$$qp - Rq = pR - pq$$
$$qp + pq = pR + Rq$$
$$2pq = R(p+q)$$
$$\frac{2}{R} = \frac{p+q}{pq}$$
$$\frac{2}{R} = \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \qquad \text{Ecuación del espejo}$$

Si el foco está a la mitad del radio de curvatura, entonces, f = R/2, y al sustituir en la ecuación del espejo queda:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

al despejar cada variable (p, q y f), se tienen las fórmulas siguientes:

$$p = \frac{qf}{q-f} \qquad q = \frac{pf}{p-f} \qquad f = \frac{pq}{p+q}$$

Veamos los siguientes ejemplos

Ejemplo 10.- Encontrar la longitud focal de un espejo convergente, cuyo radio de curvatura es de 20 cm.

R= + 20 cm Como $f = \frac{R}{2}$

sustituyendo $f = \frac{+20cm}{2}$

$f = +10cm$

Ejemplo 11.- Calcular el tipo de imagen formada y su colocación con respecto a un espejo cóncavo, si el foco está a 15 cm y el objeto se coloca a 20 cm del vértice de dicho espejo.

f = + 15 cm Como $q = \frac{pf}{p-f}$

p= + 20 cm $q = \frac{pf}{p-f}$

sustituyendo $q = \frac{(20cm)(15cm)}{(20cm)-(15cm)} = +60cm$

Ya que q es positiva, entonces, la imagen es real y se encuentra a 60cm del espejo y al trazar los rayos, la imagen será invertida.

Ejemplo 12.- Encontrar la posición de la imagen, si el objeto se localiza a 4cm de un espejo convexo, cuya longuitud focal es 6cm.

p = 4cm Como $q = \frac{pf}{p-f}$

f = -6cm $q = \frac{pf}{p-f}$

sustituyendo $q = \frac{(4cm)(-6cm)}{4cm-(-6cm)}$

$q = \frac{-24cm^2}{10cm}$

$q = -2.4cm$

por el signo negativo de q, la imagen es negativa, o sea virtual.

El aumento o la amplificación lateral (M) del espejo es la razón del tamaño de la imagen al tamaño del objeto.

$$\text{Aumento (M)} = \frac{\text{tamaño de la imagen (y')}}{\text{tamaño del objeto (y)}}$$

o sea $M = \frac{y'}{y} = \frac{-q}{p}$

siendo el aumento negativo, si la imagen es invertida con respecto al objeto y positiva si la imagen es derecha.

Ejemplo 13.- Un objeto de 6 cm se encuentra a 50 cm de un espejo cóncavo, cuya longitud focal es de 20 cm. Encontrar la posición, tamaño y tipo de imagen.

y= 6 cm Como $q = \frac{pf}{p-f}$

p= 50 cm sustituyendo $q = \frac{(50cm)(20cm)}{50cm-20cm}$

f= 20 cm $q = +33.3cm$

ya que q es positiva, la imagen es real

como $M = \frac{y'}{y} = \frac{-q}{p}$

despejando $y' = \frac{-qy}{p}$

sustituyendo $y' = -\frac{(33.3cm)(6cm)}{50cm}$

$y' = -4cm$

ya que y' es negativa la imagen está invertida

$$M = \frac{33.3cm}{50cm} = \frac{-4cm}{6cm} = \frac{-2}{3}$$

11.- REFRACCIÓN DE LA LUZ.

La luz viaja a diferente velocidad en diferentes medios, si la luz incide en una superficie de separación entre dos medios de diferente densidad, los rayos luminosos se desvían. Los rayos que llegan a la superficie son llamados incidentes y a los rayos que se desvían al pasar la superficie se les llama refractados, ver fig. 45. Si los rayos inciden perpendicularmente a la superficie de separación, no se refractan.

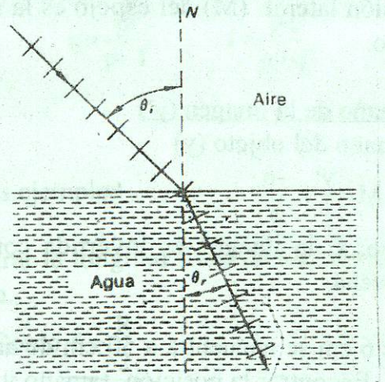

Figura 45.- La luz se refracta hacia la normal cuando entra a un medio más denso.

El rayo incidente, la normal y el rayo refractado se encuentran siempre en el mismo plano. La trayectoria de un rayo refractado en la superficie de separación de dos medios es exactamente reversible, ver fig. 46.

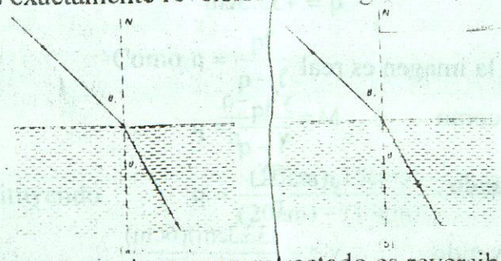

Figura 46.- La trayectoria de un rayo refractado es reversible

Para cada par de medios transparentes, la razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción, tiene un valor constante que recibe el nombre de índice de refracción (n), es decir

$$n = \frac{Sen\theta i}{Sen\theta r}$$

Fue descubierta por Willebrord Snell (1591-1626) y se llama en su honor Ley de Snell. Descubrió que el índice de refracción se calcula por el cociente de las velocidades del primero y segundo medios, es decir

$$n = \frac{sen\ \theta i}{sen\ \theta r} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

donde υ_1 es la velocidad del primer medio en km/s
υ_2 es la velocidad del segundo medio en km/s.

La razón entre las velocidades de la luz en el vacío y en un medio particular, recibe el nombre de índice de refracción del medio.

Una manera opcional de expresar esta ley es a partir de los índices de refracción de los medios siendo

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad , \quad n_2 = \frac{c}{v_2}$$

en donde c es la velocidad de la luz en el vacío despejando v_1 y v_2 en las anteriores expresiones, tenemos

$$v_1 = \frac{c}{n_1} \quad , \quad v_2 = \frac{c}{n_2}$$

al sustituir v_1 y v_2 en la ecuación

$$\frac{Sen\theta_1}{Sen\theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2}$$

nos queda

$$\frac{Sen\theta_1}{Sen\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

entonces

$$n_1\ Sen\theta_1 = n_2\ Sen\theta_2$$

Veamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 14.- Si el índice de refracción del medio del agua es $n_{H_2O} = 1.33$. Calcular la velocidad de la luz en el agua.

$n_{H_2O} = 1.33$, Como $n = \dfrac{c}{\upsilon_{H_2O}}$

$c = 3x10^8$ m/s despejando $\upsilon_{H_2O} = \dfrac{c}{n_{H_2O}}$

sustituyendo $\upsilon_{H_2O} = \dfrac{3x10^{+8}\ m/s}{1.33}$

$u_{H_2O} = 2.66 \times 10^8$ m/s

Ejemplo 15.- Un haz de luz incide en el agua de un recipiente formando un ángulo incidente de 30° con respecto a la normal. Calcular el ángulo de refracción en el agua, si $n_{H_2O} = 1.33$

$n_{H_2O} = 1.33$ como $n_{H_2O} = \dfrac{\text{sen}\ \theta i}{\text{sen}\ \theta r}$

$\theta i = 30°$ despejando $\text{sen}\ \theta r = \dfrac{\text{sen}\ \theta i}{n_{H_2O}}$

sustituyendo $\text{sen}\ \theta r = \dfrac{\text{sen}\ 30°}{1.33}$

$\text{sen}\ \theta r = \dfrac{0.500}{1.33}$

$\text{sen}\ \theta r = 0.375$

$\theta r = \text{sen}^{-1} 0.375$

$\theta r = 22°$

La refracción la observamos por ejemplo cuando introducimos un lápiz en un vaso transparente con agua, nos da la idea de que el lápiz está cortado o quebrado a partir de la superficie del líquido. Otro ejemplo del efecto de la refracción lo notamos en el espejismo en la carretera en un día demasiado caluroso, dando la idea de que el pavimento está mojado, lo que sucede en realidad es que la capa de aire cercana al pavimento se calienta más y la capa de aire superior o ambiente está menos caliente, por lo que se forman dos capas de aire de diferente densidad, produciendo que la luz se refracte o se desvíen las ondas luminosas al pasar de una capa a otra.

12.- REFLEXIÓN INTERNA TOTAL.

Cuando un rayo de luz pasa desde un medio ópticamente denso hacia un medio menos denso, se refracta alejándose de la normal. En otras palabras, el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia. Si el ángulo de incidencia es lo suficientemente grande, el de refracción puede alcanzar los 90° y el rayo refractado desaparecerá. Este fenómeno se conoce como reflexión interna total, ver fig. 47

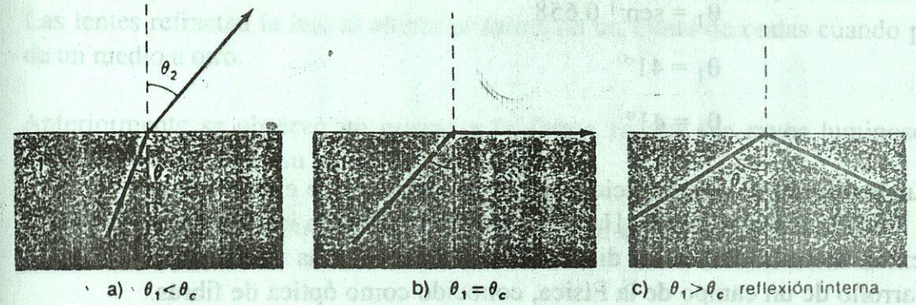

Figura 47.- a) El rayo se refracta al pasar desde un medio denso hacia uno menos denso. b) El rayo se refracta a lo largo del límite entre los dos medios, para un ángulo de incidencia igual al ángulo crítico. c) Para un ángulo de incidencia mayor que el crítico, el rayo sufre una reflexión interna total.

El rayo incide a un ángulo tan grande (i_c) que el rayo refractado queda a lo largo de la superficie del agua. El ángulo de refracción es de 90°. Si se aplica la ley de Snell en esta situación, se obtiene

$$(n_{H_2O})\ (\text{sen}\ \theta_1) = (n_{aire})\ \text{sen}\ \theta_2$$
$$(1.33)\ (\text{sen}\ \theta_1) = (1.00)\ \text{sen}\ 90°$$

despejando sen θ_1

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{(1.00)\ \text{sen}\ 90°}{1.33}$$
$$\text{sen}\ \theta_1 = 0.75$$
$$\theta_1 = 48.6°$$

en este caso $\theta_1 = \theta_c$

El ángulo de incidencia al cual ocurre la reflexión interna total es característico de cada sustancia y se conoce como el ángulo crítico (θ_c) de la sustancia.

Ejemplo 16.- Calcula el ángulo crítico del vidrio si n = 1.52 del vidrio y n = 1.00 del aire.

n = 1.52 (v irio) Como $\theta_1 = \theta_c$

n = 1.00 (aire) $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$

$$\text{sen } \theta_1 = \frac{n_2 \text{ sen } \theta_2}{n_1}$$

sustituyendo $$\text{sen } \theta_1 = \frac{1.00 \ (\text{sen } 90^o)}{1.52}$$

$$\theta_1 = \text{sen}^{-1} \ 0.658$$

$$\theta_1 = 41°$$

$$\theta_c = 41°$$

Cualquier rayo que incida sobre la superficie, a un ángulo mayor que el crítico, no podrá refractarse. Toda la luz se reflejará. Habrá ocurrido la reflexión interna total. Se aplica la reflexión interna total en el diseño de binoculares y ha contribuído también en el desarrollo de un campo de la Física, conocido como óptica de fibras. Las fibras ópticas son un ejemplo de una aplicación práctica de la reflexión interna total, ver fig. 48, se usan en medicina en el fibroscopio, permitiendo visualizar las porciones del cuerpo humano, como el estómago, las válvulas del corazón; se utilizan también en las comunicaciones telefónicas mediante señales luminosas.

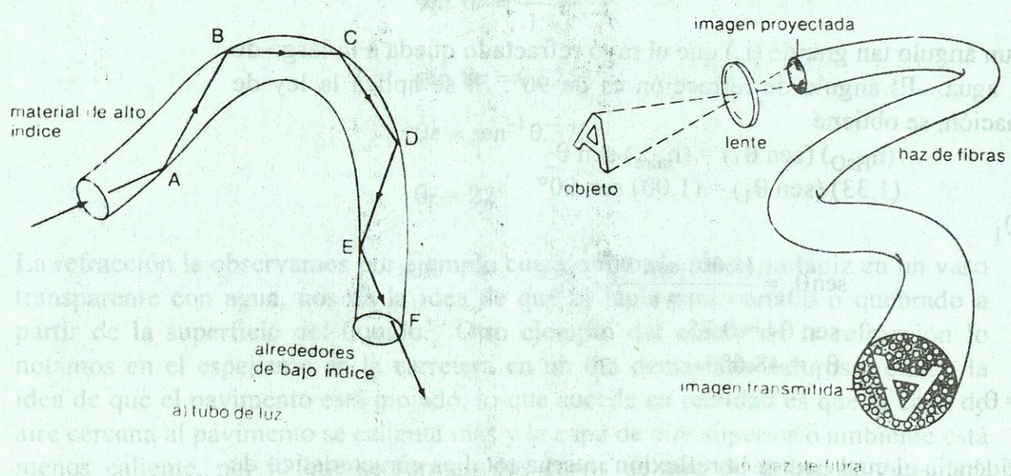

Figura 48.- Fibras ópticas.

13.- Lentes

Las lentes son cuerpos transparentes que se pueden construir de vidrio cristalino o de plástico transparente y están limitados por dos superficies, una esférica y una plana o por dos esféricas. Su uso es esencial en la construcción de telescopios, microscopios, cámaras fotográficas y otros instrumentos ópticos.

Las lentes refractan la luz, al alterar la forma de un frente de ondas cuando pasen de un medio a otro.

Anteriormente se observó un prisma y la forma en que los rayos luminosos se refractan o desvían de su trayectoria original.

Una lente puede concebirse como un juego de prismas, ver fig. 49.

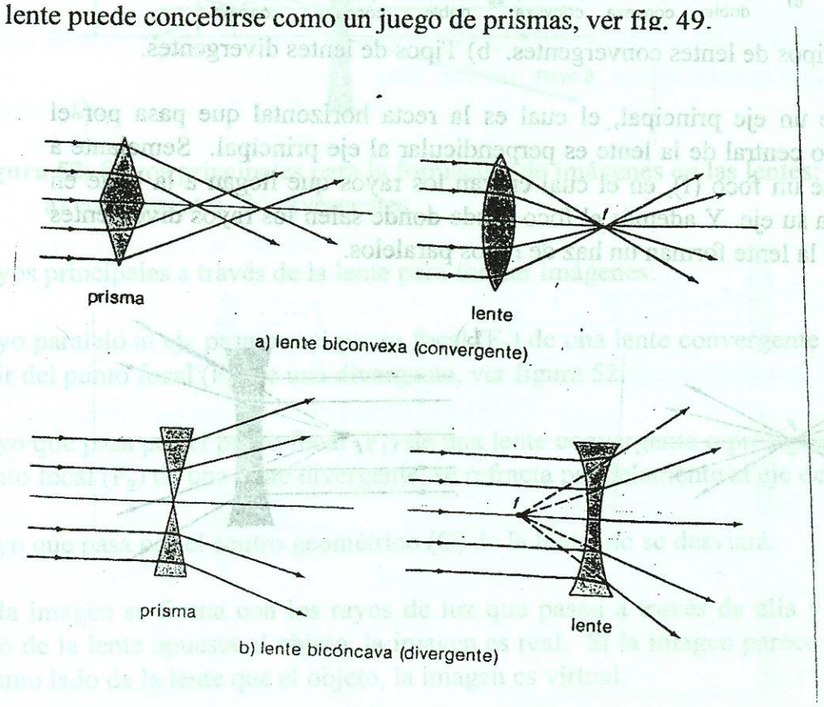

Figura 49.- a) Si se colocan dos prismas de manera que coincidan base con base, esto hace la función aproximada de una lente biconvexa (convergente) y los rayos luminosos convergen en el foco (F). b) Si se colocan dos prismas vértice con vértice, esto hace la función aproximadamente de una lente bicóncava (divergente), y los rayos luminosos divergen.