y la cantidad demandada a ese nivel de precio es x, entonces se llama ingreso total obtenible al nivel de precio considerado, al producto del precio por la cantidad demandada si llamamos I_t al ingreso total, entonces, por definición:

$$I_t = P \cdot x$$

Para una función de demanda determinada $x = f(p)$, se obtiene

INDEP.

la función inversa $p = g(x)$ de donde se deduce la función del ingreso total I_t multiplicando por x ambos miembros de la ecuación $p = g(x)$:

CANT PRECIO

$$I_t = p.x \qquad I_t = x.g(x)$$

Ejemplo 1. Consideremos el ejemplo 1 de las funciones de demanda graficadas:

$$p = 50 - 2x \qquad I_t = 50x - 2x^2$$

Tabulando para valores no-negativos de x y graficando se obtiene la figura 2.8.

x	I_t
0	0
4	168
8	272
12	312
13	312
17	272
21	168
25	0

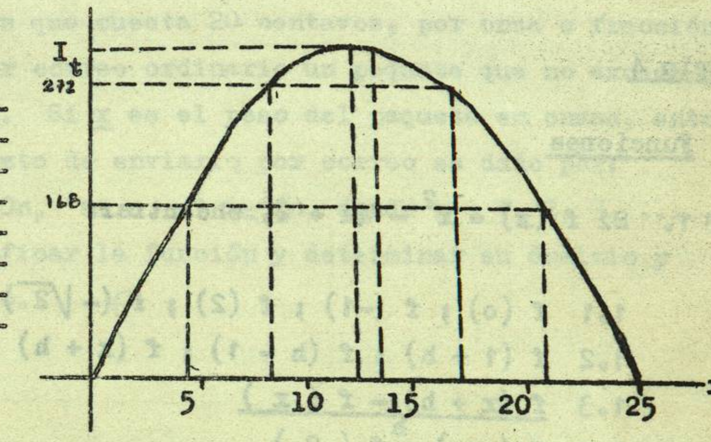

Fig. 2.8

De acuerdo con la tabla y la curva, el ingreso total alcanza su máximo entre $x = 12$ y $x = 13$. En cálculo diferencial estudiaremos con más detalle la curva del ingreso total.

Ejemplo 2. Consideremos el ejemplo 2 de las funciones de demanda:

$$P = \frac{400}{x + 4} - 10$$

Multiplicando por la cantidad demandada x, obtenemos la función del ingreso total:

$$I_t = \frac{400\,x}{x + 4} - 10\,x$$

Tabulando para valores no-negativos de x, se obtiene la curva del ingreso total en la figura 2.9.

x	I_t
0	0
1	70
4	160
6	180
12	180
16	160
36	0

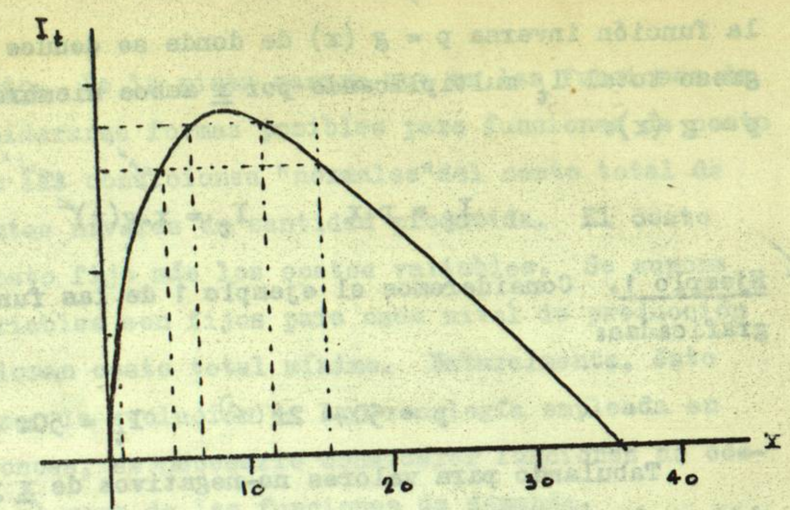

Fig. 2.9

Ejercicio 4

Tema: Funciones

1. Si $f(x) = x^2 - 4x + 2$, encontrar:

   1.1 $f(o)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(-\sqrt{2})$

   1.2 $f(1+h)$; $f(h-1)$; $f(x+h)$

   1.3 $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

   1.4 $\dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

2. Si $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 2}$, encontrar:

   2.1 $g(o)$; $g(1)$; $g(-2)$; $g(a^2)$

   2.2 $g(x+h)$; $\dfrac{g(x+h) - g(x)}{h}$

   2.3 $\dfrac{g(x) - g(1)}{x - 1}$

3. Si $f(x) = x^2 - x - x + 6$, para que valores de x es:

   3.1 $f(x) = f(2x)$

   3.2 $2f(x) = f(2x)$

4. Graficar y encontrar el dominio y el co-dominio de la función:

   4.1 $f(x) = x^3 - 1$

   4.2 $g(x) = +\sqrt{x - 3}$

   4.3 $f(x) = +\sqrt{4 - x^2}$

   4.4 $y = \dfrac{1}{x-2}$

   4.5 $y = 2x^2 + 1$

5. Graficar y comparar los dominios y co-dominios de las siguientes dos funciones:

   1) $f(x) = x + 2$; 2) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$

6. Supongamos que cuesta 20 centavos, por onza o fracción, enviar por correo ordinario un paquete que no exceda de 100 onzas. Si x es el peso del paquete en onzas, entonces el costo de enviarlo por correo es dado por: $f(x) = 20n$, si $n - 1 < x \leq n$ donde $n = 1, 2, 3, \ldots,$ 100. Graficar la función y determinar su dominio y co-dominio.

Ejercicio 5

Tema: Gráficas.

1. Hacer una gráfica esquemática de las siguientes tablas de datos empíricos.

   1.1 Exportación de trigo del país x en millones de sacos desde 1940 hasta 1950.

Año	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950
Exportación	8.2	13.9	15.5	13.8	10.2	8.9	10	11.2	11.6	16.1	14

   1.2 Profundidades de un río a diferentes distancias normales al margen desde un banco fijo sobre la orilla.

Distancia (metros)	0	8	16	24	32	40	48	56
Profundidad (metros)	0	3	2	30	26	6	11	2

1.3 Producción de algodón en miles de pacas del país x y precio promedio en pesos por kilo desde 1940 a 1950.

Año	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950
Producción	11.5	15.5	13.5	14	16	11	11.5	11.5	12	11.5	13.5
Precio	2	1.60	1.80	1.90	1.10	1.50	2.20	3.60	3.60	4.40	2.20

2. El valor de un automóvil es dado por: $V = 50{,}000 - 1500t$ donde V es el valor en pesos y t el tiempo en años después de su fabricación. Dibujar la función de $t = 0$ a $t = 25$ utilizando intervalos de cinco años en la tabulación.

3. Graficar las siguientes funciones:

3.1 $y = x^2 - 2$

3.2 $y = x + 5$

3.3 $y = x^3 + 3x^2 - 6x - 18$

3.4 $y = x^4 - 5x^2 + 4$

3.5 $y = 2 \cos x$

3.6 $y = 4 \log x$

3.7 $y = 5$

4. Dibujar las gráficas y encontrar el punto de intersección de los siguientes pares de curvas:

4.1 $y = x + 2$
$y + x^2 - 1 = 0$

4.2 $y = -x + 3$
$y = 4 - x^2$

$x + y + x^2 - 1 = 0$
$x^2 + x + 1 = 0$
$x(x+1) = -1$
$x = -1$
$x = 0$

$y + (y-2)^2 - 1 = 0$
$y + y^2 - 2y + 4 - 1 = 0$
$y^2 - y + 3 = 0$
$y^2 - y = -3$
$y(y-1) = -3$
$y = -3$
$y = -2$

$y = 1 + 2$
$y = 1$

√ Ejercicio 6

Tema: Funciones y gráficas en teoría económica

1. La función de demanda para un cierto artículo es dada por:

$$x = \frac{90}{p + 5} - 6$$

$px = \frac{90}{5} - 6$

Dibujar la gráfica de la curva de demanda. Dibujar la gráfica del ingreso total y determinar a qué nivel de producción es máximo el ingreso total.

2. Un fabricante investiga la demanda por su producto variando el precio y colecciona los siguientes datos:

Precio	9	12	15	18
Demanda	1030	900	795	715

Dibujar la gráfica del ingreso total y verificar que aproximadamente el ingreso total es una función lineal de la cantidad demandada.

3. El número de personas x que viajan en un tren está relacionado al precio del pasaje P de acuerdo con la siguiente ley:

$$P = \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$$

Dibujar la curva de demanda y la curva de ingreso total.

4. Para una función de teatro se sabe que la asistencia x depende del precio del boleto P de acuerdo con la ley: $x = \frac{a}{P} - b$. El teatro tiene 3000 asientos y se ha encontrado que cuando el precio del boleto es un peso se venden la mitad de las localidades, pero cuando el precio se reduce a 90 centavos sólo queda la sexta parte de los asientos vacíos. Encontrar a y b. Dibujar la curva de demanda y encontrar el precio del boleto que llenará el teatro.

5. Una planta produce x unidades de un cierto artículo a un costo total de:

$$C = 2\sqrt{40x - 175} + 90$$

Dibujar la curva del costo total. Expresar el costo medio como una función de x y dibujar la curva del costo medio.

6. La siguiente tabla muestra los resultados de una investigación de demanda por un cierto artículo:

Precio (pesos)	P	10	15	20	25	30	35	40
Demanda (unidades)	Q	300	270	260	230	200	168	154

Representar estas demandas gráficamente y verificar que la curva de demanda es aproximadamente de la forma lineal $Q = 350 - 5P$. Graficar también el producto INGRESO total como una función de la cantidad producida. (Q demandada)

Estudiar

CAPITULO 3

LIMITES. DERIVADA DE UNA FUNCION

Introducción. El concepto de límite de una función cuando la variable independiente tiende a un valor determinado, es de fundamental importancia para el estudio del cálculo diferencial é integral. Antes de formalizar el concepto de límite, definiremos las secuencias ilustrando con algunos ejemplos.

3.1 Secuencias. Una secuencia es una función definida sobre enteros no-negativos. Es decir, es una función de una variable cuyo dominio de definición está contenido en el conjunte de los enteros no-negativos. Consideremos algunos ejemplos:

1. $f(n) = 2 + n \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$

El dominio de esta función son los números enteros positivos. Para graficarla se acostumbra escalonar los puntos aislados que corresponden realmente a la gráfica de la función. Este escalonamiento es completamente convencional y lo haremos de la siguiente manera: (Fig. 3.1)

n	f (n)
1	3
2	4
3	5
4	6
5	7
6	8
7	9
8	10
.	.
.	.
.	.

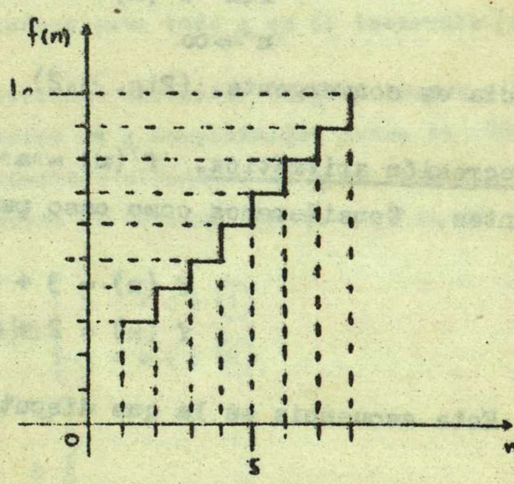

Fig. 3.1