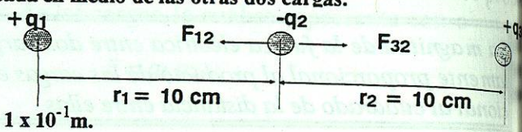
Cuando hay más de dos cargas eléctricas, para calcular la fuerza resultante sobre una de ellas se aplican los métodos ya utilizados para calcular dicha fuerza.

Ejemplo 2.

Una carga $q_1 = 2 \times 10^{-6}$C se encuentra a una distancia de 20 cm. de otra carga $q_3 = 8 \times 10^{-6}$C, como se ve en la figura. Determinar el valor de la fuerza resultante y su sentido sobre una carga

$q_2 = -4 \times 10^{-6}$C al ser colocada en medio de las otras dos cargas.



$q_1 = 2 \times 10^{-6}$C
$q_2 = -4 \times 10^{-6}$C
$q_3 = 8 \times 10^{-6}$C
$r_1 = r_2 = 10$cm $= 0.1$m $= 1 \times 10^{-1}$m.

para calcular la fuerza resultante que actúa sobre la carga q_2, observamos que sobre ella actúan dos fuerzas: F_{12} (la fuerza que ejerce la carga q_1 sobre la carga q_2) y F_{32} (la fuerza que ejerce la carga q_3 sobre la carga q_2). Para F_{12} se tiene que

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_{12} = \left(9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(2\times 10^{-6}C)(-4\,10^{-6}C)}{(1\times 10^{-1}m)^2}$$

$$F_{12} = -72\,x\,10^{-1}N = -7.2\,N$$

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

esta fuerza es de atracción, hacia la izquierda.

Para calcular F_{32} se tiene que

$$F_{32} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_{32} = \left(9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(8\times 10^{-6}C)(-4\,10^{-6}C)}{(1\times 10^{-1}m)^2}$$

$$F_{32} = -288\times 10^{-1}N = -28.8\,N$$

esta fuerza es de atracción, hacia la derecha.

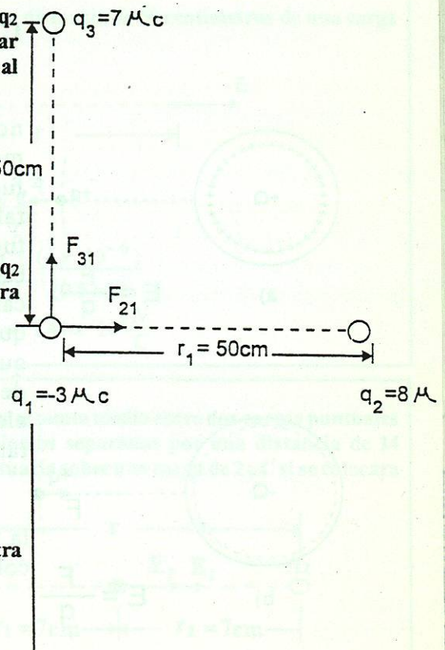
Nota: recuerda que el signo negativo de la fuerza solamente nos indica que es de atracción

Como estas dos fuerzas actúan en la misma línea de acción pero en sentidos contrarios entonces, la magnitud de la fuerza resultante será la diferencia de las dos fuerzas, y el sentido, el que tenga la fuerza de mayor magnitud,

$F_R = F_{32} - F_{12}$
$F_R = 28.8$ N $- 7.2$ N
$F_R = 21.6$ N
hacia la derecha.

Ejemplo 3.

La carga $q_1 = -3\,\mu$C recibe una fuerza de atracción debido a cada una de las cargas: $q_2 = 8\,\mu$C y $q_3 = 7\,\mu$C, que se encuentran colocadas como se muestra en la figura. Determinar la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre q_1, así como el ángulo que forma respecto al eje horizontal.



$= -3\,\mu$C $= -3 \times 10^{-6}$C
$= 8\,\mu$C $= 8 \times 10^{-6}$C
$= 7\,\mu$C $= 7 \times 10^{-6}$C
$= r_2 = 50$ cm $= 0.5$ m $= 5 \times 10^{-1}$m

La carga q_1 se encuentra bajo la acción de dos fuerzas F_{21} (la fuerza que ejerce la carga q_2 sobre la carga q_1) y F_{31} (la fuerza que ejerce la carga q_3 sobre la carga q_1), como se muestra en la figura. Calculando cada una de ellas.

$$F_{21} = k\frac{q_2 q_1}{r^2}$$

$$F_{21} = \left(9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(8\times 10^{-6}C)(-3\,10^{-6}C)}{(5\times 10^{-1}m)^2}$$

$$F_{21} = -8.64\,10^{-1}N$$

La fuerza (F_{21}) es de atracción y la ejerce la carga q_2 sobre la carga q_1 y se encuentra horizontal hacia la derecha.

$$F_{31} = k\frac{q_3 q_1}{r^2}$$

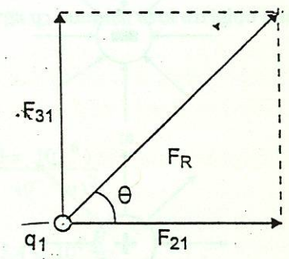
$$F_{31} = \left(9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(7\times 10^{-6}C)(-3\,10^{-6}C)}{(5\times 10^{-1}m)^2}$$

$$F_{31} = -7.56\,10^{-1}N$$

La fuerza (F_{31}) es de atracción y la ejerce la carga q_3 sobre la carga q_1 y se encuentra vertical hacia arriba. El signo menos sólo indica que la fuerza es de atracción, por ello se puede omitir en el cálculo.

Graficando estas dos fuerzas eléctricas sobre q_1

Para calcular la fuerza resultante (F_R) se tiene que:



Magnitud $(F_R)^2 = (F_{21})^2 + (F_{31})^2$
$(F_R)^2 = (8.64 \times 10^{-1}N)^2 + (7.56 \times 10^{-1}N)^2$
$(F_R)^2 = 74.64 \times 10^{-2}N^2 + 57.15 \times 10^{-2}N$
$(F_R)^2 = 131.79 \times 10^{-2}N^2$
$F_R = 11.47 \times 10^{-1}N$
$F_R = 1.147$N

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{F_{31}}{F_{21}} = \dfrac{7.56\times 10^{-1}N}{8.64\times 10^{-1}N}$

$$\tan\theta = 0.875$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.875) = 41.2°$$

CAMPO ELÉCTRICO

Las fuerzas eléctricas, como las gravitacionales, actúan entre cuerpos q no se encuentran en contacto entre sí y entre aquéllos que lo están. U manera de describir estas fuerzas implica el uso del concepto de campo fuerza. Como ya se ha visto, a una masa le rodea un campo gravitacional, tal forma que otra masa que se introduzca en esta región experimentará u fuerza sobre ella. La "alteración del espacio" provocada por una masa es campo gravitacional. De manera análoga, una carga eléctrica produce campo eléctrico alrededor de ella, el cual interactúa con cualquier otra car que esté presente. Un campo eléctrico existe en una región del espacio en que una carga eléctrica experimenta una fuerza eléctrica. Basta con el hec de colocar una carga eléctrica en un punto y si sobre ella actúa una fuer eléctrica, en ese punto existe un campo eléctrico. Un campo eléctrico tie tanto magnitud como dirección y sentido.

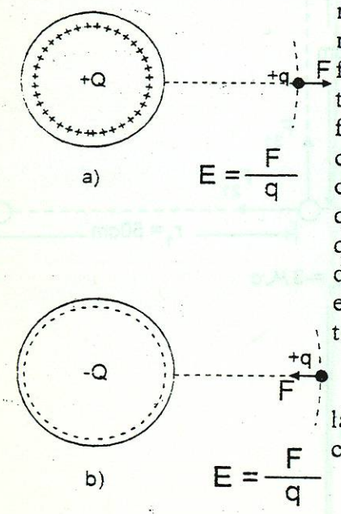


Fig. No. 10. La magnitud del campo eléctrico es la fuerza por unidad de carga (F/q) y su dirección en un punto es la misma que corresponde a la dirección del movimiento de una carga positiva cuando se coloca en dicho punto.

La magnitud del campo eléctrico (E) en cualquier punto, en términos la fuerza (F) experimentada por una carga positiva pequeña + q cuando coloca en dicho punto, equivale a la fuerza por unidad de carga, es decir

$$E = \frac{F}{q}$$

E = magnitud del campo eléctrico en N/C o dinas/ues.
F = fuerza que recibe la carga de prueba en newtons (N) o dinas.
q = valor de la carga de prueba en coulomb (C) o ues.

Esta carga positiva pequeña + q, llamada carga de prueba, produ efectos despreciables sobre las cargas cercanas (Fig. No. 10). En esta e presión se aprecia que si la carga de prueba es positiva, el campo eléctri tiene la misma dirección que la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga.

La dirección del campo eléctrico en un punto es la misma que corr sponde a la dirección del movimiento de la carga positiva de prueba, si soltáse en dicho punto. Por ejemplo, supóngase que una carga positiva prueba se pone en el punto A de la figura 11a. Esta carga es atraída radi mente hacia adentro, como lo indica la flecha A. La fuerza sobre la car positiva de prueba está dirigida radialmente hacia el interior, sin importar que punto se encuentre de la vecindad de la carga negativa central. E consecuencia, el campo eléctrico está dirigido como lo indican las flechas campo eléctrico cerca de una carga negativa tiene una dirección radial y hac la carga.

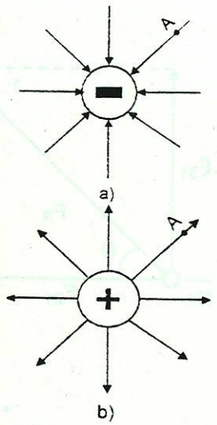
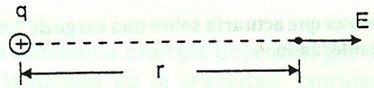


Fig. No. 11. Líneas de campo

Para obtener la dirección del campo eléctrico en la vecindad de una car positiva, se sigue el mismo procedimiento (Fig. No. 11b). La carga positiva prueba es repelida radialmente hacia afuera por la carga positiva central. P

Ejemplo 4.
Calcular la intensidad del campo eléctrico a una distancia de 50 centímetros de una carga de 4 micro coulombs.

datos:
q = 4μC = 4 x 10^{-6}C
r = 50 cm = 0.5 m



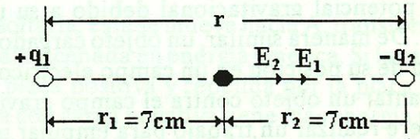
$$E = k\frac{q}{r^2}$$

$$E = \left(9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(4\times 10^{-6})}{(0.5\,m)^2}$$

$$E = 144\times 10^3 \frac{N}{C} = 1.44\times 10^5 \frac{N}{C}$$

Ejemplo 5.
Determinar la intensidad del campo eléctrico en el punto medio entre dos cargas puntuales q_1 = 8 micro coulombs y q_2= -3 micro Coulombs separadas por una distancia de 14 centímetros. Calcular también la fuerza que actuaría sobre una carga de 2 μC si se colocara en ese punto.

Datos:
q_1 = 8 μC = 8 x 10^{-6}C
q_2 = -3 μC = -3 x 10^{-6}C
r_1 = r_2 = 7cm
r_1= 0.07m = 7 x 10^{-2} m.



El campo eléctrico en el punto medio, debido a la carga q_1 está dirigido hacia la derecha y su magnitud es:

$$E_1 = k\frac{q_1}{r^2}$$

$$E_1 = \left(9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(8\times 10^{-6})}{(7\times 10^{-2}\,m)^2}$$

$$E_1 = 1.44\times 10^7 \frac{N}{C}$$

El campo eléctrico en el punto medio, debido a la carga q_2 también está dirigido hacia la derecha y su magnitud es:

$$E_2 = k\frac{q_2}{r^2}$$

$$E_2 = \left(9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(-3\times 10^{-6})}{(7\times 10^{-2}\,m)^2}$$

$$E_2 = -0.54\times 10^7 \frac{N}{C} = -5.4\times 10^6 \frac{N}{C}$$

El signo menos indica que el campo eléctrico se debe a una carga negativa.

En la gráfica se observa que E_1 y E_2 están en la misma dirección y en el mismo sentido, de tal forma que el campo eléctrico resultante (E_R) tiene una magnitud

$E_R = E_1 + E_2$
$E_R = 1.44 \times 10^7$ N/C + 0.54×10^7 N/C ;
$E_R = 1.98 \times 10^7$ N/C hacia la derecha de la gráfica.

Cálculo de la fuerza que actuaría sobre una carga de 2 micro coulombs situada en el punto que se está considerando
$q = 2 \times 10^{-6}$ C

$$E = \frac{F}{q} \quad \textbf{Por definición.}$$

$$F = E\,q$$

$$F = (1.98 \times 10^7 \frac{N}{C})(2 \times 10^{-6} C)$$

$$F = 3.96 \times 10^1 N = 39.6 N$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Cuando se estudió la energía mecánica, se vió que un objeto puede tener energía potencial gravitacional debido a su ubicación en un campo gravitacional. De manera similar, un objeto cargado puede tener energía potencial en virtud de su posición en un campo eléctrico. Así como se requiere trabajo para levantar un objeto contra el campo gravitacional de la Tierra, también se requiere realizar un trabajo para empujar una partícula cargada contra el campo eléctrico de un cuerpo cargado. Este trabajo incrementa la energía potencial eléctrica de esa partícula. Considérese una pequeña carga positiva ubicada a cierta distancia de una esfera con carga positiva, como se ve en la figura 13. Si se desea acercar la pequeña carga a la esfera, se consumirá energía con el fin de vencer la repulsión eléctrica, es decir, se realizará trabajo al empujar la carga contra el campo eléctrico de la esfera. Este trabajo realizado al mover la pequeña carga hasta su nueva ubicación en el campo, lo gana esa carga. Esa energía que ahora posee la carga en virtud de su posición en el campo eléctrico, se denomina energía potencial eléctrica. Si se libera la carga, se acelerará en una dirección que la aleja de la esfera, y su energía potencial eléctrica se transforma en energía cinética.

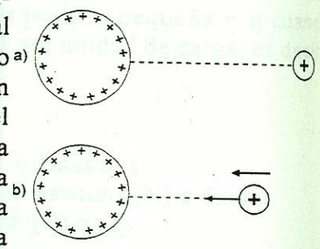


Fig. No. 13. La carga pequeña tiene más energía potencial en (b) que en (a), debido al trabajo que se realizó para llevarla hasta la ubicación más cercana.

Consideremos el campo eléctrico uniforme entre las dos placas paralelas de cargas opuestas, como se muestra en la figura 14.

El campo eléctrico es constante y está dirigido como se muestra en la figura 14, si se coloca una carga positiva q+ en el interior de las placas, sobre ésta actuará una fuerza Eq dirigida hacia la derecha. Supóngase que la carga está inicialmente en el punto A de la figura. Si se quiere llevar al punto B, hay que aplicar una fuerza, F = -Eq durante todo el recorrido, por consiguiente, se realiza un trabajo al llevar la carga de A a B. En consecuencia, se almacena energía en la carga, que se conoce como energía potencial eléctrica. Al colocar la carga en el punto B, podemos soltarla y recuperar la energía potencial en

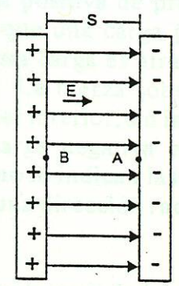


Fig. No. 14. Placas paralelas con cargas opuestas.

forma de energía cinética. La carga en B será atraída hacia A por la fuerza Eq que actúa sobre ella. Así pues, cuando soltamos la partícula en B, adquirirá una aceleración en dirección de A.

Del mismo modo que se almacena energía potencial gravitacional en un objeto al levantarlo contra la acción de la gravedad, también se almacena energía potencial eléctrica en un objeto cargado al tirar de él, en contra del campo eléctrico que actúa sobre el objeto. La energía potencial gravitacional de un objeto en el punto B, en relación con el punto A, es el trabajo que debe realizarse contra la gravedad para moverlo de A a B. De manera análoga, en electricidad se define la energía potencial eléctrica de un objeto cargado en el punto B en relación con otro punto A:

La energía potencial eléctrica de una carga en el punto B en relación con el punto A es igual al trabajo efectuado contra las fuerzas eléctricas que se necesita para llevar la carga de A a B.

Al colocar la carga en B y soltarla, ésta se mueve hacia A, transformándose su energía potencial eléctrica almacenada en energía cinética. Si la carga fuera negativa, sería atraída por la placa positiva y repelida por la placa negativa. De tal forma que una partícula con carga negativa tiene más energía potencial eléctrica en A (placa negativa) que en el punto B (placa positiva).

DIFERENCIA DE POTENCIAL

Supongamos que llevamos una carga positiva q del punto A al punto B, en la figura 14. Para esto se requiere efectuar un trabajo. Definimos la diferencia de potencial (o voltaje) entre A y B como ese trabajo dividido entre la carga q. En otras palabras, la diferencia de potencial entre dos puntos es el trabajo que hay que hacer para mover una carga de prueba de + 1C de un punto a otro.

La diferencia de potencial entre el punto A y el punto B es el trabajo necesario para llevar una carga positiva de prueba de A a B, es decir, es el trabajo por unidad de carga positiva.

La unidad de diferencia de potencial (o voltaje) es la unidad de trabajo dividida entre la unidad de carga, que es joule entre coulomb, a esta unidad la llamamos volt (V).

$$1\ volt\ (V) = \frac{1\ joule\ (J)}{1\ coulomb\ (C)}$$

Se acostumbra a representar con V_{AB} a la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

Vamos a calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B en la figura 14. Para mover la carga q positiva de A a B, hay que aplicar una fuerza constante F de magnitud Eq. Por lo tanto, el trabajo necesario para llevar la carga q de A a B es

Trabajo para mover q = fuerza x distancia = (E_q) s

La diferencia de potencial entre A y B es el trabajo por unidad de carga, de tal forma que

$$V_{AB} = \frac{Trabajo}{carga} = \frac{W}{q}$$

$$V_{AB} = \frac{Eqs}{q}$$

$$V = Es$$

En donde E es constante.

En general, se tiene que

V_{AB} es el trabajo que debe efectuarse para llevar una unidad de carga positiva de A a B.

Si se conoce la diferencia de potencial o voltaje entre los puntos A y B, se requiere un trabajo para mover la carga q de A a B, el cual viene dado por

$$\text{Trabajo} = W = V_{AB} \times q$$

DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE DOS PLACAS PARALELAS

Consideremos el campo eléctrico entre dos placas metálicas paralelas, con cargas opuestas, separadas una distancia fija, como se muestra en la figura 15. Una placa se carga positivamente, mientras que la otra se carga negativamente. El campo eléctrico que hay entre las placas es uniforme, excepto en los bordes de las placas, ver figura 15.

En un campo eléctrico uniforme, el trabajo necesario para mover una carga en una distancia s está dado por

$$W = Fs$$

el potencial, que es el trabajo por unidad de carga, está dado por

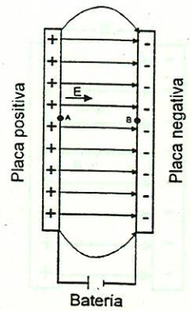


Fig. No. 15. Campo eléctrico entre dos placas paralelas.

$$V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$$

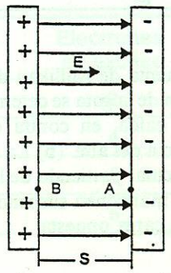
$$V_{AB} = \frac{F\,s_{AB}}{q}$$

$$V_{AB} = \left(\frac{F}{q}\right) s_{AB}$$

como $E = \dfrac{F}{q}$ es la intensidad del campo eléctrico, entonces:

$$V_{AB} = E\,s$$

el campo eléctrico entre dos placas paralelas con cargas iguales y de signos opuestos, es prácticamente uniforme.



Ejemplo 6.
Si un protón se libera en el punto B de la figura, ¿Cuál es su rapidez con la que choca contra la placa A? Supóngase que el voltaje V_{AB} = 45 V

Datos:
m = 1.67×10^{27}kg masa del protón
q = 1.60×10^{-19}C carga del protón
V_{AB} = 45V

como el protón tiene carga positiva, entonces, el punto B se encuentra a un mayor potencial que el punto A. Si el protón se suelta en B, éste se acelera hacia A, de tal forma que la energía potencial eléctrica del protón se transforma en energía cinética.

Como la energía potencial eléctrica en B es el trabajo hecho para mover la carga desde A, se tiene que: el cambio en su energía cinética = al trabajo hecho para mover la carga de A a B.

$$E_k - E_{ko} = W_{AB}$$

como el protón inicia su movimiento desde el reposo, entonces, la energía cinética inicial E_{k_o} = 0, de tal forma que

$$E_k = V_{AB}\,q$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = V_{AB}\,q$$

$$v^2 = \frac{2\,V_{AB}\,q}{m}$$

$$v^2 = \frac{2(45\,V)(1.6 \times 10^{-19}\,C)}{1.67 \times 10^{-27}\,kg}$$

$$v = 92858.79\,\frac{m}{s}$$

EXPERIMENTO DE MILLIKAN

La carga del electrón fue medida primeramente en los históricos experimentos de Robert A. Millikan (1986-1953), iniciados en 1909 y también demostrarón la cuantización de la carga. Su aparato constaba de dos placas metálicas paralelas, una fuente de voltaje variable, un atomizador, una fuente de rayos X, un microscopio y un voltímetro. Las partes esenciales del arreglo experimental se indican en la figura 16.

Las gotitas de aceite del atomizador caen en la región que existe entre las dos placas horizontales, a través de una perforación en la placa superior. A partir de moléculas de aire, a través de las cuales se hacen pasar rayos X ionizados, se liberan electrones. Estos electrones se adhieren a las pequeñas gotas de aceite, lo cual da por resultado que éstas tengan una carga negativa neta.

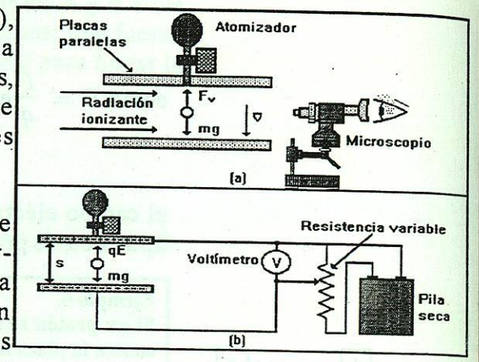


Fig. No. 16. Experimento de Millikan de la gota de aceite: (a) La masa m de la gota se determina a través de su velocidad de caída, en contra de la fuerza viscosa de la resistencia del aire. (b) La magnitud de la carga se puede calcular partiendo de las condiciones de equlibrio que mantienen suspendida la carga entre dos placas con carga opuesta.

Por medio del microscopio se puede observar el movimiento descendente de las gotas de aceite, a medida que van cayendo lentamente bajo la influencia de su propio peso y de la fuerza viscosa (Fv) ascendente provocada por la resistencia del aire (Fig. No. 16a). Se pueden utilizar las leyes de la hidrostática para calcular la masa m de una gota particular de aceite midiendo su velocidad de caída.

Después de obtener todos los datos necesarios para determinar la masa m, se conectan las placas paralelas a una batería con el fin de establecer un campo eléctrico uniforme **E** entre las placas con carga opuesta {ver figura 16(b)}. La magnitud de la intensidad del campo se puede controlar por medio de una resistencia variable intercalada en el circuito eléctrico. Millikan ajustó el campo eléctrico entre las placas, hasta que la fuerza eléctrica ascendente que actúa sobre la gota sea igual a la fuerza gravitacional descendente, de modo que la gota de aceite permanecía inmóvil, por lo tanto,

$$mg = Eq$$

donde
q = carga neta de la gota de aceite
m = masa de la gota de aceite
g = aceleración debida a la gravedad

La intensidad del campo electríco **E** puede obtenerse fácilmente a partir del voltaje **V** y de la distancia **s** entre las placas, entonces:

$$V = Es \quad y \quad E = V/s$$

sustituyendo ésta equación en (1), tenemos:

$$q = \frac{mgs}{V}$$

Tabla No. 2

No. de Gota	Carga eléctrica C
1	3.2×10^{-19}
2	1.6×10^{-19}
3	6.4×10^{-19}
4	9.6×10^{-19}
5	8.0×10^{-19}

La diferencia de potencial V se puede determinar con un aparato llamado **voltímetro**, el cual lo describiremos más adelante.

Millikan y sus colaboradores realizarón miles de mediciones de este tipo y encontrarón que todas las gotas, tenían una carga igual a un múltiplo entero de la carga elemental **e**. Es decir:

$$q = ne \quad \text{donde } n = 1, 2, 3, \text{etc.}$$

Por lo tanto, llegó a la conclusión de que la carga eléctrica está cuantizada. Para comprender mejor los resultados de los experimentos de Millikan, supongamos los siguientes datos, que representan posibles valores de la carga eléctrica que se obtiene en algunas gotas. (Tabla No. 2).

Tabla No. 3

No. de Gota	Electrones en exceso
1	2
3	4
4	6
5	5

Tomando en cuenta estos resultados, el menor valor de la carga en una gota es de 1.6 x 10-19 C y la demás cargas son múltiplos enteros de este valor mínimo. Millikan concluyó por esto, que la segunda gota adquirió únicamente un electrón en exceso, por lo tanto, el valor de la carga del electrón era de 1.6 x 10-19 C. Para las demás gotas tenemos la tabla No. 3.

Experimentos posteriores, realizados en otros campos de la Física, proporcionaron resultados que concordaban con los obtenidos por Millikan. Él recibió el Premio Nobel de Física por este trabajo en 1923.

GENERADOR DE VAN DE GRAFF

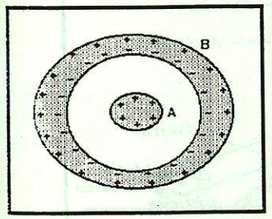


Fig. No. 17. El conductor electrizado A, puesto en el interior de un conductor descargado B, induce cargas en las superficies internas y externas de D.

En esta unidad se estudió el proceso de carga por conducción en el cual un cuerpo metálico A, electrizado, se pone en contacto con otro cuerpo B, también metálico e inicialmente descargado y hay una transferencia de sólo una parte de la carga de A a B. Ahora, supongamos que el cuerpo B posee una cavidad y que A se introduce en ella (Fig. No. 17). En estas condiciones, la carga A induce cargas eléctricas en las superficies internas y externas de B.

Por otro lado si el cuerpo A se coloca en contacto con la pared interna de B (Fig. No. 18), la carga inducida en esta pared será neutralizada por la carga de A. Tomando en cuanta la figura 18 podemos ver que, como consecuencia de esto, el cuerpo B quedará electrizado con una carga del mismo signo y de la misma magnitud que la carga inicial que el cuerpo A. Entonces, cuando colocamos un cuerpo metálico electrizado, en contacto interno con otro, toda su carga se transmite al seguno cuerpo. Esto no sucede cuando el contaco es externo. En principio, es posible incrementar la carga en el conductor hueco y su potencial, sin límite, repitiendo el proceso.