2.2 $f(x) = 3x^{7/4}$; para $x = 0$

2.3 $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$; para $x = 2$

2.4 $f(x) = x^4 - 3x + 8$; para $x = -1$

2.5 $g(x) = (x - 3)^3$; para $x = -2$

3. Encontrar la derivada de $\underline{y}$ con respecto a $\underline{x}$ en cada una de las siguientes expresiones:

3.1 $3x^2 - 4y^2 = 5$

3.2 $y^3 + 2x^2y - 5 = 0$

3.3 $2x^2 + 3xy - y^2 = 4$

3.4 $x^3 + x^2y^2 - 2xy + y^3 = 6$

3.5 $\dfrac{x^2 - 2y}{x + y^2} = 1$

4. Encontrar la primera y segunda derivada de $\underline{y}$ con respecto a $\underline{x}$:

4.1 $x^2 + xy - 3y^2 = 10$

4.2 $xy + 2x = 5$

4.3 $2x + 3y = -8$

4.4 $\dfrac{xy}{x^2 - 3} = 5$

4.5 $x(y + 2x) = 3x + xy - x^2y^2$

5. Encontrar la pendiente de la curva de las siguientes funciones en el punto indicado:

5.1 $x^2 - 3xy + y^2 = 5$; $P(1, -1)$

5.2 $x^3 - 2y + y^4 = 7$; $P(2, 1)$

5.3 $\sqrt{x} - \sqrt{2y} = 0$; $P(4, 2)$

5.4 $(2x + 3y)^3 = 8$; $P(1, 0)$

5.5 $x - \sqrt{xy} + y = 3$; $P(1, 4)$

Ejercicio 13

Tema. Funciones logarítmicas. Derivación logarítmica.

1. Graficar la función : $f(x) = \log_a x$ para $a = 1$. Encontrar su dominio y co-dominio.

2. Graficar la función: $f(x) = \log_a x$:

2.1 Para $a = 2$

2.2 Para $a = 5$

2.3 Para $a = 10$

3. Encontrar la derivada de las siguientes funciones logarítmicas: Encontrar el valor de la derivada para $x = 2$ en cada caso:

3.1 $y = \ln(4x^2 - 3x + 2)$

3.2 $y = \log(3x - 2)^3$

3.3 $y = (\ln x^2)^3$

3.4 $y = \ln\sqrt{2 - x^2}$

3.5 $y = \ln\left(\dfrac{x^2 - 1}{x^3 + 2x - 1}\right)$

3.6 $y = \ln\sqrt{\dfrac{x + 2}{x^2 - 3}}$

3.7 $f(x) = \ln(\ln 2x)$

3.8 $f(x) = \log_5(x^2 - 4)$

3.9 $f(x) = \ln(x^3 - 5)(x^2 + 2)$

3.10 $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

3.11 $f(x) = \ln\left(\dfrac{x}{\sqrt{3x + 1}}\right)$

3.12 $f(x) = \dfrac{\ln x}{\ln(x + 1)}$

4. Derivar las siguientes funciones por el método de derivación logarítmica:

4.1 $f(x) = \dfrac{(x^2 + 3x - 2)(x - 3)^3}{x^2 - 3x + 2}$

4.2 $f(t) = \dfrac{\sqrt{2t + 5}}{(t^2 - 3)(t + 1)}$

4.3 $f(x) = x^2(2x - 5)^4(x - 1)^3$

4.4 $f(x) = \sqrt{\dfrac{(x - 1)(x + 4)}{(x^2 + 1)(x - 5)}}$

4.5 $g(x) = \sqrt[3]{\dfrac{(x - 2)(x + 3)^2}{(x^3 + 8)(x^2 - 9)}}$

5. Encontrar la pendiente de la tangente a la curva de la función: $f(x) = \ln (x-2)^5$ en el punto cuya abscisa es $x = 3$.

6. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el origen y es paralela a la tangente a la curva de la función:

$f(x) = \ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ en el punto cuya abscisa es $x = 2$.

Ejercicio 14

Tema: Funciones exponenciales. Elasticidad.

1. Graficar las siguientes funciones:

1.1 $f(x) = 1^x$

1.2 $f(x) = 3^x$

1.3 $f(x) = 10^x$

1.4 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

1.5 $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

1.6 $f(x) = 2^{-x}$

2. Encontrar la derivada de cada una de las siguientes funciones:

2.1 $y = e^{5x}$

2.2 $y = 3^{x^2 - 1}$

2.3 $y = e^{\sqrt{x-1}}$

2.4 $y = e^{\ln x}$

2.5 $y = e^{(x+3)^3}$

2.6 $y = 2^x + 5$

2.9 $f(x) = x^2 e^x$

2.10 $f(x) = (x^2 - 1)\, e^{2x+3}$

2.11 $f(x) = (2x+1)^4\, e^{x^2}$

2.12 $g(x) = \ln e^{2x}$

2.13 $g(x) = \ln \frac{e^x}{1 - e^x}$

2.14 $g(x) = x^3 e^{-x^2}$

2.7 $y = e^{\frac{x+4}{x-4}}$

2.8 $y = e^{\sqrt{(x+1)^3}}$

2.15 $f(t) = e^{1/t}$

2.16 $y^5 = e^{2x} + \ln (x-1)$

3. Encontrar el punto de la curva de la función $y = e^{2x}$ donde la pendiente es igual a 4.

4. Encontrar la pendiente de la curva de la función:

$f(x) = x^2 e^{3x} - \ln (x-1)$ en el punto cuya abscisa es:

$x = 0$

5. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(2, 1)$ y es perpendicular a la tangente a la curva de:

$f(x) = e^{-x^2} + 2x\, e^x$ en el punto cuya abscisa es $x = 0$

6. Encontrar la primera y segunda derivada de cada una de las siguientes funciones:

6.1 $f(x) = e^x$

6.2 $f(x) = \ln x$

6.3 $f(x) = e^x \ln x$

6.4 $f(x) = e^{\ln x}$

6.5 $f(x) = \ln e^x$

6.6 $g(x) = e^x (x^2 - 3x + 2)$

6.7 $g(x) = e^{x^2} - x \ln x$

6.8 $g(x) = x + e^{-x}$

6.9 $g(x) = \frac{e^x}{1 - e^x}$

6.10 $f(t) = t^2 \ln t + e^{2t}$

7. Encontrar la elasticidad de y con respecto a x en las siguientes funciones:

7.1 $y = x e^{2x}$

7.2 $y = x^2 e^{-3(x+10)}$

7.3 $y = 2x + 4$

7.4 $y = x^2 - 3x + 2$

7.5 $y = x^2 \ln (2x + 3)$

8. Supongamos que la ley de demanda por un artículo en determinado mercado es dada por la siguiente ley:

$$P = \frac{40}{x+2} \; ; \; P = \text{Precio}; \quad x = \text{Cantidad demandada.}$$

Graficar la ley de demanda y encontrar la elasticidad de la demanda cuando la cantidad demandada es 8.

CAPITULO 5

APLICACIONES DE LA DERIVADA

5.1 Aplicación de la Derivada a Gráficas de Funciones. Considerando la función $y = f(x)$, Hemos visto que, de acuerdo con la definición de derivada, la derivada de y con respecto a x es la pendiente de la tangente a la curva de la función en cualquier punto.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = m$$

A la pendiente m de la tangente a la curva en cualquier punto, se le llama también pendiente de la curva y es una medida indicadora de la dirección de la curva en cualquier punto. Puesto que la pendiente es la tangente trigonométrica de la inclinación de la recta tangente a la curva, puede tomar cualquier valor real entre infinito y menos infinito. Analicemos las diferentes posibilidades para el valor de la pendiente y sus correspondientes implicaciones, respecto a la dirección de la curva:

a) Si $f'(x) = m > 0$, entonces la tangente tiene una inclinación entre 0° y 90°, es decir, la curva de la función está ascendiendo de izquierda a derecha.

En este caso, cuando la derivada es positiva, se dice que la función es creciente.

b) Si $f'(x) = m < 0$, entonces la tangente tiene una inclinación