(igual a $c\,t_o/2$) y la base es vt_e. Como la luz se mueve a la misma velocidad c para todos los observadores, la distancia que viaja la luz es vt_e. De la figura 2 y con un poco de álgebra y trigonometría se puede llegar a

$$t_e = \frac{ct_o}{2\sqrt{c^2 - v^2}}$$

El viaje de vuelta al detector toma la misma cantidad de tiempo. Si t es el tiempo entre dos pulsos, según lo mide un observador en la Tierra, entonces

$t = 2t_e$, que es

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

La velocidad v es siempre menor que c, por lo que el denominador es siempre menor que 1. Por lo tanto, t es siempre mayor que t_o. Esto es, el reloj que se mueve en la nave espacial se mueve màs lentamente para un observador en la Tierra. Esto se llama la **dilatación del tiempo**.

Si el reloj estuviese en la Tierra y la medición se hiciera desde la nave espacial, el astronauta encontraría que el reloj de la Tierra se mueve más lentamente. Hay una simetría completa. Este resultado tan sorprendente está de acuerdo con el Principio de la Relatividad. Esto es, no hay un marco de referencia preferido en el

cual los relojes den el mismo tiempo.

Podemos definir entonces, tiempo propio (t_o), como

El intervalo de tiempo entre dos acontecimientos para el marco de referencia en el cual ambos acontecimientos transcurren en el mismo punto del espacio.

Ejemplo 1. Un péndulo "segundero" necesita 2s para completar un ciclo (1s para oscilar en cada dirección). ¿Cuál será el período de este péndulo medido por un observador que viaja a la velocidad de 0.8c?

El período del péndulo es de t_o = 2s , por lo que necesitamos cualcular el efecto de la dilatación del tiempo que se presenta cuando el observador se mueve a una velocidad v = 0.8c.

Empleando la ecuación para la dilatación del tiempo, tenemos

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Sustituyendo los datos

$$t = \frac{2s}{\sqrt{1 - \frac{(0.8\,c)^2}{c^2}}}$$

Efectuando operaciones, obtenemos

$$t = 3.333\ s$$

El observador en movimiento "ve" que el péndulo se mueve más lentamente.

A.3.2. La contracción de la longitud

Einstein también consideró la medición de la longitud. Imaginémos que nuestro reloj se utiliza para medir la longitud de la vara. Nuevamente, el reloj viaja en una nave espacial, pero esta vez el reloj se coloca en forma tal que la vara queda paralela a la dirección de movimiento de la nave, como lo muestra la figura 3. Para un astronauta que está dentro de la nave, todo es normal. El largo de la vara, según lo midió el astronauta, es L_o . Al igual que antes, $2L_o = ct_o$

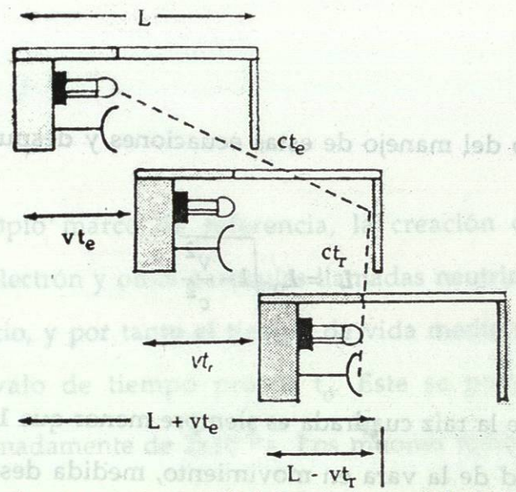

Figura 3. Equipo experimental que se usa para medir la longitud por medio de la luz

Imaginémos ahora que un observador en la Tierra quisiera medir la longitud de la vara en movimiento. Llamemos L a esa longitud. El observador podría medir el tiempo entre dos pulsos de luz. Este tiempo podría ser corregido para tomar en consideración la dilatación del tiempo, para determinar su valor t . El tiempo que le toma a la luz viajar desde la lámpara hasta el espejo es t_e . Durante ese tiempo, la vara se mueve en una distancia igual a $v\,t_e$. La distancia que recorre la luz en ir desde la lámpara hasta el espejo es, por lo tanto, $L + v\,t_e$. Así que $c\,t_e = L + v\,t_e$. En el viaje de regreso al detector, que toma un tiempo t_r , la distancia recorrida por la luz es $L - v\,t_r$. Por lo tanto, $c\,t_r = L - v\,t_r$. El tiempo total entre dos pulsos es $t = t_e + t_r$. Esto es,

$$t_e = \frac{L}{c - v} \qquad t_r = \frac{L}{c + v}$$

Pero sabemos que $t = \dfrac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ y también que $t_o = \dfrac{2L_o}{c}$

Con un poco del manejo de estas ecuaciones y después de despejar L se llega a

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

El término dentro de la raíz cuadrada es siempre menor que 1, por lo tanto $L < L_0$. Esto es, la longitud de la vara en movimiento, medida desde la Tierra, es más corta que si se midiera en reposo sobre la Tierra. Notemos que el astronauta que hace la medición en la nave espacial encontraría el mismo valor que una persona que midiera la vara, en reposo, sobre la Tierra. Los objetos se encogen al moverse. Sin embargo, solo se encogen en la dimensión paralela a su movimiento. A esto se le llama la **contracción de la longitud.**

Podemos definir también, longitud propia (L_0), como

se llama longitud propia a la longitud de un cuerpo medida en un marco de referencia en el cual el cuerpo está en reposo.

Por ejemplo, si un objeto de 1m de largo se mueve a una velocidad igual al 60% de la rapidez de la luz, su longitud, según la mide un observador en reposo, es

$$(1m)\left(\sqrt{1-(0.6)^2}\right) = 0.8m$$

Una prueba experimental para la dilatación del tiempo y de la contracción de la longitud es la creación y la desintegración de la partícula elemental llamada **muón (los muones pueden ser producidos en colisiones energéticas entre otras**

partículas). En su propio marco de referencia, la creación del muón y su desintegración (en un electrón y otras partículas llamadas neutrinos) ocurre en el mismo punto del espacio, y por tanto el tiempo de vida medio en ese marco de referencia es el intervalo de tiempo propio t_0. Este se puede medir en el laboratorio y es aproximadamente de $2x10^{-6}$ s. Los muones también se producen cuando las partículas de alta energía conocidas como rayos cósmicos chocan contra los átomos de la alta atmósfera: estos muones se aceleran hacia el suelo a velocidades muy cercanas a la de la luz; algunos se mueven a 0.999985 c. A esta velocidad la distancia que recorrerían, sería

$$s = vt$$

$$s = \left[(0.999985)\left(3x10^8\,\frac{m}{s}\right)\right]\left(2x10^{-6}s\right)$$

$$s = 599.991m$$

una distancia mucho muy pequeña comparada con la altura de la atmósfera que es de más de 100 Km. Por lo tanto los muones nunca llegarían a la superficie de la Tierra; sin embargo se detectan en grandes cantidades.

La vida media del muón es como un reloj y, al moverse, camina màs lentamente. Para un muón su vida es de $2x10^{-6}$ s, pero para un observador estacionario es

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t = \frac{2x10^{-6}s}{\sqrt{1-\frac{(0.999985\ c)^2}{c^2}}}$$

$$t = 3.65x10^{-4}s$$

En esta cantidad de tiempo, el muón puede viajar una distancia de

$$s = vt$$

$$s = \left[(0.999985)\left(3x10^8\frac{m}{s}\right)\right]\left(3.65x10^{-4}s\right)$$

$$s = 109.498m$$

Por lo tanto, el muón puede viajar fácilmente los 100 Km hasta la superficie de la Tierra.

Esta situación se puede examinar desde el punto de vista del muón. Para un marco de referencia en el muón, éste está en reposo mientras que la Tierra es la que se mueve.

Debido a la contracción de la longitud, la distancia de 100 Km hasta la Tierra (L) le parece más corta al muón. La distancia estaría dada por

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$L = 100km\sqrt{1-\frac{(0.999985\ c)^2}{c^2}}$$

$$L = 547.72\ m$$

Como vimos, el muón puede viajar más de 600 m durante una vida media. Para su reloj, la distancia requiere menos de una vida media. Por eso el muón puede llegar a la superficie de la Tierra.

El número de muones que se detectan en algunas montañas y al nivel del mar, se han medido cuidadosamente y concuerdan con las predicciones de la Teoría de la Relatividad.

A.3.3. Variación de la masa y relación masa-energía

Einstein demostró que la masa de un objeto en movimiento aumenta. El encontró que, si la masa de un objeto en reposo es m_0 , cuando se mueve a una velocidad v, estará dada por

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

La masa es una medida de la inercia de un cuerpo; esto es, la razón de la fuerza aplicada F a la aceleración resultante a. (m = F/a). Un aumento en masa indica

que una misma fuerza produce una aceleración menor.

Observemos que en la ecuación de la masa, cuando la velocidad del objeto se acerca a la velocidad de la luz, el denominador es casi cero y la masa se hace infinitamente grande. Por lo tanto, la aceleración también se hace cero. Esto es, la fuerza requerida para acelerar un objeto que se mueve a la velocidad de la luz es infinita. Por esta razón, ningún objeto con masa en reposo diferente de cero puede viajar a la velocidad de la luz.

Las partículas aceleradas a altas velocidades mediante aceleradores lineales y sincrotones muestran un aumento en masa. Mientras más energía se les añade a las partículas, sus aceleraciones se hacen cada vez más pequeñas y sus velocidades se acercan lentamente a la velocidad de la luz. La experiencia con los aceleradores de partículas han verificado que la ecuación de Einstein es correcta.

Unos meses después de escribir su artículo acerca de la relatividad, Einstein escribió un artículo de tres páginas donde exploraba las consecuencias del aumento relativista de la masa.

Para velocidades pequeñas en comparación con la rapidez de la luz, se puede escribir la ecuación

$$m = m_o + \frac{\frac{1}{2}m_o v^2}{c^2}$$

Esta aproximación tiene un error de solo el 3% cuando la velocidad es igual a c/5.

La energía cinética del objeto en movimiento está dada por $E_k = \frac{1}{2}m_o v^2$.

Einstein demostró que el aumento relativista de la masa ($m - m_o$) es igual a la energía cinética dividida por el cuadrado de la rapidez de la luz. Como c es grande, el aumento en la masa es pequeño.

La ecuación puede rescribirse como

$$mc^2 = m_o c^2 + E_k$$

Ambos lados de la ecuación son energías. El lado izquierdo $E = mc^2$ es la energía total del objeto. El lado derecho es la energía cinética más $E_o = m_o c^2$, el contenido energético del objeto en reposo. La relación:

$$E = mc^2$$

es la famosa **ecuación de Einstein** para la equivalencia energética de una masa. El principio de la proporcionalidad de la masa y la energía establecido por la teoría de la relatividad, ha desempeñado enorme papel en la ciencia, sobre todo en la física atómica y nuclear. La fórmula anterior fue muchas veces verificada experimentalmente y obtuvo brillante confirmación. Más adelante

veremos, cómo esta fórmula se usa en los cálculos del balance de energía en las reacciones nucleares.

AUTOEVALUACION

I.- CONTESTA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS.

1.- ¿Cuáles son las ramas de estudio de la física clásica ?

2.- ¿ Cuáles son las ramas de estudio de la física moderna?

3.- ¿ Cuál es la diferencia entre la física clásica y la física moderna?

4.- ¿ Qué afirma el principio de relatividad de Galileo ?

5.- Enuncia los postulados de la teoría especial de la relatividad de Einstein.

6.- ¿ Cuáles son las consecuencias más importantes de la teoría especial de la relatitividad ?

7.- ¿ Qué es el tiempo propio ?

8.- ¿ Qué es la longitud propia ?

9.- ¿ Cuáles son las expresiones para la dilatación del tiempo y la contracción de la longitud?

10.- ¿Cuáles son las expresiones para la masa y la energía relativistas y como se relacionan ?

II.- RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.

1.- Una barra rígida, de 1m de largo, es medida por dos observadores, uno en reposo con respecto a la barra y el segundo moviéndose con respecto al primero a lo largo de la longitud de la barra. ¿ A qué velocidad debe moverse el observador para ver la barra contraída a 0.999m y 0.500m ? R) 0.0447c; 0.866c

2.- El mesón π^+, una partícula inestable, tiene una vida media de unos 2.6×10^{-8} s(medida en su propio marco de referencia) antes de desintegrarse. a) Si una de estas partículas se mueve respecto al laboratorio con una velocidad de 0.8c, ¿Cuál es la vida media medida en el laboratorio? b)¿Qué distancia, medida en el laboratorio, recorre la partícula antes de desintegrarse? R) a) 4.3×10^{-8}s b) 10.4 m

3.- ¿Qué tan rápido tendrá que viajar una nave para que un intervalo de 1 año medido por un observador en la nave sea de 2 años medido por un observador terrestre estacionario? R) 0.866 c

4.- Determine las dimensiones y forma de una placa de 1 m cuadrado que se mueve alejándose de un observador en línea recta a lo largo de su base, a la velocidad relativa de 0.8c. R) placa rectangular: base = 0.6m ; altura = 1 m

5.- Un pasajero viaja en un tren que se mueve a la velocidad de 0.75c. Cuando el tren pasa frente a la plataforma de una estación, un dependiente levanta un reloj y después lo deja. Si el pasajero observa que el dependiente sostuvo el reloj durante 8s, ¿qué tanto tiempo piensa el dependiente haberlo sostenido ? R) 5.3 s

6.- Determine la energía total de un protón que viaja a 0.8 c. R) 2.5×10^{-10}J