

Figura No. 10

en el interior sea menor que la atmosférica; si ahora se sumerge el extremo del tubo en un líquido y se libera la membrana, el líquido penetrará en el tubo bajo la acción de la presión atmosférica. Un instrumento similar es utilizado en los laboratorios de Química, para depositar gotas de líquidos o volúmenes determinados.

La respiración de nuestro cuerpo se realiza por un principio similar. Aspiramos el aire cuando aumentamos el volumen de nuestros pulmones, lo cual provoca que la presión en el interior disminuye con respecto a la presión atmosférica, por lo que el aire penetra al interior. Al expulsar el aire lo hacemos disminuyendo el volumen de nuestros pulmones, con lo cual aumenta la presión, con respecto a la presión atmosférica haciendo que el aire salga al exterior. Es por ello que en las alturas es más difícil respirar, pues aunque aumentamos el volumen de nuestros pulmones y la presión interna disminuye, la presión externa es pequeña y no es suficiente para que el aire penetre.

Lo mismo ocurre en las profundidades del agua; supongamos que un hombre está sumergido en el agua, a 10 metros de profundidad, y tiene en la boca una manguera que lo une al aire en la superficie del agua. Debido a que sobre su cuerpo está actuando una presión absoluta de alrededor de 2 atm (la atmosférica más la presión hidrostática del agua) no puede con su fuerza muscular hacer que el volumen de los pulmones aumente lo suficiente, para que la presión atmosférica sea mayor que la presión interna y provoque que el aire penetre en los pulmones. Por ello los tanques de aire para los buzos contienen aire a una presión muy grande (por ejemplo a 2 atm), de forma que sea mayor que la presión a la que está sometido el cuerpo del buzo y el aire penetre en los pulmones fácilmente.

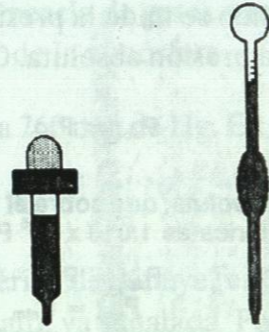


Figura No. 11

## EQUIPOS PARA MEDIR LA PRESIÓN

Existen gran cantidad de dispositivos que permiten medir la presión. Los más simples se basan en el principio de los vasos comunicantes, que ya hemos explicado, otros se basan en un resorte y otros en sensores que reaccionan a diferencias de presión, como puede ser un material piezoeléctrico.

Supongamos que tenemos un tubo en forma de U, con cierta cantidad de líquido en el interior. Ya sabemos que si sobre las dos ramas de la U actúa la misma presión el nivel del líquido será el mismo. Supongamos ahora que una de las ramas se deja abierta al aire, por lo que en ella actuará la presión atmosférica, y la otra rama se conecta a un recipiente donde hay un gas cuya presión queremos medir. Si la presión en el recipiente es mayor que la atmosférica el gas empujará al líquido y provocará que el nivel ya no será igual en ambas ramas. De manera que ahora la presión en una rama es la que queremos medir y en la otra será la presión atmosférica más la producida por la capa del líquido que excede al nivel de la otra rama, en una altura  $h$ . De esta forma midiendo la diferencia de altura de líquido en las dos ramas del tubo podemos conocer la presión en el recipiente:

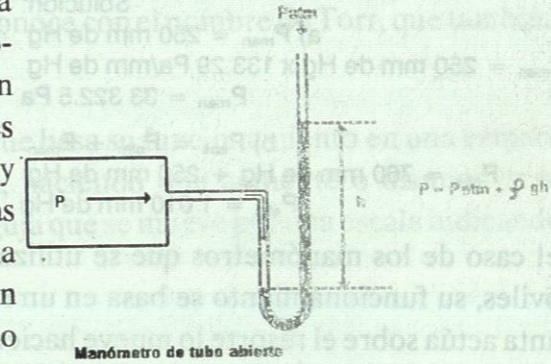


Figura No. 12

$$P = P_{atm} + \rho g h$$

Donde  $\rho$  es la densidad del líquido.  
 $g$  es la aceleración de la gravedad  
 $h$  es la diferencia de alturas entre las dos ramas del tubo.

Esta es la misma expresión de la presión en el interior de un líquido, que ya habíamos obtenido.

El dispositivo descrito se denomina manómetro y por cuanto tiene una rama abierta a la atmósfera se le llama manómetro de tubo abierto.

En la mayoría de los casos el líquido utilizado es el mercurio, pues por tener una densidad muy grande ( $13\,600\text{ kg/m}^3$ ) permite medir presiones grandes. Puede en principio utilizarse cualquier líquido, pero está claro que si la densidad es menor, la altura  $h$  tendría que ser mayor, para poder medir iguales presiones.

Como se ve, la presión queda determinada por la altura que tenga el líquido, por lo cual algunas unidades de presión se han tomado como si fueran unidades de longitud. Tal es el caso de la unidad mm de Mercurio (mm de Hg), de la que ya hablamos anteriormente.

**Ejemplo No. 8**

Se tiene un tanque cerrado, lleno de oxígeno, que al conectarle un manómetro de tubo abierto la diferencia entre las dos columnas de mercurio fue de 250 milímetros como se muestra en la figura. Si la presión atmosférica era de 760 mm de mercurio:

- a) Calcule la presión manométrica del oxígeno, dentro del tanque. Expresé el resultado en mm de mercurio y en Pascal.
- b) Calcule la presión absoluta del oxígeno dentro del tanque.

Datos:  
 $h = 250 \text{ mm de Hg}$   
 $P_{\text{atm}} = 760 \text{ mm de Hg}$   
 $1 \text{ mm de Hg} = 133.29 \text{ Pa}$

Solución:

a)  $P_{\text{man}} = 250 \text{ mm de Hg}$   
 $P_{\text{man}} = 250 \text{ mm de Hg} \times 133.29 \text{ Pa/mm de Hg}$   
 $P_{\text{man}} = 33\,322.5 \text{ Pa}$

b)  $P_{\text{abs}} = P_{\text{atm}} + P_{\text{man}}$   
 $P_{\text{abs}} = 760 \text{ mm de Hg} + 250 \text{ mm de Hg}$   
 $P_{\text{abs}} = 1\,010 \text{ mm de Hg}$

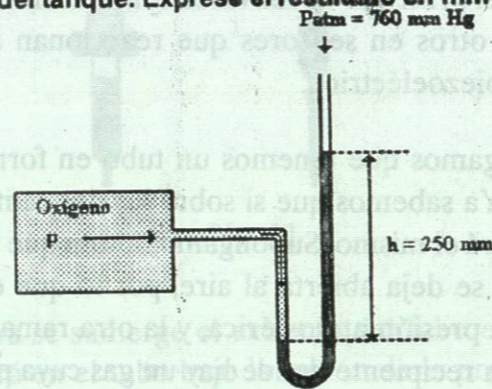
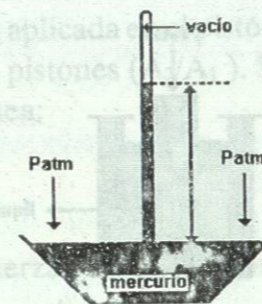


Figura No. 13

En el caso de los manómetros que se utilizan para medir la presión en las llantas de los automóviles, su funcionamiento se basa en un resorte acoplado a una escala. Cuando el aire de la llanta actúa sobre el resorte lo mueve haciendo salir la escala, lo cual nos permite conocer el valor de la presión manométrica en el interior de la llanta. Recuerde que en este caso cuando el manómetro está al aire (presión atmosférica), su escala marca cero, o sea que lo que mide es la presión por encima de la atmosférica.

Normalmente la presión atmosférica se mide con el barómetro, que fue inventado por Evangelista Torricelli (1608-1647). En realidad el barómetro es un manómetro modificado. Se toma un tubo, cerrado por un extremo y abierto por el otro, lleno de mercurio y se sumerge en una cubeta, también llena de este líquido. Luego se saca de la cubeta el extremo cerrado del tubo y se sitúa en posición vertical. Se observará que el nivel del mercurio en el tubo disminuirá un poco, dejando un espacio vacío en la parte superior del tubo. Ello se debe a que la presión atmosférica está actuando sobre la superficie abierta del mercurio de la cubeta y "empuja" al mercurio en el interior del tubo, teniendo en cuenta que en el extremo superior del tubo no hay aire, pues en un inicio el tubo estaba lleno de mercurio. Para una presión atmosférica normal la altura del mercurio sobre el nivel del líquido, en la cubeta, debe ser de 760 mm. Por ello a la presión atmosférica normal se la ha dado el valor de 760 mm de mercurio (760 mm de Hg). Cuando la presión atmosférica disminuye la altura de la columna de mercurio también disminuirá. Si se usara otro líquido, en lugar de mercurio, la columna que compensaría una presión atmosférica normal tendría mayor altura. Por ejemplo para el agua la altura sería de alrededor de 10.3 m. Esto se comprueba cuando sacamos un vaso invertido de una cubeta con agua y vemos que la misma no se sale del vaso. El mismo principio se aplica en los dispositivos para recolectar el agua de los garrafones de agua potable, donde el garrafón se mantiene invertido, pero el agua no se derrama pues está soportada por la presión atmosférica.



Barómetro de Mercurio  
 Figura No. 14

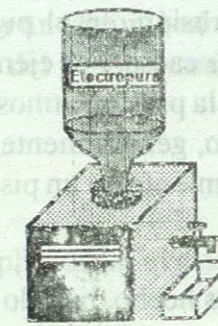


Figura No. 15

En honor a Torricelli, a un mm de mercurio se le conoce con el nombre de Torr, que también es una unidad de medida de la presión.

Otro tipo de barómetro es el llamado anerode, que basa su funcionamiento en una cámara flexible sobre la cual actúa la presión atmosférica, haciendo que aumente o disminuya su volumen. Esta cámara flexible está acoplada a una aguja que se mueve por una escala indicando la presión atmosférica existente.

**PRINCIPIO DE PASCAL**

Analicemos de nuevo la expresión de la presión en el interior del volumen de un líquido:

$$P - P_0 = \rho g h$$

de la cual podemos ver que la diferencia entre las presiones sólo depende de la densidad del líquido, de la aceleración de la gravedad y de la altura.

Consideremos dentro del volumen de un líquido dos puntos, A y B, situados a diferentes profundidades, de tal forma que la diferencia de las profundidades entre los dos puntos es h. (ver figura 16). La diferencia entre las presiones en A y en B, solo depende de la densidad del líquido, de la aceleración de la gravedad y de la altura h, por ello:

$$P_A - P_B = \rho g h$$

Si por alguna causa, la presión en A aumenta en un valor dP, la presión en B tiene que aumentar en un valor igual dP, pues si no fuera así la ecuación dada estaría incorrecta y sabemos que es correcta. O sea:

$$(P_A + dP) - (P_B + dP) = \rho g h$$

Observe que aquí se está suponiendo, que al aumentar la presión, la densidad sigue con el mismo valor, lo cual ya se había explicado, es válido para líquidos, pero no para gases.

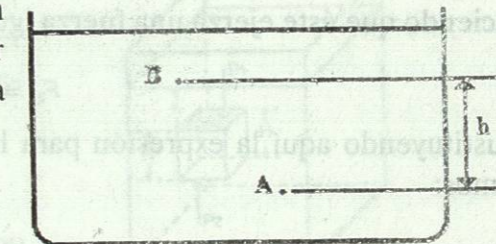


Figura No. 16

El aumento de la presión, en el punto A, puede ser provocado por cualquier causa. Por ejemplo puede que, si el recipiente es abierto, la presión atmosférica aumente; si es un recipiente cerrado, generalmente el aumento de la presión se debe al movimiento de un pistón oprimiendo el líquido (ver figura).

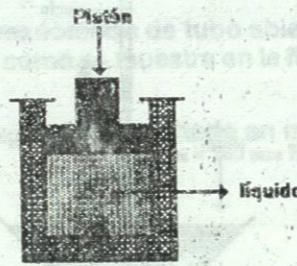


Figura No. 17

El análisis que hemos hecho, basado en la ecuación de la presión en el interior de un líquido, nos lleva al enunciado de un principio de la Hidrostática, conocido con el nombre de *Principio de Pascal* y que se formula de la siguiente forma:

*Los cambios de presión, en cualquier punto en un fluido encerrado y en reposo, se transmiten a todos los puntos del fluido y actúan en todas direcciones.*

Este principio fue descubierto por Blaise Pascal (1623 -1662), matemático, físico y teólogo francés, en forma experimental. Ahora, como ya hemos visto, se puede obtener a partir de la aplicación de la ecuación de la presión en el interior de un líquido.

El principio de Pascal se aplica en muchos dispositivos que se utilizan en la vida diaria y en la industria. El ejemplo más típico es el de las máquinas hidráulicas como pueden ser los elevadores y prensas hidráulicas. En estos dispositivos se utiliza un sistema de pistones, llenos de líquido, para "multiplicar" la fuerza aplicada.

Así supongamos que tenemos 2 cilindros, con sus pistones. El cilindro 1 con un área  $A_1$  y el cilindro 2 con un área  $A_2$ . Ambos están conectados y totalmente llenos de un líquido, generalmente aceite. Si sobre el pistón del cilindro 1 se ejerce una fuerza  $F_1$ , ésta provoca un aumento de la presión en el líquido de:

$$P = \frac{F_1}{A_1}$$

Como ya se ha dicho, según el principio de Pascal, el líquido transmite la presión sin cambio, por lo que en el cilindro 2 existirá una presión igual, que actuará sobre el pistón del cilindro 2, haciendo que éste ejerza una fuerza igual a:

$$F_2 = P \cdot A_2$$

Sustituyendo aquí la expresión para la presión  $P$ , obtenemos:

$$F_2 = \left(\frac{F_1}{A_1}\right) \cdot A_2 = F_1 \left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

Como se puede ver la fuerza obtenida en el pistón 2 es

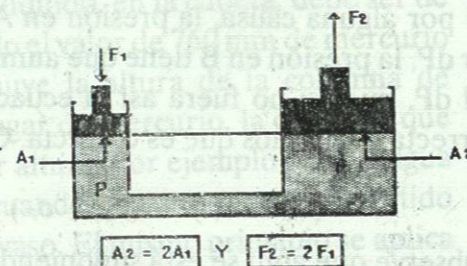


Figura No. 18

igual a la fuerza aplicada en el pistón 1, pero multiplicada por un factor igual a la relación entre las áreas de los pistones ( $A_2/A_1$ ). Supongamos que el área del pistón 2 sea dos veces el área del pistón 1, o sea:

$$\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = 2$$

por lo que la fuerza en el pistón 2 será dos veces la fuerza aplicada en el pistón 1:

$$F_2 = 2F_1$$

de lo que se ve que la fuerza obtenida es el doble de la aplicada. Note que esto es una consecuencia del principio de Pascal, pues se consideró que la presión se transmite del pistón 1 al 2 sin cambio.

El conocido gato hidráulico, utilizado para elevar los automóviles, funciona en base a este principio. Asimismo los frenos hidráulicos de los vehículos y las prensas utilizadas para comprimir materiales.

Existen equipos similares que funcionan con aire, como los sistemas para abrir y cerrar las puertas en los autobuses, y que en este caso se denominan máquinas neumáticas.

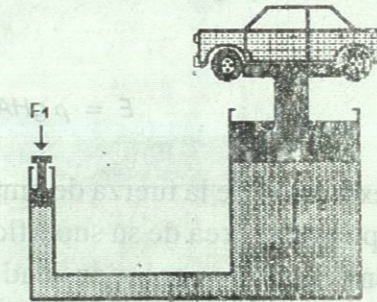


Figura No. 19

## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

El otro principio fundamental de la hidrostática es el principio de Arquímedes, que nos permite explicar el hecho de que los cuerpos floten en los fluidos.

El principio de Arquímedes es también una consecuencia de la dependencia de la presión, dentro del fluido, con la profundidad. Por ello vamos a comenzar el análisis a partir de la expresión de la presión con la profundidad, en el fluido:

$$P - P_0 = \rho g h$$

Supongamos que tenemos un cuerpo, en forma de cubo de lado  $H$ . Lo sumergimos totalmente en un líquido, de forma que su superficie superior esté a una profundidad  $h$  de la superficie del líquido.

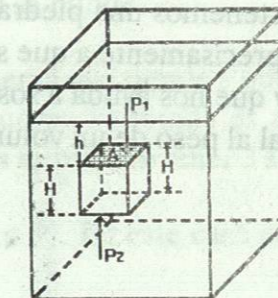


Figura No. 20

Sobre la superficie superior del cuerpo actúa una presión de  $\rho g h$  y por lo tanto la fuerza sobre esa superficie será de:

$$F_1 = \rho g h A \quad \text{dirigida hacia abajo. } A \text{ es el área de la superficie superior del cuerpo.}$$

Sobre la superficie inferior del cuerpo actúa una presión de  $\rho g (h + H)$ , pues recordemos que esta superficie está a diferente profundidad, que la superficie superior. La fuerza total sobre la superficie inferior del cuerpo será de:

$$F_2 = \rho g (h + H)A$$

y dirigida hacia arriba. De estas ecuaciones vemos que sobre el cuerpo actúa una fuerza resultante, dirigida hacia arriba y que podemos calcular restando las fuerzas  $F_2$  y  $F_1$  lo que nos daría:

$$E = F_2 - F_1 = \rho g(h+H)A - \rho g h A$$

o sea:

$$E = \rho g H A \quad \text{que es la llamada fuerza de empuje o fuerza de flotación (E).}$$

Analizando la expresión de la fuerza de empuje obtenida, vemos que el producto de  $H$  por  $A$  (altura del cuerpo por el área de su superficie), no es más que el volumen del cuerpo  $V$ ,  $E = \rho g V$ . El volumen del cuerpo por la densidad del líquido nos da la masa de líquido desplazada por el cuerpo sumergido. Esta masa multiplicada por la aceleración de la gravedad nos da el peso del volumen del líquido desplazado por el cuerpo sumergido.

O sea que la fuerza de empuje que recibe el cuerpo, es numéricamente igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo. Este es el enunciado del principio de Arquímedes:

**Un cuerpo sumergido recibe una fuerza de empuje igual al peso del fluido que desplaza.**

Este principio es válido para líquidos y gases, pues ambos son fluidos.

Como ya se ha dicho, según el principio de Pascal, el líquido transmite cambios de presión en todas direcciones. Cuando sostenemos una piedra dentro del agua notamos que pesa menos que en el aire. Esto se debe precisamente a que sobre la piedra está actuando la fuerza de empuje, dirigida hacia arriba, y que nos ayuda a sostenerla. La magnitud de la fuerza de empuje que recibe la piedra, es igual al peso de un volumen de agua igual al volumen de la piedra.

### Ejemplo No. 9

Determinar la fuerza de empuje que actúa sobre una piedra de  $1.6 \text{ m}^3$  de volumen, sumergida en una alberca de agua dulce ( $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ).

Datos:

$$V = 1.6 \text{ m}^3$$

$$\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

Solución:

$$E = g \rho V$$

$$E = 9.8 \text{ m/s}^2 \times 1000 \text{ kg/m}^3 \times 1.6 \text{ m}^3 = 15680 \text{ N}$$

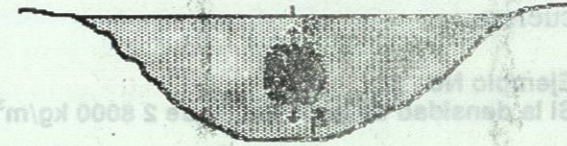


Figura No. 21

Observe que la magnitud de la fuerza de empuje está directamente relacionada con el volumen del cuerpo, y por tanto con el peso del volumen de líquido desplazado por el cuerpo. Si un cuerpo está totalmente sumergido en el líquido desplaza un volumen de líquido igual a su propio volumen. Si está parcialmente sumergido desplaza un volumen de líquido menor que su propio volumen, pero igual al volumen del cuerpo que esté sumergido.

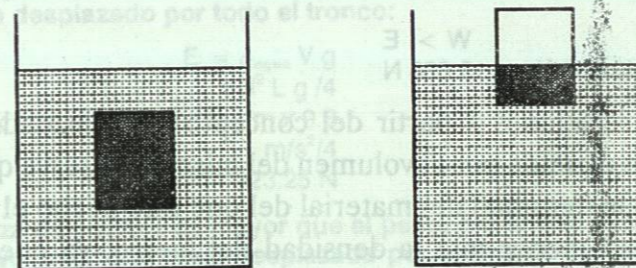


Figura No. 22

Note que la fuerza de empuje no está relacionada con el peso del cuerpo. Cuerpos de igual volumen, pero diferentes pesos, totalmente sumergidos en un fluido, sufren iguales fuerzas de empuje.

A partir del principio de Arquímedes podemos analizar la flotación de los cuerpos. ¿De qué depende que un cuerpo flote en el agua y otro no? ¿Por qué un cuerpo de madera maciza flota en el agua, pero uno, de igual volumen, de hierro macizo se hunde?.

Para responder estas preguntas debemos partir de que la fuerza que tiende a que el cuerpo flote es la fuerza de empuje ( $E$ ) y la que tiende a que el cuerpo se hunda es el peso del cuerpo ( $P$ ). En dependencia de la relación entre estas 2 fuerzas se pueden tener 3 situaciones:

1. La fuerza de empuje es menor que el peso del cuerpo ( $E < P$ ). En este caso el cuerpo se hundirá.
2. La fuerza de empuje es igual al peso del cuerpo ( $E = P$ ). El cuerpo puede flotar en cualquier posición dentro del fluido.

3. La fuerza de empuje es mayor que el peso del cuerpo ( $E > P$ ). El cuerpo se moverá hacia la superficie del fluido y comenzará a salirse del fluido. Al disminuir el volumen de fluido desplazado disminuirá la fuerza de empuje y cuando sea igual al peso, el cuerpo quedará flotando. En este caso el peso del volumen de fluido desplazado será igual al peso del cuerpo.

**Ejemplo No. 10**

Si la densidad de la piedra es de  $2\ 800\ \text{kg/m}^3$ , ¿podría flotar la piedra en la alberca?

Datos:

$$V = 1.6\ \text{m}^3$$

$$\rho_c = 2\ 800\ \text{kg/m}^3$$

$$G = 9.8\ \text{m/s}^2$$

$$E = 15\ 680\ \text{N}$$

Solución:

$$W = mg$$

$$W = \rho V g$$

$$W = 2\ 800\ \text{kg/m}^3 \times 1.6\ \text{m}^3 \times 9.8\ \text{m/s}^2 = 43\ 904\ \text{N}$$

Como se observa el peso es mayor que el empuje, por lo que la piedra se hundirá en el agua.

$$W > E$$

$$43\ 904\ \text{N} > 15\ 680\ \text{N}$$

Podemos analizar estas relaciones a partir del concepto de densidad. La densidad del cuerpo es la masa del cuerpo dividida por el volumen del mismo. Observe que no es lo mismo la densidad del cuerpo, que la densidad del material del que esté hecho el cuerpo. Un barco de hierro tiene una densidad menor que la densidad del hierro, ya que no es un cuerpo compacto.

El peso del cuerpo es igual a su densidad ( $\rho_c$ ), multiplicada por el volumen ( $V$ ) del cuerpo y por la aceleración de la gravedad ( $g$ ). La fuerza de empuje es igual a la densidad del fluido ( $\rho$ ), multiplicada por el volumen ( $V$ ) del cuerpo y por la aceleración de la gravedad ( $g$ ).

Por ello, comparando ambas fuerzas:

$$P = \rho_c V g$$

$$E = \rho V g$$

De donde puede verse que si la densidad del cuerpo es mayor que la densidad del fluido, el peso del cuerpo será mayor que el empuje ( $P > E$ ) y el cuerpo se hundirá. Si por otra parte la densidad del cuerpo es menor que la del fluido, el peso será menor que el empuje ( $P < E$ ) y el cuerpo flotará.

**Ejemplo No. 11**

Un tronco de árbol, con forma de cilindro de 0.25 metros de diámetro y 4 metros de largo, cae al río. Si la densidad de la madera del tronco es de  $610\ \text{kg/m}^3$ , determine si el tronco flotará en el agua del río.

Datos:

$$d = 0.25\ \text{m}$$

$$L = 4\ \text{m}$$

$$\rho_{\text{madera}} = 610\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{agua}} = 1\ 000\ \text{kg/m}^3$$

$$g = 9.8\ \text{m/s}^2$$

$$P = mg$$

$$m = \rho_{\text{madera}} V$$

$$V = \pi r^2 L = \pi d^2 L g / 4$$

$$V = 3.14 \times (0.25\ \text{m})^2 \times 4\ \text{m} / 4 = 0.1962\ \text{m}^3$$

$$P = \rho_{\text{madera}} \pi d^2 L g / 4$$

$$P = 610\ \text{kg/m}^3 \times 3.14 \times (0.25\ \text{m})^2 \times 4\ \text{m} \times 9.8\ \text{m/s}^2$$

$$P = 1\ 173.18\ \text{N}$$

La fuerza de empuje, cuando el tronco está completamente sumergido, es igual al peso del volumen del líquido desplazado por todo el tronco:

$$E = \rho_{\text{agua}} V g$$

$$E = \rho_{\text{agua}} \pi d^2 L g / 4$$

$$E = 1\ 000\ \text{kg/m}^3 \times 3.14 \times (0.25\ \text{m})^2 \times 4\ \text{m} \times 9.8\ \text{m/s}^2$$

$$E = 1\ 923.25\ \text{N}$$

Como se ve la fuerza de empuje es mayor que el peso, por lo que el tronco flotará. Observe que se asumió que el volumen del agua desplazada por el tronco es igual al volumen del tronco, considerando que el tronco estaba completamente sumergido. Así el tronco comienza a moverse hacia la superficie del agua y parte de él saldrá del río, quedando una parte dentro del agua y una parte fuera. ¿Qué parte del tronco quedará dentro del agua?

Para responder debemos recordar que la ascensión del tronco se detiene cuando el empuje sea igual al peso del tronco. Por ello:

$$E = \rho_{\text{agua}} V_{\text{sumergido}} g = P = \rho_{\text{madera}} V g$$

Observe que aquí se considera diferente el volumen sumergido ( $V_{\text{sumergido}}$ ) al volumen del tronco completo ( $V$ ).

$$\rho_{\text{agua}} V_{\text{sumergido}} = \rho_{\text{madera}} V$$

De donde podemos obtener el volumen sumergido:

$$V_{\text{sumergido}} = \frac{\rho_{\text{madera}} V}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{610\ \text{kg/m}^3 \times 0.1962\ \text{m}^3}{1\ 000\ \text{kg/m}^3}$$

$$V_{\text{sumergido}} = 0.1197\ \text{m}^3$$

Cada barco, submarino o dirigible debe diseñarse de tal forma que desplace un volumen de fluido, cuyo peso sea igual al peso propio. Así un barco de 10 000 toneladas se construye lo bastante amplio para que desplace 10 000 toneladas de agua antes de que se hunda demasiado. En el caso de los submarinos se varía su peso haciendo entrar agua o aire en sus tanques interiores; la fuerza de empuje depende de su volumen, que es constante, mientras esté sumergido totalmente. Cuando el submarino debe sumergirse se hace entrar agua en los tanques,