**II. Describe brevemente lo que enseguida se te plantea.**

a) Primera Ley de Kepler.

b) Tercera Ley de Kepler.

c) Ley de la Gravitación Universal.

d) El concepto de gravedad, según Albert Einstein.

## PROBLEMAS DE GRAVITACIÓN

1. **Utiliza los siguientes datos para determinar la fuerza gravitacional entre Júpiter y el Sol.**
   **$m_1 = 1.98 \times 10^{30}$ kg (masa del Sol).**
   **$m_2 = 18 \times 10^{26}$ kg (masa de Júpiter).**
   **$r = 7.8 \times 10^{11}$ m (distancia entre Júpiter y el Sol)**
2. **Dos satélites de igual masa son puestos en órbita, de forma que sus centros están separados 20 metros. Si la fuerza gravitacional entre ellos es de $2.4 \times 10^{-7}$ N. ¿Cuál es la masa de los satélites?**
3. **Un satélite se encuentra en una órbita circular estable, a una altura de 520 kilómetros sobre la superficie terrestre.**
   **a) ¿Cuál es la rapidez orbital tangencial del satélite?**
   **b) ¿Cuál es su periodo?**
4. **La masa de la Tierra es $6 \times 10^{24}$ kg, cuando los centros de la Tierra y la Luna están separados $3 \times 10^{8}$ m, la fuerza gravitacional entre ellas es de $1.9 \times 10^{20}$ N. Determina la masa de la Luna.**
5. **¿A qué distancia deben estar separados dos cuerpos, uno de 1,000 kilogramos y el otro de 2,000 kilogramos, si la fuerza de atracción entre ellos es de $1.78 \times 10^{-3}$ N**



# UNIDAD V
# TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

## TRABAJO

En la vida cotidiana la palabra trabajo se refiere a cualquier actividad que represente un esfuerzo físico o mental. En Física se considera el concepto de trabajo en un sentido más técnico, con la intención de medirlo o calcularlo. Se realiza un trabajo cuando subimos una escalera, destapamos un refresco, movemos una silla, levantamos una caja. En todos estos ejemplos hay algo en comn y es el hecho de que en ellos se aplica una fuerza para mover un objeto a lo largo de un determinado desplazamiento. Es decir, **una fuerza que actúa sobre un objeto realiza un trabajo cuando el objeto se mueve en una determinada dirección.**

El siguiente estudio del trabajo lo haremos considerando el movimiento en una dimensión y bajo la acción de una fuerza constante, tomando en cuenta lo anterior, el trabajo efectuado sobre un cuerpo se puede definir como:

El trabajo **W** realizado por una fuerza constante es proporcional al producto de la magnitud de la feurza **F** por la magnitud del desplazamiento s a través del cual actúa la fuerza por el **coseno** del ángulo (θ) entre la fuerza y el desplazamiento. **$W = F\,s\cos(\theta)$** (1)

Aunque el desplazamiento y la fuerza son cantidades vectoriales, el trabajo es una cantidad escalar. Se puede analizar al producto *s cos (θ)* como la componente del desplazamiento en la dirección de la fuerza F, o bien, el producto F cos (θ) como la componente de la fuerza en la dirección de desplazamiento. Esto sugiere que el trabajo puede calcularse de dos maneras distintas, que dan el mismo resultado. En nuestro estudio utilizaremos primeramente la ecuación (1) y en el otro caso la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Analizaremos ahora algunas situaciones donde se aplica una fuerza sobre un cuerpo y se desplaza bajo la acción de dicha fuerza.

*Caso 1*. El caso más sencillo es aquel donde la fuerza constante de magnitud **F** actúa sobre un objeto que se desplaza una magnitud s en línea recta en la misma dirección y sentido de la fuerza aplicada, para este caso $\theta = 0°$ (ver figura 1), entonces por (1), tenemos:

$$W = F\ s \cos(0°)$$

$$W = F\ s\ (1)$$

$$W = F\ s$$

En este caso decimos que el trabajo es **positivo** porque la fuerza tiene el mismo sentido que el desplazamiento. Por otro lado, cuando un cuerpo se "levanta" bajo la acción de la fuerza, el trabajo es **positivo** porque la fuerza actúa hacia "arriba" y el desplazamiento del cuerpo también es hacia "arriba". Es conveniente recordar que el máximo valor del cos(θ) es igual a 1, por lo que la expresión **W = F** s representa **el valor máximo del trabajo realizado por la fuerza (F).**

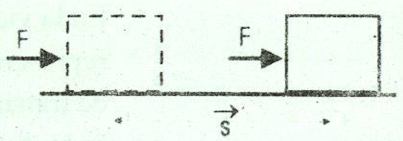


*Fig. 1.*

*Caso 2*. Ahora analizaremos cuando la fuerza **F** está en la misma dirección que el desplazamiento s pero en sentido contrario o sea que se opone al movimiento, en este caso $\theta = 180°$ (ver figura 2) y por (1), tenemos que:

$$W = F\ s \cos(180°)$$

$$W = F\ s\ (-1)$$

$$W = -F s$$

En este caso decimos que el trabajo es **negativo** porque la fuerza tienen sentido contrario al desplazamiento. Como consecuencia de esto tenemos que, cuando un cuerpo es "bajado lentamente" se debe ejercer una fuerza hacia "arriba" y el trabajo hecho por dicha fuerza es **negativo**, ya que la fuerza actúa hacia arriba y el desplazamiento del cuerpo es hacia abajo. También, el trabajo realizado por la fuerza de fricción sobre un cuerpo que se desliza, siempre es negativo, ya que ésta se opone al movimiento.

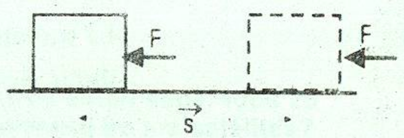


*Fig. 2*

*Caso 3*. (a) Cuando se sostiene un cuerpo a cierta altura mediante la aplicación de la fuerza F vertical, sin moverlo (s = 0) (b) cuando lo movemos horizontalmente un desplazamiento s (ver figura 3), en este caso $\theta$ = **90°**.



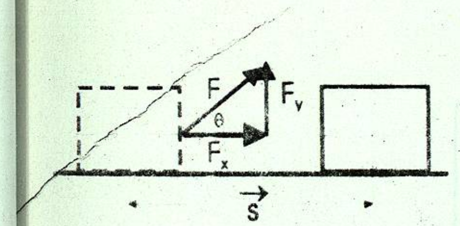


*Fig. 4.*

a) Para el caso de s = 0

$$W = F\ (0) \cos(\theta)$$

$$W = 0$$

b) Para el caso de $\theta = 90°$

$$W = F\ s \cos(90°)$$

$$W = F\ s\ (0)$$

$$W = 0$$

En base a estos casos, primeramente vemos que si no hay un desplazamiento el trabajo es igual a **cero**, aunque es problable que se realize un gran esfuerzo para sostener el cuerpo, y en segunda instancia, si el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es de 90° el trabajo es igual a **cero**, por otro lado, sin una fuerza, **no existe el trabajo**. De la misma manera, el trabajo hecho por la fuerza normal (N) ejercida por una superficie sobre un cuerpo que se desliza sobre ella, es igual a **cero**, ya que la fuerza normal no tiene una componente en la dirección del movimiento ($\theta = 90°$). También en el movimiento circular sobre un cuerpo, el trabajo hecho por la fuerza centrípeta es igual a **cero**, ya que ésta es perpendicular ($\theta = 90°$) a la dirección del movimiento del cuerpo.

*Caso 4*. Cuando la fuerza y el desplazamiento no tienen dirección, por lo general, se determina -como se dijo anteriormente- la componente de la fuerza en la dirección de dicho desplazamiento (ver figura 4), por lo cual tenemos:

$$W = F_X\ s$$

$$W = F \cos(\theta)\ s$$

$$W = F\ s \cos(\theta)$$

Para este caso, el trabajo para mover el cuerpo lo realiza la componente de la fuerza ($F_X$) en la dirección del movimiento y como no hay movimiento vertical, entonces $F_Y$ no realiza ningún trabajo.

*Caso 5*. Por último, analizaremos el trabajo para levantar y bajar un cuerpo **a velocidad constante** (ver figuras 5(a) y 5(b)). Para levantar el cuerpo se debe aplicar una fuerza igual al peso (en realidad se necesita una fuerza un poco mayor que esta, pero solamente en el primer instante) para llevarla hasta una altura **h** a partir de la superficie de la Tierra, entonces se tiene que:

a) Trabajo para levantar un cuerpo. fig. 5(a):

$$W = mg$$

porque el movimiento es a velocidad constante y s = h, entonces

$$W = mgh \ (1)$$

$$W = mgh$$

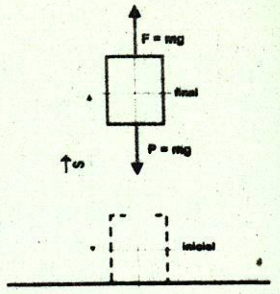
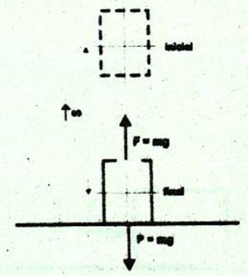


*Fig. 5a.*

Como mencionamos anteriormente, el trabajo en este caso es positivo.

b) Trabajo para bajar un cuerpo. Fig. 5(b).

$$W = F\, s \cos(180°)$$



como f = mg y s = h, entonces:

$$W = mgh\,(-1)$$

$$W = -mgh$$

en este caso el trabajo es negativo.

La unidad del trabajo en cualquier sistema es la unidad de la fuerza por la unidad de longitud. En el sistema internacional (SI) la unidad de trabajo es Nm, conocida como el **joule**, entonces:

$$1 \text{ joule (J)} = 1 \text{ Nm}$$

*Un joule (J) se define como el trabajo realizado por una fuerza de un newton a lo largo de una distancia de 1 metro, en la dirección de la fuerza aplicada.*

En el sistema cgs la unidad de trabajo es una dina-cm, conocida como el erg.

$$1 \text{ erg} = 1 \text{ dina-cm}$$

*Un erg equivale al trabajo realizado por una fuerza de una dina a lo largo de una distancia de 1 centímetro, en la dirección de la fuerza aplicada.*

Tomando en cuenta las equivalencias del newton con la dina y el metro con el centímetro, tenemos:

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ ergs}$$



En el Sistema Técnico Británico la unidad es la libra-pie (lb- ft), la cual no tiene un nombre específico y comparándola con la unidad del Sistema Internacional, resulta:

$$1 \text{ J} = 0.73 \text{ lb-pie}$$

Dado que el trabajo es una cantidad escalar, si sobre un mismo cuerpo se encuentran aplicadas dos o más fuerzas, para calcular el trabajo resultante que estas realizan sobre el cuerpo, se calcula el trabajo que efectúan cada una de ellas y se lleva a cabo la suma de estos resultados. La suma es aritmética ya que se trata de cantidades escalares. El resultado sería el mismo si primero se calcula la fuerza resultante de todas las fuerzas y luego el trabjo que realiza esta fuerza o su componente a lo largo del desplazamiento.

**Ejemplo 1.**

**¿Qué fuerza se requiere para levantar una caja de 8 kilogramos a una altura de 2 metros? ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza aplicada, para levantar la caja a dicha altura?. Considérese que este movimiento se realiza a velocidad constante.**
**Datos: m = 8 kg; h = 2 m**

$$F = w = m\,g$$

**Como el movimiento se da a velocidad cons-tante, la fuerza aplicada es igual al peso.**

$$w = mg = (8 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$F = 78.4 \text{ N}$$

$$W = F\,s$$

$$W = w\,h$$

$$W = (78.4 \text{ N})(2 \text{ m}) = 156.8 \text{ N m}$$

$$W = 156.8 \text{ J}$$

**Ejemplo 2.**

**Un bloque de 5 kilogramos colocado en un plano horizontal con un coeficiente de fricción cinética de 0.3, es jalado por una fuerza de 60 N que forma un ángulo de 40° con la horizontal. Si el desplazamiento del bloque es de 3.4 metros, calcular,**
**a) El trabajo hecho por cada una de las fuerzas que actúan sobre la masa.**
**b) El trabajo hecho por la fuerza resultante.**
**Datos: m = 5 kg; w = mg = 49 N; $\mu_k$ = 0.3; F = 60 N; $\theta$ = 40°; s = 3.4 m**

**a) De la figura se observa que las fuerzas que actúan sobre la masa son: la fuerza F, la fuerza de fricción cinética ($f_k$), la fuerza normal (N) y el peso del cuerpo (w). De estas fuerzas, F se descompone en $F_x$ en la dirección horizontal y $F_y$ en la dirección vertical. Las fuerzas N, w y Fy no realiza trabajo sobre la masa ya que son perpendiculares al movimiento, por lo tanto**

$$W_N = 0$$
$$W_w = 0$$
$$W_{Fy} = 0$$

**Cálculo del trabajo hecho por la componente de la fuerza en la dirección del movimiento ($W_{Fx}$)**

$$W_{Fx} = F_x\, s$$
$$F_x = F \cos 40°$$
$$W_{Fx} = F \cos 40° \,(s)$$
$$W_{Fx} = (60\ N)(0.766)(3.4\ m$$
$$W_{Fx} = 156.26\ N\,m$$
$$W_{Fx} = 156.26\ J$$

**Cálculo del trabajo hecho por la fuerza de fricción ($f_k$)**

$$W_{f_k} = -f_k\, s$$

**Recuerda que el signo negativo es porque la fuerza de fricción actúa en sentido contrario al movimiento.**

$$f_k = \mu_k N \quad (*)$$
$$N + F_y = w$$
En la dirección vertical
$$N = w - F_y$$
$$F_y = F \text{ sen } 40°$$
$$f_k = \mu_k (w - F \text{ sen } 40°)$$

**Sustituyendo ambas expresiones de N y $F_y$ en la ecuación (*).**

$$W_{f_k} = -\mu_k (w - f \text{ sen } 40°)$$
$$W_{f_k} = -(0.3)[49\,N - (60\,N)(0.642)](3.4\,m)$$
$$W_{f_k} = -(0.3)[49\,N - 38.52\,N](3.4\,m)$$
$$W_{f_k} = -(0.3)[10.48\,N](3.4\,m)$$
$$W_{f_k} = -10.68\,N\,m$$
$$W_{f_k} = -10.68\,J$$

**b) Para calcular el trabajo resultante (W R), primero se obtiene el valor de la fuerza resultante ($F_R$) en la dirección del movimiento**

$$F_R = F_x - f_k$$
$$F_R = F \cos 40° - \mu_k (w - F \text{ sen } 40°)$$



$$F_R = (60\ N)(0.766) - (0.3)[49\ N - (60\ N)(0.642)]$$
$$F_R = 45.96\ N - 3.14\ N$$
$$F_R = 42.82\ N$$
$$W_R = F_R\, s$$
$$W_R = (42.82\ N)(3.4\ m)$$
$$W_R = 145.58\ N\,m$$
$$W_R = 145.58\ J \quad W_R = W_N + W_w + W_{Fy} + W_{f_k} + W_{Fx}$$
$$W_R = 0 + 0 + 0 - 10.68J + 156.26\ J$$
$$W_R = 145.58\ J$$

**Se puede comprobar que este trabajo resultante ($W_R$) es igual a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas.**

**Ejemplo 3.**

**Un bloque de 80 kilogramos se mueve sobre un plano de 9 metros de longitud y con una inclinación de 30°, si el coeficiente de fricción cinética es de 0.25 y se aplica una fuerza de 820 N paralela al plano y hacia arriba.**

**a) Calcular el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque, para llevarlo del punto más bajo al punto más alto.**

**b) Calcular el trabajo resultante y comprobar que es igual al trabajo neto realizado por las fuerzas aplicadas.**

**Datos: m = 80 kg; $\theta$ = 30°; $\mu_k$ = 0.25; F = 820 N; s = 9 m**

**a) De la figura se observa que las fuerzas que actúan son: la fuerza (F), la fuerza de fricción ($f_k$), la fuerza normal (N) y el peso (w). Ahora se debe calcular el trabajo realizado por cada una de ellas: $W_N$, $W_F$, $W_{f_k}$, $W_{wx}$ y $W_{wy}$, donde $W_{wx}$ es el trabajo hecho por la componente del peso en *x* y $W_{wy}$ es el trabajo hecho por la componente del peso en *y*. Primeramente se calcula $W_N$ (trabajo hecho por la normal). Como la fuerza normal (N) es perpendicular al movimiento, entonces no realiza ningún trabajo, es decir**

$$W_N = 0$$
$$W_F = F\, s$$

**Cálculo del trabajo hecho por la fuerza aplicada ($W_F$)**

$$W_F = (820\ N)(9\ m)$$
$$W_F = 7{,}380\ N\,m$$
$$W_F = 7{,}380\ J$$
$$W_{f_k} = -f_k\, s$$

**Cálculo del trabajo hecho por la fuerza de fricción ($W_{f_k}$), en donde $W_{f_k}$ tiene signo negativo porque la fuerza de fricción ($f_k$), actúa en sentido contrario al movimiento.**

$$f_k = \mu_k N$$