REFORMA ACADEMICA DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
Secretaría Académica

M6

SEGUNDA PARTE

Texto

4ª EDICIÓN 1998

Física

UNIDAD III
FUERZAS

INTRODUCCIÓN

En esta unidad se estudiarán las causas que producen los cambios en el movimiento de los cuerpos.

La parte de la Mecánica que estudia las causas de los cambios en el movimiento de los cuerpos se le denomina Dinámica. Para realizar su estudio, se abordarán algunos conceptos como masa, fuerza y su relación con las variables que describen el movimiento de los cuerpos: posición, velocidad y aceleración, restringiéndose al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, en donde la fuerza aplicada es constante, es decir, que no cambia con el tiempo. Estas relaciones (la fuerza y la masa con las variables que describen el movimiento) se formularán utilizando las leyes de Newton del movimiento.

A partir de las leyes de Newton serán analizadas diferentes situaciones en donde los objetos se desplazan con aceleración constante, o bien, están en equilibrio (en reposo o en movimiento a velocidad constante).

A. FUERZA

Al detenerse un cuerpo que se desliza sobre alguna superficie, al empujar una mesa, al lanzar una pelota, al tirar de un objeto mediante una cuerda o al presionar un resorte para comprimirlo: en todos estos casos se está aplicando una fuerza. De manera general, se define *la fuerza como todo aquello que es capaz de producir cambios en el movimiento de un cuerpo o bien que le produce alguna deformación*. La fuerza es una cantidad vectorial, ya que se debe de especificar, además de su magnitud, su dirección y sentido. Por ejemplo, si aplicamos una fuerza horizontalmente hacia la derecha, se produce un efecto diferente al que resultaría, si esa misma fuerza es aplicada verticalmente hacia arriba, sobre el mismo objeto, como se muestra en la figura 1. De lo ante-

Fig. 1 Representación gráfica de una fuerza.

UNIDAD III
FUERZAS

INTRODUCCIÓN

En esta unidad se estudiarán las causas que producen los cambios en el movimiento de los cuerpos.

La parte de la Mecánica que estudia las causas de los cambios en el movimiento de los cuerpos se le denomina Dinámica. Para realizar su estudio, se abordarán algunos conceptos como masa, fuerza y su relación con las variables que describen el movimiento de los cuerpos: posición, velocidad y aceleración, restringiéndose al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, en donde la fuerza aplicada es constante, es decir, que no cambia con el tiempo. Estas relaciones (la fuerza y la masa con las variables que describen el movimiento) se formularán utilizando las leyes de Newton del movimiento.

A partir de las leyes de Newton serán analizadas diferentes situaciones en donde los objetos se desplazan con aceleración constante, o bien, están en equilibrio (en reposo o en movimiento a velocidad constante).

A. FUERZA

Al detenerse un cuerpo que se desliza sobre alguna superficie, al empujar una mesa, al lanzar una pelota, al tirar de un objeto mediante una cuerda o al presionar un resorte para comprimirlo; en todos estos casos se está aplicando una fuerza. De manera general, se define *la fuerza como todo aquello que es capaz de producir cambios en el movimiento de un cuerpo o bien que le produce alguna deformación*. La fuerza es una cantidad vectorial, ya que se debe de especificar, además de su magnitud, su dirección y sentido. Por ejemplo, si aplicamos una fuerza horizontalmente hacia la derecha, se produce un efecto diferente al que resultaría, si esa misma fuerza es aplicada verticalmente hacia arriba, sobre el mismo objeto, como se muestra en la figura 1. De lo ante-

Fig. 1 Representación gráfica de una fuerza.

rior, concluímos que al aplicar una fuerza se debe de especificar su magnitud, dirección y sentido.

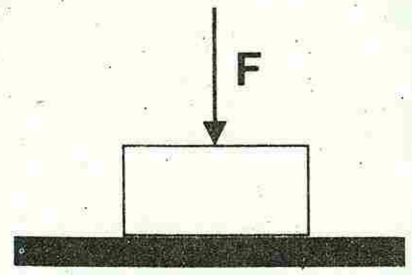


Fig. 2 Representación gráfica de una fuerza.

1. DIFERENTES TIPOS DE FUERZAS

Todas las fuerzas observadas en la naturaleza se pueden clasificar, según su origen y características, en tres grupos:

a) FUERZAS GRAVITACIONALES

Los cuerpos ejercen entre sí una fuerza gravitatoria de atracción, cuyas causas están en función de sus masas y de la distancia entre ellos. Esta fuerza se presenta cuando la Tierra atrae a todos los cuerpos que se encuentran cerca de ella, produciéndo la caída libre; en la atracción que se ejercen el Sol y los planetas, quedando confinados éstos últimos a moverse alrededor del Sol y describiendo una órbita elíptica; etc. Esta fuerza es siempre de atracción.

b) FUERZAS ELECTROMAGNÉTICAS

Son fuerzas ejercidas entre partículas cargadas eléctricamente. Las partículas en reposo producen fuerzas electrostáticas, las partículas cargadas y en movimiento, producen fuerzas electromagnéticas. Estas fuerzas pueden ser de atracción o de repulsión, dependiendo del tipo de carga que posean las partículas (positiva o negativa).

La mayor parte de las fuerzas de contacto que observamos normalmente entre objetos macroscópicos, por ejemplo, la de rozamiento, la fuerza ejercida mediante una cuerda sobre un objeto, fuerzas de soporte y empuje, son el resultado de fuerzas moleculares ejercidas por las moléculas de un cuerpo sobre las moléculas de otro cuerpo; estas interacciones son fundamentalmente de tipo electromagnético.

c) FUERZAS NUCLEARES

Se producen en el interior del núcleo del átomo, entre las partículas que lo forman, manteniéndolo unido. Esta fuerza es mayor que la repulsión eléctrica que se genera entre los protones (de carga positiva), que se encuentran en el interior del núcleo.

De acuerdo a la forma como actúan las fuerzas sobre un cuerpo, éstas se clasifican en:

- ***Fuerzas de contacto. Son aquéllas ejercidas por objetos como cuerdas, superficies, etc., en contacto directo con el cuerpo.***

- ***Fuerzas de acción a distancia (o de campo). Son las que actúan a través del espacio que existe entre el cuerpo cuyo movimiento se analiza y el objeto que ejerce la fuerza, por ejemplo, la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra sobre todos los objetos; esta fuerza es la más común en los problemas de Dinámica. Otro ejemplo de acción a distancia, es la fuerza de atracción o de repulsión entre las cargas eléctricas.***

B. LEYES DE NEWTON DEL MOVIMIENTO
1. PRIMERA LEY DE NEWTON

Sabemos por experiencia que si un objeto se encuentra estacionado, permanecerá en reposo, a menos que una fuerza externa actúe sobre él. Por otra parte, si empujamos un objeto para que se deslice sobre el piso y luego se deja de empujar, observamos que se detendrá en un tiempo determinado. De lo anterior se deduce lo que se ha dado en llamar la Primera Ley de Newton del movimiento:

> *Un cuerpo permanecerá en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que una fuerza externa actúe sobre él.*

La fuerza externa puede ser la resultante de dos o más fuerzas aplicadas sobre el mismo objeto.

Cuando se tiene un objeto en reposo o en movimiento y se quiere efectuar un cambio en su estado, este presenta cierta resistencia. *A la propiedad que presentan todos los cuerpos de oponerse al cambio en el movimiento, se le conoce como inercia.* Así pues, si un objeto está en reposo tiende a permanecer en reposo al querer moverlo, y si está en movimiento, al tratar de detenerlo, experimentará una oposición al cambio del movimiento al reposo. Como ejemplo tenemos, que si un automóvil arranca, los pasajeros y los objetos en su interior, que estaban en reposo, tienden a permanecer en reposo, pero el asiento los empuja, poniéndolos en movimiento. Al frenar bruscamente, los pasajeros y las cosas sueltas tienden a permanecer en movimiento, por ello la sensación del impulso hacia adelante.

Como se puede apreciar, a mayor masa, la inercia del cuerpo (su oposición al cambio en el movimiento) es mayor, y viceversa, a menor masa es menor la oposición al cambio. Esto se puede observar, ya que no es lo mismo empujar un automóvil pequeño que uno grande. A su vez, se aprecia la diferencia al detener una pelota de hule suave o una pelota de basquetbol, ya que la masa más grande presenta una mayor resistencia al cambio. A partir de estos ejemplos se deduce que la masa es una medida cuantitativa de la inercia. Esta propiedad es característica de toda la materia.

En resumen, a partir de la Primera Ley de Newton del movimiento se establece que un cambio en el movimiento es la evidencia de una fuerza aplicada.

2. SEGUNDA LEY DE NEWTON

Como se podrá observar, a partir de la Primera Ley de Newton del movimiento, se concluye que si la fuerza resultante que actúa sobre un objeto es nula, su aceleración también será nula, pues éste permanecerá en reposo o se moverá en línea recta y a velocidad constante.

La Segunda Ley de Newton del movimiento se refiere a los cambios en la velocidad que sufre un cuerpo, cuando sobre él actúa una fuerza resultante, no nula, produciéndole una aceleración. La aceleración de un cuerpo se presenta no sólo en el cambio de la magnitud, sino también en el cambio de dirección que sufre la velocidad o ambos a la vez. La Segunda Ley de Newton del movimiento es un enunciado de cómo se relacionan la aceleración de un cuerpo con respecto a la fuerza aplicada y a su masa.

Experimentalmente se puede observar cómo varía la aceleración de un cuerpo al aplicarle una fuerza, si su masa permanece constante. Si aplicamos una fuerza (F) a una masa(m), ésta recibe una aceleración (a): si se duplica la fuerza (2F), se observa que la aceleración también se duplica (2a); si se triplica la fuerza (3F), la aceleración también se triplica (3a); y así sucesivamente, como se muestra en la figura 3.

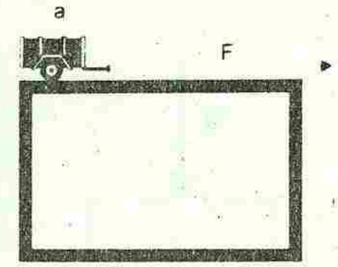


Fig. 3a. Si a la masa "m" se le aplica una fuerza "F", se produce una aceleración "a".

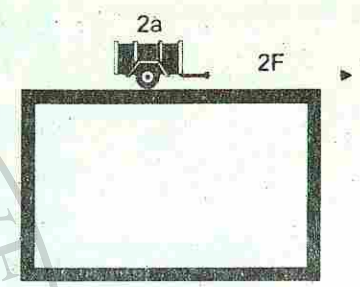


Fig. 3b. Si la fuerza se duplica "2F", la aceleración se duplica "2a"

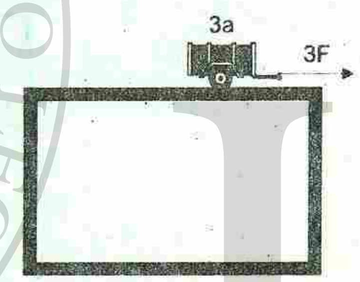


Fig. 3c. Si la fuerza se triplica "3F", la aceleración se triplica "3a".

Analizando el experimento anterior, se puede concluir que si la masa no cambia, la aceleración producida es directamente proporcional a la fuerza resultante aplicada, es decir

$$a \propto F$$

A continuación, se considerará que la fuerza aplicada sobre un objeto es constante y la que varía es su masa. Si se duplica la masa (2m) del objeto, se observa que, su aceleración tiene un valor igual a la mitad de su valor inicial (a/2); si triplicamos su masa (3m), la aceleración tiene un valor igual a la tercera parte de su valor inicial (a/3); y así sucesivamente, como se muestra en la figura 4.

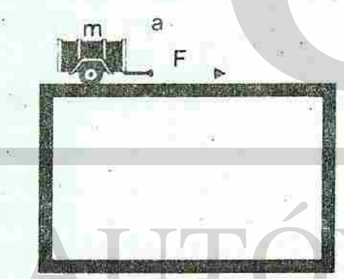


Fig. 4a. Si la fuerza "F" es aplicada sobre una masa "mA, le producirá, una aceleración "a".

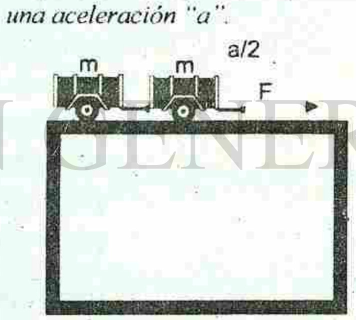


Fig. 4b. Si la masa se duplica "2m", manteniendo la fuerza aplicada "F" constante, la aceleración es igual a la mitad de su valor original.

A partir de estos resultados experimentales se deduce que si la fuerza aplicada es constante, la aceleración producida es inversamente proporcional a la masa, es decir

$$a = \frac{1}{m}$$

Al observar estos resultados experimentales y cuantificar los efectos de la fuerza y la masa sobre la aceleración de los cuerpos, se llega al enunciado de la Segunda Ley de Newton del movimiento:

> *Toda fuerza resultante aplicada a un cuerpo, le produce una aceleración en la misma dirección en que actúa. La magnitud de dicha aceleración es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.*

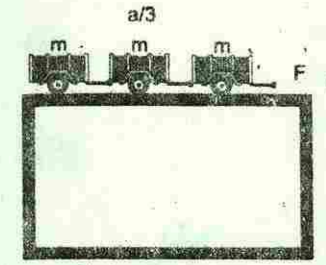


Fig. 4c. Si la masa se triplica "3m", manteniendo la fuerza aplicada constante, la aceleración es igual a un tercio de la aceleración original.

Conjuntando estos resultados en una expresión matemática adecuada, se llega a que

$$a = \frac{F}{m}$$

$$F = ma \qquad \text{Despejando F}$$

Esta es la expresión clásica de la Segunda Ley de Newton.

Como un caso particular de la Segunda Ley de Newton:

> *Si la fuerza aplicada sobre la masa es igual a cero, entonces la aceleración también tiene un valor de cero y no hay cambio en el movimiento, es decir, si la masa está en reposo, permanecerá en reposo y si está en movimiento, lo hará a velocidad constante, como lo predice la Primera Ley de Newton del movimiento.*

Las unidades de fuerza más frecuentes son:

- ***En el Sistema Internacional, la unidad es el Newton (N), el cual equivale a la fuerza que aplicada a una masa de 1 kg le produce una aceleración de 1 m/s², es decir***

$$F = ma$$

$$F = (1\,kg)\left(1\frac{m}{s^2}\right)$$

$$1\,N = kg\,\frac{m}{s^2}$$

- ***En el cgs, la unidad es la dina, la cual equivale a la fuerza que aplicada a una masa de 1 g le produce una aceleración de 1 cm/s², es decir***

$$F = ma$$

$$F = (1\,kg)\left(1\frac{cm}{s^2}\right)$$

$$1\,dina = g\,\frac{m}{s^2}$$

- ***En el Sistema Inglés Absoluto, la unidad es el poundal, el cual equivale a la fuerza que aplicada a una masa de una libra, le produce una aceleración de 1 ft/s², es decir***

$$F = ma$$

$$1\,poundal = (1\,lb)\left(1\frac{ft}{s^2}\right)$$

Sist. de Unidades	MASA	ACELERACIÓN	FUERZA
Internacional			
MKS	kg	m/s^2	1 Newton = 1 kg m/s^2
cgs	g	cm/s^2	1 dina = 1 g cm/s^2
T. Gravitacional	u.t.m.	m/s^2	1 kilogramo fuerza = 1 u.t.m. m/s^2
I. Absoluto	lb	ft/s^2	1 poundal = 1 lb fr/s^2
I. Técnico	slug	ft/s^2	1 libra fuerza = 1 slug ft/s^2

Algunas equivalencias de masa y fuerza más comunes entre el Sistema Internacional, el Técnico Gravitacional e Inglés Técnico.

1 u.t.m.	9.8 kg	1 lb fuerza	32 poundal
1 slug	32 lb	1 Newton	10^5 dinas
1 kilogramo	2.2 libras masa	1 kg fuerza	9.8 N
1 slug	14.59 kg	1 lb fuerza	4.44 N

Es importante hacer notar que la fuerza en la Segunda Ley de Newton del movimiento representa una fuerza resultante. Si más de una fuerza actúa sobre un objeto, será necesario determinar la fuerza resultante a lo largo de la dirección del movimiento.

La aceleración de un objeto siempre tiene la dirección de la fuerza resultante aplicada. Si la fuerza se aplica en la dirección y sentido del movimiento, se aumentará la velocidad y la aceleración será positiva. Si se aplica en la misma dirección y en sentido contrario al movimiento, la velocidad disminuirá y la aceleración es negativa. Si la fuerza se aplica formando un ángulo con la dirección del movimiento, entonces se considerará sólo la componente de la fuerza que actúa en la dirección del movimiento.

Cabe aclarar que la aceleración de un objeto depende de la fuerza aplicada sobre él y de su masa, y no del tipo de fuerza de que se trate (gravitacional, eléctrica, magnética, etc.).

En la aplicación de la expresión clásica de la Segunda Ley de Newton se tienen ciertas limitaciones como en general lo establecimos para la Mecánica Clásica en la Unidad I, ya que dicha Ley no se cumple para el movimiento a velocidades comparables a la de la luz, ni en el estudio del comportamiento de las partículas y átomos.

3. TERCERA LEY DE NEWTON

Fig. 5a Fuerzas de acción y reacción

Al patear una pelota de futbol aplicamos una fuerza sobre ésta, y a su vez, el balón de futbol ejerce una fuerza sobre nuestro pie. La fuerza ejercida por nuestro pie sobre la pelota se llama fuerza de acción y la ejercida por la pelota sobre el pie se llama fuerza de reacción (figura 5 a).

Debido al escape de los gases por la abertura inferior de la cámara de combustión de un cohete, se produce el empuje necesario para su ascenso. El escape de los gases produce una fuerza de acción y el empuje hacia arriba es la fuerza de reacción (ver la figura 5 b).

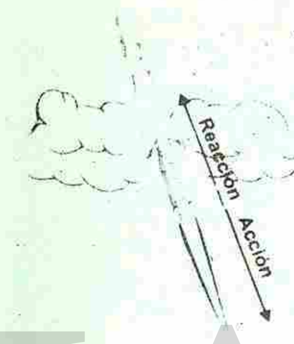


Fig. 5b. Fuerzas de acción y reacción

A partir de estos ejemplos mostrados en la figura 4 se puede enunciar la Tercera Ley de Newton del movimiento:

> *A toda fuerza de acción le corresponde una fuerza de reacción igual en magnitud y en la misma dirección, pero en sentido contrario.*

En las figuras 5a a 5d se dan ejemplos en donde se muestra la aplicación de las fuerzas por pares (acción - reacción).

Se debe tener en cuenta que las fuerzas de acción y de reacción actúan sobre cuerpos diferentes. En esta ley se contempla la interacción entre dos cuerpos, por ejemplo, si una raqueta de tenis golpea una pelota (acción), ésta a su vez golpea la raqueta (reacción), con una fuerza igual pero en sentido contrario (figura 5c).

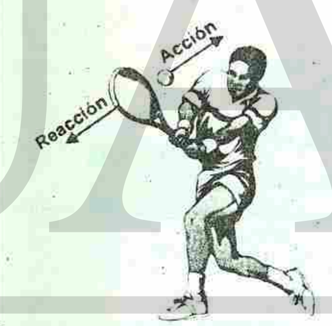
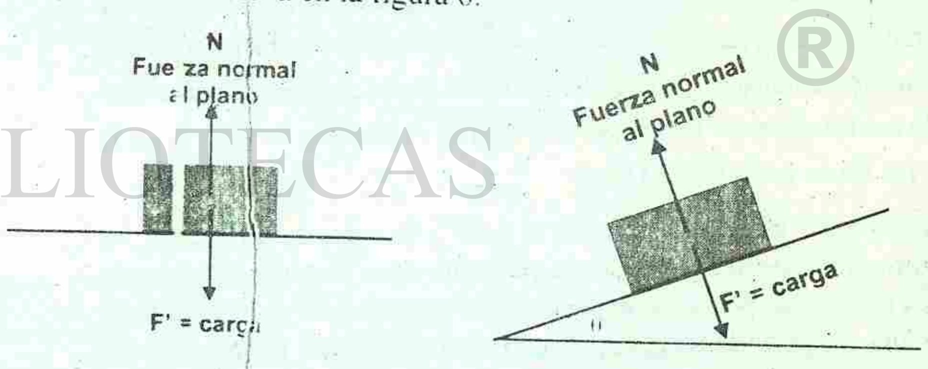


Fig. 5c. Fuerzas de acción y reacción

Un ejemplo representativo de la Tercera Ley de Newton es la atracción que ejerce la Tierra sobre la Luna (acción), obligándola a describir una órbita casi circular alrededor de ella, a su vez, la Luna ejerce una fuerza de atracción sobre la Tierra (reacción), originando las mareas (figura 5d).

Cuando un objeto se encuentra en reposo o se mueve sobre un plano, se observa que interaccionan entre sí, de tal forma que el objeto ejerce una fuerza sobre el plano al cargar sobre la superficie y a su vez, la superficie ejerce una fuerza sobre el objeto, a esta fuerza se le conoce como la fuerza normal al plano (N) como se observa en la figura 6.

Fig. 5d. Fuerzas de acción y reacción



Figs. 6a y 6b. Interacción entre el plano y el objeto que se desliza sobre él.

Otra implicación importante de esta ley es que las fuerzas aparecen siempre en parejas, ya que si un objeto A ejerce una fuerza (acción) sobre un objeto B, éste a su vez ejerce una fuerza (reacción) sobre A, igual en magnitud pero en sentido opuesto.

Las fuerzas de acción y de reacción nunca se neutralizan porque actúan sobre cuerpos diferentes.

MASA Y PESO DE UN CUERPO

La masa depende de la cantidad de materia que posee un cuerpo y a su vez se considera como una medida cuantitativa de la inercia, la cual representa su resistencia al cambio en su estado de movimiento.

Si una masa se deja caer libremente, bajo la acción de la gravedad, su aceleración será 9.8 m/s^2 como se observa en la unidad anterior. De acuerdo con la Segunda Ley de Newton del movimiento, sobre este cuerpo actúa una fuerza, la cual produce su movimiento acelerado, es decir

$$F = ma$$

$$F = mg \quad \text{(hacia abajo)}$$

Esta fuerza se debe a la atracción que ejerce la Tierra sobre la masa. En general, el peso de un objeto se define como la fuerza de atracción gravitacional ejercida sobre él por un cuerpo de gran masa, como la Tierra o la Luna. Esta fuerza gravitacional es siempre hacia el centro del cuerpo de gran masa. Si w representa al peso del objeto en la Tierra, entonces:

$$w = mg$$

Como el peso de un objeto depende de la atracción gravitacional que actúa sobre él, y puesto que dicha atracción gravitacional disminuye al aumentar la altura, en este caso, el peso disminuye, y viceversa, al disminuir la altura, el peso del objeto aumenta. Esto es debido a que la aceleración de la gravedad disminuye con la altura.

El peso de un mismo objeto es diferente en la Luna que en la Tierra, ya que la fuerza de atracción gravitacional es diferente, y de hecho, se ha encontrado que la aceleración debida a la gravedad en la Luna, equivale aproximadamente a 1/6 de la aceleración en la Tierra, por lo que el peso de un objeto en la Luna, es de 1/6 de su peso en la Tierra.

Si se desea establecer la diferencia entre el peso y la masa de un cuerpo, se debe tener claro que el peso es una fuerza que representa la atracción gravitacional sobre él, ejercida por un cuerpo de gran masa como por ejemplo la Tierra o la Luna. El peso de un objeto cambia, dependiendo de su posición con respecto al cuerpo de gran masa, mientras que su masa es la misma en la Tierra, en la Luna o en cualquier otro lugar del espacio. El peso de un objeto

es una cantidad vectorial (el cual tiene una dirección hacia el centro del cuerpo de gran masa), y la masa es una cantidad escalar.

Es frecuente el mal uso de las unidades de peso y masa. Por ejemplo, al pedir 1 kg de azúcar, nos referimos a un 1 kg masa, sin embargo, la balanza que se utiliza mide fuerzas, en este caso, el peso (w) de la masa, de tal forma que

$$w = mg$$

$$w = (1\text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)$$

$$w = 9.8\ \text{N}$$

Este es el peso que se nos da, de manera que cuando pedimos 1 kilogramo de azúcar, la balanza ya está calibrada para marcar 1kg peso, el cual es igual a 9.8 N.

Los problemas de fuerzas se resuelven haciendo un dibujo de la situación de acuerdo a la redacción; más en esta ocasión vamos a establecer lo que es un diagrama de cuerpo libre. *El diagrama del cuerpo libre consiste en la representación gráfica de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto, en un sistema de coordenadas*, a partir del cual se escribirán las ecuaciones de la sumatoria de fuerzas para cada eje coordenado, y resolviendo éstas, se determinará el valor de la variable indicada.

Ejemplo 1.
Se aplica una fuerza horizontal de 24 N sobre una masa de 16 kg colocada sobre un plano horizontal. Despreciando la fuerza fricción, calcular su aceleración.
Datos: $F = 24\ N$; $m = 16\ kg$

Establecer la ecuaciones a partir del diagrama de cuerpo libre:

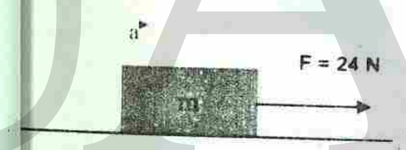


Fig. 7a. Descripción del problema

$$\Sigma F_x = F \times \cos 0° + N \times \cos 90° + w \times \cos 270° = ma_x$$

$$\Sigma F_y = F \times \text{sen } 0° + N \times \text{sen } 90° + w \times \text{sen } 270° = ma_y$$

$$\Sigma F_x = 24\,N \cdot 1 + N \cdot 0 + w \cdot 0 = 16\,kg\ a_x$$

$$\Sigma F_y = 24\,N \cdot 0 + N \cdot 1 + w \cdot -1 = 0$$

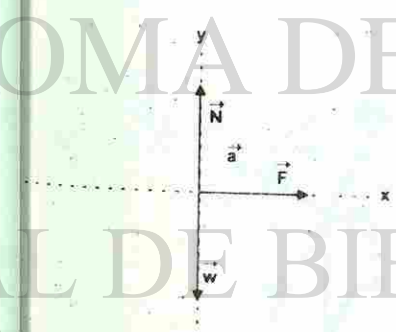


Fig. 7b. Diagrama de cuerpo libre

$$F = ma$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{24\,N}{16\,kg}$$

$$a = \frac{24\,kg\,\frac{m}{s^2}}{16\,kg}$$

$$a = 1.5\,\frac{m}{s^2}$$

Observa que ni la fuerza normal (N) ni el peso (w) intervienen en el movimiento del objeto, ya que son perpendiculares al mismo.

Ejemplo 2.

Una fuerza de 24 N que forma un ángulo de 60° con la horizontal, se aplica sobre una masa de 16 kg colocada sobre una superficie horizontal. Despreciando la fuerza de fricción, calcular la aceleración producida

Datos: $F = 24\,N;\ \theta = 60°;\ m = 16\,kg$

Establecer las ecuaciones a partir del diagrama de cuerpo libre:

$$\Sigma F_x = F \times \cos 60° + N \times \cos 90° + w \times \cos 270° = ma_x$$

$$\Sigma F_y = F \times sen\ 60° + N \times sen\ 90° + w \times sen\ 270° = ma_y$$

$$\Sigma F_x = 24\,N \times 0.5 + N \times 0 + w \times 0 = 16\,kg\ a_x$$

$$\Sigma F_y = 24\,N \times 0.866 + N \times 1 + w \times (-1) = 0$$

$$a_x = \frac{12\,\frac{kg\,m}{s^2}}{16\,kg} = 0.75\,kg\,\frac{F}{m}$$

$$a_x = 0.75\,\frac{m}{s^2}$$

En este ejemplo ni la fuerza normal (N) ni el peso (w) del objeto intervienen en el movimiento, ya que son perpendiculares al mismo.

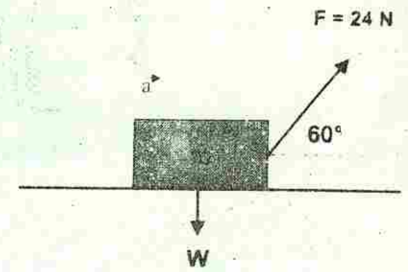


Fig. 8a. Descripción del problema

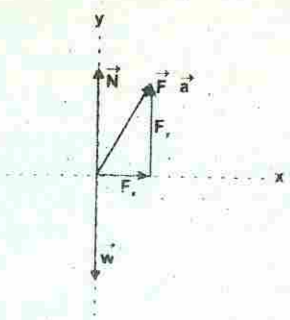


Fig. 8b. Diagrama de cuerpo libre

Ejemplo 3.

Se sube una masa de 4 kg sobre un plano inclinado 30° con la horizontal, mediante la aplicación de una fuerza paralela al plano. Si el movimiento es a velocidad constante y se desprecia la fuerza de fricción, calcular la fuerza aplicada sobre la masa y la fuerza normal al plano.

Datos: $m = 4\,kg;\ \theta = 30°;\ a = 0$

Establecer las ecuaciones a partir del diagrama de cuerpo libre.

$$\Sigma F_x = F \times \cos 0° + N \times \cos 90° + w \times \cos 240° = 4\,kg \times 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = F \times sen\ 0° + N \times sen\ 90° + w \times sen\ 240° = 4\,kg \times 0 \qquad (2)$$

$$F + 0 - 4\,kg \times 9.8\,\frac{m}{s^2} \times 0.5 = 0$$

$$0 + N + -4\,kg \times 9.8\,movrers^2 \times (.866 = 0$$

$$F = (4\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(0.500$$

$$F = 19.6\,kg\,\frac{m}{s^2}$$

$$F = 19.6\,N$$

$$N = (4\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(0.866$$

$$F = 33.94\,kg\,\frac{m}{s^2}$$

$$F = 33.94\,N$$

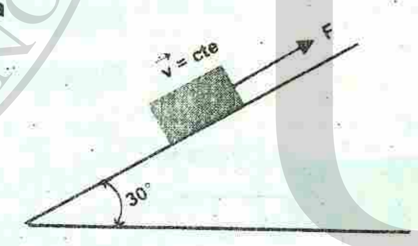
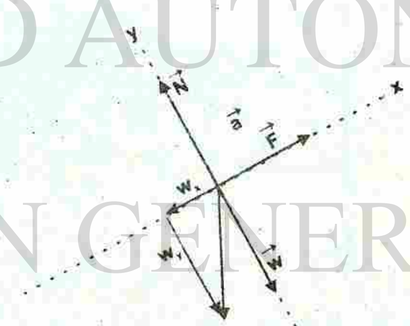


Fig. 9a. Descripción del problema



Ejemplo 4.

Un elevador y su carga pesan 5,200 N. Calcular la tensión en el cable que lo sostiene, si se mueve:

a) Hacia arriba con una aceleración de 0.6 m/s²

b) Hacia abajo con la misma aceleración.

Datos: $w = 5{,}200\,N;\ a = 0.6\,\frac{m}{s^2}$

a) Se mueve hacia arriba con a = 0.6 m/s²

Si el movimiento es hacia arriba, se tiene que establecer la ecuación:

$$\Sigma F_y = T \times sen\ 90° + 5{,}200 \times sen\ 270° = \frac{5{,}200\,N}{9.8}\,\frac{m}{s^2} \times 0.6\,\frac{m}{s^2}$$

$$T - 5{,}200\,N = 318.36\,N$$

$$T = 5{,}518.36\,N$$

b) Si el movimiento es hacia abajo se tiene que

$$\Sigma F_y = w \times sen\ 270° - T' \times sen\ 90° = \frac{5{,}200\,kg\,\frac{m}{s^2}}{9.8\,\frac{m}{s^2}} \times 0.6\,\frac{m}{s^2}$$

$$T' = 5{,}200\,N - 318.36\,N$$

$$T' = 4{,}881.64\,N$$

FRICCIÓN

La fuerza de fricción se debe a una resistencia natural constante al movimiento entre materiales en contacto o dentro de un medio. Esta fuerza se presenta en los diferentes medios: sólido, líquido y gaseoso. Por ejemplo, los automóviles se construyen tomando en cuenta el efecto de la fricción del aire, de ahí sus formas aerodinámicas; un buzo al nadar se impulsa utilizando pies y brazos, y además la fricción de éstos con el agua; al caminar nos impulsamos hacia adelante gracias a la fuerza de fricción entre el piso y nuestros pies.

¿Qué pasaría si no existieran las fuerzas de fricción? Difícilmente caminaríamos, los automóviles derraparían y los aviones probablemente no existirían, ya que éstos basan su movimiento, en buena medida, en el efecto de la fricción del aire. Un efecto negativo de la fuerza de fricción es el desgaste que sufren los anillos, las bielas, los pistones, etc., en un motor de combustión interna. Para disminuir el desgaste de estas partes del motor se utiliza el aceite lubricante. Otra forma de evitar este desgaste es mediante el pulido de las superficies de las piezas en contacto. Lo anteriormente expuesto nos da una idea de la importancia de tomar encuenta los efectos de la fuerza de fricción, la cual estudiaremos enseguida, considerando solamente la fuerza de fricción o rozamiento entre dos superficies sólidas en contacto.

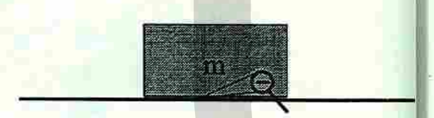


Fig. 6. La rugosidad de las superficies en contacto genera las fuerza de fricción que se opone al movimiento relativo entre ellas.

La fuerza de fricción (f) se opone al movimiento de deslizamiento entre las superficies en contacto y sigue una dirección paralela a ellas.

El origen físico de la fuerza de fricción es la irregularidad en las superficies en contacto. Las asperezas de la superficie de un material hacen contacto con las asperezas de la superficie del otro material, de tal forma que para efectuar un movimiento entre las superficies en contacto, habrá que aplicar una fuerza que venza esta fuerza de fricción que se genera al estar en contacto las superficies (ver figura 6).

Cuando un cuerpo (en reposo o en movimiento) se encuentra colocado sobre una superficie plana, ejerce sobre ésta una cierta carga. Esta carga es la fuerza aplicada por el cuerpo sobre la superficie y actúa perpendicularmente a las superficies en contacto, manteniéndolas unidas.

Por otra parte, la fuerza normal (N) es la fuerza que ejerce la superficie sobre el cuerpo que se desliza o está en reposo sobre ella. Como ya lo he-

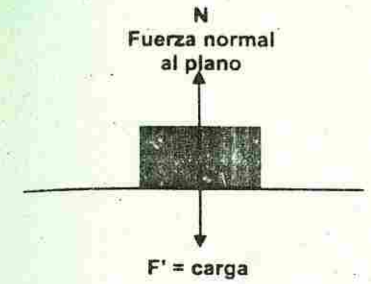


Fig. 11a

mos visto, esta fuerza es perpendicular a la superficie. La carga que ejerce un cuerpo sobre una superficie, en la cual se encuentra colocado, y la normal ella (N) son las fuerzas de acción y reacción en la interacción entre la superficie y el cuerpo (figura 11).

La fuerza normal (N) al plano es igual al peso (w) del objeto,cuando éste se desliza sobre un plano horizontal (ver figura 11a). Para un objeto en un plano inclinado, la fuerza normal es igual a la componente del peso perpendicular al plano ($w_\perp$), ver figura 11 b.

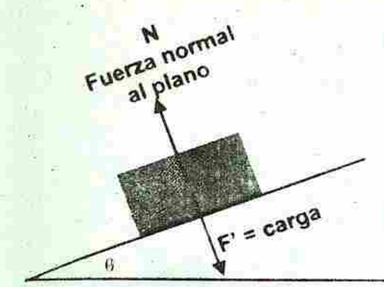


Fig. 11b

> *NOTA: Es frecuente decir, que la fuerza normal (N) y el peso (w) de un cuerpo son fuerzas de acción y reacción, sin reparar en el hecho de que ambas actúan sobre un mismo cuerpo, contradiciendo ésto, a lo previsto por la Tercera Ley de Newton, la cual establece que las fuerzas de acción y reacción actúan sobre cuerpos diferentes.*

La fuerza que ejerce el objeto sobre el plano (la carga), es la fuerza que presiona para que estas superficies estén en contacto, y es igual en magnitud a la fuerza normal (N) que ejerce el plano sobre el objeto. Experimentalmente se tiene que si la carga que ejerce el cuerpo aumenta, la fuerza de fricción también aumenta, y viceversa, si la carga del objeto disminuye, la fuerza de fricción también disminuye. De lo anterior se tiene que

$$f \text{ proporcional (carga)}$$

en donde se utiliza la normal (N), ya que ésta siempre es numericamente igual a la carga del objeto. Introduciendo una constante de proporcionalidad en la expresión, resulta que

$$f = \mu N$$

siendo μ el coeficiente de fricción, el cual carece de unidades (es adimensional). Este coeficiente es característico de los materiales en contacto. La fuerza de fricción no sólo aparece cuando hay movimiento, sino que también existe cuando un cuerpo tiende a deslizarse sobre otro. Esta fuerza depende de la naturaleza de las superficies en contacto (rugosidad y tipo de material) y de la carga que las mantiene unidas.

COEFICIENTE DE FRICCIÓN ESTÁTICA (μ_s)

Si a un objeto se le aplica una fuerza (F) y éste no se mueve, se debe a la fuerza de fricción estática ($\mathbf{f}_s$) que se opone al movimiento ($\mathbf{f}_s$ = F), ver la figura 9. Si se aumenta la fuerza (F) aplicada y el cuerpo no se mueve, es porque también aumenta la fuerza de fricción estática ($\mathbf{f}_s$). El objeto se moverá cuando la fuerza aplicada (F) sea ligeramente mayor que la fuerza máxima de fricción estática ($\mathbf{f}_s$). Esta fuerza máxima de fricción estática viene dada por

$$\mathbf{f}_s = \mu_s N$$

en donde m s se conoce como el coeficiente de fricción estática. Como ya se explicó, si al aumentar la fuerza aplicada, el objeto no se mueve, es porque la fuerza de fricción estática se opone. Al aumentar la fuerza aplicada, aumenta la fricción estática, así, hasta que se inicia el movimiento. En nuestro estudio, consideraremos a la fuerza de fricción estática ($\mathbf{f}_s$) como el máximo valor que puede tomar sin que se dé inicio al movimiento.

COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICA (μ_k)

Cuando la fuerza (F) aplicada a un objeto es superior a la fuerza de fricción estática máxima ($\mathbf{f}_s$), el objeto se mueve y entonces la fuerza que se opone al movimiento es llamada la fuerza de fricción cinética ($\mathbf{f}_k$).

Experimentalmente se ha demostrado que la fuerza de fricción cinética ($\mathbf{f}_k$) es proporcional a la carga, la cual es igual en magnitud a la fuerza normal (N) ejercida por el plano sobre el objeto que se desliza sobre él, por lo que

$$\mathbf{f}_k = \mu_k N$$

en donde μ_k se conoce como el coeficiente de fricción cinética.

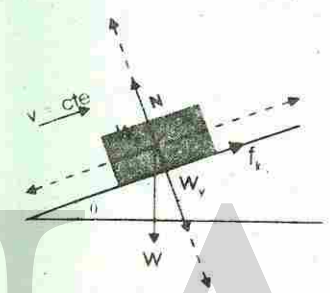
A continuación, se va a analizar el deslizamiento de un cuerpo, para apreciar como se calculan experimentalmente los valores de μ_s y μ_k.

Supóngase que se tiene una masa (m) sobre un plano inclinado a un ángulo (θ) con la horizontal, y que la masa se desliza uniformemente sobre el plano. Considerando el eje de la x en la dirección del movimiento y el eje de la

y perpendicular al plano, se tiene que La ecuación del movimiento en el eje de la x es

$$w_x - \mathbf{f}_k = ma_x$$

puesto que la velocidad es constante ($a_x \neq 0$)



$$w_x = \mathbf{f}_k$$

$$w_x = w\,sen\,\theta$$

$$\mathbf{f}_k = \mu_k N$$

$$w\,sen\,\theta = \mu_k N \quad (1)$$

La ecuación del movimiento en el eje de la y es

$$N - w_y = ma_y$$

como no hay movimiento en el eje de la y se tiene que $a_y = 0$ por lo tanto

$$N - w_y = 0$$

$$N = w_y$$

$$w_y = w\cos\theta$$

$$N = w\cos\theta \quad (2)$$

$$w\,sen\,\theta = \mu_k N$$

$$w\,sen\,\theta = \mu_k \cos\theta$$

$$sen\,\theta = \mu_k \cos\theta$$

$$\mu_k = \frac{sen\,\theta}{\cos\theta}$$

$$\mu_k = \tan\theta$$

El coeficiente de fricción cinética (μ_k) se puede calcular experimentalmente mediante la tangente del ángulo (θ) del plano inclinado, para el cual la masa que se desliza sobre él, lo hace a velocidad constante o uniforme.

Este mismo procedimiento se puede utilizar para determinar el coeficiente de fricción estática (μ_s), solamente que aquí se considerará el valor del ángulo (θ') de inclinación del plano un poco antes de que inicie su movimiento sobre el mismo, al ir variando el ángulo de inclinación. De donde

Al comparar los valores de μ_s y μ_k obtenidos experimentalmente, se tiene que en general, el coeficiente de fricción estática (μ_s) es mayor que el coeficiente de fricción cinética (μ_k). Lo anterior se observa al empujar un objeto para ponerlo en movimiento, ya que la fuerza que se opone a que el objeto comience a moverse es mayor que la fuerza de fricción cuando está en movimiento, es decir

$$f_s > f_k$$

En la siguiente tabla se dan los valores aproximados de μ_s y μ_k para algunas superficies en contacto.

TABLA 1

Materiales	μ_s	μ_k
Acero sobre acero	0.76	0.42
Madera sobre madera	0.58	0.40
Madera sobre acero	0.50	0.30
Hule sobre concreto (seco)	0.90	0.70
Hule sobre concreto (húmedo)	0.70	0.56
Vidrio sobre vidrio	0.89	0.44

Estos valores son aproximados y dependen del pulido de las superficies, de la lubricación de las mismas y en general de las condiciones climatológicas del medio.

A continuación vamos a resolver algunos ejemplos del movimiento de los cuerpos, en donde se considera el efecto de la fuerza de fricción.

Ejemplo 5.

Una fuerza horizontal de 100 N tira de un bloque de 64 kg colocado sobre el piso. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.12, ¿Cuál es la aceleración del bloque?

dATOS: $F = 100\,N;\ m = 64\,kg;\ \mu_k = 0.12$

Establecer las ecuaciones con el diagrama de cuerpo libre.

$$\Sigma F_x = F\cos 0° + N\cos 90° + f_k\cos 180° + w\cos 270° = ma_x$$

$$\Sigma F_y = F\,sen\,0° + N\,sen\,90° + f_k\,sen\,180° + w\,sen\,270° = ma_y = 0$$

$$\Sigma F_x = F - f_k = ma_x$$

$$\Sigma F_y = N - w = 0$$

$$N = w$$

$$N = (64\,kg)(9.8\,\frac{m}{s^2})$$

$$N = 727.2\,N$$

$$f_k = \mu_k N = .012 \times 727.2\,N$$

$$f_k = 75.26\,N$$

$$100\,N - 75.26\,N = 24.74\,N$$

$$a_x = \frac{24.26\,N}{64\,kg}$$

$$a_x = 0.38\,\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 6.

Sobre un bloque de 40 N se aplica una fuerza de 16 N que forma un ángulo de 25° con la horizontal. Si el bloque adquiere una aceleración de 1.5 m/s², calcular el coeficiente de fricción cinética.

Datos: $w = 40\,N;\ F = 16\,N;\ \theta = 24°;\ a = 1.5\,\frac{m}{s^2}$

Establecer las ecuaciones en base al diagrama de cuerpo libre.

$$\Sigma F_x = F\cos 25° + N\cos 90° + f_k\cos 180° + w\cos 270° = ma_x$$

$$\Sigma F_y = F\,sen\,25° + N\,sen\,90° + f_k\,sen\,180° + w\,sen\,270° = ma_y$$

$$\Sigma F_x = 16\,N\cos 25° - f_k = \frac{40\,N}{9.8\,\frac{m}{s^2}} \times 1.5\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Sigma F_y = 16\,N\,sen\,25° + N - \frac{40\,N}{9.8\,\frac{m}{s^2}} = 0$$

$$N = 40\,N - 6.77 = 33.23\,N$$

$$14.5\,N - \mu_k(33.23\,N) = 6.12\,N$$

$$\mu_k = \frac{14.5\,N - 6.12\,N}{33.23\,N} = 0.25$$

Ejemplo 7.

Calcular la fuerza que se debe aplicar para jalar hacia arriba un bloque de 10 kilogramos de masa sobre un plano inclinado 24° con la horizontal, a velocidad constante, si el coeficiente de fricción cinética es de 0.16.

dATOS: $m = 10\,kg;\ \theta = 24°;\ a = 0;\ \mu_k = 0.16.$

$$\Sigma F_x = F\cos 0° + N\cos 90° + f_k\cos 180° + w\cos 246° = ma_x$$

$$\Sigma F_x = F - f_k + (10\,kg \times 9.8\,\frac{m}{s^2})\cos 246° = 0$$

$$\Sigma F_x = F - f_k - 39.82\,N = 0$$

$$\Sigma F_y = F\,sen\,0° + N\,sen\,90° + f_k\,sen\,180° + w\,sen\,246° = ma_y = 0$$

$$\Sigma F_y = N - (10\,kg \times 9.8\,\frac{m}{s^2})\,sen\,246° = 0$$

$$\Sigma f_y = N - 89.52\,N = 0$$

$$N = 89.52\,N$$

$$f_k = \mu_k N = 89.52\,N \times 0.16$$

$$f_k = 14.32\,N$$

$$\Sigma f_x = F - 39.82\,N - 14.32\,N = 0$$

$$F = 39.82\,N + 14.32\,N = 54.20\,N$$

Ejemplo 8.

Una masa de 12 kilogramos se desliza hacia abajo sobre un plano inclinado 28° con la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.16 . Calcular la aceleración de la masa y la fuerza de fricción.

Datos: $m = 12\,kg;\ \theta = 28°;\ \mu_k = 0.16$

Las ecuaciones Las ecuaciones a partir del diagrama de cuerpo libre:

$$\Sigma F_x = N\cos 90° + f_k\cos 0° + w\cos 242° = ma_x$$

$$\Sigma F_y = N\,sen\,90° + f_k\cos 0° + w\,sen\,242° = ma_y = 0$$

$$\Sigma F_x = f_k + (12\,kg \times 9.8\,\frac{m}{s^2})\cos 242° = 12\,kg\,a_x$$

$$\sigma f_x = f_k - 55.21\,N = 12\,kg\,a_x$$

$$\Sigma F_y = N + (12\,kg \times 9.8\,\frac{m}{s^2})\,sen\,242° = 0$$

$$N - 103.835\,N = 0$$

$$N = 103.835\,N$$

$$f_k = .016 \times 103.835\,N = 16.614\,N$$

$$a_x = \frac{16.614\,N - 55.21\,N}{12\,kg}$$

$$a_x = -3.216\,\frac{m}{s^2}$$

(la aceleración tiene dirección hacia abajo)

ESTÁTICA

En esta última parte de la unidad, estudiaremos la *Estática*, la cual se encuentra comprendida dentro de la Dinámica y *se encarga de analizar el equilibrio de los cuerpos*. El tipo de problema que consideraremos es aquél en el cual la fuerza resultante (F_R) que actúa sobre un cuerpo es nula. Es decir

$$F_R = 0$$

o bien, en el caso de dos dimensiones

$$\sum F_x = 0 \quad y \quad \sum F_y = 0$$

En donde la fuerza resultante (F_R) que actúa sobre un cuerpo, es aquélla que produce el mismo efecto que todas las fuerzas aplicadas sobre él.

Bajo esta condicion ($F_R = 0$), tenemos cualquiera de los casos siguientes:

El objeto se encuentra en reposo (caso estático).

- Describe un movimiento rectilíneo uniforme (caso dinámico).

Lo anterior se puede sintetizar en la llamada la Primera Condición de Equilibrio:

- Un cuerpo se encuentra en equilibrio traslacional si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es nula.

En la configuración de un sistema de fuerzas se dice que son coplanares si todas las fuerzas se encuentran en el mismo plano y no-coplanares si se encuentran en el espacio de tres dimensiones.

Cuando dos o más fuerzas están actuando sobre un mismo punto reciben el nombre de fuerzas concurrentes.

En este punto nos concretaremos al estudio del equilibrio estático de un cuerpo, considerando además que las fuerzas que actúan sobre él son coplanares y concurrentes.

Si sobre un objeto actúan dos o más fuerzas, éstas producen una fuerza resultante. Si queremos que este objeto quede en equilibrio, se aplica una fuerza de igual magnitud, en la misma dirección y en sentido contrario a la resultante. A esta fuerza se le llama la fuerza equilibrante.

Ejemplo 9.

Dos fuerzas de 20 y 14 N, actúan sobre el mismo cuerpo. Si forman un ángulo de 60°, calcula la magnitud y dirección de la fuerza equilibrante.
Datos: $F_1 = 20\,N$; $F_2 = 14\,N$; $\theta = 60°$

Primeramente se calcula la magnitud y la dirección de la fuerza resultante. Para esto, se construye el paralelogramo de fuerzas. El ángulo que está enfrente de la fuerza resultante es de 120°, como se muestra en la figura anterior.

De tal forma que su magnitud viene dada por

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos 120°$$
$$F_R^2 = (20\,N)^2 + (14\,N)^2 - 2(20\,N)(14\,N)(-0.500)$$
$$F_R^2 = 400\,N^2 + 196\,N^2 + 280\,n^2$$
$$F_R = \sqrt{876\,N^2}$$

Para calcular su dirección, se utiliza la ley de los senos, en donde

$$\frac{sen\,\phi}{F_2} = \frac{sen\,120°}{F_R}$$
$$sen\,\phi = \frac{F_2\ sen\,120°}{F_R}$$
$$sen\,\phi = \frac{(14\,N)(0.866)}{29.59\,N} = 0.410$$
$$\phi = sen^{-1}(0.410) = 24.2°$$
$$F_R = 29.59\,N\ a\ 24.2°$$

entonces la fuerza equilibrante (F_E) será aquélla que tiene igual magnitud (FE = 29.59 N), pero en sentido contrario, de tal forma que su dirección es de 204.2°.

Para resolver un problema de equilibrio estático se pueden utilizar los métodos gráfico o analítico que se vieron en la introducción del curso.

En cuanto al uso del método gráfico en la solución de problemas, el polígono de fuerzas debe ser cerrado, ya que la resultante de ellas es nula. Este método es aproximado.

En la solución por el método analítico tenemos las opciones que se plantearon en la introducción del curso, en donde se propusieron los métodos del triángulo (si el sistema es de dos fuerzas) y el de las componentes. Este método es exacto.

Ejemplo 10.

Una masa de 12 kilogramos está suspendida mediante una cuerda, la cual se encuentra atada al extremo de un poste. Si se desprecia la masa del poste, calcular la tensión (T) de la cuerda y el empuje (F) que ejerce el poste.
Datos: $m = 12\,kg$; $\theta = 50°$

Dado que la masa se encuentra en equilibrio, se tiene que

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

A partir del diagrama de cuerpo libre

$$\Sigma F_x = F\cos 40° + T\cos 180° + w\cos 270° = 0$$
$$\Sigma F_y = F\,sen\,40° + T\,sen\,180° + w\,sen\,270° = 0$$
$$\Sigma F_x = F\cos 40° - T = 0$$
$$\Sigma F_y = F\,sen\,40° - w = 0$$
$$0.642\,F - (12\,kg \times 9.8\,\frac{m}{s^2}) = 0$$
$$0.642\,F = 117.6\,N$$
$$F = \frac{117.6\,N}{0.642} = 183.178\,N$$
$$183.178\,N \times 0.766 - T = 0$$
$$T = 140.323\,N$$

Ejemplo 11.

Un cuadro que pesa 8 N está suspendido mediante dos cables de tensión T_1 y T_2. Determinar la tensión de los cables.
Datos: $w = 8\,N$; $\theta_1 = 30°$; $\theta_2 = 120°$

Como el cuadro se encuentra en equilibrio estático, se tiene que

$$\Sigma F_x = 0 \quad y \quad \Sigma F_y = 0$$

A partir del diagrama de fuerzas, se tiene que

$$\Sigma F_x = T_1\cos 30° + t_2\cos 120° + w\cos 270° = 0$$
$$\Sigma F_x = 0.866\,T_1 - 0.5\,t_2 = 0$$
$$\Sigma F_y = T_1\,sen\,30° + T_2\,sen\,120° + w\,sen\,270° = 0$$
$$0.5\,T_1 + 0.866\,T_2 = 0$$
$$0.866\,T_1 - 0.5\,T_2 = 00.25\,T_1 + 0.433\,T_2 = 4\,N$$
$$0.75\,T_1 - 0.500\,T_2 = 0$$
$$T_1 = 4\,N$$
$$0.5\,T_1 + 0.866\,T_2 = 8\,N$$
$$0.5 \times 4\,N + 0.866\,T_2 = 8\,N$$
$$T_2 = \frac{6\,N}{0.866} = 6.928\,N$$

III. Lee detenidamente cada enunciado subraya la respuesta correcta.

1. La aceleración que se le produce a un objeto es directamente proporcional a la magnitud de
   - a) El peso
   - b) La masa
   - c) La velocidad
   - d) La fuerza
2. Se obtiene a partir de la razón de w/g
   - a) Aceleración
   - b) Masa
   - c) Fuerza
   - d) Velocidad
3. El peso es una cantidad de tipo
   - a) Escalar
   - b) Sin unidades
   - c) Vectorial
   - d) Proporcional
4. Es la unidad de fuerza que aplicada a una masa de 1 kg le produce una aceleración de 1 m/s2
   - a) 1 Newton
   - b) 1 Peso
   - c) 1 Dina
   - d) 1 Gramo
5. Representa la fuerza con que la Tierra atrae a todos los cuerpos
   - a) El Newton
   - b) gramo
   - c) La masa
   - d) El peso
6. Es la medida cuantitativa de la inercia
   - a) El peso
   - b) La fuerza
   - c) La masa
   - d) La aceleración
7. Son aquellas fuerzas cuyas direcciones o líneas de acción pasan por un mismo punto
   - a) Fuerzas concurrentes
   - b) Fuerzas colineales
   - c) Fuerza resultante
   - d) Fuerza equilibrante
8. Es un valor constante para cada cuerpo en particular y se expresa como F/a
   - a) Masa gravitacional
   - b) Peso
   - c) Inercia
   - d) Masa inercial
9. Es aquella fuerza igual y opuesta a la resultante
   - a) Fuerza eléctrica
   - b) Fuerza equilibrante
   - c) Fuerza media
   - d) Fuerza gravitacional
10. Para que un cuerpo se encuentre en equilibrio traslacional, la magnitud de la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él, debe ser
    - a) Igual cero
    - b) Mayor que cero
    - c) Menor que cero
    - d) Igual a uno

IV. Anota en el espacio del lado izquierdo una "F" si el enunciado es falso o una "V" si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

____ 1. Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre cuerpos diferentes.

____ 2. Los cambios en la velocidad de un objeto son directamente proporcionales a su masa.

____ 3. A mayor masa mayor inercia y viceversa, a menor masa menor inercia.

____ 4. Un Newton equivale a 9.8 kg.

____ 5. Un cuerpo se encuentra en equilibrio traslacional si está en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme.

____ 6. En general, la fuerza de fricción estática es menor que la fuerza de fricción cinética.

____ 7. El coeficiente de fricción es adimensional.

____ 8. Para aumentar el efecto de la fuerza de fricción se utilizan aceites, lubricantes, baleros, cojinetes, etc.

____ 9. La masa de un objeto en la Tierra es la misma que en la Luna.

____ 10. La Segunda Ley de Newton del movimiento es válida solamente en situaciones donde se desprecie la fricción.

Recomendaciones previas para la solución de problemas.

- ***Para simplificar la solución de problemas en donde se aplican una o más fuerzas, se sugieren los siguientes pasos.***
- ***Dibuja la situación del problema de acuerdo a la redacción.***
- ***Realiza un diagrama de cuerpo libre.***

El diagrama de cuerpo libre consiste en la representación gráfica de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto, en un sistema de coordenadas.

- ***A partir del diagrama de cuerpo libre, establece las ecuaciones del movimiento para cada masa, en donde se iguale la fuerza resultante con el producto de la masa del objeto sobre el cual actúan las fuerzas, multiplicada por la aceleración en la dirección correspondiente.***
- ***Resuelve la ecuación o el sistema de ecuaciones.***

PROBLEMAS

Resuelve los problemas del 1 al 9, despreciando el efecto de la fuerza de fricción.

1. ¿Cuál es el peso de un cuerpo si al aplicarle una fuerza horizontal de 30 N le produce una aceleración de 0.5 m/s^2?
2. Se acelera un automóvil de 900 kilogramos a partir del reposo hasta alcanzar una velocidad de 12 m/s en 8 segundos. ¿De qué magnitud es la fuerza que se debe aplicar para producir esta aceleración?
3. Calcula la aceleración que recibe un cuerpo como resultado de las fuerzas aplicadas: 30 N a la derecha y 20 N a la izquierda, si su masa es de 2 kilogramos.
4. Una masa de 8 kilogramos está bajo la acción de una fuerza de 20 N a 30° con la horizontal. ¿Cuál es la aceleración producida en la dirección horizontal?
5. Un niño jala un carrito de 45 N de peso, mediante una fuerza de 50 N a 37° con la horizontal.
   a) ¿Cuál será la aceleración del carrito?
   b) ¿Cuál será la magnitud de la fuerza con que el suelo empuja hacia arriba el carrito?
6. Una masa de 10 kilogramos se desliza libremente sobre un plano inclinado a 45° con la horizontal. Calcular su aceleración.
7. A un trineo de 20 kilogramos de masa se le aplica una fuerza de 140 N para subirlo por una pendiente de 40⊃ de inclinación. Si la fuerza es paralela al plano, calcular su aceleración.
8. Un elevador de 420 kilogramos se acelera a razón de 0.4 m/s^2. Calcular la tensión en los cables que lo sostienen:

a) Si sube con esta aceleración. b) Baja con la misma aceleración.

9. Una cuerda que pasa por una polea sostiene dos masas, una de 7 kilogramos y otra de 9 kilogramos, una en cada extremo. Calcular la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

- ***Resuelve los siguientes problemas del 9 al 18 del movimiento de un cuerpo, considerando el efecto de la fuerza de fricción.***

10. Se aplica una fuerza de 42.5 N sobre un cuerpo para deslizarlo a velocidad constante sobre una superficie horizontal. Si la masa del cuerpo es de 10.5 kilogramos ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

11. Se aplica una fuerza de 20 N durante 5 segundos, sobre un bloque de 45 N de peso para desplazarlo sobre una superficie horizontal con un coeficiente de fricción cinética μ_k = 0.27 . Suponiendo que parte del reposo, calcular:

a) La aceleración del bloque.

b) La velocidad que llevará a los 5 segundos.

c) La distancia que recorre el bloque al cabo de los 5 segundos.

12. Una motocicleta cuyo peso es de 1,470 N se mueve a velocidad de 72 km/h. Al aplicar los frenos se detiene en una distancia de 25 metros. Calcula la fuerza de fricción que la lleva al reposo.

13. Sobre un bloque de 80 N se aplica una fuerza de 30 N formando un ángulo de 25° con la horizontal. Si el bloque adquiere una aceleración de 1.5 m/s^2, calcular el coeficiente de fricción cinética (μ_k).

14. Supóngase que una fuerza de 200 N a un ángulo de 30⊃ con la horizontal, empuja una caja de 22 kilogramos de masa. Si el coeficiente de rozamiento cinético es μ_k = 0.5, calcular la aceleración de la caja.

15. Calcular la fuerza que se debe aplicar para deslizar un bloque de 147 N con velocidad constante sobre una superficie horizontal con coeficiente de fricción μ_k = 0.4, al presentarse las siguientes situaciones:

a) Se empuja el bloque con un ángulo de 30°.

b) Se jala el bloque con un ángulo de 30°.

16. Una caja de 49 N de peso se empuja sobre una tabla. Si el coeficiente de fricción cinética es μ_k = 0.3, calcular la fuerza paralela al movimiento que se debe aplicar a la caja para que se mueva con velocidad constante en los siguientes casos:

a) La tabla se encuentra en posición horizontal.

b) La tabla forma un ángulo de 30° con respecto a la horizontal y la caja se mueve hacia arriba.

17. Cuando una fuerza de 600 N empuja hacia arriba una caja de 30 kg sobre un plano inclinado 40⊃ con la horizontal, le produce una aceleración de 0.75 m/s^2. Calcular el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el plano .

18. Un esquiador de 80 kg con los esquíes puestos parte del reposo desde el punto más alto de una pendiente de 30°, siendo el coeficiente de fricción entre los esquíes y la nieve μ_k = 0.12 .Si el esquiador se desliza hacia abajo.

a) ¿Cuál es la fuerza de fricción.

b) ¿Cuál es la aceleración?

c) ¿Cuál será su velocidad a los 30 segundos de iniciado su deslizamiento, sin tomar en cuenta la fricción del aire?

19. El número de una casa está colgado de un poste, como se ve en la figura. Si el rótulo pesa 4.9 N. ¿Cuál será la tensión en la cadena?

20. Encuentra la tensión de los cordeles A y B en cada uno de los ejemplos que se ilustran a continuación.

UNIDAD IV
GRAVITACIÓN

INTRODUCCIÓN

En el análisis matemático que realizamos en el movimiento de proyectiles, la aceleración es constante tanto en magnitud como en dirección, pero la velocidad del proyectil cambia tanto en magnitud como en dirección. En el presente capitulo, examinaremos el movimiento de un punto material(partícula), que describe una trayectoria circular bajo la acción de una fuerza central que varia solamente el sentido de la velocidad, pero cuya magnitud permanece constante al que llamaremos **MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**. Como veremos más adelante, en este tipo de movimiento tanto la velocidad como la aceleración son de magnitud constante pero ambas cambian de dirección constantemente.

La fuerza gravitatoria desempeña un papel importante en la caracterización de los movimientos de los planetas, dado que suministra la fuerza que les permite mantener sus órbitas casi circulares. En este capítulo se considerará **LA LEY DE LA GRAVITACION UNIVERSAL DE NEWTON**, que describe esta fuerza fundamental, y se analizaran los movimientos de los planetas en términos de ciertas leyes fundamentales llamadas **LAS LEYES DE KEPPLER**. Conocer y comprender la cinemática del movimiento circular nos ayudará a comprender los movimientos que describen los planetas, así como de los satelites de la tierra, de los cuales hay uno natural (la luna) y muchos artificiales

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Un objeto se acelera siempre que actúe sobre él una fuerza resultante diferente de cero, si esta fuerza se encuentra a lo largo de la dirección de la velocidad, la rapidez cambia, pero no así la dirección de la velocidad. Por otro lado, si una fuerza constante se encuentra en ángulo recto con la velocidad, la direc-

11. Se aplica una fuerza de 20 N durante 5 segundos, sobre un bloque de 45 N de peso para desplazarlo sobre una superficie horizontal con un coeficiente de fricción cinética $\mu_k = 0.27$. Suponiendo que parte del reposo, calcular:
a) La aceleración del bloque.
b) La velocidad que llevará a los 5 segundos.
c) La distancia que recorre el bloque al cabo de los 5 segundos.

12. Una motocicleta cuyo peso es de 1,470 N se mueve a velocidad de 72 km/h. Al aplicar los frenos se detiene en una distancia de 25 metros. Calcula la fuerza de fricción que la lleva al reposo.

13. Sobre un bloque de 80 N se aplica una fuerza de 30 N formando un ángulo de 25° con la horizontal. Si el bloque adquiere una aceleración de 1.5 m/s^2, calcular el coeficiente de fricción cinética (μ_k).

14. Supóngase que una fuerza de 200 N a un ángulo de 30⊃ con la horizontal, empuja una caja de 22 kilogramos de masa. Si el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_k = 0.5$, calcular la aceleración de la caja.

15. Calcular la fuerza que se debe aplicar para deslizar un bloque de 147 N con velocidad constante sobre una superficie horizontal con coeficiente de fricción $\mu_k = 0.4$, al presentarse las siguientes situaciones:
a) Se empuja el bloque con un ángulo de 30°.
b) Se jala el bloque con un ángulo de 30°.

16. Una caja de 49 N de peso se empuja sobre una tabla. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.3$, calcular la fuerza paralela al movimiento que se debe aplicar a la caja para que se mueva con velocidad constante en los siguientes casos:
a) La tabla se encuentra en posición horizontal.
b) La tabla forma un ángulo de 30° con respecto a la horizontal y la caja se mueve hacia arriba.

17. Cuando una fuerza de 600 N empuja hacia arriba una caja de 30 kg sobre un plano inclinado 40⊃ con la horizontal, le produce una aceleración de 0.75 m/s^2. Calcular el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el plano .

18. Un esquiador de 80 kg con los esquíes puestos parte del reposo desde el punto más alto de una pendiente de 30°, siendo el coeficiente de fricción entre los esquíes y la nieve $\mu_k = 0.12$ .Si el esquiador se desliza hacia abajo.
a) ¿Cuál es la fuerza de fricción.
b) ¿Cuál es la aceleración?
c) ¿Cuál será su velocidad a los 30 segundos de iniciado su deslizamiento, sin tomar en cuenta la fricción del aire?

19. El número de una casa está colgado de un poste, como se ve en la figura. Si el rótulo pesa 4.9 N. ¿Cuál será la tensión en la cadena?

20. Encuentra la tensión de los cordeles A y B en cada uno de los ejemplos que se ilustran a continuación.

UNIDAD IV
GRAVITACIÓN

INTRODUCCIÓN

En el análisis matemático que realizamos en el movimiento de proyectiles, la aceleración es constante tanto en magnitud como en dirección, pero la velocidad del proyectil cambia tanto en magnitud como en dirección. En el presente capitulo, examinaremos el movimiento de un punto material(partícula), que describe una trayectoria circular bajo la acción de una fuerza central que varia solamente el sentido de la velocidad, pero cuya magnitud permanece constante al que llamarémos **MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**. Como veremos más adelante, en este tipo de movimiento tanto la velocidad como la aceleración son de magnitud constante pero ambas cambian de dirección constantemente.

La fuerza gravitatoria desempeña un papel importante en la caracterización de los movimientos de los planetas, dado que suministra la fuerza que les permite mantener sus órbitas casi circulares. En este capítulo se considerará **LA LEY DE LA GRAVITACION UNIVERSAL DE NEWTON**, que describe esta fuerza fundamental, y se analizaran los movimientos de los planetas en términos de ciertas leyes fundamentales llamadas **LAS LEYES DE KEPPLER**. Conocer y comprender la cinemática del movimiento circular nos ayudará a comprender los movimientos que describen los planetas, así como de los satelites de la tierra, de los cuales hay uno natural (la luna) y muchos artificiales

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Un objeto se acelera siempre que actúe sobre él una fuerza resultante diferente de cero, si esta fuerza se encuentra a lo largo de la dirección de la velocidad, la rapidez cambia, pero no así la dirección de la velocidad. Por otro lado, si una fuerza constante se encuentra en ángulo recto con la velocidad, la dirección cambia, pero no la rapidez. Un cuerpo se mueve en un círculo con rapidez constante, cuando la fuerza resultante es perpendicular a la velocidad y es de magnitud constante.

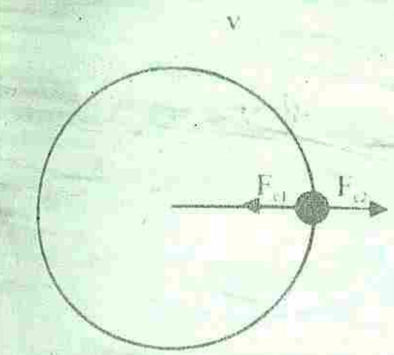


Fig. 2. Si la esfera estuviera bajo la acción de las fuerzas centrípeta y centrífuga se encontraría en equilibrio

la figura 2, tenemos una pequeña esfera en movimiento circular uniforem, bajo la acción de una fuerza F_{c1} ejercida por el cordón. A veces se acostumbra suponer que también actúa sobre la esfera otra fuerza F_{c2} dirigida radialmente hacia fuera de la trayectoria. Esta fuerza estaría equilibrando la fuerza centrípeta Figura 2).

Esta fuerza centrífuga es una pesudo fuerza o fuerza ficticia, ya que como se dijo anteriormente, el moivmiento se realiza en un marco de referencia inercial, por otro lado, si esta fuerza exisitiera, la resultante de las fuerzas que actúan sobre la esfera sería igual a cero y no podría estar moviéndose en una trayectoria circular y su moivmiento sería rectilíneo y constante, lo cual sabemos que no es así. A este tipo de fuerzas (centrífuga) se les denominan ***fuerzas inerciales*** y no son newtonianas, es decir, que no se les aplica la tercera ley del movimiento. Esto es, no hay una fuerza de acción a la fuerza inercial (reacción). También es conveniente mencionar que en un referencial acelerado, las fuerzas (centrípeta y centrífuga) actúan sobre el mismo cuerpo y no forman pareja de acción y reacción. Ahora, si la cuerda se reventara la esfera describiría una trayectoria tangencial y no en la dirección de esa supuesta fuerza centrífuga.

En resumen, si un sistema de referencia todas las fuerzas son de intercambio, o sea, tienen reacción, el sistema es inercial. En cambio, si hay alguna fuerza que no tenga reacción, el sistema es no inercial; esto último ocurre en los sistemas acelerados. Recordemos, finalmente que en un sistema inercial un cuerpo que está moviéndose "libre" de fuerzas, por la ley de la inercia sigue un movimiento rectilíneo uniforme.

Ejemplo 1.

Una masa de 0.4 kilogramos atada al extremo de una cuerda de 0.8 metros de largo se hace girar horizontalmente y completa una vuelta en 0.42 segundos.

a) ¿Cuál es la velocidad tangencial de la masa?

b) ¿Cuál es la fuerza centrípeta que actúa sobre la masa?

Datos: $m = 0.4$ kg; $r = 0.8$ m; $T = 0.42$ s; $\theta = 1$ rev $= 2\pi$ *rad*.

a) Para calcular la velocidad tangencial, primero se calcular la velocidad angular con la ecuación:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{2\pi\ rad}{0.42\ s}$$

$$\omega = \frac{2(3.14)\ rad}{0.42\ s}$$

$$\omega = 14.95\ \frac{rad}{s}$$

$$v = (0.8\,m)\,14.95\,\frac{rad}{s} = 11.96\,\frac{m}{s}$$

b) La fuerza centripeta se obtiene a partir de:

$$F_c = m\,\frac{v^2}{r}$$

$$F_c = 0.42\,kg\,\frac{\left(11.96\,\frac{m}{s}\right)^2}{0.8\,m}$$

$$F_c = 71.52\,N$$

LEYES DE KEPLER

En la antigüedad, nuestros antepasados consideraban que la Tierra era el centro del Universo, la cual permanecía estática y las estrellas se encontraban sobre una esfera de cristal, que giraba alrededor de la Tierra. Los planetas estaban colocados en esferas internas y describían movimientos más complicados. A esta propuesta se le conoce como la Teoría Geocéntrica del Universo y fue concebida por Aristóteles (384-322 a.C.) y perfeccionada por Ptolomeo (s. II d. C.). En el siglo XV, Copérnico (1473-1543) descubrió que el movimiento de los planetas se describía de una manera más simple, si se consideraba que éstos giraban en torno al Sol y en órbitas circulares, a esta propuesta se le conoce como la Teoría Heliocéntrica del Universo. Estas dos teorías, la Geocéntrica (la Tierra como centro del Universo) y la Heliocéntrica (el Sol como centro del Universo) fueron muy debatidas en el siglo XVI desde una perspectiva filosófica, con gran acentuación religiosa, basándose en las Sagradas Escrituras, en donde se consideraba al hombre como la coronación de la creación y a la Tierra el centro del Universo.

Por su parte, el astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601), en lugar de participar en esta discusión especulativa, se dedicó a observar el movimiento de los planetas y de las estrellas, registrando sus trayectorias y posiciones exactas durante más de 20 años. Para lograr una mayor precisión en sus observaciones, mejoró el equipo de astronomía ya existente, obteniendo una gran exactitud en sus registros, los cuales todavía se utilizan en la actualidad. Es decir, Brahe prefirió dedicar esfuerzos a la observación de hechos y a efectuar mediciones cuidadosas en lugar de participar en la especulación filosófica. Tycho Brahe cedió todos sus registros al alemán Johannes Kepler (1571-1630). Kepler por su parte, estudió y analizó detenidamente estos registros de los planetas, tratando de ajustarlos en órbitas circulares perfectas, lo cual le fue imposible conseguir. Después de abandonar esta idea, de que los planetas se mueven en órbitas circulares, encontró que en realidad describen órbitas elípticas. Llegó a esta conclusión porque los registros se ajustaban mejor a las

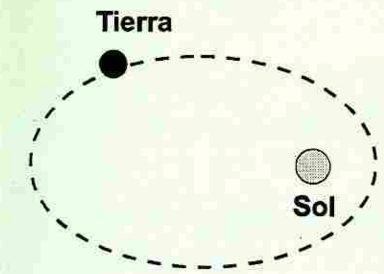


Fig. 6.

órbitas elípticas que a las circulares y sólo se apreciaba la diferencia entre ellas, gracias a la precisión en las observaciones de Tycho Brahe (figura 6). De lo anterior podemos enunciar lo que se conoce como la Primera Ley de Kepler:

> *Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas, con el Sol en uno de sus focos .*

Es decir, todos los planetas se mueven describiendo órbitas elípticas con un foco en común, el Sol. Los planetas conocidos hasta entonces eran: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Más tarde, cuando se descubrieron Urano, Neptuno y Plutón, se encontró que también describían órbitas con estas características. Aparte de que la trayectoria que describían los planetas era elíptica, Kepler encontró que al estar más cerca del Sol, un planeta aumentaba su rapidez y al alejarse de él, la disminuía. Esto le indicó que el movimiento de los planetas no era uniforme, ya que variaba según su distancia al Sol. Después de analizar estas observaciones hechas por Tycho Brahe, Kepler llegó a establecer su Segunda Ley:

> *Al moverse un planeta en su órbita, la línea que une al planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.*

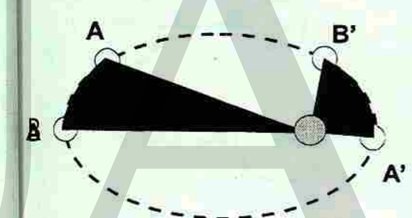


Fig. 7.

En la figura 7, se aprecia gráficamente este enunciado. En ella el planeta tarda el mismo tiempo en ir de A a B que en ir de A' a B', siendo iguales las áreas que barre la línea que une al planeta con el Sol. Una conclusión de esta Segunda Ley es que el planeta se mueve a mayor velocidad al estar más cerca del Sol (al ir de A' a B') que al estar más alejado de él (al ir de A a B).

En los años siguientes, Kepler buscó alguna relación entre los tamaños de las órbitas de los planetas y sus períodos (tiempo que tarda el planeta en dar una vuelta alrededor del Sol). A partir de los datos de Brahe, encontró lo que se conoce como La Tercera Ley de Kepler:

> *Los cuadrados de los períodos (T) de los planetas son directamente proporcionales a los cubos de su distancia promedio (r) al Sol.*

$$T^2 = k\,r^3$$

$$k = \frac{T^2}{r^3}$$

en donde esta constante k es la misma para todos los planetas, y tiene un valor de $300.46 \times 10^{-21}\ s^2/m^3$. Kepler encontró que la razón de T^2/r^3 era siempre la misma, para todos los planetas.

Realmente las órbitas planetarias son casi circulares, y no tienen la forma exagerada que se muestra en las gráficas. Estas leyes son aplicables a cualquier planeta en su movimiento alrededor del Sol, a cualquier luna que gire en torno a algún planeta, a los satélites naturales o artificiales.

Las Leyes de Kepler describen el movimiento de los planetas, es decir, se refieren sólo a la Cinemática, ya que no hacen mención a las causas que producen este movimiento.

LEY DE LA GRAVITACION UNIVERSAL

Como ya hemos visto, Newton enunció sus tres leyes, mediante las cuales se podía explicar cualquier tipo de movimiento. Conocía perfectamente los estudios realizados por Kepler acerca del movimiento de los planetas. Dedujo que si los planetas y la Luna describían órbitas casi circulares, entonces, sobre ellos debía actuar una fuerza, la cual producía este tipo de movimiento, de lo contrario deberían moverse en línea recta (Primera Ley de Newton del movimiento).

Cuenta la leyenda que al ver caer una manzana se preguntó si la fuerza que la hacía caer, era la misma que mantenía a la Luna girando alrededor de la Tierra. Sabía que la fuerza que hacía caer a la manzana era la fuerza gravitacional de la Tierra. Así mismo se cuestionaba si esta fuerza gravitacional que ejercía la Tierra sobre la Luna y la manzana, la ejercía también el Sol sobre los planetas que giraban a su alrededor. Para tratar de responder a esto, tomó como base dos resultados importantes de los estudios de Kepler: 1) los planetas describen órbitas elípticas, muy cercanas a un círculo y 2) $T^2/r^3 = k$, es una misma constante (k) para todos los planetas.

Del hecho de que los planetas describen aproximadamente una órbita circular, se tiene que la fuerza ejercida por el Sol sobre un planeta determinado, vendría dada por la fuerza hacia el centro del círculo en donde se encuentra el Sol, es decir

$$F = m\frac{v^2}{r}$$

donde esta fuerza (F) es la fuerza centrípeta que ejerce el Sol sobre el planeta de masa (m), en dirección hacia el centro, *r* representa el radio de la órbita circular del planeta y *v* la magnitud de su velocidad tangencial. Como la rapidez (*v*) está dada por

$$v = \frac{s}{t}$$

en este caso, si se toma el período (T), la distancia es la equivalente a una revolución, es decir $s = 2\pi r$, de donde

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$F = m\frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r}$$

$$F$$

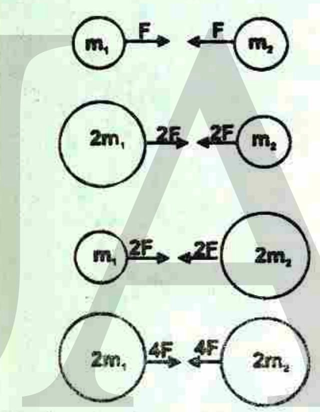
$$F = \frac{mr}{kr^3}$$

Dado que $T^2 = k\,r^3$ de acuerdo a la Tercera Ley de Kepler.

$$F = \frac{4\pi^2}{k}\cdot\frac{m}{r^2}$$

si observamos $\frac{4\pi^2}{k}$ es una cantidad constante (K), ya que el valor de sus elementos es siempre el mismo. Sustituyendo esta expresión por K, se tiene que

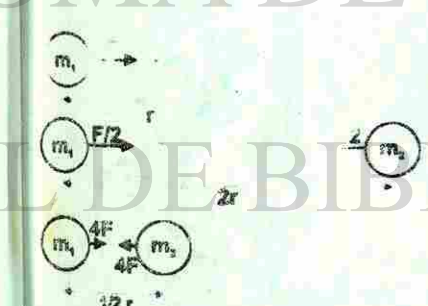
$$F = K\frac{m}{r^2}$$



De este resultado, Newton dedujo que la fuerza centrípeta que ejerce el Sol sobre el planeta variaba con el inverso del cuadrado de la distancia entre ellos y que dicha fuerza dependía de la masa del planeta.

A partir del análisis de estos resultados, Newton supuso la existencia de una fuerza gravitacional entre el Sol y el planeta, la cual era inversamente proporcional al cuadr... la distancia entre ellos, de tal forma que si la distancia (r) entre ellos ... ta al doble (2r), la fuerza disminuye a 1/4 de su valor inicial (F/4 ... el contrario, la distancia (r) se disminuye a la mitad ($\frac{1}{2}r$), la fuerza aumen... a 4F.

Fig. 8a. La fuerza depende directamente del producto de las masas



...g. 8b. La f... ...ersamen... ...oporciona... ...a dis- ...cia entre...

De acuerdo a la Tercera Ley de Newton del movimiento, si el Sol ejerce una fuerza sobre el planeta, éste ejercerá una fuerza igual y opuesta sobre el Sol. Y puesto que el Sol y el planeta interaccionan entre sí, entonces la fuerza gravitacional entre ellos depende de las dos masas y no nada más de una, de tal forma que si la masa del planeta se duplica, la fuerza gravitacional también se duplica. Por otra parte, si la masa del Sol se duplica, la fuerza gravitacional también se duplica. Si ambas masas, planeta y Sol, se duplican, la fuerza gravitacional se incrementaría en un factor de cuatro (ver figura 8a). De este ra... ...nto Newton ... la fuerza gravitacional era directamente ... al ...oducto ... s masas.

A partir de estas conclusiones, Newton asumió que la fuerza gravitacional se presenta entre dos cuerpos cualesquiera, ya que ésta depende solamente de sus masas y de la distancia entre ellas, llegando a enunciar la Ley de la Gravitación Universal, en los siguientes términos:

> *Dos masas cualesquiera se atraen entre sí , con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.*

$$F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

en donde m_1 y m_2 son las masas que se atraen entre sí y r es la distancia entre ellas. Esta fuerza de atracción gravitacional es sumamente pequeña, ya que sólo es perceptible cuando al menos uno de los cuerpos es muy grande, como por ejemplo la Luna, la Tierra o el Sol. Cuando uno de los cuerpos que interaccionan es muy grande, generalmente tiene forma esférica, en este caso, Newton descubrió que para efectos de cálculo, su masa se puede considerar como si estuviera concentrada en su centro. También supuso que la fuerza de atracción gravitacional se presenta entre todos los objetos del Universo.

DEMOSTRACIÓN DE QUE LA FUERZA GRAVITACIONAL VARÍA EN FUNCIÓN DEL INVERSO DEL CUADRADO DE LA DISTANCIA

Debido a que Newton no contaba con los instrumentos necesarios para comprobar que la fuerza gravitacional variaba en función del inverso del cuadrado de la distancia entre dos masas pequeñas, decidió considerar a la Tierra y a la Luna como las masas interactuantes. Para llevar a cabo este análisis, se basó en la información que tenía acerca del movimiento de la Luna, el valor de la aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Tierra y de la aceleración centrípeta en el movimiento circular.

Newton razonó de la siguiente forma

a) Calculó la aceleración centrípeta que ejerce la Tierra sobre la Luna, de acuerdo a los datos con los que contaba
   v = 55,200 millas/día(velocidad tangencial de la Luna)
   r = 240,000 millas (distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna)

$$a = \frac{v^2}{r}$$

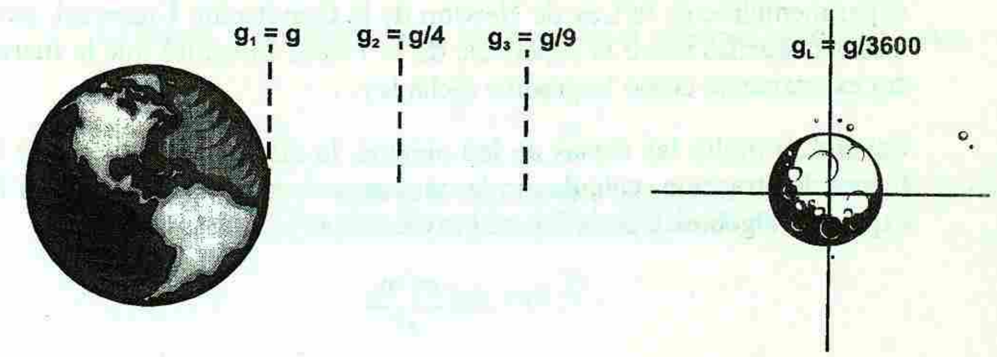
Sustituyendo datos en la expresión de la aceleración centrípeta

$$v = \frac{\left(55{,}200\,\frac{millas}{dia}\right)^2}{240{,}000\,millas}$$

$$a = 0.0089\,\frac{ft}{s^2}$$

Considerando las equivalencias
1 milla = 5,280 ft
1 día = 86,400 s

ésta sería la aceleración centrípeta producida por la Tierra sobre la Luna.



b) Posteriormente calculó la aceleración de la gravedad de la Tierra, a la distancia en que se encontraba la Luna. Para esto, consideró que si la fuerza gravitacional variaba con el inverso del cuadrado de la distancia, la aceleración gravitacional (g también debería variar de la misma forma, como lo predice su Segunda Ley del movimiento (la aceleración es directamente proporcional a la fuerza aplicada). Como dato tenía que la distancia de la Luna a la Tierra era igual a 60 veces el radio de la Tierra.

Al analizar esta gráfica se observa que la aceleración de la gravedad varía con el inverso del cuadrado de la distancia, de tal forma que si la Luna se encuentra a una distancia de 60 veces el radio de la Tierra (60 R), la magnitud de la aceleración de la gravedad en la posición de la Luna (g_L) viene dada por

$$g_L = \frac{g}{(60)^2}$$

$$g_L = \frac{g}{3600}$$

$$g_L = 32\,\frac{ft}{s^2}\cdot\left(\frac{1}{3600}\right)$$

Donde = 32 ft/s^2 representa la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra. y Sustituyendo g.

$$g_L = 0.0088\,\frac{ft}{s^2}$$

Los resultados de los incisos a y b indican que el valor obtenido de la aceleración centrípeta de la Luna era muy cercano al predicho por la Ley de la Gravitación Universal (la aceleración es inversamente proporcional al cuadrado de

La distancia). Esto sirvió a Newton como evidencia de que la ley estaba correcta.

LA CONSTANTE GRAVITACIONAL (G)

Aproximadamente cien años después, Henry Cavendish (1731-1810) calculó la fuerza de atracción entre dos masas, confirmando experimentalmente la Ley de Newton de la Gravitación Universal, para masas pequeñas sobre la superficie de la Tierra. Encontró que la fuerza era exactamente como lo predice dicha ley.

Cavendish midió las masas de los objetos, la distancia entre ellos y la fuerza de atracción, calculando la constante de proporcionalidad en la expresión algebraica de la fuerza gravitacional.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

en donde la constante gravitacional (G) es igual a 6.67×10^{-11} N m^2/kg^2. Esta constante es universal, y se calcula en forma experimental.

> *Es frecuente decir que la Ley de la Gravitación Universal corresponde a la gran síntesis de la Mecánica Newtoniana, ya que antes de ella se creía que existían dos conjuntos de leyes: uno para el movimiento de los cuerpos celestes y otro para el movimiento terrestre. Esta ley, junto con las tres Leyes de Newton del movimiento generaron, en los grandes pensadores de aquella época, la idea de que la naturaleza se rige por leyes simples y armónicas.*

Ejemplo 1.

Las masas del electrón y del protón son 9.1×10^{-31} kg y 1.7×10^{-27} kg, respectivamente, en un átomo de hidrógeno y se encuentran separados una distancia de 1×10^{-10} m. ¿Cuál será la fuerza de atracción gravitacional entre ellos?

G = 6.67×10^{-11} N m^2/kg^2 $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg (masa del electrón) $m_p = 1.7 \times 10^{-27}$ kg,(masa del protón) r = 1×10^{-10} m Datos

Para calcular la fuerza de atracción gravitacional se emplea la ecuación:

$$F = G\frac{m_e\, m_p}{r^2}$$

$$F = 6.67 \times 10^{-11} N\frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{(9.1 \times 10^{-31}\, kg)(1.7 \times 10^{-27}\, kg)}{(1 \times 10^{-21}\, m)^2}$$

$$F = 103 \times 10^{-47}\ N$$

Ejemplo 2.

Se ha establecido que el peso de un cuerpo es igual a la atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre todos los objetos que se encuentran en su cercanía. Considerando una masa (m) cualquiera, calcular la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra. G = 6.67×10^{-11} N m^2/kg^2

$m_t = 6 \times 10^{24}$ kg (masa de la Tierra)
$r_t = 6.4 \times 10^6$ m(radio de la Tierra)

$$F = w \quad y \quad w = mg$$

La fuerza gravitacional que actúa sobre la masa es igual a su peso.

$$F = G\frac{m_t\, m}{r_t^2}$$

En donde F representa la fuerza de atracción gravitacional de la Tierra sobre la masa (m), sustituyendo ambas expresiones

$$g = G\frac{m_t}{r_t^2}$$

$$g = 6.67 \times 10^{-11} N\frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6\, m)^2}$$

$$g = \frac{6.67 \times 6}{40.96} \cdot \frac{10^{-11} \times 10^{24}}{10^{12}} \cdot \frac{N\, m^2\, kg}{kg^2\, m^2}$$

$$g = 0.973 \times 10^1 \frac{N}{kg}$$

$$g = 9.73\left(\frac{kg\, m}{s^2}\right) / kg$$

$$g = 9.73\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 3.

Un satélite se encuentra en una órbita circular, a una altura de 500 kilómetros sobre la superficie terrestre.
a) ¿Cuál es la rapidez orbital tangencial del satélite?
b) ¿Cuál es su período de revolución?

frft 2

a) Dado que la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre el satélite, proporciona la fuerza centrípeta para mantenerlo en su órbita circular, entonces

Fuerza gravitacional = Fuerza centrípeta

$$F = F_c$$

Donde:

m es la masa del satélite. m_t es la masa de la Tierra.

r es la distancia del centro de la Tierra al satélite
v es la rapidez tangencial

$$G\frac{m\,m_t}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{G\,m_t}{r} = v^2$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{Gm_t}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{Gm_t}{(r+h)}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6\,m + 0.5 \times 10^6\,m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{40.02 \times 10^{13}\,\frac{m^3}{s^2}}{6.9 \times 10^6}}$$

$$v = \sqrt{5.8 \times 10^7\,\frac{m^2}{s^2}}$$

$$v = 7.6 \times 10^3\,\frac{m}{s}$$

b) El período de revolución (T) será el tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta completa (una revolución) alrededor de la Tierra. Al dar una vuelta completa, la distancia recorrida será $s = 2\pi r$.

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi\,(r + h)}{v}$$

$$T = \frac{2(3.14)(6.4 \times 120^6\,m + 5 \times 10^5\,m)}{7.6 \times 10^3\,\frac{m}{s}}$$

$$T = 5.69 \times 10^3\,s = 94.83\ \text{min}$$

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL Y EL PESO

Como ya se ha mencionado, el peso de un cuerpo en la tierra, es la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre él. Esta fuerza gravitacional está dirigida hacia el centro de la Tierra y atrae a los objetos hacia su superficie. De esta consideración, se tiene que el peso de un objeto cerca de la superficie de la Tierra viene dado por la expresión

$$w = g\frac{m_o\,m_t}{r_t^2}$$

en donde m_o es la masa del objeto, m_t es la masa de la Tierra y r_t es el radio de la Tierra. Cuando se calcula la fuerza gravitacional, se considera la distancia entre los centros de las masas, en este caso sería el radio de la Tierra. Dado que el peso del objeto $w = m_o g$, resulta que

$$m_o\,g = G\frac{m_o\,m_t}{r_t^2}$$

$$g = G\frac{m_t}{r_t^2}$$

como G, m_t y r_t no cambian, entonces, la aceleración debida a la gravedad es la misma para todos los objetos que caen a distancias cercanas a la superficie de la Tierra. En general, la aceleración debida a la gravedad, producida por la Tierra, en un punto del espacio ubicado a una distancia (r) de su centro, viene dado por

$$g(r) = G\frac{m_t}{r^2}$$

en donde $g(r)$ indica que la aceleración debida a la gravedad está en función de la distancia al centro de la Tierra. El peso de un objeto de masa (m_o) colocado a una distancia (r) del centro de la Tierra, viene dada por la expresión

$$w(r) = m_o\,g(r)$$

$$w(r) = G\frac{m_o\,m_t}{r^2}$$

como puede observarse, el peso de un cuerpo (w) en la Tierra varía con el inverso del cuadrado de la distancia al centro de ella y además, siempre se encuentra dirigido hacia dicho centro.

En la figura 10 se observa que al alejarse del centro de la Tierra, el peso de un objeto disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia. Si el objeto está en la superficie de la Tierra su peso es w, si su posición es de $2r_t$, a partir del centro de la Tierra, su peso disminuye a la cuarta parte del peso en la superficie (1/4 w); si el objeto se coloca en un punto cuya posición sea de tres veces el radio ($3r_t$) a partir del centro de la Tierra, su peso es el de un noveno del peso en la superficie de la Tierra (1/9 w). A medida que la distancia al centro de la Tierra aumenta, el peso del objeto va disminuyendo, pero nunca es igual a cero.

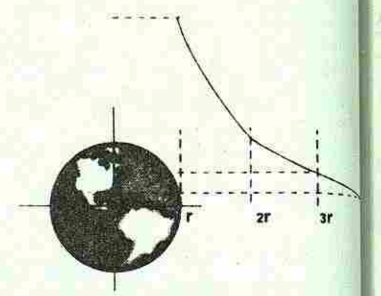


Fig. 10. El peso de un cuerpo en la Tierra varía con el inverso del cuadrado de la distancia al centro de ella.

Durante las coberturas que los noticiarios de televisión realizan de los viajes espaciales, con frecuencia se nos muestran imágenes de astronautas flotando libremente en un estado llamado usualmente "ingravidez" (sin gravedad) no obstante como ya sabemos los astronautas no están del todo carentes de peso, pero este fenómeno se explica si consideramos que para un observador externo los astronautas en órbita están en caída libre hacia el centro de la tierra y su altitud se mantiene en virtud de que se ha escogido su velocidad tangencial de manera que la gravedad provea la aceleración centrípeta necesaria para que describan un movimiento circular uniforme. Además en este caso no existe un suelo en contacto con ellos y que los empuje hacia arriba.

El empuje del suelo hacia arriba constituye nuestra percepción psicológica del peso, por ejemplo al flotar en el agua percibimos menos nuestro propio peso, pero percibimos con plenitud nuestra masa si repentinamente tratamos de acelerar nadando en el agua. La fuerza gravitatoria como se mencionó antes actúa sobre el cuerpo en cuestión, mientras que el peso lo hace sobre la superficie de apoyo (suelo) o sobre el medio del que pende (cuerda o resorte). Si el cuerpo permanece en reposo o se mueve sin aceleración, entonces la fuerza gravitatoria y el peso son iguales en magnitud, pero al moverse el cuerpo aceleradamente puede ocurrir que estas fuerzas no sean iguales o que en algunos casos el peso no exista (W = 0).

El peso de un cuerpo varía entonces de acuerdo a su posición con respecto al centro de la tierra, debido a las variaciones que existen en la magnitud de la aceleración de la gravedad. Para los fines del presente curso, consideraremos estas variaciones despreciables en la mayoría de las aplicaciones prácticas, ya que las situaciones que analizaremos, implican objetos que se encuentran en la superficie terrestre o muy próximos a ella.

C. EL CAMPO GRAVITACIONAL

Todos los objetos por estar constituidos de materia, ejercen una fuerza de atracción gravitacional sobre los cuerpos que se encuentran a su alrededor, como lo establece la Ley de la Gravitación Universal. Esta fuerza gravitacional produce un efecto a distancia, ya que los cuerpos interactúan aún cuando no están en contacto; este efecto es una aceleración. Para describir el efecto de la fuerza que actúa a distancia, se utiliza el concepto de campo, el cual se desarrolló primero en el estudio de las fuerzas electromagnéticas y posteriormente se aplicó al estudio de otras fuerzas de acción a distancia. El campo gravitacional describe el efecto que un objeto experimenta al ser colocado en determinada posición, con respecto a la masa que produce dicho campo. Toda masa origina un campo gravitacional a su alrededor, el cual disminuye con la distancia. Este campo depende de la masa que lo produce y de la posición en que se mida. Nuestro planeta produce un campo gravitacional a su alrededor, ejerciendo una fuerza de atracción sobre todos los objetos, la cual varía con la distancia a su centro, pero siempre en la dirección radial y hacia su centro. Como ya hemos visto, la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre una masa (m), colocada a una distancia (r) de su centro, viene dada por

$$F = G\frac{m\,m_t}{r^2}$$

esta fuerza de atracción gravitacional representa el peso (w) del cuerpo de masa (m), por lo que la aceleración de la gravedad viene dada por

$$w = F$$

$$mg = F$$

$$g = \frac{F}{m}$$

$$g = \frac{G\frac{m\,m_t}{r^2}}{m}$$

$$g = G\frac{m_t}{r^2}$$


Fig. 11. Representación gráfica del campo gravitacional de la Tierra.

Como se podrá observar, la aceleración g está en función de la distancia al centro de la Tierra y disminuye con el cuadrado de la distancia. El efecto de la fuerza de gravedad que actúa sobre un cuerpo, o sea, la aceleración de la gravedad es independiente de la masa del objeto que se coloca en el campo gravitacional. A cada punto del espacio, a rededor de la Tierra, se le puede asociar un vector g, el cual representa la aceleración que experimentaría un objeto al colocarse en ese punto. La dirección del vector g siempre es hacia el centro de la Tierra y su magnitud disminuye con el cuadrado de la distancia al centro de la Tierra.

En la figura 11 se representa el campo gravitacional alrededor de la Tierra. Los vectores que aparecen en la gráfica representan el valor de (g) en un punto determinado en dirección radial y disminuyen con la distancia. En general, el campo gravitacional en un punto determinado es igual a la fuerza gravitacional en ese punto por unidad de masa.

EL CONCEPTO DE GRAVEDAD DE EINSTEIN

Albert Einstein consideró a la gravedad como una característica del espacio que está alrededor de una masa y no como una propiedad de la masa en sí. De acuerdo con esto, el espacio cambia de alguna manera, debido a la presencia de una masa.

Para comprender mejor el efecto de la masa sobre el espacio, representaremos el espacio mediante una tela elástica grande, en cuyo centro colocamos una pelota grande. Si hacemos rodar una canica lejos de la pelota, describirá una trayectoria rectilínea; si por el contrario, la canica pasa cerca de la pelota, describirá una trayectoria curva. Si la trayectoria es cerrada, la canica orbitará la pelota, describiendo una circunferencia o una elipse. Desde el punto de vista newtoniano, la desviación de la trayectoria rectilínea se debe a que la pelota ejerce una fuerza de atracción gravitacional sobre la canica, en cambio, desde la perspectiva einsteniana, la desviación de la trayectoria es debido a la deformación del espacio por la presencia de las masas.

Esta teoría, del efecto de la masa sobre el espacio, concebida por Einstein, se conoce como la Teoría General de la Relatividad. Una de sus predicciones más importantes, es la de que la luz se desvía de su trayectoria rectilínea al pasar cerca de un cuerpo de gran masa. Este efecto ha sido comprobado experimentalmente, en investigaciones astronómicas, al observar el comportamiento de la luz emitida por estrellas lejanas. El caso extremo de este efecto, es cuando un cuerpo celeste emite luz y ésta es desviada nuevamente hacia él. A los cuerpos celestes con esta característica se les conoce como hoyos negros, los cuales a pesar de no poder ser observados, se detectan por los efectos que producen sobre los cuerpos celestes a su alrededor.

AUTOEVALUACIÓN

I. Lee cuidadosamente cada enunciado y escribe en el guión de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

____ 1. El tipo de trayectoria que describe un planeta en el recorrido de su órbita es...

a) Parabólica b) Elíptica
c) Línea recta d) Circular

____ 2. La magnitud de la fuerza gravitacional entre dos cuerpos es directamente proporcional a...

a) La distancia entre ellos b) El volumen que ocupan
c) El producto de las masas d) Sus velocidades

____ 3. Es la fuerza que mantiene a la Tierra en su órbita alrededor del Sol.

a) Fuerza gravitacional b) Fuerza de reacción
c) Fuerza media d) Fuerza de fricción

____ 4. La fuerza gravitacional que la Tierra ejerce sobre todos los objetos es

a) La masa del objeto b) El peso del objeto
c) El volumen del objeto d) La inercia del objeto

____ 5. La magnitud de la fuerza gravitacional es inversamente proporcional

a) Al cuadrado de la distancia entre ellos
b) Al volumen que ocupan las masas
c) Al producto de su velocidades
d) Al producto de sus masas

____ 6. Es la región de influencia que ejerce todo cuerpo por el hecho de poseer una masa determinada.

a) Campo eléctrico b) Campo magnético
c) Campo inercial d) Campo gravitacional

____ 7. El valor de la constante gravitacional en el Sistema Internacional de unidades (SI), es:

a) 6.67×10^{-11} N m²/kg² b) 0.667×10^{-11} N m²/kg²
c) 667×10^{-11} N m²/kg² d) 66.7×10^{-11} N m²/kg²

____ 8. Afirma que: "Una línea imaginaria trazada desde un planeta hasta el Sol, barre áreas iguales en tiempos iguales".

a) Primera Ley de Kepler b) Segunda Ley de Kepler
c) Tercera Ley de Kepler d) Ley de la Gravitación Universal

____ 9. Es la posición del Sol en las órbitas que describen los planetas.

a) En el centro de la órbita b) En uno de los focos de la elipse
c) En el extremo de la órbita d) En la periferia de la órbita

____ 10. Si la masa de la Tierra es de 6×10^{24} kg y su radio es de 6,400 kilómetros. La atracción gravitacional aproximada sobre una masa de 2 kilogramos colocada sobre su superficie, es

a) 195 N b) 0.195 N c) 19.5 N d) 1.95 N

II. Describe brevemente lo que enseguida se te plantea.

a) Primera Ley de Kepler.

b) Tercera Ley de Kepler.

c) Ley de la Gravitación Universal.

d) El concepto de gravedad, según Albert Einstein.

PROBLEMAS DE GRAVITACIÓN

1. **Utiliza los siguientes datos para determinar la fuerza gravitacional entre Júpiter y el Sol.**
   $m_1 = 1.98 \times 10^{30}$ kg (masa del Sol).
   $m_2 = 18 \times 10^{26}$ kg (masa de Júpiter).
   $r = 7.8 \times 10^{11}$ m (distancia entre Júpiter y el Sol)
2. **Dos satélites de igual masa son puestos en órbita, de forma que sus centros están separados 20 metros. Si la fuerza gravitacional entre ellos es de 2.4×10^{-7} N. ¿Cuál es la masa de los satélites?**
3. **Un satélite se encuentra en una órbita circular estable, a una altura de 520 kilómetros sobre la superficie terrestre.**
   a) ¿Cuál es la rapidez orbital tangencial del satélite?
   b) ¿Cuál es su período?
4. **La masa de la Tierra es 6×10^{24} kg, cuando los centros de la Tierra y la Luna están separados 3×10^{8} m, la fuerza gravitacional entre ellas es de 1.9×10^{20} N. Determina la masa de la Luna.**
5. **¿A qué distancia deben estar separados dos cuerpos, uno de 1,000 kilogramos y el otro de 2,000 kilogramos, si la fuerza de atracción entre ellos es de 1.78×10^{-3} N**

UNIDAD V
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

TRABAJO

En la vida cotidiana la palabra trabajo se refiere a cualquier actividad que represente un esfuerzo físico o mental. En Física se considera el concepto de trabajo en un sentido más técnico, con la intención de medirlo o calcularlo. Se realiza un trabajo cuando subimos una escalera, destapamos un refresco, movemos una silla, levantamos una caja. En todos estos ejemplos hay algo en comn y es el hecho de que en ellos se aplica una fuerza para mover un objeto a lo largo de un determinado desplazamiento. Es decir, **una fuerza que actúa sobre un objeto realiza un trabajo cuando el objeto se mueve en una determinada dirección.**

El siguiente estudio del trabajo lo haremos considerando el movimiento en una dimensión y bajo la acción de una fuerza constante, tomando en cuenta lo anterior, el trabajo efectuado sobre un cuerpo se puede definir como:

El trabajo **W** realizado por una fuerza constante es proporcional al producto de la magnitud de la fuerza **F** por la magnitud del desplazamiento s a través del cual actúa la fuerza por el **coseno** del ángulo (θ) entre la fuerza y el desplazamiento. $\mathbf{W = F\, s \cos(\theta)}$ (1)

Aunque el desplazamiento y la fuerza son cantidades vectoriales, el trabajo es una cantidad escalar. Se puede analizar al producto *s cos (θ)* como la componente del desplazamiento en la dirección de la fuerza F, o bien, el producto F cos (θ) como la componente de la fuerza en la dirección de desplazamiento. Esto sugiere que el trabajo puede calcularse de dos maneras distintas, que dan el mismo resultado. En nuestro estudio utilizaremos primeramente la ecuación (1) y en el otro caso la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

II. Describe brevemente lo que enseguida se te plantea.

a) Primera Ley de Kepler.

b) Tercera Ley de Kepler.

c) Ley de la Gravitación Universal.

d) El concepto de gravedad, según Albert Einstein.

PROBLEMAS DE GRAVITACIÓN

1. **Utiliza los siguientes datos para determinar la fuerza gravitacional entre Júpiter y el Sol.**
   $m_1 = 1.98 \times 10^{30}$ kg (masa del Sol).
   $m_2 = 18 \times 10^{26}$ kg (masa de Júpiter).
   $r = 7.8 \times 10^{11}$ m (distancia entre Júpiter y el Sol)
2. **Dos satélites de igual masa son puestos en órbita, de forma que sus centros están separados 20 metros. Si la fuerza gravitacional entre ellos es de 2.4×10^{-7} N. ¿Cuál es la masa de los satélites?**
3. **Un satélite se encuentra en una órbita circular estable, a una altura de 520 kilómetros sobre la superficie terrestre.**
   a) ¿Cuál es la rapidez orbital tangencial del satélite?
   b) ¿Cuál es su periodo?
4. **La masa de la Tierra es 6×10^{24} kg, cuando los centros de la Tierra y la Luna están separados 3×10^8 m, la fuerza gravitacional entre ellas es de 1.9×10^{20} N. Determina la masa de la Luna.**
5. **¿A qué distancia deben estar separados dos cuerpos, uno de 1,000 kilogramos y el otro de 2,000 kilogramos, si la fuerza de atracción entre ellos es de 1.78×10^{-3} N**

UNIDAD V
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

TRABAJO

En la vida cotidiana la palabra trabajo se refiere a cualquier actividad que represente un esfuerzo físico o mental. En Física se considera el concepto de trabajo en un sentido más técnico, con la intención de medirlo o calcularlo. Se realiza un trabajo cuando subimos una escalera, destapamos un refresco, movemos una silla, levantamos una caja. En todos estos ejemplos hay algo en comn y es el hecho de que en ellos se aplica una fuerza para mover un objeto a lo largo de un determinado desplazamiento. Es decir, **una fuerza que actúa sobre un objeto realiza un trabajo cuando el objeto se mueve en una determinada dirección**.

El siguiente estudio del trabajo lo haremos considerando el movimiento en una dimensión y bajo la acción de una fuerza constante, tomando en cuenta lo anterior, el trabajo efectuado sobre un cuerpo se puede definir como:

El trabajo **W** realizado por una fuerza constante es proporcional al producto de la magnitud de la fuerza **F** por la magnitud del desplazamiento s a través del cual actúa la fuerza por el **coseno** del ángulo (θ) entre la fuerza y el desplazamiento. $\mathbf{W = F\, s \cos(\theta)}$ (1)

Aunque el desplazamiento y la fuerza son cantidades vectoriales, el trabajo es una cantidad escalar. Se puede analizar al producto $s \cos(\theta)$ como la componente del desplazamiento en la dirección de la fuerza F, o bien, el producto F cos (θ) como la componente de la fuerza en la dirección de desplazamiento. Esto sugiere que el trabajo puede calcularse de dos maneras distintas, que dan el mismo resultado. En nuestro estudio utilizaremos primeramente la ecuación (1) y en el otro caso la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Analizaremos ahora algunas situaciones donde se aplica una fuerza sobre un cuerpo y se desplaza bajo la acción de dicha fuerza.

Caso 1. El caso más sencillo es aquel donde la fuerza constante de magnitud **F** actúa sobre un objeto que se desplaza una magnitud s en línea recta en la misma dirección y sentido de la fuerza aplicada, para este caso $\theta = 0°$ (ver figura 1), entonces por (1), tenemos:

$$W = F\, s \cos(0°)$$

$$W = F\, s\, (1)$$

$$W = F\, s$$

En este caso decimos que el trabajo es **positivo** porque la fuerza tiene el mismo sentido que el desplazamiento. Por otro lado, cuando un cuerpo se "levanta" bajo la acción de la fuerza, el trabajo es **positivo** porque la fuerza actúa hacia "arriba" y el desplazamiento del cuerpo también es hacia "arriba". Es conveniente recordar que el máximo valor del cos(θ) es igual a 1, por lo que la expresión **W = F** s representa **el valor máximo del trabajo realizado por la fuerza (F)**.

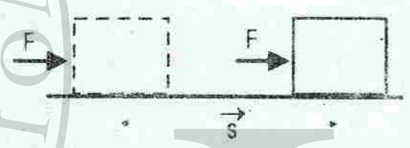


Fig. 1.

Caso 2. Ahora analizaremos cuando la fuerza **F** está en la misma dirección que el desplazamiento y pero en sentido contrario o sea que se opone al movimiento, en este caso $\theta = 180°$ (ver figura 2) y por (1), tenemos que:

$$W = F\, s \cos(180°)$$

$$W = F\, s\, (-1)$$

$$W = -F\, s$$

En este caso decimos que el trabajo es **negativo** porque la fuerza tienen sentido contrario al desplazamiento. Como consecuencia de esto tenemos que, cuando un cuerpo es "bajado lentamente" se debe ejercer una fuerza hacia "arriba" y el trabajo hecho por dicha fuerza es **negativo**, ya que la fuerza actúa hacia arriba y el desplazamiento del cuerpo es hacia abajo. También, el trabajo realizado por la fuerza de fricción sobre un cuerpo que se desliza, siempre es negativo, ya que ésta se opone al movimiento.

Fig. 2

Caso 3. (a) Cuando se sostiene un cuerpo a cierta altura mediante la aplicación de la fuerza F vertical, sin moverlo (s = 0) y (b) cuando lo movemos horizontalmente un desplazamiento s (ver figura 3), en este caso $\theta = 90°$.

a) Para el caso de s = 0

$$W = F\,(0) \cos(\theta)$$

$$W = 0$$

b) Para el caso de $\theta = 90°$

$$W = F\, s \cos(90°)$$

$$W = F\, s\, (0)$$

$$W = 0$$

En base a estos casos, primeramente vemos que si no hay un desplazamiento el trabajo es igual a **cero**, aunque es problable que se realize un gran esfuerzo para sostener el cuerpo, y en segunda instancia, si el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es de 90° el trabajo es igual a **cero**, por otro lado, sin una fuerza, **no existe el trabajo**. De la misma manera, el trabajo hecho por la fuerza normal (N) ejercida por una superficie sobre un cuerpo que se desliza sobre ella, es igual a **cero**, ya que la fuerza normal no tiene una componente en la dirección del movimiento ($\theta = 90°$). También en el movimiento circular sobre un cuerpo, el trabajo hecho por la fuerza centrípeta es igual a **cero**, ya que ésta es perpendicular ($\theta = 90°$) a la dirección del movimiento del cuerpo.

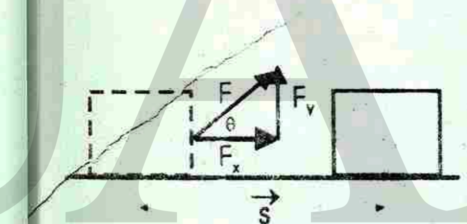


Fig. 4.

Caso 4. Cuando la fuerza y el desplazamiento no tienen dirección, por lo general, se determina -como se dijo anteriormente- la componente de la fuerza en la dirección de dicho desplazamiento (ver figura 4), por lo cual tenemos:

$$W = F_X\, s$$

$$W = F \cos(\theta)\, s$$

$$W = F\, s \cos(\theta)$$

Para este caso, el trabajo para mover el cuerpo lo realiza la componente de la fuerza (F_X) en la dirección del movimiento y como no hay movimiento vertical, entonces F_Y no realiza ningún trabajo.

Caso 5. Por último, analizaremos el trabajo para levantar y bajar un cuerpo **a velocidad constante** (ver figuras 5(a) y 5(b)). Para levantar el cuerpo se debe aplicar una fuerza igual al peso (en realidad se necesita una fuerza un poco mayor que esta, pero solamente en el primer instante) para llevarla hasta una altura **h** a partir de la superficie de la Tierra, entonces se tiene que:

a) Trabajo para levantar un cuerpo. fig. 5(a):

$$W = mg$$

porque el movimiento es a velocidad constante y s = h, entonces

$$W = mgh\ (1)$$

$$W = mgh$$

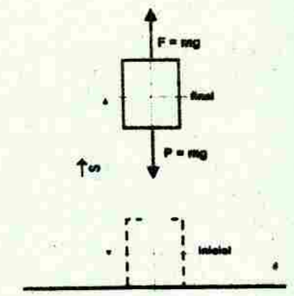
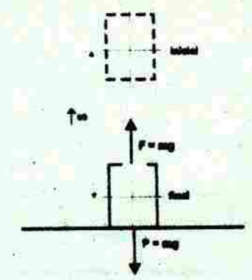


Fig. 5a.

Como mencionamos anteriormente, el trabajo en este caso es positivo.

b) Trabajo para bajar un cuerpo. Fig. 5(b).

$$W = F\ s \cos(180°)$$



como f = mg y s = h, entonces:

$$W = mgh\ (-1)$$

$$W = -mgh$$

en este caso el trabajo es negativo.

La unidad del trabajo en cualquier sistema es la unidad de la fuerza por la unidad de longitud. En el sistema internacional (SI) la unidad de trabajo es Nm, conocida como el **joule**, entonces:

$$1\ \text{joule (J)} = 1\ \text{Nm}$$

> *Un joule (J) se define como el trabajo realizado por una fuerza de un newton a lo largo de una distancia de 1 metro, en la dirección de la fuerza aplicada.*

En el sistema cgs la unidad de trabajo es una dina-cm, conocida como el **erg**.

$$1\ \text{erg} = 1\ \text{dina-cm}$$

> *Un erg equivale al trabajo realizado por una fuerza de una dina a lo largo de una distancia de 1 centímetro, en la dirección de la fuerza aplicada.*

Tomando en cuenta las equivalencias del newton con la dina y el metro con el centímetro, tenemos:

$$1\ \text{J} = 10^7\ \text{ergs}$$

En el Sistema Técnico Británico la unidad es la libra-pie (lb- ft), la cual no tiene un nombre específico y comparándola con la unidad del Sistema Internacional, resulta:

$$1\ \text{J} = 0.73\ \text{lb-pie}$$

Dado que el trabajo es una cantidad escalar, si sobre un mismo cuerpo se encuentran aplicadas dos o más fuerzas, para calcular el trabajo resultante que estas realizan sobre el cuerpo, se calcula el trabajo que efectúan cada una de ellas y se lleva a cabo la suma de estos resultados. La suma es aritmética ya que se trata de cantidades escalares. El resultado sería el mismo si primero se calcula la fuerza resultante de todas las fuerzas y luego el trabjo que realiza esta fuerza o su componente a lo largo del desplazamiento.

Ejemplo 1.
¿Qué fuerza se requiere para levantar una caja de 8 kilogramos a una altura de 2 metros? ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza aplicada, para levantar la caja a dicha altura?. Considérese que este movimiento se realiza a velocidad constante.
Datos: m = 8 kg; h = 2 m

$$F = w = m\,g$$

Como el movimiento se da a velocidad cons-tante, la fuerza aplicada es igual al peso.

$$w = mg = (8\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)$$

$$F = 78.4\ \text{N}$$

$$W = F\,s$$

$$W = w\,h$$

$$W = (78.4\ \text{N})(2\ \text{m}) = 156.8\ \text{N m}$$

$$W = 156.8\ \text{J}$$

Ejemplo 2.
Un bloque de 5 kilogramos colocado en un plano horizontal con un coeficiente de fricción cinética de 0.3, es jalado por una fuerza de 60 N que forma un ángulo de 40⊃ con la horizontal. Si el desplazamiento del bloque es de 3.4 metros, calcular,
a) El trabajo hecho por cada una de las fuerzas que actúan sobre la masa.
b) El trabajo hecho por la fuerza resultante.
Datos: m = 5 kg; w = mg = 49 N; μ_k = 0.3; F = 60 N; θ = 40°; s = 3.4 m

a) De la figura se observa que las fuerzas que actúan sobre la masa son: la fuerza F, la fuerza de fricción cinética (f_k), la fuerza normal (N) y el peso del cuerpo (w). De estas fuerzas, F se descompone en F_x en la dirección horizontal y F_y en la dirección vertical. Las fuerzas N, w y Fy no realiza trabajo sobre la masa ya que son perpendiculares al movimiento, por lo tanto

$$W_N = 0$$
$$W_w = 0$$
$$W_{Fy} = 0$$

Cálculo del trabajo hecho por la componente de la fuerza en la dirección del movimiento (W_{Fx})

$$W_{Fx} = F_x s$$
$$F_x = F \cos 40°$$
$$W_{Fx} = F \cos 40° (s)$$
$$W_{Fx} = (60\ N)(0.766)(3.4\ m)$$
$$W_{Fx} = 156.26\ N\,m$$
$$W_{Fx} = 156.26\ J$$

Cálculo del trabajo hecho por la fuerza de fricción (f_k)

$$W_{fk} = -f_k s$$

Recuerda que el signo negativo es porque la fuerza de fricción actúa en sentido contrario al movimiento.

$$f_k = \mu_k N \quad (*)$$
$$N + F_y = w$$
En la dirección vertical
$$N = w - F_y$$
$$F_y = F \text{ sen } 40$$
$$f_k = \mu_k (w - F \text{ sen } 40°)$$

Sustituyendo ambas expresiones de N y F_y en la ecuación (*).

$$W_{fk} = -\mu_k (w - F \text{ sen } 40°)s$$
$$W_{fk} = -(0.3)[49N - (60N)(0.642)](3.4m)$$
$$W_{fk} = -(0.3)[49N - 38.52N](3.4m)$$
$$W_{fk} = -(0.3)[10.48N](3.4m)$$
$$W_{fk} = -10.68\,N\,m$$
$$W_{fk} = -10.68\,J$$

b) Para calcular el trabajo resultante (W R), primero se obtiene el valor de la fuerza resultante (F_R) en la dirección del movimiento

$$F_R = F_x - f_k$$
$$F_R = F \cos 40° - \mu_k (w - F \text{ sen } 40°)$$

$$F_R = (60\ N)(0.766) - (0.3)[49\ N - (60\ N)(0.642)]$$
$$F_R = 45.96\ N - 3.14\ N$$
$$F_R = 42.82\ N$$
$$W_R = F_R s$$
$$W_R = (42.82\ N)(3.4\ m)$$
$$W_R = 145.58\ N\,m$$
$$W_R = 145.58\ J \quad W_R = W_N + W_w + W_{Fy} + W_{fk} + W_{Fx}$$
$$W_R = 0 + 0 + 0 - 10.68J + 156.26\ J$$
$$W_R = 145.58\ J$$

Se puede comprobar que este trabajo resultante (W_R) es igual a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas.

Ejemplo 3.

Un bloque de 80 kilogramos se mueve sobre un plano de 9 metros de longitud y con una inclinación de 30°, si el coeficiente de fricción cinética es de 0.25 y se aplica una fuerza de 820 N paralela al plano y hacia arriba.

a) Calcular el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque, para llevarlo del punto más bajo al punto más alto.

b) Calcular el trabajo resultante y comprobar que es igual al trabajo neto realizado por las fuerzas aplicadas.

Datos: m = 80 kg; θ = 30°; μ_k = 0.25; F = 820 N; s = 9 m

a) De la figura se observa que las fuerzas que actúan son: la fuerza (F), la fuerza de fricción (f_k), la fuerza normal (N) y el peso (w). Ahora se debe calcular el trabajo realizado por cada una de ellas: W_N, W_F, W_{fk}, W_{wx} y W_{wy}, donde W_{wx} es el trabajo hecho por la componente del peso en *x* y W_{wy} es el trabajo hecho por la componente del peso en *y*. Primeramente se calcula W_N (trabajo hecho por la normal). Como la fuerza normal (N) es perpendicular al movimiento, entonces no realiza ningún trabajo, es decir

$$W_N = 0$$
$$W_F = F s$$

Cálculo del trabajo hecho por la fuerza aplicada (W_F)

$$W_F = (820\ N)(9\ m)$$
$$W_F = 7,380\ N\,m$$
$$W_F = 7,380\ J$$
$$W_{fk} = -f_k s$$

Cálculo del trabajo hecho por la fuerza de fricción (W_{fk}), en donde W_{fk} tiene signo negativo porque la fuerza de fricción (f_k), actúa en sentido contrario al movimiento.

$$f_k = \mu_k N$$

$$N = w_y = mg\cos 30°$$

$$w_y = (80\,kg)(9.8\,\frac{m}{s^2})(0.866)$$

$$w_y = 678.96\,N$$

$$f_k = (0.25)(678.96\,N)$$

$$f_k = 169.74\,N$$

$$W_{f_k} = -(169.74)(9\,m)$$

Sustituyendo en W_{f_k},

$$W_{f_k} = -1527.66\,J$$

$$W_{wx} = -w_x\,s$$

Cálculo del trabajo hecho por la componente del peso en la dirección del movimiento (W_{wx}).
El signo negativo se debe a que la componente del peso en x (w_x) actúa en sentido contrario al movimiento del objeto

$$w_x = mg\,\text{sen}\,30°$$

$$w_x = 392\,N$$

$$W_{wx} = -(392\,N)(9\,m)$$

$$W_{wx} = -3\,528\,J$$

$$W_{wy} = 0$$

Cálculo del trabajo hecho por la componente del peso en y (W_{wy}) ya que la componente del peso en y es perpendicular al movimiento, no produce ningún trabajo.

$$W_{neto} = W_N + W_F + W_{f_k} + W_{wx} + W_{wy}$$

$$W_{neto} = 0 + 7\,380\,J - 1\,527.66\,J - 3\,528\,J + 0$$

$$W_{neto} = 2\,324.34\,J$$

b) Para el trabajo resultante (W_R), primero se evalúa la fuerza resultante (F_R) en la dirección del movimiento, es decir

$$F_R = F - f_k - w_x$$

$$F_R = 820\,N - 169.74\,N - 392\,N$$

$$F_R = 258.26\,N$$

Ahora bien, utilizando esta fuerza se calcula el trabajo resultante (W_R)

$$W_R = F_R\,s$$

$$W_R = (258.26\,N)(9\,m)$$

$$W_R = 2\,324.34\,N\,m$$

$$W_R = 2\,324.34\,J$$

Comparando los resultados obtenidos para W_{neto} (la suma de los trabajos hechos por cada una de las fuerzas que actúan sobre el boque) y W_R (el trabajo realizado por la fuerza resultante en la dirección del movimiento), se observa que ambos tienen el mismo valor.

ENERGÍA CINÉTICA

Uno de los objetivos científicos es descubrir caminos para unificar y simplificar los diversos factores y conceptos en su campo de estudio. En unidades previas hemos estudiado las fuerzas y sus efectos como causa del movimiento. En principio podemos describir todos los movimientos en función de las fuerzas que los producen.

Sin embargo, dos conceptos de suma importancia que van a ser estudiados en la presente unidad, la energía y su conservación unifican y simplifican extraordinariamente la descripción del movimiento en muchos casos. Se encontrará que el concepto de conservación de la energía es un importante principio de unificación, no sólo en la mecánica, sino también en otras ramas de la física.

Iniciaremos el presente estudio con la definción de uno de los conceptos antes mencionados: la energía.

La energía representa la capacidad de un cuerpo para realizar un trabajo.

Como podrás ver se define en función del trabajo que se puede realizar y a partir de esta relación (trabajo-energía) vamos a seguir con su análisis, concretándonos a definir y estudiar la energía mecánica, su conservación y algunas aplicaciones específicas.

La energía mecánica es la que posee un cuerpo cuando en virtud de su movimiento o posición, es capaz de realizar un trabajo.

La energía mecánica (E) se divide en energía cinética (E_K) y energía potencial (E_P).

La energía cinética es la que posee un cuerpo al estar en movimiento.

Por ejemplo, una persona caminando, una pelota en movimiento, una corriente de agua, etc. En todos estos casos el cuerpo posee energía cinética, ya que puede realizar un trabajo debido a su movimiento, por ejemplo, la persona al correr puede derribar una puerta, la pelota, romper el vidrio de una ventana y la corriente de agua mover una lancha, de tal forma que los objetos en movimiento tienen la capacidad de realizar trabajo, es decir, poseen energía.

Al estudiar la energía cinética consideraremos el efecto del trabajo hecho sobre un cuerpo el cual produce un cambio en su movimiento. Para efectuar este análisis utilizaremos la segunda ley de Newton, considerando que la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es constante, de tal forma que produce un movimiento uniformemente acelerado y en línea recta.

Consideraremos un objeto de masa (m), el cual se mueve sobre un plano horizontal como se muestra en la figura 6. Al aplicarle la fuerza constante (F) a lo largo de una distancia (s), su velocidad se incrementa desde su valor (v_o) hasta adquirir la velocidad (v_f) al final del recorrido. De las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado temenos:

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2s}$$

$$F = ma$$

$$F = m\left(\frac{v^2 - v_o^2}{2s}\right)$$

$$Fs = m\left(\frac{v^2 - v_o^2}{2}\right)$$

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_o^2}{2} \qquad (2)$$

Es decir, el trabajo realizado por la fuerza resultante (F) sobre el objeto ha producido un cambio en la cantidad $\frac{mv^2}{2}$. Esta cantidad se define como la energía cinética (E_K) de la masa **m**.

En términos de esta energía cinética se puede escribir la ecuación (2) de la siguiente forma:

$$W = E_K - E_{Ko}$$

En donde E_{Ko} es la energía cinética al inicio del movimiento y E_K es la energía cinética al final del movimiento, de tal forma que:

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 \qquad (3)$$

$$\Delta E_K = E_K - E_{Ko}$$

En estas expresiones ΔE_K representa el cambio en la energía cinética. Comparando las ecuaciones (2) y (3), tenemos:

$$W = \Delta E_K \qquad (4)$$

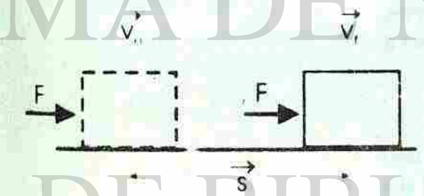
Esta ecuación es la representación matemática del importante Teorema del Trabajo y la Energía.

> *El trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un objeto es igual al cambio en la energía cinética del objeto.*

Observa que el trabajo realizado sobre el objeto equivale al cambio en la energía cinética transferida al mismo.

Al igual que el trabajo, la energía cinética es una cantidad escalar y se expresa en las mismas unidades, joules, erg, lb ft, etc. A diferencia del trabajo, la energía cinética nunca es negativa.

La energía cinética aumenta cuando el trabajo hecho sobre el objeto es positivo, ya que la fuerza resultante (o su componente en la dirección del movimiento) está aplicada en el sentido del movimiento, de tal forma que la velocidad aumenta. La energía cinética disminuye cuando el trabajo hecho sobre el objeto es negativo, ya que la fuerza resultante (o su componente en la dirección del movimiento) está aplicada en sentido contrario del movimiento, de tal forma que la velocidad disminuye.



> *Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento, es capaz de realizar un trabajo, el cual será igual al cambio en su energía cinética, según lo afirma el Teorema del Trabajo y la Energía.*

Ejemplo 4.

Un automóvil de 420 kilogramos, arrancando desde el reposo, alcanza una rapidez de 24 m/s en 10 segundos.

a) ¿Cuál es el cambio en su energía cinética?

b) ¿Cuánto trabajo se realizó sobre él?

Datos: $m = 420 kg;\ v_o = 0;\ v = 24\frac{m}{s};\ t = 10\,s$

a) Puesto que inicia su movimiento desde el reposo, su energía cinética inicial es igual a cero, $E_{ko} = 0$, por otro lado

$$E_k = \frac{m v^2}{2}$$

$$E_k = (420\,kg)\left(24\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_k = (420\,kg)\left(576\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$E_k = 120\,960\frac{kg\,m^2}{s^2}$$

$$E_k = 120\,960\,N\,m$$

$$E_k = 120\,960\,J$$

$$\Delta E_k = E_k - E_{ko}$$

$$E_{ko} = 0$$

$$\Delta E_k = E_k$$

$$\Delta E_k = 120\,960\,J$$

b) Dado que el trabajo es igual al cambio en la energía cinética, se tiene que

$$W = \Delta E_k$$

$$W = 120\,960\,J$$

Ejemplo 5.

Una masa de 800 g ramos se deja caer desde una altura de 10.4 metros sobre la superficie de la Tierra. ¿Cuál será su velocidad al chocar contra el suelo?

Datos: $m = 800\,g = 0.8\,kg;\ h = 10.4\,m;\ v_o = 0$

Al ir descendiendo, la masa va aumentando su velocidad a partir del reposo ($v_0 = 0$), debido al trabajo hecho por el campo gravitacional de la Tierra, hasta llegar al suelo, de tal forma que

$$W = \Delta E_k$$

(Teorema del Trabajo y la Energía)

$$W = F\,s$$

$$F = w$$

$$W = wh \quad y \quad s = h$$

$$W = mgh$$

$$mgh = \Delta E_k$$

$$mgh = E_k - E_{ko}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

Ya que $v_o = 0$

$$2gh = v^2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$v^2 = 2\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)(10.4\,m)$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{203.84\frac{m^2}{s^2}}$$

$$v = 14.28\frac{m}{s}$$

ENERGIA POTENCIAL (E_p)

La energía potencial es la que posee un cuerpo en virtud de su posición, en un determinado campo de fuerza, que actúa sobre él.

Esta energía potencial está asociada al trabajo que se debe de realizar sobre el objeto, para llevarlo de una posición a otra. Aquí nos ocuparemos solamente de la energía potencial gravitatoria que posee un cuerpo, debida a la atracción de la Tierra.

Al llevar un objeto de masa (m) desde una altura (h_1) hasta una altura mayor (h_2), a velocidad constante, se realiza un trabajo, en contra de la atracción gravitacional, en donde la fuerza aplicada es igual y opuesta al peso (w), ver figura 4.

$$W_F = F\,s$$

Trabajo (W_F) hecho por la fuerza aplicada.

$$F = w \text{ y } s = h = h_2 - h_1$$

$$W_F = wh$$

$$W_F = mg(h_2 - h_1)$$

$$W_F = mgh_2 - mgh_1 \qquad (4)$$

Como en esta expresión W_F representa el trabajo hecho sobre la masa para llevarla de la posición inicial (h_1) a la posición final (h_2), entonces, $mgh_2 - mgh_1$ se puede interpretar como el cambio de la energía de posición, ya que está en función de la altura. Esta energía almacenada por la masa se conoce como la energía potencial gravitacional, ya que si el objeto se deja caer, su peso (w) realiza un trabajo a lo largo de todo su recorrido, con respecto a un nivel de referencia que normalmente es el suelo.

Por lo anterior, se puede establecer en general, que

> *El trabajo hecho sobre la masa (m), para llevarla de una posición h_1 a otra h_2, es igual al cambio en su energía potencial gravitacional, y a su vez, un cambio en la energía potencial es igual al trabajo realizado sobre el objeto.*

$$\Delta E_p = W \qquad (5)$$

Donde ΔE_p representa el cambio en la energía potencial, el cual viene dado por

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$$

Comparando esta última ecuación con la ecuación 4, resulta que

$$E_{p1} = mgh_1$$

Representa la energía potencial gravitacional en el punto 1.

$$E_{p2} = mgh_2$$

Representa la energía potencial gravitacional en el punto 2.

$$\Delta E_p = mgh_2 - mgh_1$$

$$\Delta E_p = mg(h_2 - h_1)$$

$$h = h_2 - h_1$$

$$\Delta E_p = mgh$$

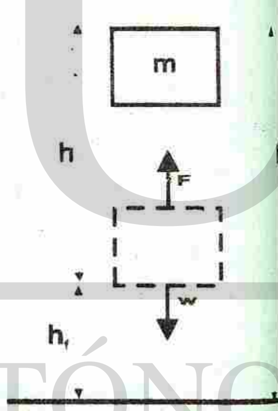


Fig. 7

$$E_{p2} - E_{p1} = mgh$$

Esta expresión depende del nivel de referencia que se tome. Suponiendo que el nivel de referencia es la superficie de la Tierra, entonces $h_1 = 0$, de donde $E_{p1} = 0$

$$E_p = mgh \qquad (6)$$

Energía potencial (E_p) en cualquier punto en h donde se mide a partir del nivel de referencia.

Las unidades de la energía potencial son las mismas que se utilizan para el trabajo. En todos los ejemplos que vamos a resolver consideraremos el valor de g constante, debido a que la altura (h) en la ecuación (6) es pequeña comparada con el radio de la Tierra, en puntos cercanos a su superficie.

En la solución de este tipo de problemas se recomienda al alumno establecer la referencia del nivel en donde la energía potencial sea cero, para que a partir de este punto se mida la posición del objeto en estudio y determinar así el valor de la energía potencial.

Ejemplo 6.
Una persona que pesa 630 N sube por una escalera hasta una altura de 6 metros.
a) ¿Cuál fue el cambio en su energía potencial?
b) ¿Qué trabajo realiza la persona?
En este problema se considera que la energía cinética no tiene ninguna variación.
Datos: $w = 630\,N$; $h = 6\,m$ Datos

a) Tomando el suelo como el nivel de referencia en donde $E_{po} = 0$, se tiene:

$$\Delta E_p = E_p - E_{po} = E_p$$

$$E_p = mgh = wh$$

$$\Delta E_p = wh$$

$$\Delta E_p = (630\,N)(6\,m)$$

$$\Delta E_p = 3780\,Nm$$

$$\Delta E_p = 3780\,J$$

b) Dado que el trabajo es igual al cambio de energía potencial ($W = \Delta E_p$), se tiene que

$$W = 3780\,J$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Como ya lo hemos mencionado, la energía mecánica se divide en energía potencial (E_p) y energía cinética (E_k), las cuales se han tratado por separado. En esta parte del curso se analizará la energía mecánica que posee un sistema, formado por la Tierra y un objeto de cierta masa (por ejemplo, un cuerpo que se mueve libremente bajo la acción de la gravedad, un péndulo que oscila bajo la acción de la misma); en el estudio de este sistema se despreciará el efecto de la fricción del aire. El otro ejemplo que vamos a analizar es el deslizamiento de una masa determinada sobre un plano inclinado, primero el caso ideal (cuando se desprecia la fricción) y posteriormente el caso más general (en el que se considerará el trabajo realizado para vencer la fuerza de fricción).

Para iniciar nuestro estudio de la energía mecánica, consideraremos primeramente el movimiento de un objeto en caída libre, bajo la acción de la gravedad (ver la figura 5).

Como se podrá apreciar, la única fuerza que interviene es la atracción gravitacional de la Tierra. Representando como W_g el trabajo hecho por la acción de la gravedad, al aplicar el Teorema del Trabajo y la Energía, resulta que

$$W_g = \Delta E_k \qquad (7)$$

donde ΔE_k representa el cambio en la energía cinética. Por otra parte, se tiene que el trabajo hecho por el campo gravitacional es igual al cambio en la energía potencial del sistema (Tierra - masa).

$$W_g = -\Delta E_p \qquad (8)$$

el signo menos indica que al ir descendiendo, su energía potencial va disminuyendo. Comparando las ecuaciones (7) y (8), resulta:

$$W_g = \Delta E_k = -\Delta E_p$$

$$\Delta E_k = -\Delta E_p \qquad (9)$$

En esta ecuación (9), el signo menos indica que un incremento en la energía cinética, trae consigo una disminución igual en la energía potencial del sistema y viceversa. A este sistema se le da el nombre de sistema conservativo.

Sistema conservativo es en el cual la energía mecánica se conserva y a las fuerzas que actúan sobre él se les llama fuerzas conservativas, como es el caso de la fuerza gravitacional.

De la ecuación (9) se tiene que:

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + (mgh_2 - mgh_1) = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \qquad (10)$$

Reagrupando términos. En donde el extremo izquierdo representa la energía mecánica en el punto 1 (E_1) y el extremo derecho representa la energía mecánica en el punto 2 (E_2) de la trayectoria.

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$E_1 = E_2 \qquad (11)$$

Esta expresión representa la conservación de la energía mecánica. Este sistema (Tierra masa) es conservativo porque la única fuerza que actúa es la fuerza gravitacional. Dado que los puntos 1 y 2 en la ecuación (11) son dos puntos cualesquiera de la trayectoria, entonces, podemos concluir que el valor de la energía mecánica a lo largo de todo el recorrido, permanece constante o invariable. Veamos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 7.

Un tronco con una masa de 5 kilogramos cae libremente desde lo alto de una montaña, cuando está a una altura de 50 metros sobre el nivel del piso, tiene una velocidad de 20 m/s. ¿Cuál es su energía mecánica en esta posición?

Datos: $m = 5\,kg;\ h = 50\,m;\ v = 20\,\frac{m}{s}$

La energía mecánica en esa posición es

$$E = E_p + E_k$$

$$E_p = mgh$$

$$E_k = \frac{mb^2}{2}$$

$$E = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

$$E = (5\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(50\,m) + \frac{(5\,kg)\left(20\,\frac{m}{s}\right)^2}{2}$$

$$E = 2450\,Nm + 1000\,Nm$$

$$E = 3450\,Nm$$

$$E = 3450\,J$$

Ejemplo 8.
Una maceta con una masa de 16 kilogramos, cae desde un tercer piso ubicado a 8 metros de altura.
a) ¿Cuál es su energía cinética al chocar contra el piso?
b) ¿Con qué velocidad llega al piso?
c) ¿Cuál es su velocidad cuando ha descendido 6 metros?

a) Tomando en cuenta la ley de la conservación de la energía mecánica para los puntos (0) y (1), tenemos:

$$E_0 = E_1$$

$$E_{KO} + E_{PO} = E_{K1} + E_{P1}$$

$$\text{Como } E_{KO} = 0 \text{ y } E_{P1} = 0 \quad E_{PO} = E_{K1}$$

$$E_{PO} = mgh$$

$$E_{K1} = mgh$$

$$E_{K1} = (16\,kg)(9.8\,m/s^2)(8\,m)$$

$$E_{K1} = 1\,254.4\,J$$

b) Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, se puede emplear

$$E_{K1} = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$V_1^2 = \frac{2E_{K1}}{m}$$

$$v_1^2 = \frac{2(1254.40\,J)}{16\,kg}$$

$$v_1 = 12.52\,\frac{m}{s}$$

c) Cuando la maceta ha descendido 5 metros, se encuentra a 3 metros sobre el nivel del suelo
$E_0 = E_2$

$$E_{PO} = E_{K2} + E_{P2}$$

$$E_{K2} = E_{PO} - E_{P2}$$

$$m\left(\frac{v_2^2}{2}\right) = mgh_o - mgh_2$$

$$\frac{m(v_2^2)}{2} = mg(h_o - h_2)$$

$$v_2^2 = mgh$$

eliminando m en ambos lados de la ecuación y despejando v_2^2 y con $h_o - h_2 = 5$ m.

$$v_2^2 = 2(9.8\,\frac{m}{s^2})(5\,m)$$

$$v_2^2 = 9.93\,\frac{m}{s}$$

Un segundo caso que vamos a estudiar, es el de un péndulo, el cual inicia su movimiento de oscilación desde una cierta altura (h), con respecto al nivel más bajo de su recorrido, como se muestra en la figura 9.

El movimiento del péndulo se realiza bajo la acción de la gravedad y su trayectoria es circular. Consideremos que el nivel de referencia pasa por el punto más bajo de su trayectoria y que la masa inicia su movimiento a partir del reposo (1).

En este movimiento se observa que en el punto (1) la energía es puramente potencial (E_p) ya que su energía cinética (E_k) es cero y a medida que el objeto desciende, la energía potencial disminuye, aumentando su energía cinética en la misma proporción, hasta llegar a su punto más bajo (2), en donde su energía mecánica es puramente energía cinética (E_k). Posteriormente, inicia su ascenso de tal forma que su energía cinética disminuye, aumentando su energía potencial en la misma proporción, hasta alcanzar el punto más alto (3), en donde el objeto se detiene y su energía mecánica vuelve a ser puramente potencial. A partir del análisis anterior, se tiene que

$$E_1 = E_2 = E_3 \qquad (12)$$

Esta igualdad se satisface ya que sobre el sistema solamente actúa la atracción de la gravedad, la cual es una fuerza conservativa. De acuerdo a la ecuación (11), este resultado se puede aplicar a cualquier punto de la trayectoria, como por ejemplo el punto (4), en donde

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4$$

con la aclaración de que la energía mecánica en este punto (4) es la suma de la energía cinética y potencial, no siendo ninguna de ellas cero (como en los otros puntos de referencia); sin embargo, la suma de dichas energías es igual a la energía mecánica en los tres puntos anteriormente citados.

Un problema que frecuentemente se plantea, es el cálculo de la velocidad en el punto más bajo de su trayectoria, conociendo la altura (h) desde la que se soltó. Para esto se aplica el principio de conservación de la energía mecánica, entre los puntos 1 y 2 de su trayectoria, es decir

$$E_1 = E_2$$

Este resultado es el mismo que se obtuvo con las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, lo cual indica que si se cumple la conservación de la energía mecánica, entonces, en su aplicación no importa la trayectoria a seguir, sino solamente los puntos inicial y final del recorrido. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 6.

Un péndulo simple consta de una masa suspendida mediante una cuerda, como se muestra en la figura. Si la masa es de 0.4 kilogramos y la cuerda tiene una longitud de 1.5 metros, despreciando la fricción del aire, calcular:

a) La rapidez en el punto B.

b) La energía cinética en el punto B.

Datos: $m = 0.4\,kg;\ l = 1.5\,m$

De acuerdo con la figura

$$\cos 40^\circ = \frac{a}{l}$$

$$a = l \times \cos 40^\circ$$

$$a = (1.5\,m)(0.766)$$

$$a = 1.15\,m$$

$$l = a + h$$

$$h = l - a$$

$$h = 1.5\,m - 1.15\,m$$

$$h = 0.35\,m$$

a) Dado que se trata de un sistema conservativo, se tiene que

$$E_A = E_B$$

En donde E_A es la energía mecánica en el punto A y E_B es la energía mecánica en el punto B.

$$E_A = E_{pA} + E_{kA}$$

$$E_B = E_{pB} + E_{kB}$$

$$E_{pA} + E_{kA} = E_{pB} + E_{kB}$$

$$E_{pA} = E_{kB}$$

$$E_{kB} \quad E_{pA}$$

En el punto A el péndulo se encuentra en reposo, es decir, $E_{kA} = 0$. Ahora bien tomando la referencia a partir del nivel más bajo de la trayectoria del péndulo, resulta que $E_{pB} = 0$.

$$\frac{m v_B^2}{2} = m g h$$

$$v_B^2 = 2 g h$$

$$v_B^2 = 2\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)(0.35\,m)$$

$$v = 2.62\frac{m}{s}$$

b) Para calcular la energía cinética en el punto B se emplea la siguiente ecuación

$$E_{kB} = \frac{m v_B^2}{2}$$

$$E_{kB} = \frac{(0.4\,kg)\left(2.62\frac{m}{s}\right)^2}{2}$$

$$E_{kb} = 1.37\,J$$

A continuación se considerará el movimiento de un bloque que se desliza sobre un plano inclinado, en donde se desprecia la fricción. Inicialmente se empuja hacia arriba a velocidad constante mediante una fuerza paralela al plano. Como se observa en la figura 7.

Dado que el bloque se desliza a velocidad constante.

$$F = w_x$$

$$F = w \operatorname{sen} \theta$$

$$F = m g \operatorname{sen} \theta$$

El trabajo realizado por esta fuerza para subir la masa (m) a lo largo del plano inclinado recorriendo una distancia (s) hasta llevarla a la altura (h), será

$$W = F\,s$$

$$W = w_x\,s$$

$$F = w_x$$

$$W = m\,g\,\text{sen}\,\theta\,s$$

$$W = m\,g\,(s\,\text{sen}\,\theta)$$

Como el sen θ = h/s, entonces, h = s sen θ, de tal forma que

$$W = m\,g\,h$$

En esta expresión, h representa la altura a la que se eleva el bloque usando para ello el plano inclinado. Como se podrá apreciar, el trabajo para subir el bloque no depende de la trayectoria a seguir, sino solamente del nivel de referencia, que determina la altura (h). Este trabajo realizado sobre la masa, se almacena en forma de energía potencial $E_p = m\,g\,h$. Si se suelta esta masa desde lo alto del plano, su energía mecánica que es puramente energía potencial (E_p) se va transformando en energía cinética (E_k), de tal forma que al llegar a la base, toda su energía potencial se ha transformado en energía cinética.

$$E_{p1} = E_k$$

Esta expresión se sustenta en el hecho de que la única fuerza que actúa sobre la masa es la atracción gravitacional, la cual es una fuerza conservativa y establece que la pérdida en la energía potencial trae consigo una ganancia igual en energía cinética. Esta igualdad se satisface para cualesquiera dos puntos de la trayectoria, en particular para el 1 y el 3. En el punto (3) el objeto, posee tanto energía potencial como energía cinética.

$$E_1 = E_3$$

$$E_3 = E_{k3} + E_{p3}$$

El siguiente movimiento que se analizará es el de una masa que se desliza libremente sobre un plano inclinado con fricción, desde una cierta altura (h), ubicada en el punto (1), a partir del reposo, ver figura 11.

En este caso, las fuerzas que actúan son: la atracción gravitacional de la Tierra y la fuerza de fricción (f). Como ya se ha visto, el campo gravitacional de la Tierra no produce cambios en la energía mecánica del objeto, por ello se estudiará solamente el efecto de la fuerza de fricción sobre su movimiento. Como la fuerza de fricción realiza un trabajo sobre el objeto, a lo largo de la distancia recorrida, entonces, se produce un cambio en su energía mecánica, es decir

$$W_f = \Delta E$$

En donde el lado derecho de esta expresión (ΔE) representa el cambio en la energía mecánica, de tal forma que

$$W_f = E_2 - E_1$$

siendo E_1 y E_2 la energía mecánica en los puntos inicial y final, respectivamente. Por otra parte, el término del lado izquierdo (W_f) representa el trabajo hecho por la fuerza de fricción.

$$W_f = -f_k\,s$$

A partir de los diferentes movimientos, anteriormente analizados, se puede concluir que:

La energía mecánica de un cuerpo se conserva durante su movimiento, cuando una pérdida en su energía potencial, trae consigo un aumento igual en su energía cinética y viceversa. Este cambio es debido al trabajo hecho por fuerzas conservativas.

Por otra parte, si la fuerza de fricción actúa sobre el movimiento de un cuerpo, produce una disminución en su energía mecánica, es decir, la energía mecánica no se conserva. De lo anterior se puede concluir que la fuerza de fricción no es una fuerza conservativa. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 7.

Un trineo de 50 kilogramos inicialmente en reposo, se desliza hacia abajo desde la cumbre de una colina que tiene una pendiente de 37° y 480 metros de longitud. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.24, ¿Cuál es la velocidad del trineo al pie de la colina?

Datos: $m = 50\,kg$; $s = 480\,m$; $\theta = 37°$; $\mu_k = 0.24$; $v_o = 0$

$$\text{sen}\,37° = h/s$$

$$h = s \times \text{sen}\,37°$$

$$h = (480\,m)(0.602)$$

$$h = 288.96\,m$$

Puesto que el sistema es no conservativo.

$$W_f = \Delta E$$

$$\Delta E = W_f$$

$$E_B - E_A = W_f$$

En donde la diferencia de la energía mecánica (E_B - E_A) es el cambio en la energía mecánica, debido al trabajo hecho por la fuerza de fricción.

$$E_B = E_A + W_f$$

$$E_A = E_{pA} + E_{kA}$$

$$E_B = E_{pB} + E_{kB}$$

$$E_{pB} + E_{kB} = E_{pA} + E_{kA} + W_f$$

$$E_{kB} = E_{pA} + W_f$$

Dado que el trineo inicia su movimiento desde el reposo, entonces, $E_{kA} = 0$; por otro lado, tomando como referencia el plano horizontal, se tiene que $E_{pB} = 0$.

$$E_{pA} = m\,g\,h$$

$$E_{pA} = (50\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(288.96\,m)$$

$$E_{pA} = 141590.40\,J$$

El trabajo hecho por la fuerza de fricción es

$$W_f = -f\,s$$

$$f = \mu_k N \quad y \quad N = w_y = w\cos 37^\circ$$

$$W_f = -\mu_k\, m\, g\cos 37^\circ$$

$$W_f = -(0.24)(50\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(0.700)(480\,m)$$

$$W_f = -45101.95$$

Para calcular la velocidad del trineo al pie de la colina (v_B) se utiliza la expresión

$$E_{kB} = E_{pA} + W_f$$

$$E_{kB} = 141590.40\,J - 45101.95\,J$$

$$E_{kB} = 96488.45\,J$$

$$E_{kB} = \frac{m v_B^2}{2}$$

$$v_B^2 = \frac{2E_{kB}}{m}$$

$$v_B^2 = \frac{2\left(96488.45\,kg\,\frac{m}{s^2}\,m\right)}{50\,kg}$$

$$v_B^2 = 3859.4\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$v_B = 62.12\,\frac{m}{s}$$

LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Como ya hemos visto, un sistema cambia su energía, si sobre él se realiza un trabajo, o bien, si el sistema realiza un trabajo sobre un objeto. Es decir, si el sistema interacciona con el exterior, su energía total no se conserva. Por otro lado, si el sistema se encuentra aislado, aunque su energía mecánica cambie, la energía total permanece constante, de tal manera que la energía puede transformarse de una forma a otra, pero la energía total siempre permanece igual. Siendo la energía total la suma de todas las diferentes energías del sistema (cinética, potencial, calorífica, eléctrica, etc.).

Lo anterior nos lleva a enunciar el principio fundamental de la Física conocido como la Ley de la Conservación de la Energía:

> *La energía total de un sistema aislado, no se crea ni se destruye sólo se transforma.*

POTENCIA

El tiempo necesario para llevar a cabo un trabajo o la rapidez con la cual se realiza es de gran importancia en muchas aplicaciones técnicas. Al realizar un trabajo por ejemplo, subir un escritorio de un piso a otro, puede llevar segundos, minutos u horas; en todos estos casos se efectúa el mismo trabajo, si la fuerza aplicada es siempre la misma. En ingeniería es frecuente la fabricación de maquinaria y equipo en donde se contempla la rapidez con la cual se realizará determinado trabajo. Al efectuar el recorrido de una determinada distancia, nos fatiga más realizarla corriendo y en segundos, que hacerlo caminando y en minutos. En general, el hombre siempre ha buscado realizar su trabajo en el menor tiempo posible, de aquí la necesidad de incluir un nuevo concepto en el cual se considere el tiempo en efectuar un trabajo determinado. Para ello, se define la potencia (P) como la cantidad de trabajo realizado en la unidad de tiempo. Si un determinado trabajo (W) se realiza en un intervalo de tiempo (Δt), la potencia media $\bar{P}$ viene dada por

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \qquad (3)$$

en donde $\bar{P}$ representa la potencia promedio durante un intervalo de tiempo (Δt), en el cual se efectúa el trabajo (W).

En el Sistema Internacional (SI) la unidad de potencia es el Joule/segundo el cual recibe el nombre de watt o vatio (W).

Un watt o vatio se define como la potencia desarrollada al realizar un trabajo de 1 Joule en un tiempo de 1 segundo

Un múltiplo de esta unidad es el kilowatt el cual equivale a 10^3 W. 1kW = 10^3 W.

En el Sistema Inglés, la unidad de potencia es lb ft/s. Un múltiplo de esta unidad que se utiliza con mucha frecuencia, para hablar de la potencia en motores y máquinas, es el caballo de fuerza (hp) cuya equivalencia en lb ft/s y watt es

$$1hp = 550\,\frac{lb\,ft}{s}$$

$$1\ hp = 746\ watt$$

En el Sistema c g s la unidad es el erg/s.

En general, la potencia media desarrollada viene dada por

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

en donde t representa el tiempo en el cual se efectúa el trabajo (W). Si la fuerza(F) es constante, entonces la potencia media viene dada por

$$\bar{P} = \frac{F\,s}{t}$$

$$W = F\,s$$

$$\bar{P} = F\left(\frac{s}{t}\right)$$

$$\bar{P} = F\,\bar{v} \qquad (4)$$

donde $\bar{v} = \frac{s}{t}$ es la rapidez media.

A partir de esta expresión (4) se concluye que la potencia desarrollada se puede expresar en función de la rapidez con la que se realiza un trabajo. Veamos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 4.

Si un elevador de 2,400 kilogramos sube 20 metros de altura en 1 minuto, a velocidad constante,

a) ¿Qué trabajo realiza el motor?

b) ¿Cuál es la potencia del motor en watts?

c) ¿Cuál es la potencia en hp?

Datos: m = 2,400 kg; h = 20 m; t = 1 min = 60 s

a) Para calcular el trabajo, se tiene que F = w, ya que la velocidad con que sube es constante, por lo cual

$$W = F\,h$$

$$W = w\,h$$

$$W = m\,g\,h$$

$$W = (2{,}400\ kg)\,(9.8\ m/s^2)\,(20\ m)$$

$$W = 470{,}400\ N\,m$$

$$W = 470{,}400\ J$$

b) Para calcular la potencia media ($\bar{P}$), se tiene que

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

$$\bar{P} = \frac{470{,}000\,J}{60\,s}$$

$$\bar{P} = 7{,}840\,watts$$

c) Para efectuar la conversión, se utiliza el factor 1 hp = 746 watt, de tal forma que

$$7{,}840\,watts = 7{,}840\,watts\left(\frac{1hp}{746\,watts}\right)$$

$$7{,}840\,watts = 10.50\,hp$$

Ejemplo 5.

Un motor produce una fuerza de 450 N sobre la banda de un transportador y la mueve con una rapidez constante de 5.5 m/s. ¿Cuál es la potencia media del motor? en,
a) kW;
b) hp

Datos: $F = 450\ N;\ v = 5.5\ \frac{m}{s}$

a) Para calcular la potencia usamos la ecuación

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

$$\bar{P} = \frac{Fs}{t}$$

$$\bar{P} = Fv$$

$$\bar{P} = (450\,N)\left(5.5\ \frac{m}{s}\right)$$

$$\bar{P} = 2475\ \frac{Nm}{s}$$

$$\bar{P} = 2475\ \frac{J}{s}$$

$$\bar{P} = 2474\ watts$$

$$\bar{P} = 2475\ kW$$

b) Para efectuar la conversión de unidades, se tiene que

$$1\ hp = 746\ watts$$

$$2475\ watts = 2475\ watts\left(\frac{1\ hp}{746\ watts}\right)$$

$$2475\ watts = 3.31\ hp$$

AUTOEVALUACIÓN

I. Lee detenidamente cada enunciado y escribe en el guión de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

_____ 1. El trabajo es una cantidad

a) Escalar **b) Vectorial**
c) Numérica **d) Adimensional**

_____ 2. La magnitud del trabajo realizado cuando la fuerza forma un ángulo de 90° con la dirección del desplazamiento, es igual a

a) Cero **b) mgh**
c) mg **d) F s**

_____ 3. El ángulo entre la fuerza aplicada y el desplazamiento para el cual el trabajo tiene su valor máximo, es

a) 0° **b) 45°**
c) 90° **d) 180°**

_____ 4. Es la unidad de trabajo en el Sistema Internacional de unidades

a) watt **b) Newton**
c) erg **d) joule**

_____ 5. Si la fuerza y el desplazamiento a lo largo del cual actúa la fuerza,están en direcciones opuestas,el trabajo tiene signo

a) No tiene signo **b) Positivo**
c) Negativo **d) Ninguna de las anteriores**

_____ 6. La fuerza que se utiliza para realizar un trabajo es de tipo

a) Gravitacional **b) Eléctrica**
c) Mecánica **d) Cualquier tipo de fuerza**

_____ 7. La equivalencia de un joule en erg es

a) 1,000 erg **b) 1×10^{7} erg**
c) 1×10^{-5} erg **d) 100 erg**

_____ 8. Representa el trabajo hecho en la unidad de tiempo.

a) Peso **b) Potencia**
c) Fuerza **d) Ninguna de las anteriores**

_____ 9. El trabajo realizado para levantar una masa (m) a una altura (h) viene dada por

a) mgv **b) w**
c) mg **d) mgh**

_____ 10. Es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 joule en un tiempo de 1 segundo.

a) watts **b) joule**
c) Caballo de vapor **d) Caballo de fuerza**

_____ 11. La equivalencia de un caballo de vapor (hp) en watts, es

a) 476 watts **b) 647 watts**
c) 746 watts **d) 674 watts**

Ejemplo 5.

Un motor produce una fuerza de 450 N sobre la banda de un transportador y la mueve con una rapidez constante de 5.5 m/s. ¿Cuál es la potencia media del motor? en,

a) kW;
b) hp

Datos: F = 450 N; $v = 5.5\,\frac{m}{s}$

a) Para calcular la potencia usamos la ecuación

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

$$\bar{P} = \frac{Fs}{t}$$

$$\bar{P} = Fv$$

$$\bar{P} = (450\,N)\left(5.5\,\frac{m}{s}\right)$$

$$\bar{P} = 2475\,\frac{Nm}{s}$$

$$\bar{P} = 2475\,\frac{J}{s}$$

$$\bar{P} = 2474\,watts$$

$$\bar{P} = 2475\,kW$$

b) Para efectuar la conversión de unidades, se tiene que

1 hp = 746 watts

$$2475\,watts = 2475\,watts\left(\frac{1\,hp}{746\,watts}\right)$$

$$2475\,watts = 3.31\,hp$$

AUTOEVALUACIÓN

I. Lee detenidamente cada enunciado y escribe en el guión de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

_____ 1. El trabajo es una cantidad

a) Escalar b) Vectorial
c) Numérica d) Adimensional

_____ 2. La magnitud del trabajo realizado cuando la fuerza forma un ángulo de 90° con la dirección del desplazamiento, es igual a

a) Cero b) mgh
c) mg d) F s

_____ 3. El ángulo entre la fuerza aplicada y el desplazamiento para el cual el trabajo tiene su valor máximo, es

a) 0° b) 45°
c) 90° d) 180°

_____ 4. Es la unidad de trabajo en el Sistema Internacional de unidades

a) watt b) Newton
c) erg d) joule

_____ 5. Si la fuerza y el desplazamiento a lo largo del cual actúa la fuerza,están en direcciones opuestas,el trabajo tiene signo

a) No tiene signo b) Positivo
c) Negativo d) Ninguna de las anteriores

_____ 6. La fuerza que se utiliza para realizar un trabajo es de tipo

a) Gravitacional b) Eléctrica
c) Mecánica d) Cualquier tipo de fuerza

_____ 7. La equivalencia de un joule en erg es

a) 1,000 erg b) 1×10^{7} erg
c) 1×10^{-5} erg d) 100 erg

_____ 8. Representa el trabajo hecho en la unidad de tiempo.

a) Peso b) Potencia
c) Fuerza d) Ninguna de las anteriores

_____ 9. El trabajo realizado para levantar una masa (m) a una altura (h) viene dada por

a) mgv b) w
c) mg d) mgh

_____ 10. Es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 joule en un tiempo de 1 segundo.

a) watts b) joule
c) Caballo de vapor d) Caballo de fuerza

_____ 11. La equivalencia de un caballo de vapor (hp) en watts, es

a) 476 watts b) 647 watts
c) 746 watts d) 674 watts

______ 12. Es la expresión del joule en unidades fundamentales

a) kgm^2/s^2 b) kgm/s^2

c) kgm^2/s d) kgm/s

______ 13. Es el trabajo realizado por una fuerza de un Newton aplicado a lo largo de una distancia de 1 metro.

a) watts b) dina

c) joule d) erg

______ 14. Es una cantidad escalar cuyo valor se obtiene mediante el producto del desplazamiento y la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento

a) Trabajo b) Potencia

c) Eficiencia mecánica d) watts

PROBLEMAS DE TRABAJO Y POTENCIA.

1. Un estudiante empuja un escritorio, con una fuerza horizontal de 120 N, y lo mueve una distancia de 4 metros a través del piso, en un tiempo de 5 segundos. Calcular,
   a) El trabajo realizado.
   b) La potencia desarrollada.

2. Se requiere una fuerza de 800 N para empujar un auto en un estacionamiento. Dos personas empujan el auto una distancia de 40 metros en un tiempo de 10 segundos. Calcular,
   a) El trabajo realizado.
   b) La potencia desarrollada en hp.

3. Una persona empuja una cortadora de pasto a lo largo de un jardín, aplicándole una fuerza de 200 N a un ángulo de 30° con la horizontal, a lo largo de una distancia de 25 metros, durante un tiempo de 20 segundos. Calcular, a) El trabajo realizado en la dirección del movimiento. b) La potencia desarrollada.

4. Un marinero jala un bote desde un muelle con una cuerda que forma un ángulo de 60° con la horizontal.
   a) ¿Cuánto trabajo se realiza, si el marinero ejerce una fuerza de 250 N sobre la cuerda y mueve el bote una distancia de 30 metros?
   b) ¿Qué potencia se desarrolla si la fuerza es aplicada durante un tiempo de 40 segundos?

5. Un bloque de 8 kilogra,os se empuja hacia arriba, mediante una fuerza de 60 N, paralela al movimiento sobre una rampa sin fricción y con una pendiente de 20°.
   a) ¿Cuánto trabajo se realiza si la longitud de la rampa es de 8 metros?
   b) ¿Qué potencia se desarrolla si el movimiento se efectúa en un tiempo de 10 segundos?

6. Una caja de 100 kilogramos se empuja hacia arriba mediante una fuerza de 1,400 N por un plano inclinado a 30° y de 1.5 metros de alto. Despreciando la fricción, calcular,
   a) El trabajo que se efectúa en el proceso.
   b) La potencia desarrollada si el movimiento tarda 2.4 segundos.

7. Un motor eléctrico sube un elevador de 1.2×10^4 N de peso una altura de 9 metros en un tiempo de 15 segundos.
   a) ¿Cuál es el trabajo realizado por el motor?
   b) ¿Cuál es la potencia desarrollada?

8. Un alpinista de 75 kilogramos carga una mochila de 12 kilogramos mientras sube una montaña. Al cabo de 5.4 minutos, el alpinista se encuentra a una altura de 20 metros sobre su punto de partida.
   a) ¿Cuánto trabajo ha realizado el alpinista sobre la mochila?
   b) ¿Cuál es el trabajo total realizado?
   c) Determinar la potencia total desarrollada durante los 5.4 minutos.

9. Una fuerza horizontal de 20 N tira de un pequeño trineo a través del terreno con velocidad constante. La velocidad es constante porque la fuerza de rozamiento equilibra exactamente la atracción de 20 N. Si se cubre una distancia de 42 metros,
   a) ¿Cuál es el trabajo hecho por la fuerza de tracción?,
   b) ¿Cuál es el trabajo de la fuerza de rozamiento?,
   c) ¿Cuál es el trabajo total o neto que se ha realizado?

10. Un bloque de 10 kilogramos es empujado 8 metros a lo largo de una superficie horizontal por una fuerza constante de 26 N. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.2$,
    a) ¿Qué aceleración recibirá el bloque?
    b) ¿Cuál es el trabajo resultante?

11. Un bloque de 5 kilogramos es empujado por una fuerza de 60 N con un ángulo de 30° con respecto a la horizontal. Si el desplazamiento del bloque es de 3 metros y existe un coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.3$ con el suelo,
    a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque?
    b) ¿Cuál es el trabajo resultante?

12. Un bloque de 800 N se arrastra por una superficie horizontal por medio de una cuerda que forma un ángulo de 37° con la horizontal. Se recorre así una distancia de 60 metros y el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.3$. Si la tensión en la cuerda es de 400 N, calcula,
    a) La fuerza normal.
    b) La fuerza de fricción.
    c) La fuerza resultante.
    d) El trabajo neto o resultante.

13. Se empuja un trineo de 20 kilogramos por una pendiente de 34° hasta alcanzar una altura vertical de 140 metros sobre su posición inicial. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.2$, calcula,
    a) La fuerza normal.
    b) La fuerza de fricción.
    c) La fuerza mínima necesaria para poder subir el trineo.
    d) El trabajo realizado por esta fuerza.
    e) El trabajo resultante o neto realizado sobre el trineo.

14. Una grúa levanta un objeto de 6 kilogramos, a una altura de 1.5 metros. ¿Qué potencia desarrolla el motor si levanta el objeto en
    a) 8 segundos;
    b) 22 segundos?

UNIDAD VI
EL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL

Si analizamos el movimiento de dos cuerpos, de masas diferentes y que se desplazan a la misma velocidad, es obvio que para detenerlos en un mismo intervalo de tiempo (Δt), se necesitará aplicar una fuerza mayor para el cuerpo de mayor masa. Por otra parte, si las masas de los cuerpos son iguales y éstos se mueven a diferente velocidad, para detenerlos en el mismo intervalo de tiempo (Δt), se requiere aplicar una fuerza mayor al cuerpo que se mueve a mayor velocidad. De estos ejemplos podemos inferir que tanto la masa como la velocidad de un cuerpo determinan, de alguna manera, la fuerza necesaria para producir un cambio en el movimiento del objeto.

Para iniciar el presente análisis del movimiento, se considerará un cuerpo de masa (m), el cual describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es decir, que sobre él actúa una fuerza constante (F). Si inicialmente el cuerpo tiene una velocidad v_o y después de un cierto intervalo de tiempo (Δt), su velocidad final es (v) de las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, se tiene que

$$v = v_o + \Delta t$$

$$a = \frac{F}{m}$$

2ª Ley de Newton.

$$v = v_o + \frac{F}{m}\Delta t$$

$$mv = mv_o + F\Delta t$$

Multiplicando esta expresión por la masa (m).

$$F \Delta T = mv_o - mv_f \quad (1)$$

Reagrupando los términos de esta expresión

A la expresión del lado izquierdo de la igualdad se le conoce como el impulso producido por la fuerza (F) durante el intervalo de tiempo (Δt), el cual se representa como I.

El impulso producido por una fuerza se define como el producto de la fuerza por el tiempo que dure aplicada.

En el lado derecho de la ecuación, aparece el producto de la masa del cuerpo por su velocidad en los puntos final e inicial, respectivamente.

Al producto de la masa por la velocidad de un objeto se le conoce como su cantidad de movimiento y se representa con la letra p.

De acuerdo a lo anterior, la ecuación (1) se puede expresar como

$$F \Delta t = p - p_o$$

$$F \Delta t = \Delta p \quad (2)$$

$$I = \Delta p \quad (3)$$

Impulso = Cambio en la cantidad de movimiento

En la igualdad anterior, se observa que las unidades del impulso y la cantidad de movimiento son las mismas. En el Sistema Internacional (SI) se expresan en N-s o kg m/s. En el cgs la unidad correspondiente es la dina-s o g cm/s, y en el Sistema Inglés la unidad es la lb s o slug ft/s.

Como la fuerza y la velocidad son cantidades vectoriales, entonces, el impulso (I) y la cantidad de movimiento (p) tienen una representación vectorial. En general, la fuerza que interviene en el impulso no es constante, sino que varía, como por ejemplo, cuando un bateador golpea una pelota de beisbol de masa (m) su velocidad cambia de v_o a v, y la fuerza que se considera para el cálculo es una fuerza promedio ($\bar{F}$) ejercida por el bate sobre la pelota. Para calcular el cambio en la cantidad de movimiento se utiliza la ecuación (2), sólo que la fuerza que aparece en la expresión es la fuerza media o promedio ($\bar{F}$).

Si se considera el intervalo de tiempo (Δt) que dura aplicada la fuerza media ($\bar{F}$) para detener un objeto en movimiento, la cantidad de movimiento final $mv = 0$, de tal forma que de la ecuación (1), resulta

$$\bar{F} \Delta t = -mv_o$$

en donde el signo menos (-) se debe a que $\bar{F}$ está aplicada en sentido contrario al movimiento.

Ejemplo 1.
Un automóvil de 1800 kilogramos que se desplaza en línea recta, reduce su rapidez de 25 m/s a 15 m/s en un tiempo de 4segundos. ¿Cuál es la fuerza promedio que produce este cambio en su velocidad?

Datos: $m = 1800\,kg;\ v_o = 25\frac{m}{s};\ v = 15\frac{m}{s};\ \Delta t = 4\,s$

Para resolver este ejemplo utilizaremos la ecuación (1)

$$\bar{F} \Delta t = mv - mv_o$$

$$\bar{F} = \frac{m(v - v_o)}{\Delta t}$$

$$\bar{F} = \frac{1800\,kg\left(15\frac{m}{s} - 25\frac{m}{s}\right)}{4\,s}$$

$$\bar{F} = \frac{1800\,kg\left(-10\frac{m}{s}\right)}{4\,s}$$

$$\bar{F} = -4{,}500\,kg\frac{m}{s^2}$$

$$\bar{F} = -4500\,N$$

La fuerza promedio aplicada, tiene signo negativo, porque se opone al movimiento.

Cuando un jugador de beisbol recibe una pelota con una velocidad considerable v_o lo que normalmente hace, es amortiguar el golpe moviendo su mano hacia atrás y en dirección del movimiento de la pelota. Con este movimiento, aumenta el intervalo de tiempo y hace que la fuerza media aplicada disminuya, es decir

$$F \Delta t = \Delta p$$

En cambio, un jugador novato lo que hace es recibir la pelota con el brazo rígido, con lo cual, el tiempo de contacto es muy pequeño, aumentando por ello la magnitud de la fuerza promedio, de tal forma que

$$F \Delta t = \Delta p$$

Físicamente podemos explicar estas dos situaciones a partir de la ecuación (2).

$$F \Delta t = \Delta p$$

en donde se observa que para que el cambio en la cantidad de movimiento sea el mismo, como en los dos casos anteriores, en el primero se aumentó el intervalo de tiempo (Δt), disminuyendo con ello la fuerza promedio aplicada ($\bar{F}$) y en el segundo, se disminuyó el intervalo de tiempo (Δt), aumentando así la fuerza promedio ($\bar{F}$) aplicada.

Otro ejemplo, en el cual se puede apreciar la variación entre la fuerza media aplicada ($\bar{F}$) y el intervalo de tiempo (Δt), que dura ésta, es el de una persona que salta desde una cierta altura hasta el suelo. Si al hacer contacto los pies con el suelo se flexionan las piernas, lo que se hace es aumentar el intervalo de tiempo (Δt), para amortiguar la fuerza media aplicada ($\bar{F}$) sobre los huesos. En cambio si el contacto se hace con las piernas rígidas, se disminuye el intervalo de tiempo (Δt), aumentando considerablemente la fuerza media aplicada sobre los huesos.

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL

Consideremos un sistema de dos cuerpos interactuando exclusivamente entre ellos, es decir, no hay ninguna fuerza externa actuando sobre este sistema, sino sólo las ejercidas mutuamente entre los cuerpos. De acuerdo a la Tercera Ley de Newton, las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo son iguales en magnitud pero en sentido contrario, entonces, al considerar un intervalo de tiempo (Δt) durante el cual actúa la fuerza ejercida por un cuerpo sobre el otro, los impulsos producidos por cada una de estas fuerzas, también serán iguales pero opuestos. Lo anterior se puede visualizar considerando la figura 1, en la cual $\bar{F}_1 = -\bar{F}_2$

Multiplicando ambos miembros por Δt, resulta.

$$\bar{F}_1 \Delta t = -\bar{F}_2 \Delta t$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2$$

Dado que la raya pequeña sobre I_1 e I_2 indican su carácter vectorial.

$$\bar{I}_1 = \Delta \bar{p}_1$$
$$\bar{I}_2 = \Delta \bar{p}_2$$

$$\bar{I}_1 = \bar{p}_1 - \bar{p}_{1.0}$$
$$\bar{I}_2 = \bar{p}_2 - \bar{p}_{2.0}$$

$$\bar{p} = m_1 \bar{v}_1$$
Cantidad de movimiento final de la masa 1.

$$\bar{p}_{1.0} = m_1 \bar{u}_1$$
Cantidad de movimiento inicial de la masa 1.

$$\bar{p}_2 = m_2 \bar{v}_2$$
Cantidad de movimiento final de la masa 2.

$$\bar{p}_{2.0} = m_2 \bar{u}_2$$
Cantidad de movimiento inicial de la masa 2.

en las cuales $\bar{u}_1$ y $\bar{u}_2$ representan las velocidades iniciales de las masas y, $\bar{v}_1$ y $\bar{v}_2$ representan sus velocidades finales.

$$\bar{I}_1 = m_1 \bar{v}_1 - m_1 \bar{u}_1$$
$$\bar{I}_2 = m_2 \bar{v}_2 - m_2 \bar{u}_2$$

$$\bar{I}_1 = -\bar{I}_2$$
$$m_1 \bar{v}_1 - m_1 \bar{u}_1 = -(m_2 \bar{v}_2 - m_2 \bar{u}_2)$$

$$m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2$$

El lado izquierdo de la igualdad anterior, representa la cantidad de movimiento total inicial del sistema y el lado derecho, representa la cantidad de movimiento total final del sistema. Esto nos conduce al enunciado de la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento:

Si la fuerza externa resultante que actúa sobre un sistema es nula, la cantidad de movimiento total del sistema se conserva.

Esta ley es muy importante, ya que se satiface independientemente del tipo de fuerzas que intervienen en el sistema, con la condición de que sean internas al mismo.

Una de las aplicaciones de dicha ley, es la que se refiere a choques frontales entre dos masas, como se ilustra en la figura 2.

En un choque frontal, las masas tienen siempre la misma dirección, es decir, están confinadas a moverse sobre una misma línea recta, pudiendo cambiar solamente su sentido. De lo anterior, se tiene que es posible suprimir el carácter vectorial de la ecuación (5) y manejarla en forma escalar, es decir

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Ejemplo 2.
Un proyectil de 2 kilogramos es disparado por un cañón cuya masa es de 360 kilogramos. Si el proyectil sale con una velocidad de 480 m/s, ¿Cuál es la vel. de retroceso del cañón?

Datos: $m_1 = 2\,kg;\ u_1 = 0\frac{m}{s};\ m_2 = 360\,kg;\ u_2 = 0\frac{m}{s};\ v_1 = 480\frac{m}{s}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

De acuerdo con la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento y considerando como un sistema aislado al cañón y al proyectil.

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Puesto que antes de la explosión m_1 y m_2 están en reposo.

$$v_2 = \frac{-m_1 v_1}{m_2}$$

Despejando v_2, que es la velocidad de retroceso del cañón.

$$v_2 = \frac{-(2\,kg)\left(480\frac{m}{s}\right)}{(360\,kg}$$

$$v_2\ -2.66\frac{m}{s}$$

El signo negativo indica que el cañón se mueve en sentido contrario al proyectil.

COLISIONES ELÁSTICAS E INELÁSTICAS

En una colisión o choque ocurren ciertos cambios, los cuales se analizarán a continuación. Por simplicidad, se considerará que el movimiento, antes y después de la colisión, es en dirección horizontal, de tal forma que no hay cambio en la energía potencial del sistema. Si embargo, las velocidades de las masas varían, y esto da como resultado un cambio en sus energías cinéticas.

Si la energía cinética total de un sistema permanece constante, se dice que la colisión ha sido completamente elástica.

En este caso, no se pierde energía en forma de calor o deformación durante el choque. Un choque completamente elástico es un caso ideal, aunque existen algunas colisiones en donde participan bolas de billar, de acero, de boliche; moléculas, átomos y partículas subatómicas, las cuales al chocar porducen una colisión aproximadamente elástica.

Los choques en donde no se conserva la energía cinética se dice que son colisiones inelásticas.

Como por ejemplo, al chocar un automóvil contra una barda, la energía cinética que traía el automóvil se transforma una parte en trabajo (para deformar permanentemente el vehículo) y la otra en calor. Por otra parte, en una colisión completamente inelástica, las masas que chocan, permanecen unidas después del impacto. En general, las colisiones inelásticas se caracterizan por la deformación de los objetos que chocan y la generación de calor a partir de sus energías cinéticas iniciales.

Si dos masas chocan frontalmente entre sí como se muestra en la figura 2, y si la colisión es elástica, se tiene que:

- La cantidad de movimiento se conserva.
$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
- Se conserva la energía cinética, por ser una colisión elástica
$$\frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

Veamos los siguientes ejemplos para ilustrar su aplicación.

Ejemplo 3.
Una bola de 0.2 kilogramos que se mueve con una velocidad de 3 m/s, a lo largo del eje +x, choca de frente con otra bola de 0.6 kilogramos, inicialmente en reposo. Si después del choque, la segunda masa adquiere una velocidad de 1.5 m/s en la dirección del eje +x,
a) ¿Cuál es la velocidad de la primera masa después del choque?
b) ¿De qué tipo de colisión se trata?

Datos; $m_1 = 0.2\,kg;\ u_1 = 3\frac{m}{s};\ m_2 = 0.6\,kg;\ u_2 = 0;$

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$m_1u_1 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$v_1 = \frac{m_1u_1 - m_2v_2}{m_1}$$

$$v_1 = \frac{0.2\,kg \cdot 3\frac{m}{s} - 0.6\,kg \cdot 1.5\frac{m}{s}}{0.2\,kg}$$

$$v_1 = \frac{0.6\,kg\frac{m}{s} - 0.9\,kg\frac{m}{s}}{0.2\,kg}$$

$$v_1 = -1.5\frac{m}{s}$$

El signo negativo indica que la primera masa rebota en sentido contrario a su movimiento original.

b) Para determinar de qué tipo es el choque, se calcula la energía cinética total antes y después del choque; si el valor es el mismo, entonces, el choque es elástico.

$$E_{(k\ total\ )antes} = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2$$

Cálculo de la energía cinética total antes del choque.

$$E_{kt_{antes}} = \frac{1}{2}(0.2\,kg)(3\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(0.6\,kg)(0)^2$$

$$E_{kt_{antes}} = 0.9\,J$$

$$E_{kt_{después}} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

$$E_{kt_{después}} = \frac{1}{2}(0.2\,kg)(-1.5\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(0.6\,kg)(1.5\frac{m}{s})^2$$

$$E_{kt_{después}} = 0.225\,J + 0.675\,J = 0.9\,J$$

$$E_{kt_{después}} = E_{kt_{antes}}$$

Observando estos resultados se concluye que el choque es elástico.

Un ejemplo típico de choque inelástico es el de una bala que se incrusta en un bloque de madera poniéndolo en movimiento. En este caso, una parte de la energía cinética de la bala hace el trabajo de moverlo y el resto se transforma en calor. Este choque es completamente inelástico. Para ilustrar lo anterior, consideraremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.

Una bala de 10 gramos y de rapidez desconocida se dispara contra un bloque de madera de 2 kilogramos que está suspendido del techo mediante una cuerda. La bala choca contra el bloque y se incrusta en él. Después de la colisión, el bloque y la bala oscilan hasta alcanzar una altura de 30 centímetros sobre la posición inicial. ¿Cuál será la rapidez de la bala un instante antes de la colisión?

Datos: $m_1 = 10g = 0.010\,kg$; $m_2 = 2\,kg$; $u_2 = 0\frac{m}{s}$;

$h = 30\,cm = 0.30\,m$

Primeramente se calcula la velocidad de retroceso del bloque con la bala incrustada, después del impacto. Para ello, se aplica la Ley de la Conservación de la Energía, considerando que la velocidad del bloque en el punto más alto es igual a cero.

$$E_1 = E_2$$

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

$$E_{k1} = E_{p2}$$

Considerando que por el punto (1) pasa el nivel de referencia, se tiene que $E_{p1} = 0$ y dado que la masa se detiene en el punto (2), $E_{k2} = 0$.

$$E_{k1} = E_{p2}$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

$$E_{p2} = (m_1 + m_2)\,g\,h$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\,v^2 = (m_1 + m_2)\,g\,h$$

Aquí se considera a la masa como la suma de m_1 y m_2 ya que la bala se incrusta en el bloque. Siendo (v) la velocidad de retroceso del bloque y con la cual inicia su ascenso. $v^2 = 2gh$

De esta ecuación se elimina la suma de masa y se despejó v^2.

$$v^2 = 2\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)(0.30\,m)$$

$$v^2 = 5.88\frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 2.42\frac{m}{s}$$

Es la velocidad de retroceso del bloque con la bala incrustrada en él.

Para calcular la velocidad de la bala antes del impacto,se utiliza la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 + m_2 v_2$$

$$m_1 u_1 = (m_1 + m_2)\,v$$

Donde $u_2 = 0$ porque inicialmente el bloque está en reposo y después del choque las masas (bloque y bala) se mueven con la misma velocidad (v).

$$u_1 = \frac{(m_1 + m_2)\,v}{m_1}$$

Despejando u_1 que es la velocidad de la bala antes del impacto.

$$u_1 = \frac{(0.01kg + 2kg)\left(2.42\frac{m}{s}\right)}{0.01kg}$$

$$u_1 = \frac{(2.01kg)\left(2.42\frac{m}{s}\right)}{0.01kg}$$

$$u_1 = 486.42\frac{m}{s}$$

III. Describe brevemente lo que a continuación se te pide.

1. Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.

____

____

2. Choques elásticos.

____

____

____

____

PROBLEMAS

1. **Calcular el impulso que debe darse a un automóvil de 1,800 kilogramos de masa, que inicialmente se encuentra en reposo, para que desarrolle una velocidad de 70 km/h.**
2. **Un automóvil cuya masa es de 1,950 kilogramos lleva una velocidad de 20 m/s. Al frenar la disminuye a 10 m/s en un tiempo de 4 segundos. ¿Qué valor tiene la fuerza retardadora promedio?**
3. **Una persona de 70 kilogramos de masa corre a una velocidad de 7 m/s. Calcula:**
   a) Su cantidad de movimiento,
   b) La velocidad que debe llevar una persona de 60 kilogramos para tener la misma cantidad de movimiento que la persona de 70 kilogramos.
4. **Un hombre y un niño con masas de 70 kilogramos y 30 kilogramos respectivamente, están parados en medio de una pista de patinar. Se empujan el uno al otro y el hombre retrocede con una rapidez de 2 m/s. ¿Cuál es la velocidad del niño ? (despreciando la fricción)**
5. **Un vagón de ferrocarril choca con otro, de igual masa, y que inicialmente se encuentra en reposo. Después del choque los dos vagones se enganchan y se mueven a una rapidez de 4 m/s. La masa de cada vagón es de 5 x10^5 kilogramos.**
   a) Antes de la colisión, el primer vagón viajaba a 8 m/s. ¿Cuál es su cantidad de movimiento ?
   b) ¿ Cuál es la cantidad de movimiento total de los dos vagones después de la colisión ?
   c) Determina la energía cinética de los dos vagones antes y después del choque.
   d) ¿A qué se debe la pérdida en energía cinética ?
6. **Un proyectil de 2 kilogramos es disparado por un cañón cuya masa es 350 kilogramos. Si el proyectil sale con una velocidad de 45 m/s, ¿Cuál es la velocidad de retroceso del cañón ?**
7. **Un cuerpo cuya masa es 0.2 kilogramos lleva una velocidad de 3 m/s al chocar de frente con otro cuerpo de 0.1 kilogramos de masa y que va a una velocidad de 2 m/s, en la misma dirección. Considerando al choque completamente inelástico, ¿Qué velocidad llevarán los dos cuerpos después del choque, si permanecen unidos ?**
8. **Se dispara una bala de 0.015 kilogramos en forma horizontal incrustándose en un trozo de madera de 12 kilogramos que está en reposo. La madera y la bala adquieren una velocidad de 0.6 m/s después del impacto. ¿Cuál es la velocidad inicial de la bala ?**

9. Un camión vacío de 3,000 kilogramos rueda libremente a 15 m/s, sobre una carretera horizontal y choca contra un camión cargado de 5,000 kilogramos que está en reposo, pero en libertad de moverse. Si los dos camiones se enganchan entre sí durante el choque,
a) Encuentra su velocidad después del impacto.
b) Compara la energía cinética antes y después del impacto.
c) ¿Cómo se explica la disminución de energía?

10. Un automóvil A de 1,800 kilogramos que viaja al norte a un velocidad de 90 km/h, choca con otro automóvil B de 2,000 kilogramos que viaja a una velocidad de 70 km/h en dirección a 35⊃ al sur del este, como se ve en la figura. Si después del impacto ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad. Calcular el valor de ésta y la dirección que llevarán después del choque.

11. Una bola de billar que está en reposo recibe el impacto de una segunda bola de billar que se mueve a 10 m/s. Ambas bolas tienen una masa de 0.17 kilogramos. Después del choque, la segunda bola se mueve a 60⊃ hacia la izquierda de su dirección original. La bola que estaba en reposo sale a 30⊃ hacia la derecha de la dirección original de la segunda bola. ¿Cuál es la velocidad de cada bola después de la colisión?

12. Una camioneta cuya masa es de 2,500 kilogramos viaja a una velocidad de 80 km/h a 40⊃ al norte del este, choca con un automóvil de 1,700 kilogramos que viaja al oeste con una velocidad de 100 km/h, (como se ve en la figura). Después del impacto, ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad. Calcular el valor de dicha velocidad y su dirección.

13. Un automóvil de 1,500 kilogramos marcha hacia el este con una velocidad de 20 m/s y choca con un tractor de 7,500 kilogramos que lleva una velocidad de 5 m/s y se dirige a 30⊃ al sur del este, como se muestra en la figura. Los dos vehículos quedan unidos después del choque. Calcula la velocidad y la dirección que llevarán después del impacto.

APÉNDICE A

DEFINICIÓN DE LAS UNIDADES

metro (m). *El metro es la longitud igual a 1;650,763.73 longitud de onda en el vacio de la luz rojo-naranja del Kriptón 86. (1960).*

kilogramo (kg). *El kilogramo es la unidad de masa igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo. (Este prototipo internacional del kilogramo es un cilindro especial de aleación de platino e iridio que se conserva en la oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sevres Francia. (1889).*

segundo (s). *El segundo es igual a la duración de 9;192;2631,770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre niveles hiperfino del estado base del átomo de cesio 133. (1967).*

Ampere (A). *El ampere es la corriente constante que, si fuera mantenida entre dos conductores rectos y paralelos de longitud infinita y de sección transsversal despreciable, colocados en el vacío y separados por un metro, produciría entre ambos conductores una fuerza igual a 2x10-7 newton por metro de longitud. (1946).*

Kelvin (K). *El Kelvin es la fracción 1 /273.16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua. (1967).*

candela (cd). *La candela es la intensidad, en la dirección perpendicular, de superficie de 1/600,000 metro cuadrado de un cuerpo negro a la temperatura de congelación del platino bajo una presión de 101325 newton po metro cuadrado. (1967).*

mol (mol). *Un mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantos partículas elementales como atomos hay en 0.012 kilogramos de carbono 12. (1971).*

9. Un camión vacío de 3,000 kilogramos rueda libremente a 15 m/s, sobre una carretera horizontal y choca contra un camión cargado de 5,000 kilogramos que está en reposo, pero en libertad de moverse. Si los dos camiones se enganchan entre sí durante el choque,
a) Encuentra su velocidad después del impacto.
b) Compara la energía cinética antes y después del impacto.
c) ¿Cómo se explica la disminución de energía?

10. Un automóvil A de 1,800 kilogramos que viaja al norte a un velocidad de 90 km/h, choca con otro automóvil B de 2,000 kilogramos que viaja a una velocidad de 70 km/h en dirección a 35⊃ al sur del este, como se ve en la figura. Si después del impacto ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad. Calcular el valor de ésta y la dirección que llevarán después del choque.

11. Una bola de billar que está en reposo recibe el impacto de una segunda bola de billar que se mueve a 10 m/s. Ambas bolas tienen una masa de 0.17 kilogramos. Después del choque, la segunda bola se mueve a 60⊃ hacia la izquierda de su dirección original. La bola que estaba en reposo sale a 30⊃ hacia la derecha de la dirección original de la segunda bola. ¿Cuál es la velocidad de cada bola después de la colisión?

12. Una camioneta cuya masa es de 2,500 kilogramos viaja a una velocidad de 80 km/h a 40⊃ al norte del este, choca con un automóvil de 1,700 kilogramos que viaja al oeste con una velocidad de 100 km/h, (como se ve en la figura). Después del impacto, ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad. Calcular el valor de dicha velocidad y su dirección.

13. Un automóvil de 1,500 kilogramos marcha hacia el este con una velocidad de 20 m/s y choca con un tractor de 7,500 kilogramos que lleva una velocidad de 5 m/s y se dirige a 30⊃ al sur del este, como se muestra en la figura. Los dos vehículos quedan unidos después del choque. Calcula la velocidad y la dirección que llevarán después del impacto.

APÉNDICE A

DEFINICIÓN DE LAS UNIDADES

metro (m). *El metro es la longitud igual a 1;650,763.73 longitud de onda en el vacio de la luz rojo-naranja del Kriptón 86. (1960).*

kilogramo (kg). *El kilogramo es la unidad de masa igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo. (Este prototipo internacional del kilogramo es un cilindro especial de aleación de platino e iridio que se conserva en la oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sevres Francia. (1889).*

segundo (s). *El segundo es igual a la duración de 9;192;2631,770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre niveles hiperfino del estado base del átomo de cesio 133. (1967).*

Ampere (A). *El ampere es la corriente constante que, si fuera mantenida entre dos conductores rectos y paralelos de longitud infinita y de sección transsversal despreciable, colocados en el vacío y separados por un metro, produciría entre ambos conductores una fuerza igual a 2x10-7 newton por metro de longitud. (1946).*

Kelvin (K). *El Kelvin es la fracción 1 /273.16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua. (1967).*

candela (cd). *La candela es la intensidad, en la dirección perpendicular, de superficie de 1/600,000 metro cuadrado de un cuerpo negro a la temperatura de congelación del platino bajo una presión de 101325 newton po metro cuadrado. (1967).*

mol (mol). *Un mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantos partículas elementales como atomos hay en 0.012 kilogramos de carbono 12. (1971).*

BIBLIOGRAFÍA

1.- Alba Andrade, Fernando. "**EL DESARROLLO DE LA TECNOLOGÍA. LA APORTACIÓN DE LA FÍSICA**".
Ed. Fondo de cultura Económica.

2.- Blackwood, O.H.: at. al. "**FÍSICA GENERAL**".
Ed. CECSA. 1ª. Edicion.

3.- Blatt, Frank J. "**FUNDAMENTOS DE FÍSICA**".
Ed. Prentice Hall.

4.- Bueche, Frederick J. "**FUNDAMENTOS DE FÍSICA (TOMOS I Y II)**".
Ed. Mc. Graw Hill. 5ª. Edición (3ª. Edición en Español).

5.- Bernal, John D. "**LA CIENCIA EN LA HISTORIA (TOMO I)**".
Ed. Nueva Imagen (UNAM).

6.- Bravo, Silvia. "**LA CIENCIA SU MÉTODO Y SU HISTORIA**".
Ed. Cuadernos del Instituto de Geofísica (UNAM).

7.- Bravo, silvia. "**¿USTED TAMBIÉN ES ARISTOTÉLICO?**".
Ed. Cuaderno del Instituto de Geofísica (UNAM).

8.- Flores Montejano, Adelaido. Héctor A. Domínguez. "**PIONEROS DE LA FÍSICA**".
Ed. Trillas.

9.- Kuhn, T. S. "**LAS ESTRUCTURAS DE LAS REVOLUCIONES CIENTÍFICAS**".
Ed. Fondo de Cultura Económica.

10.- Félix-Oyarzabal-Velazco. "**LECCIONES DE FÍSICA**".
Ed. CECSA. 1ª. Edición.

11.- Haber-Schim, Uri: et. al. "**FÍSICA: PSSC (TOMOS I Y II)**".
Ed. REVERTE, S. A. 3ª. Edición.

12.- Murphy-Smoot. "**FÍSICA: PRINCIPIOS Y PROBLEMAS**".
Ed. CECSA.

13.- Murphy-Hollon-Zitzewitz-Smoot. "**FÍSICA: UNA CIENCIA PARA TODOS**".
Ed. Merrill Publishing Company. Columbus, Ohio.

14.- Mosqueira R. Ing. Salvador. "**FÍSICA PREUNIVERSITARIA**".
Ed. CECSA.

15.- Pérez Montiel, Héctor. "**FÍSICA GENERAL**".
Ed. Publicación Cultural. 1ª. Edición.

16.- Tipler, Paul A. "**FÍSICA: TOMOS I Y II**".
Ed. REVERTE, S. A. 2ª. Edición.

17.- Tippens, Paul E. "**FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES**".
Ed. Mc. Graw Hill. 3ª. Edición (2ª. Edición en Español).

18.- Wilson, Jerry D. "**FÍSICA CON APLICACIONES**".
Ed. Mc. Graw Hill. 2ª. Edic