$$E = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

$$E = (5\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(50\,m) + \frac{(5\,kg)\left(20\,\frac{m}{s}\right)^2}{2}$$

$$E = 2450\,Nm + 1000\,Nm$$

$$E = 3450\,Nm$$

$$E = 3450\,J$$

Ejemplo 8.

Una maceta con una masa de 16 kilogramos, cae desde un tercer piso ubicado a 8 metros de altura.

a) ¿Cuál es su energía cinética al chocar contra el piso?

b) ¿Con qué velocidad llega al piso?

c) ¿Cuál es su velocidad cuando ha descendido 6 metros?

a) Tomando en cuenta la ley de la conservación de la energía mecánica para los puntos (0) y (1), tenemos:

$$E_0 = E_1$$

$$E_{KO} + E_{po} = E_{K1} + E_{P1}$$

$$\text{Como } E_{KO} = 0 \text{ y } E_{P1} = 0 \quad E_{PO} = E_{K1}$$

$$E_{PO} = mgh$$

$$E_{K1} = mgh$$

$$E_{K1} = (16\,kg)(9.8\,m/s^2)(8\,m)$$

$$E_{K1} = 1{,}254.4\,J$$

b) Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, se puede emplear

$$E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$V_1^2 = \frac{2E_{k1}}{m}$$

$$v_1^2 = \frac{2(1254.40\,J)}{16\,kg}$$

$$v_1 = 12.52\,\frac{m}{s}$$

c) Cuando la maceta ha descendido 5 metros, se encuentra a 3 metros sobre el nivel del suelo

$E_0 = E_2$

$$E_{PO} = E_{K2} + E_{P2}$$

$$E_{K2} = E_{PO} - E_{P2}$$

$$m\left(\frac{v_2^2}{2}\right) = mgh_o - mgh_2$$

$$\frac{m(v_2^2}{2} = mg(h_o - h_2)$$

$$v_2^2 = mgh$$

eliminando m en ambos lados de la ecuación y despejando v_2^2 y con $h_o - h_2 = 5$ m.

$$v_2^2 = 2(9.8\,\frac{m}{s^2})(5\,m)$$

$$v_2^2 = 9.93\,\frac{m}{s}$$

Un segundo caso que vamos a estudiar, es el de un péndulo, el cual inicia su movimiento de oscilación desde una cierta altura (h), con respecto al nivel más bajo de su recorrido, como se muestra en la figura 9.

El movimiento del péndulo se realiza bajo la acción de la gravedad y su trayectoria es circular. Consideremos que el nivel de referencia pasa por el punto más bajo de su trayectoria y que la masa inicia su movimiento a partir del reposo (1).

En este movimiento se observa que en el punto (1) la energía es puramente potencial (E_p) ya que su energía cinética (E_k) es cero y a medida que el objeto desciende, la energía potencial disminuye, aumentando su energía cinética en la misma proporción, hasta llegar a su punto más bajo (2), en donde su energía mecánica es puramente energía cinética (E_k). Posteriormente, inicia su ascenso de tal forma que su energía cinética disminuye, aumentando su energía potencial en la misma proporción, hasta alcanzar el punto más alto (3), en donde el objeto se detiene y su energía mecánica vuelve a ser puramente potencial. A partir del análisis anterior, se tiene que

$$E_1 = E_2 = E_3 \qquad (12)$$

Esta igualdad se satisface ya que sobre el sistema solamente actúa la atracción de la gravedad, la cual es una fuerza conservativa. De acuerdo a la ecuación (11), este resultado se puede aplicar a cualquier punto de la trayectoria, como por ejemplo el punto (4), en donde

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4$$

con la aclaración de que la energía mecánica en este punto (4) es la suma de la energía cinética y potencial, no siendo ninguna de ellas cero (como en los otros puntos de referencia); sin embargo, la suma de dichas energías es igual a la energía mecánica en los tres puntos anteriormente citados.

Un problema que frecuentemente se plantea, es el cálculo de la velocidad en el punto más bajo de su trayectoria, conociendo la altura (h) desde la que se soltó. Para esto se aplica el principio de conservación de la energía mecánica, entre los puntos 1 y 2 de su trayectoria, es decir

$$E_1 = E_2$$

Este resultado es el mismo que se obtuvo con las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, lo cual indica que si se cumple la conservación de la energía mecánica, entonces, en su aplicación no importa la trayectoria a seguir, sino solamente los puntos inicial y final del recorrido. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 6.
Un péndulo simple consta de una masa suspendida mediante una cuerda, como se muestra en la figura. Si la masa es de 0.4 kilogramos y la cuerda tiene una longitud de 1.5 metros, despreciando la fricción del aire, calcular:
a) La rapidez en el punto B.
b) La energía cinética en el punto B.
Datos: $m = 0.4\,kg;\ l = 1.5\,m$

De acuerdo con la figura

$$\cos 40^\circ = \frac{a}{l}$$
$$a = l \times \cos 40^\circ$$
$$a = (1.5\,m)(0.766)$$
$$a = 1.15\,m$$

$$l = a + h$$
$$h = l - a$$
$$h = 1.5\,m - 1.15\,m$$
$$h = 0.35\,m$$

a) Dado que se trata de un sistema conservativo, se tiene que

$$E_A = E_B$$

En donde E_A es la energía mecánica en el punto A y E_B es la energía mecánica en el punto B.

$$E_A = E_{pA} + E_{kA}$$
$$E_B = E_{pB} + E_{kB}$$

$$E_{pA} + E_{kA} = E_{pB} + E_{kB}$$
$$E_{pA} = E_{kB}$$
$$E_{kB}\ E_{pA}$$

En el punto A el péndulo se encuentra en reposo, es decir, $E_{kA} = 0$. Ahora bien tomando la referencia a partir del nivel más bajo de la trayectoria del péndulo, resulta que $E_{pB} = 0$.

$$\frac{m v_B^2}{2} = m g h$$

$$v_B^2 = 2 g h$$

$$v_B^2 = 2\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(0.35\,m)$$

$$v = 2.62\,\frac{m}{s}$$

b) Para calcular la energía cinética en el punto B se emplea la siguiente ecuación

$$E_{kB} = \frac{m v_B^2}{2}$$

$$E_{kB} = \frac{(0.4\,kg)\left(2.62\,\frac{m}{s}\right)^2}{2}$$

$$E_{kb} = 1.37\,J$$

A continuación se considerará el movimiento de un bloque que se desliza sobre un plano inclinado, en donde se desprecia la fricción. Inicialmente se empuja hacia arriba a velocidad constante mediante una fuerza paralela al plano. Como se observa en la figura 7.

Dado que el bloque se desliza a velocidad constante.

$$F = w_x$$

$$F = w \operatorname{sen} \theta$$

$$F = m g \operatorname{sen} \theta$$

El trabajo realizado por esta fuerza para subir la masa (m) a lo largo del plano inclinado recorriendo una distancia (s) hasta llevarla a la altura (h), será

$$W = F\,s$$

$$W = w_x\,s$$

$$F = w_x$$

$$W = m\,g\,\text{sen}\,\theta\,s$$

$$W = m\,g\,(s\,\text{sen}\,\theta)$$

Como el sen θ = h/s, entonces, h = s sen θ, de tal forma que

$$W = m\,g\,h$$

En esta expresión, h representa la altura a la que se eleva el bloque usando para ello el plano inclinado. Como se podrá apreciar, el trabajo para subir el bloque no depende de la trayectoria a seguir, sino solamente del nivel de referencia, que determina la altura (h). Este trabajo realizado sobre la masa, se almacena en forma de energía potencial $E_p = m\,g\,h$. Si se suelta esta masa desde lo alto del plano, su energía mecánica que es puramente energía potencial (E_p) se va transformando en energía cinética (E_k), de tal forma que al llegar a la base, toda su energía potencial se ha transformado en energía cinética.

$$E_{p1} = E_k$$

Esta expresión se sustenta en el hecho de que la única fuerza que actúa sobre la masa es la atracción gravitacional, la cual es una fuerza conservativa y establece que la pérdida en la energía potencial trae consigo una ganancia igual en energía cinética. Esta igualdad se satisface para cualesquiera dos puntos de la trayectoria, en particular para el 1 y el 3. En el punto (3) el objeto, posee tanto energía potencial como energía cinética.

$$E_1 = E_3$$

$$E_3 = E_{k3} + E_{p3}$$

El siguiente movimiento que se analizará es el de una masa que se desliza libremente sobre un plano inclinado con fricción, desde una cierta altura (h), ubicada en el punto (1), a partir del reposo, ver figura 11.

En este caso, las fuerzas que actúan son: la atracción gravitacional de la Tierra y la fuerza de fricción (f). Como ya se ha visto, el campo gravitacional de la Tierra no produce cambios en la energía mecánica del objeto, por ello se estudiará solamente el efecto de la fuerza de fricción sobre su movimiento. Como la fuerza de fricción realiza un trabajo sobre el objeto, a lo largo de la distancia recorrida, entonces, se produce un cambio en su energía mecánica, es decir

$$W_f = \Delta E$$

En donde el lado derecho de esta expresión (ΔE) representa el cambio en la energía mecánica, de tal forma que

$$W_f = E_2 - E_1$$

siendo E_1 y E_2 la energía mecánica en los puntos inicial y final, respectivamente. Por otra parte, el término del lado izquierdo (W_f) representa el trabajo hecho por la fuerza de fricción.

$$W_f = -f_k\,s$$

A partir de los diferentes movimientos, anteriormente analizados, se puede concluir que:

La energía mecánica de un cuerpo se conserva durante su movimiento, cuando una pérdida en su energía potencial, trae consigo un aumento igual en su energía cinética y viceversa. Este cambio es debido al trabajo hecho por fuerzas conservativas.

Por otra parte, si la fuerza de fricción actúa sobre el movimiento de un cuerpo, produce una disminución en su energía mecánica, es decir, la energía mecánica no se conserva. De lo anterior se puede concluir que la fuerza de fricción no es una fuerza conservativa. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 7.

Un trineo de 50 kilogramos inicialmente en reposo, se desliza hacia abajo desde la cumbre de una colina que tiene una pendiente de 37⊃ y 480 metros de longitud. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.24, ¿Cuál es la velocidad del trineo al pie de la colina?

Datos: $m = 50\,kg$; $s = 480\,m$; $\theta = 37°$; $\mu_k = 0.24$; $v_o = 0$

$$\text{sen}\,37° = h/s$$

$$h = s \times \text{sen}\,37°$$

$$h = (480\,m)(0.602)$$

$$h = 288.96\,m$$

Puesto que el sistema es no conservativo.

$$W_f = \Delta E$$

$$\Delta E = W_f$$

$$E_B - E_A = W_f$$

En donde la diferencia de la energía mecánica (E_B - E_A) es el cambio en la energía mecánica, debido al trabajo hecho por la fuerza de fricción.

$$E_B = E_A + W_f$$

$$E_A = E_{pA} + E_{kA}$$

$$E_B = E_{pB} + E_{kB}$$

$$E_{pB} + E_{kB} = E_{pA} + E_{kA} + W_f$$

$$E_{kB} = E_{pA} + W_f$$

Dado que el trineo inicia su movimiento desde el reposo, entonces, E_{kA} = 0; por otro lado, tomando como referencia el plano horizontal, se tiene que E_{pB} = 0.

$$E_{pA} = m g h$$

$$E_{pA} = (50\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(288.96\,m)$$

$$E_{pA} = 141590.40\,J$$

El trabajo hecho por la fuerza de fricción es

$$W_f = -f s$$

$$f = \mu_k N \quad y \quad N = w_y = w \cos 37^\circ$$

$$W_f = -\mu_k m g \cos 37^\circ$$

$$W_f = -(0.24)(50\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(0.700)(480\,m)$$

$$W_f = -45101.95$$

Para calcular la velocidad del trineo al pie de la colina (v_B) se utiliza la expresión

$$E_{kB} = E_{pA} + W_f$$

$$E_{kB} = 141590.40\,J - 45101.95\,J$$

$$E_{kB} = 96488.45\,J$$

$$E_{kB} = \frac{m v_B^2}{2}$$

$$v_B^2 = \frac{2 E_{kB}}{m}$$

$$v_B^2 = \frac{2\left(96488.45\,kg\,\frac{m}{s^2}\cdot m\right)}{50\,kg}$$

$$v_B^2 = 3859.4\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$v_B = 62.12\,\frac{m}{s}$$

LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Como ya hemos visto, un sistema cambia su energía, si sobre él se realiza un trabajo, o bien, si el sistema realiza un trabajo sobre un objeto. Es decir, si el sistema interacciona con el exterior, su energía total no se conserva. Por otro lado, si el sistema se encuentra aislado, aunque su energía mecánica cambie, la energía total permanece constante, de tal manera que la energía puede transformarse de una forma a otra, pero la energía total siempre permanece igual. Siendo la energía total la suma de todas las diferentes energías del sistema (cinética, potencial, calorífica, eléctrica, etc.).

Lo anterior nos lleva a enunciar el principio fundamental de la Física conocido como la Ley de la Conservación de la Energía:

La energía total de un sistema aislado, no se crea ni se destruye sólo se transforma.

POTENCIA

El tiempo necesario para llevar a cabo un trabajo o la rapidez con la cual se realiza es de gran importancia en muchas aplicaciones técnicas. Al realizar un trabajo por ejemplo, subir un escritorio de un piso a otro, puede llevar segundos, minutos u horas: en todos estos casos se efectúa el mismo trabajo, si la fuerza aplicada es siempre la misma. En ingeniería es frecuente la fabricación de maquinaria y equipo en donde se contempla la rapidez con la cual se realizará determinado trabajo. Al efectuar el recorrido de una determinada distancia, nos fatiga más realizarla corriendo y en segundos, que hacerlo caminando y en minutos. En general, el hombre siempre ha buscado realizar su trabajo en el menor tiempo posible, de aquí la necesidad de incluir un nuevo concepto en el cual se considere el tiempo en efectuar un trabajo determinado. Para ello, se define la potencia (P) como la cantidad de trabajo realizado en la unidad de tiempo. Si un determinado trabajo (W) se realiza en un intervalo de tiempo (Δt), la potencia media $\bar{P}$ viene dada por

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \qquad (3)$$

en donde $\bar{P}$ representa la potencia promedio durante un intervalo de tiempo (Δt), en el cual se efectúa el trabajo (W).

En el Sistema Internacional (SI) la unidad de potencia es el Joule/segundo el cual recibe el nombre de watt o vatio (W)

> *Un watt o vatio se define como la potencia desarrollada al realizar un trabajo de 1 Joule en un tiempo de 1 segundo*

Un múltiplo de esta unidad es el kilowatt el cual equivale a 10^3 W. 1kW = 10^3 W.

En el Sistema Inglés, la unidad de potencia es lb ft/s. Un múltiplo de esta unidad que se utiliza con mucha frecuencia, para hablar de la potencia en motores y máquinas, es el caballo de fuerza (hp) cuya equivalencia en lb ft/s y watt es

$$1hp = 550\ \frac{lb\ ft}{s}$$

$$1\ hp = 746\ watt$$

En el Sistema c g s la unidad es el erg/s.

En general, la potencia media desarrollada viene dada por

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

en donde t representa el tiempo en el cual se efectúa el trabajo (W). Si la fuerza(F) es constante, entonces la potencia media viene dada por

$$\bar{P} = \frac{F\,s}{t}$$

$$W = F\,s$$

$$\bar{P} = F\left(\frac{s}{t}\right)$$

$$\bar{P} = F\,\bar{v} \qquad (4)$$

donde $\bar{v} = \frac{s}{t}$ es la rapidez media.

A partir de esta expresión (4) se concluye que la potencia desarrollada se puede expresar en función de la rapidez con la que se realiza un trabajo. Veamos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 4.

Si un elevador de 2,400 kilogramos sube 20 metros de altura en 1 minuto, a velocidad constante,

a) ¿Qué trabajo realiza el motor?

b) ¿Cuál es la potencia del motor en watts?

c) ¿Cuál es la potencia en hp?

Datos: m = 2,400 kg; h = 20 m; t = 1 min = 60 s

a) Para calcular el trabajo, se tiene que F = w, ya que la velocidad con que sube es constante, por lo cual

$$W = F\,h$$

$$W = w\,h$$

$$W = m\,g\,h$$

$$W = (2{,}400\ kg)\,(9.8\ m/s^2)\,(20\ m)$$

$$W = 470{,}400\ N\,m$$

$$W = 470{,}400\ J$$

b) Para calcular la potencia media ($\bar{P}$), se tiene que

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

$$\bar{P} = \frac{470{,}000\,J}{60\,s}$$

$$\bar{P} = 7{,}840\ watts$$

c) Para efectuar la conversión, se utiliza el factor 1 hp = 746 watt, de tal forma que

$$7{,}840\ watts = 7{,}840\ watts\left(\frac{1hp}{746\ watts}\right)$$

$$7{,}840\ watts = 10.50\ hp$$

1020124118

Ejemplo 5.

Un motor produce una fuerza de 450 N sobre la banda de un transportador y la mueve con una rapidez constante de 5.5 m/s. ¿Cuál es la potencia media del motor? en,

a) kW;

b) hp

Datos: $F = 450\ N$; $v = 5.5\ \frac{m}{s}$

a) Para calcular la potencia usamos la ecuación

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

$$\bar{P} = \frac{F\,s}{t}$$

$$\bar{P} = f\,v$$

$$\bar{P} = (450\,N)\left(5.5\,\frac{m}{s}\right)$$

$$\bar{P} = 2{,}475\,\frac{Nm}{s}$$

$$\bar{P} = 2{,}475\,\frac{J}{s}$$

$$\bar{P} = 2{,}474\,watts$$

$$\bar{P} = 2.475\,kW$$

b) Para efectuar la conversión de unidades, se tiene que

$$1\ hp = 746\ watts$$

$$2{,}475\,watts = 2{,}475\,watts\left(\frac{1\,hp}{746\,watts}\right)$$

$$2{,}475\,watts = 3.31\,hp$$

AUTOEVALUACIÓN

I. Lee detenidamente cada enunciado y escribe en el guión de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

_____ 1. El trabajo es una cantidad

a) Escalar **b) Vectorial**

c) Numérica **d) Adimensional**

_____ 2. La magnitud del trabajo realizado cuando la fuerza forma un ángulo de 90° con la dirección del desplazamiento, es igual a

a) Cero **b) mgh**

c) mg **d) F s**

_____ 3. El ángulo entre la fuerza aplicada y el desplazamiento para el cual el trabajo tiene su valor máximo, es

a) 0° **b) 45°**

c) 90° **d) 180°**

_____ 4. Es la unidad de trabajo en el Sistema Internacional de unidades

a) watt **b) Newton**

c) erg **d) joule**

_____ 5. Si la fuerza y el desplazamiento a lo largo del cual actúa la fuerza,están en direcciones opuestas,el trabajo tiene signo

a) No tiene signo **b) Positivo**

c) Negativo **d) Ninguna de las anteriores**

_____ 6. La fuerza que se utiliza para realizar un trabajo es de tipo

a) Gravitacional **b) Eléctrica**

c) Mecánica **d) Cualquier tipo de fuerza**

_____ 7. La equivalencia de un joule en erg, es

a) 1,000 erg **b) 1 x 10^7 erg**

c) 1 x 10^{-5} erg **d) 100 erg**

_____ 8. Representa el trabajo hecho en la unidad de tiempo.

a) Peso **b) Potencia**

c) Fuerza **d) Ninguna de las anteriores**

_____ 9. El trabajo realizado para levantar una masa (m) a una altura (h) viene dada por

a) mgv **b) w**

c) mg **d) mgh**

_____ 10. Es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 joule en un tiempo de 1 segundo.

a) watts **b) joule**

c) Caballo de vapor **d) Caballo de fuerza**

_____ 11. La equivalencia de un caballo de vapor (hp) en watts, es

a) 476 watts **b) 647 watts**

c) 746 watts **d) 674 watts**