REFORMA ACADEMICA DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
Secretaría Académica

M6

Texto

FÍSICA, SEGUNDA EDICIÓN 1996

Física
PRIMERA PARTE

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

SECRETARÍA ACADÉMICA

FÍSICA

MÓDULO VI

COMITÉ TÉCNICO DE FÍSICA

Ing. José Luis Gutiérrez Alvarado

Ing. Domingo Espinoza Guevara

Lic. Carlos Mata Martínez

Ing. José Antonio Matta Garza

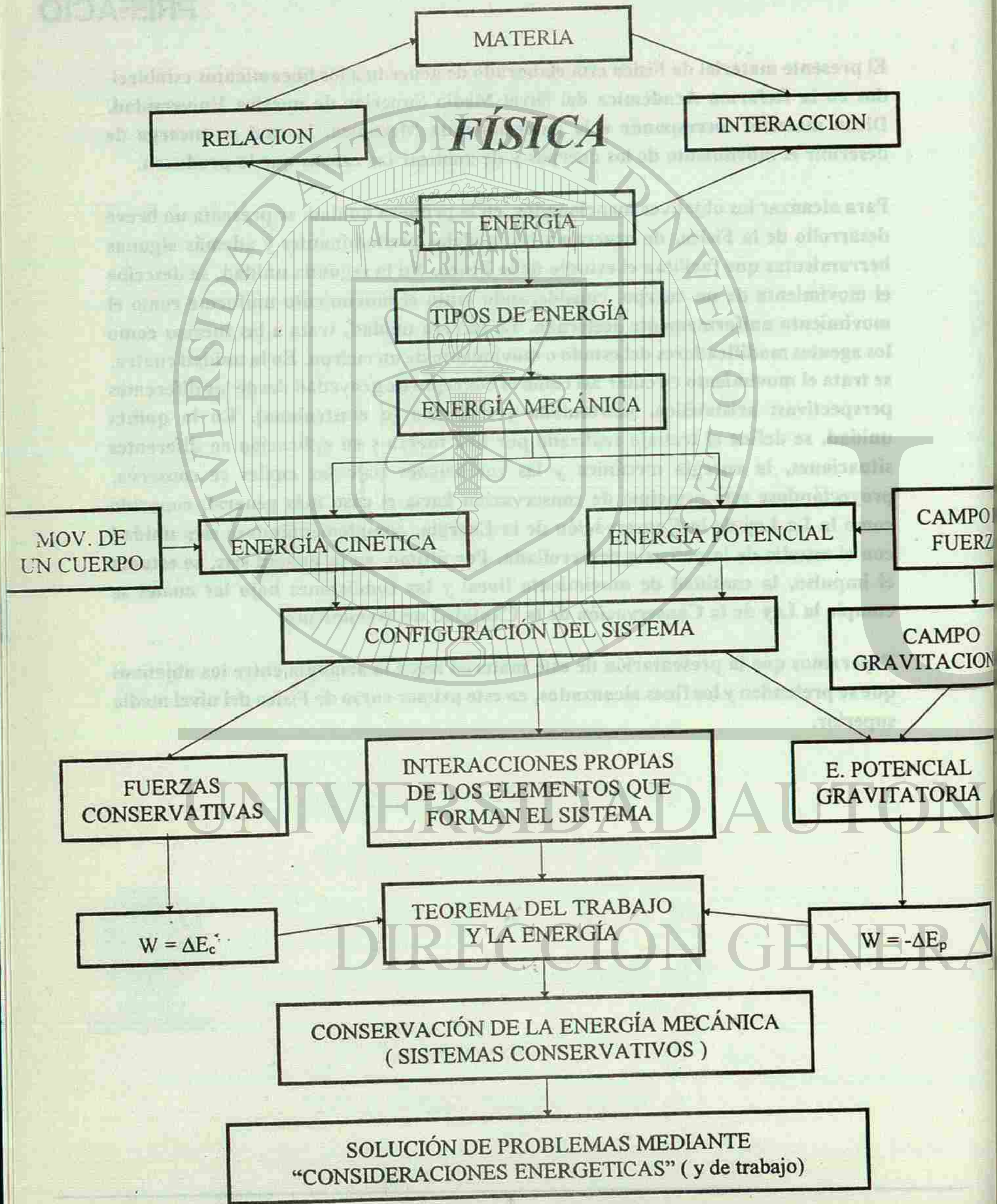
Lic. Marco Antonio Gaytán Cortés

PREFACIO

El presente material de Física está elaborado de acuerdo a los lineamientos establecidos en la Reforma Académica del Nivel Medio Superior de nuestra Universidad. Dicho material corresponde a la parte llamada Mecánica, la cual se encarga de describir el movimiento de los cuerpos y de analizar las causas que lo producen.

Para alcanzar los objetivos mencionados, en la primera unidad, se presenta un breve desarrollo de la Física, de acuerdo a los modelos predominantes y además algunas herramientas que facilitan el estudio de la Física. En la segunda unidad, se describe el movimiento de un cuerpo, considerando tanto el movimiento uniforme como el movimiento uniformemente acelerado. La tercera unidad, trata a las fuerzas como los agentes modificadores del estado o movimiento de un cuerpo. En la unidad cuatro, se trata el movimiento circular así como el concepto de gravedad desde las diferentes perspectivas: aristotélica, newtoniana y moderna (o einsteniana). En la quinta unidad, se define el trabajo realizado por una fuerza y su aplicación en diferentes situaciones, la energía mecánica y las condiciones bajo las cuales se conserva, proyectándose este principio de conservación hacia el caso más general, conocido como la La Ley de la Conservación de la Energía, complementándose esta unidad con el estudio de la potencia desarrollada. Por último, en la unidad seis, se estudia el impulso, la cantidad de movimiento lineal y las condiciones bajo las cuales se cumple la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.

Esperamos que la presentación de este material logre la armonía entre los objetivos que se pretenden y los fines alcanzados, en este primer curso de Física del nivel medio superior.



MÓDULO VI

OBJETIVO MODULAR:

Dado que el conocimiento en esta área de las ciencias se construye con base en un marco teórico y su verificación experimental, el presente curso, se abordará describiendo algún fenómeno y estableciendo las causas que lo producen.

Para lograr lo anterior, el alumno será capaz de describir y analizar el movimiento en una y dos dimensiones, así como evaluar los agentes que lo modifican y tener clara su relación en la vida diaria.

Se manejará el aspecto experimental con la intención de fomentar en el alumno su capacidad creativa y el deseo de investigar, generando en él, una mejor comprensión del mundo que le rodea.

PRESENTACIÓN PARA EL ALUMNO

En el desarrollo del presente curso irás adquiriendo el conocimiento teórico y práctico, el cual te proporcionará las habilidades necesarias para una mejor explicación del mundo que te rodea, en este proceso, se fomentará la relación maestro-alumno mediante actividades realizadas en el aula y en el laboratorio, en las que conjuntamente plantearán posibles soluciones a los problemas propuestos. Finalmente desarrollarás tus habilidades creativas mediante el diseño de modelos que reproduzcan algunos de los fenómenos observables.

UNIDAD I
INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

OBJETIVOS:

Al término de la unidad, el alumno:

- Definirá la Física y su objeto de estudio.
- Describirá brevemente la clasificación de la Física y algunas de sus aplicaciones tecnológicas.
- Establecerá las características de los modelos predominantes de la Física (Aristotélico, Clásico y Moderno) y su vinculación con el método científico.
- Establecerá las características del método utilizado en la ciencia y su aportación en la generación de nuevos conocimientos.
- Describirá el Sistema Internacional de Unidades y el Sistema Inglés.
- Realizará conversiones de unidades entre los sistemas antes mencionados.
- Describirá las características de las cantidades físicas.
- Resolverá sumas vectoriales por los métodos gráficos y analíticos.

PRESENTACIÓN PARA EL ALUMNO

En el desarrollo del presente curso irás adquiriendo el conocimiento teórico y práctico, el cual te proporcionará las habilidades necesarias para una mejor explicación del mundo que te rodea, en este proceso, se fomentará la relación maestro-alumno mediante actividades realizadas en el aula y en el laboratorio, en las que conjuntamente plantearán posibles soluciones a los problemas propuestos. Finalmente desarrollarás tus habilidades creativas mediante el diseño de modelos que reproduzcan algunos de los fenómenos observables.

UNIDAD I
INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

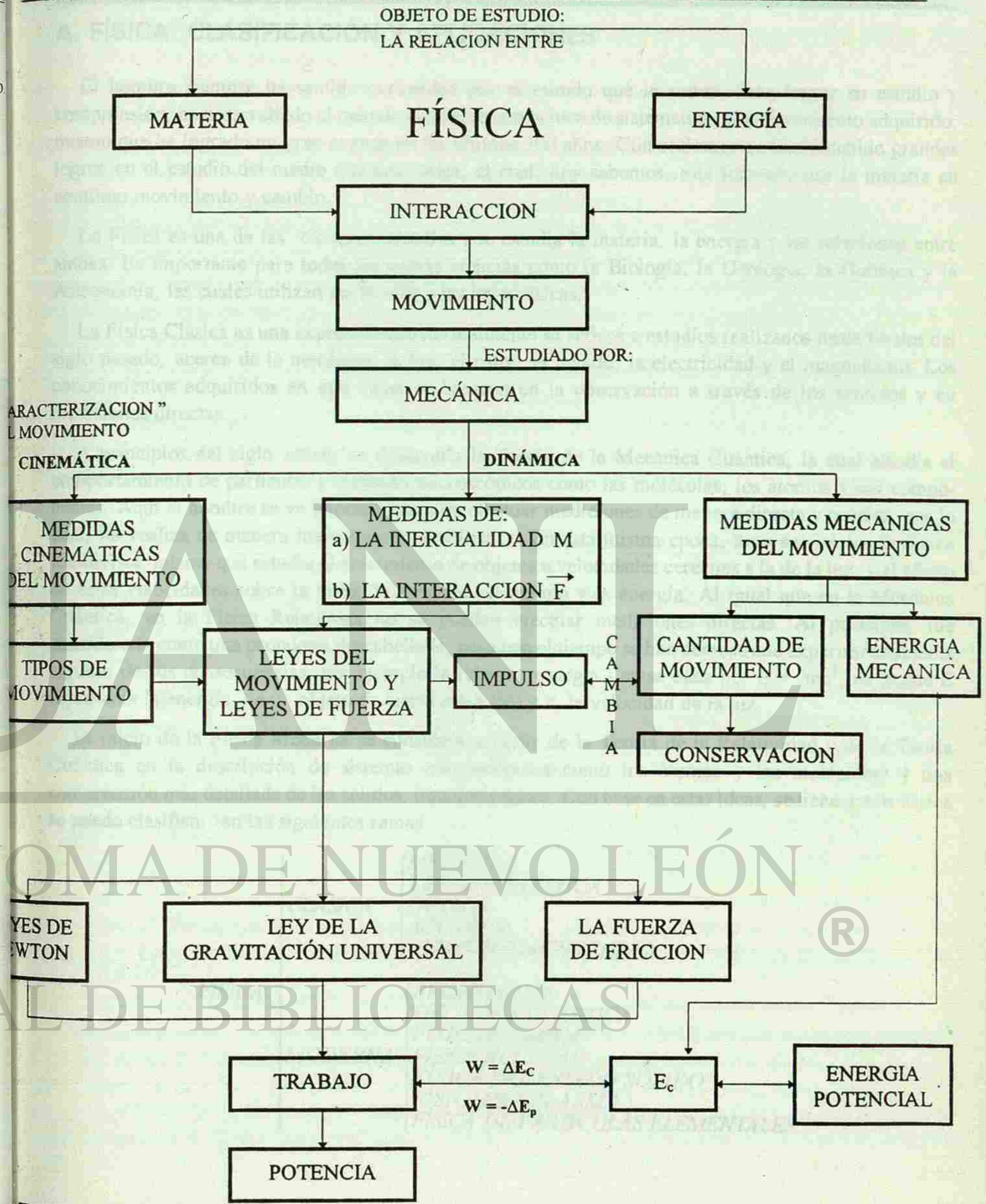
OBJETIVOS:

Al término de la unidad, el alumno:

- Definirá la Física y su objeto de estudio.
- Describirá brevemente la clasificación de la Física y algunas de sus aplicaciones tecnológicas.
- Establecerá las características de los modelos predominantes de la Física (Aristotélico, Clásico y Moderno) y su vinculación con el método científico.
- Establecerá las características del método utilizado en la ciencia y su aportación en la generación de nuevos conocimientos.
- Describirá el Sistema Internacional de Unidades y el Sistema Inglés.
- Realizará conversiones de unidades entre los sistemas antes mencionados.
- Describirá las características de las cantidades físicas.
- Resolverá sumas vectoriales por los métodos gráficos y analíticos.

METAS:

- Realizar un esquema del desarrollo histórico de la Física y su vinculación con el método científico.
- Describir una aplicación del método científico en alguno de los campos de la Física.
- Resolver problemas de conversión de unidades de longitud, masa, tiempo, área y volumen.
- Resolver problemas empleando la suma de vectores por los métodos gráficos y analíticos.



A. FÍSICA. CLASIFICACIÓN Y APLICACIONES

El hombre siempre ha sentido curiosidad por el mundo que le rodea. Para lograr su estudio y comprensión, ha desarrollado el método científico con la idea de sistematizar el conocimiento adquirido, mismo que ha logrado un gran avance en los últimos 300 años. Con el tiempo se han obtenido grandes logros en el estudio del medio que nos rodea, el cual, hoy sabemos, está formado por la materia en continuo movimiento y cambio.

La Física es una de las ciencias naturales que estudia la materia, la energía y las relaciones entre ambas. Es importante para todas las demás ciencias como la Biología, la Geología, la Química y la Astronomía, las cuales utilizan las teorías y las leyes físicas.

La Física Clásica es una expresión que normalmente se refiere a estudios realizados hasta finales del siglo pasado, acerca de la mecánica, la luz, el calor, el sonido, la electricidad y el magnetismo. Los conocimientos adquiridos en esta rama se basaron en la observación a través de los sentidos y en mediciones directas.

A principios del siglo actual, se desarrolla la Teoría de la Mecánica Cuántica, la cual estudia el comportamiento de partículas y sistemas microscópicos como las moléculas, los átomos y sus componentes. Aquí el hombre se ve imposibilitado de efectuar mediciones de manera directa y precisa, por lo cual, las realiza de manera indirecta y probabilística. En esta misma época, tuvo sus inicios la Física Relativista, misma que estudia el movimiento de objetos a velocidades cercanas a la de la luz, y el efecto de estas velocidades sobre la masa, la longitud, el tiempo y la energía. Al igual que en la Mecánica Cuántica, en la Física Relativista no se pueden efectuar mediciones directas. Al principio, fue considerada como una propuesta descabellada, pero con el tiempo se han demostrado experimentalmente algunas de sus consecuencias, por ejemplo la relación energía - masa dada por $E = mc^2$, en donde E representa la energía, de un objeto de cierta masa (m) y c, la velocidad de la luz.

El inicio de la Física Moderna se considera a partir de la Teoría de la Relatividad y de la Teoría Cuántica en la descripción de sistemas microscópicos como los átomos y las moléculas; y una comprensión más detallada de los sólidos, líquidos y gases. Con base en estas ideas, se tiene que la Física se puede clasificar en las siguientes ramas.

FÍSICA
- *CLÁSICA*
  - *MECÁNICA*
  - *TERMODINÁMICA*
  - *ÓPTICA*
  - *ACÚSTICA*
  - *ELECTROMAGNETISMO*
- *MODERNA*
  - *RELATIVIDAD*
  - *MECÁNICA CUÁNTICA*
  - *FÍSICA ATÓMICA*
  - *FÍSICA NUCLEAR*
  - *FÍSICA DEL ESTADO SÓLIDO*
  - *FÍSICA DEL PLASMA*
  - *FÍSICA DE PARTÍCULAS ELEMENTALES*

Con excepción de los fenómenos en el mundo microscópico y del movimiento de partículas a velocidades próximas a la de la luz, la Física Clásica describe adecuadamente el resto de nuestro mundo físico. Los fenómenos que se estudian en las diferentes ramas de la Física se relacionan entre sí, mediante un pequeño número de principios básicos (leyes generales), integrándola de manera coherente y no como un estudio de hechos aislados. Estos principios básicos pueden ser abordados en el estudio del movimiento de los cuerpos y prolongarse después a las demás áreas de la Física.

La Física ha realizado aportaciones a la tecnología o ciencia aplicada, la cual ofrece métodos de solución a problemas prácticos de nuestro entorno; dichas aportaciones han sido de gran utilidad para el desarollo de la humanidad. Por ejemplo, los descubrimientos en el campo de la electricidad, produjeron una gran revolución en la transportación terrestre, aérea y marítima; al entenderse mejor la electricidad y el magnetismo, se llegó a la industrialización de la energía eléctrica, en gran escala, así como a las comunicaciones telegráficas, telefónicas, de radio y de televisión.

Para una mejor comprensión de lo anteriormente expuesto, vamos a considerar algunas ideas que han predominado en el desarrollo histórico de la Física, su aportación a la ciencia y su método de investigación.

B. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

En el desarrollo histórico de la Física se contemplan tres ideas primordiales, las cuales han servido al hombre para conocer su entorno. Cada una de estas ideas predominó en cierta época, hasta que fue sustituída por otra, al no brindar aquélla una explicación adecuada y precisa del mundo que nos rodea. Es así como la humanidad evoluciona en la satisfacción de sus necesidades, mediante el desarrollo del llamado conocimiento científico.

Las ideas predominantes en la Física son:

1) La idea de orden, desarrollada por Aristóteles, predominó hasta el siglo XVI, es decir, en la antigüedad la ciencia consistía en ordenar las cosas.

2) La idea de una causa mecánica surge a partir de Galileo y Newton; aquí la ciencia pasó a ser la búsqueda de la causa mecánica de los fenómenos observables. Esta idea predominó en los siglos XVII, XVIII y XIX y a la Física basada en ella se le conoce como Física Clásica.

3) La idea de un comportamiento probabilístico, se desarrolló a partir del inicio de este siglo y señala como concepto primordial la probabilidad de que la materia, a nivel microscópico, tiene cierto comportamiento. Junto a esta idea se consideran las variaciones de algunas cantidades, cuando las partículas se mueven a velocidades cercanas a la de la luz. Estas cantidades (longitud, masa, tiempo, etc.) eran invariables en la Física Clásica.

1. EL MODELO ARISTOTÉLICO

Aristóteles (384 - 322 a. C.) trató de dar alguna explicación a cada uno de los aspectos importantes de la naturaleza y de la vida. Para ello, recopiló y ordenó toda la información necesaria disponible, por lo que es considerado el primero de los enciclopedistas. Su obra es abundante, pero en nuestro caso nos concretaremos a lo que con frecuencia se acostumbra designar como la "*Física aristotélica*"; en ella estudió la materia, su forma, su movimiento y el espacio que ocupa. Sus aportaciones fueron más bien filosóficas que físicas, vistas con el rigor que actualmente se conocen.

Aristóteles.

Los escritos aristotélicos fueron difundidos por los árabes en Europa occidental y traducidos finalmente al latín, siendo estos textos tomados como base por los intelectuales escolásticos medievales. Uno de los trabajos en las universidades fue el de hacer inteligibles estos textos y aclarar el pensamiento aristotélico.

En Aristóteles se observa que el propósito de su indagación era encontrar el orden de todas las cosas, formulando un gran Universo lógico, en donde cada cosa "conoce" su lugar y tiende a permanecer ahí. Este tipo de proposiciones las formuló con base en sus observaciones, las cuales no verificó experimentalmente, ya que el trabajo manual era considerado como algo indigno y sólo para esclavos. En cambio, la observación sí era aceptada y por eso se realizaron grandes avances en la Astronomía (al predecir eclipses, elaborar calendarios, etc).

Aristóteles planteó su concepción del mundo, la cual consta de cuatro elementos superpuestos, dentro de la esfera sublunar, a saber: tierra, agua, aire y fuego, y agrega un quinto elemento, el éter para las regiones superiores en donde, se encontraban los planetas y las estrellas (ver figura 1). En este sistema de esferas concéntricas, la Tierra ocupa el centro y además se encuentra estática. En el Universo las cosas tienen su lugar natural y tienden a permanecer en él. Según su cosmología, si un objeto sólido es llevado a una cierta altura y se suelta, éste tenderá a su posición original y al llegar ahí permanecerá en estado de reposo. Así mismo, un gas ascenderá a través de la tierra y del agua hasta ocupar su lugar en la esfera del aire, en donde permanecerá en reposo. Lo mismo ocurría con los demás elementos, los cuales al desplazarlos de su lugar natural y soltarlos, tendían a buscar la esfera a que corresponden, mediante un movimiento vertical hacia arriba o hacia abajo.

En el caso de la esfera celeste, que envolvía a los otros cuatro elementos, los cuerpos celestes no se encontraban en reposo, sino en un movimiento que ahora conocemos como circular uniforme.

Aristóteles llamaba movimiento natural al que realizaba un objeto para regresar a su estado natural (el reposo), en la esfera que le correspondía. Por el contrario, al movimiento generado por un factor externo, al que denominó fuerza, le llamó movimiento violento. Tales movimientos deberían de cesar al eliminar la fuerza, que era temporal y contingente, capaz de alterar el estado natural de las cosas, obligándolas a moverse. Al desaparecer la fuerza, el objeto quedaría en reposo si estaba en la esfera que le correspondía, y si no, adquiriría su movimiento natural, para alcanzar su lugar. Por lo que toca al movimiento en la Tierra, Aristóteles aceptaba el punto de vista "sensato" de que se necesita siempre una fuerza neta para que un objeto se mantenga en movimiento continuo.

En la caída de los cuerpos, Aristóteles decía que los más pesados caían más rápido, ya que contenían mayor cantidad del elemento tierra. En la caída libre de los cuerpos, la velocidad adquirida era directamente proporcional al peso (a mayor peso, mayor velocidad y a menor peso, menor velocidad), e inversamente proporcional a la resistencia del medio (a mayor resistencia, menor velocidad y a menor resistencia, mayor velocidad). A partir de este movimiento de caída libre, Aristóteles explicaba que el vacío no existe, ya que en él la resistencia sería cero, adquiriendo el objeto una velocidad infinita, lo cual era inconcebible y absurdo.

La teoría aristotélica empezó a tener contradicciones al explicar algunos problemas típicos de la época, por ejemplo, el de la flecha que se dispara, la cual al cesar la fuerza que ejerce la cuerda sobre ella, debería de caer hacia la Tierra, de acuerdo a su mismo argumento, lo cual no ocurre. Para subsanar este problema los aristotélicos argumentaban que al moverse la flecha hacia adelante, generaba un vacío en la parte de atrás y como éste no estaba permitido en la naturaleza, el aire se apresuraba a llenar el espacio vacío, impulsando a la flecha a continuar su vuelo. Con este argumento se presentaba al aire como el que detenía y a la vez también generaba el movimiento de los cuerpos.

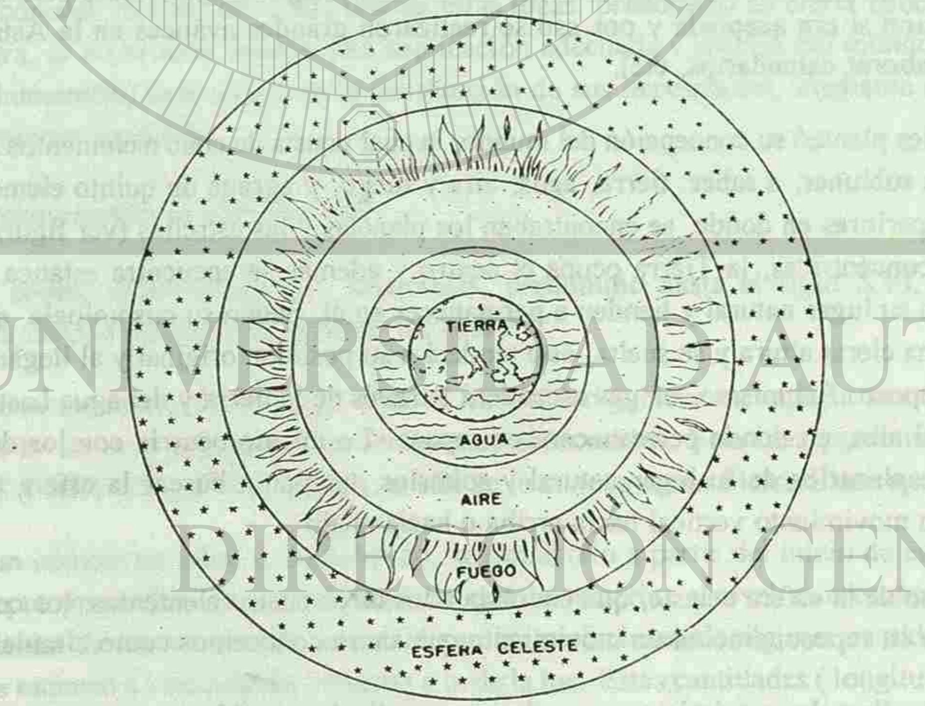


Figura No. 1. Representación Cosmológica de Aristóteles.

Otro problema que se detectó y que no iba de acuerdo con el razonamiento aristotélico, era la caída libre de los cuerpos, en donde se establecía que lo hacían a velocidad constante. Esto se planteó al considerar a un mismo objeto que caía de diferentes alturas, en donde se observó que lo hacía a velocidad mayor al caer desde una posición más alta. Los aristotélicos argumentaban que al ir cayendo, era mayor el peso del aire que estaba por encima del objeto que el que iba quedando por debajo de él, por lo que la resistencia era menor, y la fuerza que lo impulsaba, debido al peso del aire de arriba, era cada vez mayor, por lo tanto, la velocidad aumentaba. Por otra parte, si se tienen dos objetos, uno con el doble del peso que el otro, se observó que el más pesado no caía en la mitad del tiempo que tardaba el más ligero en caer desde la misma altura. En esta última observación, se planteaban serias dudas acerca de la propuesta aristotélica, la cual afirmaba que la velocidad con la que choca un cuerpo contra el suelo, en caída libre, es proporcional a su peso.

2. EL MODELO CLÁSICO (MECANICISTA O NEWTONIANO)

En el Renacimiento se generó un desafío total a la concepción que los aristotélicos daban del Universo (teoría geocéntrica), encontrándose su máxima expresión en Nicolas Copérnico (1473- 1543), quien estableció su teoría heliocéntrica (el Sol en el centro del Universo), en la cual la Tierra, junto con los otros planetas, gira alrededor del Sol. En este sistema la Tierra no está fija, ya que aparte de girar alrededor del Sol, tiene un movimiento de rotación sobre el eje que pasa por los polos.

En el contexto social europeo del siglo XVI se presenta el enfoque de la ciencia (el estudio de la naturaleza) como un instrumento para que el hombre domine el mundo y acrecente su poder sobre la Tierra, y no nada más su actitud contemplativa. De esta forma la Física de Aristóteles no representaba ninguna utilidad. Este pensamiento se fue desarrollando a partir de la evolución de nuevas técnicas y su aplicación en la producción capitalista. Es decir, el desarrollo de la nueva ciencia se logra al ir resolviendo problemas técnicos. Estas nuevas técnicas implican mejores mediciones y cálculos más precisos, lo cual trajo consigo un lenguaje matemático apropiado. Aparte del nuevo método de la ciencia y de su lenguaje, se desarrollaron nuevas técnicas, como la de observar, a través de un telescopio, los planetas, el Sol, la Luna, mejorando así sus observaciones.

En el nuevo enfoque de la ciencia se estudian las causas que producen los fenómenos y se enfatiza en aquéllos que permiten su reproducción de manera experimental y su cuantificación, éstas son las dos características fundamentales de la nueva ciencia.

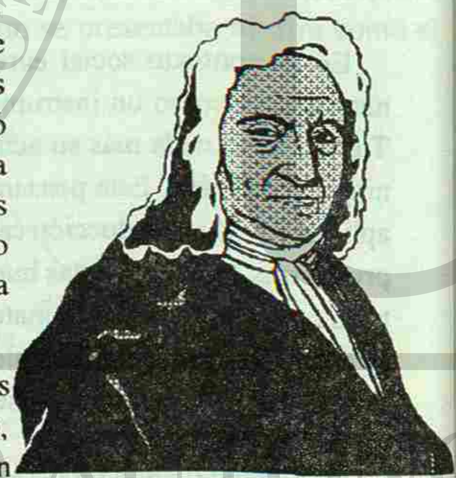
Galileo sentó las bases de esta "revolución científica" al proponer que todo conocimiento de la naturaleza debería establecerse por la experimentación, reproduciendo el fenómeno de manera controlada (midiéndolo o cuantificándolo). A partir de estas observaciones particulares se fueron elaborando teorías generales que a su vez se utilizaron para describir casos particulares. De estos casos particulares se llega a casos generales, estableciéndose así el ciclo básico de la Física experimental. Este método es llamado inductivo- deductivo.

Al mismo tiempo que se desarrollaba un método para la nueva ciencia, se buscaba un lenguaje preciso y capaz de describir los fenómenos, cuantificar las leyes y principios, y comprobar las teorías. Para ello se adoptó el lenguaje matemático como el más adecuado para dichos fines.

Partiendo de estas características fundamentales de la nueva Física, en donde se adquiere un método basado en la experimentación, un lenguaje claro y preciso con base en las matemáticas y unas técnicas adecuadas en el estudio de los fenómenos de la naturaleza, se lograron grandes avances en la ciencia, cuya finalidad ya no era la contemplación, sino la satisfacción de la demanda social, a través de su aplicación en el desarrollo tecnológico.

Johannes Kepler (1571-1630) demostró que los planetas giran describiendo una elipse y que el Sol se encuentra en uno de los focos. A su vez Galileo Galilei (1564-1642) mostró argumentos, con base en las observaciones hechas del Sol, en favor del movimiento de la Tierra. El Universo empezó a unificarse y a perder su orden jerárquico, el cual se consideraba como un conjunto de regiones de diferentes categorías y estático, apareciendo como un conjunto de cuerpos en constante interacción, en movimiento y en evolución continua. Se presentaba como una máquina cuyo funcionamiento había que desentrañar, encontrando y descubriendo las causas que lo gobiernan. En esta nueva concepción de la ciencia, los fenómenos no se explicarían en términos lógicos, sino mediante relaciones de causa y efecto mecánicos. De esta forma la contemplación sublime cedió su lugar a la acción provechosa.

En este proceso participaron los más grandes talentos de la época, la cual culmina con la formulación de los "Principios Matemáticos de la Filosofía Natural" de Isaac Newton (1642-1727). Esta obra es considerada como un tratado mecánico - matemático, que representó la base para el desarrollo de la estructura de la Física y de la ciencia en general. La contemplación Aristotélica cedió su lugar a las causas mecánicas de Newton. El conocimiento se orientó hacia el dominio de las leyes generales de la naturaleza, mediante las cuales se pretendía su control y aprovechamiento.


Isaac Newton

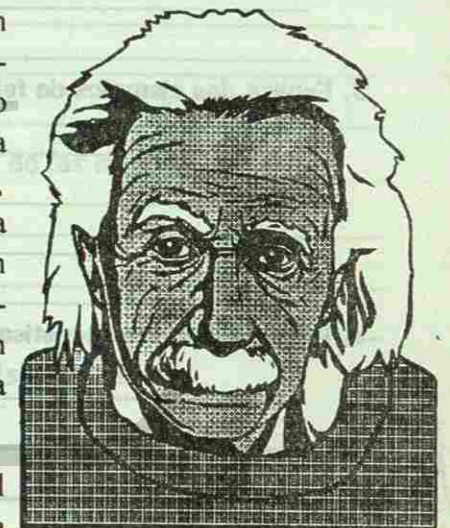
Como ya se ha mencionado con anterioridad, fueron los problemas prácticos los que generaron el desarrollo científico, como por ejemplo, en el siglo XVI, los problemas planteados en la navegación, hicieron posible el desarrollo conjunto de la Mecánica y la Astronomía, generándose entre ellas las condiciones para la gran síntesis de Newton. En los trabajos de Newton se llega por inducción, de los casos particulares a las leyes generales, y de éstas, por deducción, a casos particulares. Mediante este procedimiento logró establecer la Ley de la Gravitación Universal, en la cual analiza el comportamiento de los cuerpos que caen a la superficie de la Tierra y el comportamiento de los cuerpos celestes, unificando la Mecánica y estableciendo el comportamiento dinámico del Universo.

Con la formulación de las Leyes de Newton del Movimiento, en las cuales se relaciona a la fuerza con el cambio en el movimiento, se derrumbó el viejo esquema aristotélico, en donde de acuerdo al sentido común, la fuerza era necesaria para mantener el movimiento de un cuerpo. Así mismo, Newton mostró que el Universo se rige por leyes matemáticamente simples, como las referidas a la electricidad y al calor, las cuales fueron construídas sobre un modelo newtoniano o mecanicista. De todo lo anteriormente expuesto, se deduce que a partir del siglo XVI se llevó a cabo un desarrollo científico con bases experimentales, del cual se logró enunciar las leyes de la naturaleza, en las que se describe y se representa matemáticamente el comportamiento de ésta.

3. MODELO DE LA FÍSICA MODERNA

A finales del siglo pasado era una creencia común que todos los fenómenos naturales podían describirse mediante las leyes de Newton, los principios de la Termodinámica y las leyes del electromagnetismo, los cuales se basaban en una concepción mecanicista del Universo. El desarrollo de la Física Moderna se da a partir del inicio de este siglo, demostrando que la Mecánica Clásica no es siempre aplicable. El estudio del movimiento de partículas, a velocidades comparables a la de la luz, y la investigación del mundo microscópico de los átomos, electrones, protones, y otras partículas, ha impulsado el desarrollo de algunos campos de la Física Moderna, como son la Relatividad y la Mecánica Cuántica.

La Teoría de la Relatividad fue desarrollada por Albert Einstein (1879-1955). A partir de la cual se llegó a establecer algunas proposiciones teóricas, que fueron demostradas experimentalmente tiempo después. De ellas se deduce que algunas cantidades, que en la Física Clásica se consideran constantes, ahora cambian, tales como la masa, el tiempo, la longitud, cuando las velocidades son cercanas a la de la luz. Otra consecuencia es que algunos conceptos clásicos que eran considerados independientes, ahora aparecen estrechamente relacionados (espacio - tiempo, masa - energía). Una tercera aportación de la Teoría de la Relatividad es que la luz se desvía de su trayectoria al pasar junto a cuerpos de gran masa.


Albert Einstein

En relación a la Mecánica Cuántica, se realizaron estudios del mundo microscópico y se descubrió que en la interacción de la radiación con la materia, el comportamiento de los electrones puede ser descrito en términos ondulatorios, y a su vez, la radiación presenta un comportamiento como partícula (dualidad onda - partícula). Por otro lado, se encuentra que las cantidades observadas no eran independientes del observador y por lo tanto no era posible determinar una medición absoluta en la interacción objeto - observador. Esto nos lleva a que en la actualidad el estudio del micromundo se realice con base en una noción probabilística al pretender pronosticar el comportamiento de la materia. Una consecuencia de lo anterior, es que al estudiar el movimiento de una partícula no es posible determinar, de manera precisa, la posición y la velocidad al mismo tiempo, por lo que se imposibilita la utilización del esquema newtoniano.

Por último, cabe mencionar que cuando un objeto se mueve a velocidades pequeñas, comparadas con la velocidad de la luz, la Teoría de la Relatividad se reduce a las leyes de la Mecánica Clásica. Así mismo, al estudiar el comportamiento de los cuerpos en el macromundo, la Mecánica Cuántica se reduce también a las leyes de la Mecánica Clásica.

AUTOEVALUACIÓN

AL TERMINAR EL TEMA CONTESTA LO SIGUIENTE.

I. Da una respuesta breve a las siguientes cuestiones

1. Define a la Física como una área del conocimiento.

2. Describe dos ejemplos en donde observes la relación de la Física con otras áreas del conocimiento.

3. Explica dos ejemplos de fenómenos físicos observados en tu hogar.

4. Describe dos características del modelo aristotélico

5. Describe dos características del modelo newtoniano

6. Describe dos características del modelo de la Física Moderna

II. Anota en el espacio del lado izquierdo una "F" si el enunciado es falso o una "V" si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

1. La Física es una ciencia cuantitativa.

2. La Física es un campo de la ciencia fácilmente distinguible de otros.

3. Aristóteles negó la existencia del vacío.

4. Las Matemáticas sirven fundamentalmente como herramienta de las ciencias.

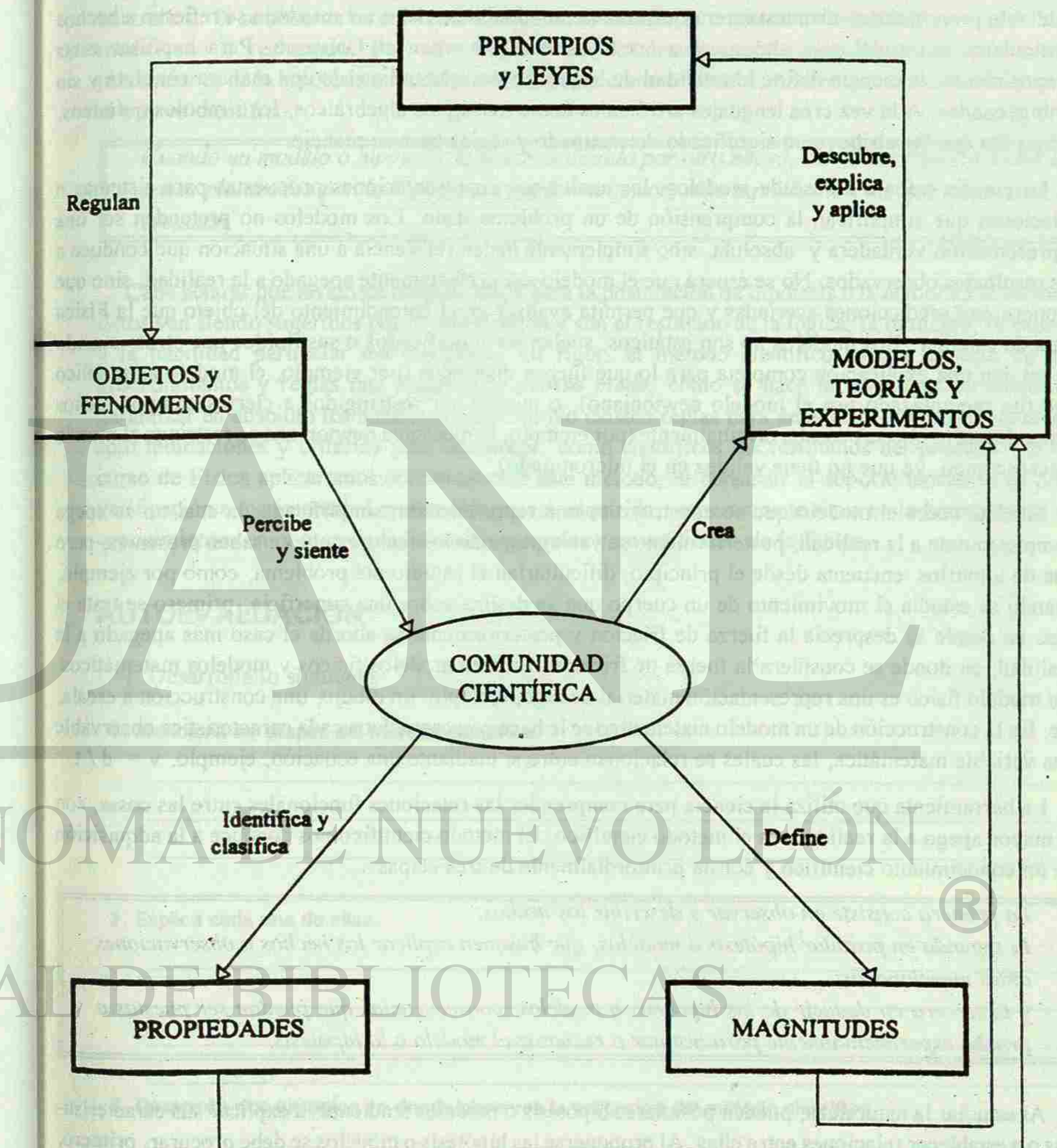
5. El desarrollo de la Mecánica Cuántica sentó las bases de la Física Moderna.

6. Conociendo los modelos aristotélico, clásico y moderno de la Física, se describe la evolución de esta ciencia hasta nuestros días.

III. Mediante un esquema realiza la clasificación de la Física Clásica, describiendo brevemente cada una de sus ramas.

IV. Describe dos de las ramas en que se divide la Física Moderna.

¿ CÓMO SE HACE LA CIENCIA ?



C. EL MÉTODO CIENTÍFICO

Si partimos del hecho de que el mundo es ordenado, la ciencia se puede definir como un conjunto de conocimientos ordenados e interrelacionados. El conocimiento científico es sistemático, y se enuncia mediante proposiciones dispuestas jerárquicamente, en donde las del nivel más bajo se refieren a hechos particulares y las del más alto nivel a las leyes que gobiernan el Universo. Para expresar estas proposiciones, la ciencia define la totalidad de los conceptos que utiliza, de una manera concreta y sin ambigüedades. A la vez crea lenguajes artificiales como los signos algebraicos, los símbolos químicos, etc., a los que les atribuye un significado determinado y reglas para su manejo.

La ciencia trabaja a base de modelos, los cuales son representaciones propuestas para sistemas o relaciones que simplifican la comprensión de un problema dado. Los modelos no pretenden ser una representación verdadera y absoluta, sino simplemente hacen referencia a una situación que conduce a los resultados observados. No se espera que el modelo sea perfectamente apegado a la realidad, sino que proporcione predicciones acertadas y que permita avanzar en el entendimiento del objeto que la Física trata de estudiar. Los modelos no son estáticos, suelen ser modificados o sustituidos por otros, cuando ya no dan una explicación completa para lo que fueron diseñados (por ejemplo, el modelo aristotélico que fue reemplazado por el modelo newtoniano), o pueden ser restringidos a ciertos campos menos generales de lo que se pensaba originalmente (por ejemplo, la mecánica newtoniana se restringe al mundo macroscópico, ya que no tiene validez en el micromundo).

Muchas veces el modelo que se construye es una representación simplificada, la cual no se apega completamente a la realidad; posteriormente se van agregando los factores que se saben presentes, pero que de tomarlos encuenta desde el principio, dificultarían el estudio del problema, como por ejemplo, cuando se estudia el movimiento de un cuerpo que se desliza sobre una superficie, primero se trata el caso en donde se desprecia la fuerza de fricción y posteriormente se aborda el caso más apegado a la realidad, en donde se considera la fuerza de fricción. Existen modelos físicos y modelos matemáticos. Un modelo físico es una representación material de algo, ejemplo: un dibujo, una construcción a escala, etc. En la construcción de un modelo matemático se le hace corresponder a cada característica observable una variable matemática, las cuales se relacionan entre sí mediante una ecuación, ejemplo, $v = d / t$.

La herramienta que utiliza la ciencia para comprender las relaciones funcionales entre las cosas, con el mayor apego a la realidad, es el método científico. El método científico nos conduce a la adquisición de un conocimiento científico y consta primordialmente de tres etapas:

La primera consiste en observar y describir los hechos;
la segunda en postular hipótesis o modelos, que busquen explicar los hechos u observaciones antes mencionadas;
y la tercera en deducir de las hipótesis o modelos, consecuencias que puedan ser puestas a prueba experimentalmente para aceptar o rechazar el modelo o la hipótesis.

Al estudiar la naturaleza, pueden postularse hipótesis o modelos tendientes a explicar sus características o a establecer relaciones entre ellas. Al proponerse las hipótesis o modelos se debe procurar, primero, que las causas sugeridas para la explicación del fenómeno efectivamente sean capaces de producirlo y

además, que existan en la naturaleza por ejemplo, al observar que un cuerpo cae libremente, se puede proponer la hipótesis de que ***todos los cuerpos caen debido a la acción de la gravedad***. En esta hipótesis, la causa sugerida de que los cuerpos caigan es la acción de la gravedad, lo cual ha sido demostrado experimentalmente. Por otra parte, cabe señalar que esta causa (la acción de la gravedad) existe en la naturaleza. Si se observa un solo caso en que no se cumple la predicción, la hipótesis o modelo debe ser modificado o rechazado. Por otro lado, si se demuestra experimentalmente que son ciertas las predicciones de la hipótesis o modelos, tantas veces como se pruebe, se dice que es sostenible y se agrega al acervo científico.

Cuando un modelo o hipótesis debe ser sustituido por otro nuevo, éste debe explicar todos los casos planteados por la hipótesis o modelo anterior, más aquéllos nuevos que motivaron su creación.

Cabe aclarar que no existe ninguna regla para la postulación de hipótesis o la elaboración de modelos. Estos van siendo sugeridos por la observación y son el resultado de la lógica, la intuición, la experiencia y la habilidad particular del científico. En rigor, el método científico es una especie de guía de procedimientos y reglas que sugieren, ***a grosso modo***, cómo se hace la investigación científica, sin garantizar en absoluto los buenos resultados. No existen reglas para generar el conocimiento científico, sólo indicaciones y criterios para reconocer, como científicos los resultados del proceso. En nuestro curso de Física aplicaremos continuamente este método, al construir el soporte teórico y su posterior verificación experimental. La metodología así adquirida, esperamos te sirva en la búsqueda de nuevos conocimientos en el área de las ciencias naturales y en particular de la Física.

AUTOEVALUACION

I. Desarrolla lo siguiente.

1. Menciona las etapas del método científico.

2. Explica cada una de ellas.

3. Desarrolla dos ejemplos en donde observes la aplicación del método científico.

D. SISTEMAS DE UNIDADES

En la ciencia, en particular en Física, se efectúan mediciones de cantidades que aparecen en la naturaleza. Es frecuente que en un taller, en la casa, en la escuela, y en general en todas partes, tengamos que realizar alguna medición: el tiempo en llegar a la escuela, la longitud de una habitación, la cantidad de agua que hay en un recipiente, etc. Para lograr estas mediciones el hombre ha desarrollado, en el transcurso de su historia, algunos sistemas de unidades mediante los cuales ha pretendido llevar a cabo dichas mediciones, es decir, comparar la magnitud de un objeto con otra que le sirve de base o patrón. Uno de los puntos fundamentales y al cual nos dedicaremos, es el de encontrar el patrón de medida.

1. CANTIDAD FÍSICA

Se llama cantidad física a toda aquélla que puede ser medido y que tiene una representación en el mundo real. La longitud, la masa, el volumen, la velocidad, etc., son algunos ejemplos de cantidades físicas.

En cambio el odio, la envidia, la felicidad no son cantidades físicas puesto que no son medibles.

Para efectuar la medición de alguna cantidad física, primero debemos fijar, de manera arbitraria o convencional, nuestra unidad o patrón de medida.

Una unidad o patrón es toda magnitud de valor conocido y perfectamente definido que se toma como referencia para medir y expresar el valor de otras magnitudes de la misma especie. Para medir una cantidad física, se compara esta cantidad con la unidad correspondiente.

La medición es una descripción cuantitativa de dicha cantidad, mediante la asignación de un número.

Las unidades se dividen en fundamentales y derivadas. Se dice que son fundamentales aquéllas que se seleccionan de manera arbitraria y que no se definen en función de otras magnitudes físicas. En cambio las unidades derivadas se forman a partir de las fundamentales.

UNIDADES FUNDAMENTALES			
MEDICIÓN	UNIDAD	S	DEFINICIÓN
LONGITUD	metro	m	
MASA	kilogramo	kg	
TIEMPO	segundo	s	
TEMPERATURA	Kelvin	K	
CORRIENTE ELÉCTRICA	Ampere	A	
INTENSIDAD LUMINOSA	Candela	cd	
CANTIDAD DE SUSTANCIA	mol	mol	
ÁNGULO PLANO	radián	rad	
ÁNGULO SÓLIDO	estereoradián	sr	

UNIDADES DERIVADAS			
MEDICIÓN	M.K.S	NOMBRE	SÍMBOLO
velocidad	$\frac{metros}{segundos}$		$\frac{m}{s}$
aceleración	$\frac{metros}{segundos^2}$		$\frac{m}{s^2}$
área	$metros^2$		m^2
volumen	$metros^3$		m^3
fuerza	$\frac{kilogramos\ metro}{segundo^2} = \frac{kg\ m}{s^2}$	Newton	N
trabajo	$\frac{kilogramos\ metro^2}{segundos^2} = \frac{kg\ m^2}{s^2}$	Joule	J
potencia	$\frac{kilogramo\ metros^2}{segundo^3} = \frac{kg\ m^2}{s^3}$	Watt	W
campo eléctrico	$\frac{kilogramo\ metro}{segundo^2\ Coulomb} = \frac{kg\ m}{s^2\ C}$		N/C

Para los fines del presente curso que se enmarcan en la Mecánica Clásica, vamos a considerar solamente las tres primeras cantidades físicas fundamentales (longitud, masa y tiempo), con las cuales se determinan el resto de las unidades que se van a utilizar.

La longitud, la masa y el tiempo se definen de la siguiente manera:

LONGITUD: Es la distancia que cubre un segmento lineal para unir dos puntos.

MASA: Es la medida de la propiedad que tiene un cuerpo de resistirse a cambiar su estado de reposo o de movimiento.

TIEMPO: Intervalo que transcurre entre dos sucesos determinados.

2. SISTEMAS DE UNIDADES

Un sistema de unidades está formado tanto de unidades fundamentales como de unidades derivadas y sirve para efectuar todo tipo de mediciones.

Según sean las unidades escogidas para la longitud, la masa y el tiempo, se tienen diferentes sistemas de unidades, los más importantes son: el Sistema Internacional de Unidades (SI) y el Sistema Inglés Absoluto (SIA).

SISTEMAS DE UNIDADES				
	SISTEMA INTERNACIONAL		INGLÉS	
CANTIDAD FÍSICA	M.K.S.	c.g.s.	Absoluto	Técnico
LONGITUD	metro (m)	centímetro (cm)	pie (ft)	pie (ft)
MASA	kilogramo (kg)	gramo (g)	libra (lb)	slug
TIEMPO	segundo (s)	segundo (s)	segundo (s)	segundo (s)

a) EQUIVALENCIAS

En virtud de la existencia de diferentes sistemas de unidades, es común tener una cantidad física expresada en dos o más unidades diferentes. Para ello vamos a mencionar algunas equivalencias entre unidades de los diferentes sistemas.

Las equivalencias de longitud más comunes entre el Sistema Internacional y el Sistema Inglés Absoluto, son:

	centímetro (cm)	decímetro (dm)	metro (m)	kilómetro (km)
milla (mi)	160,900	16,090	1,609	1.609
yarda (yd)	91.44	9.144	0.9144	9.14×10^{-4}
pie (ft)	30.53	3.053	0.305	3.05×10^{-4}
pulgada (in)	2.54	0.254	0.0254	2.54×10^{-5}

en donde

1 km = 1000 m	1 m = 10 dm	1 m = 100 cm	1 m = 1000 mm
1 pie = 12 pulg.	1 yd = 3 pies	1 mi = 1760 yd	1 mi = 5280 pies

Las equivalencias de masa más comunes entre el Sistema Internacional y el Sistema Inglés Absoluto, son:

	gramo g	kilogramo kg	tonelada ton
gramo	1	0.001	1 x 10-6
kilogramo	1000	1	1 x 10-3
tonelada	1,000,000	1000	1
onza (oz)	28.35	0.02835	28.35×10^{6}
libra (lb)	454	0.454	4.54 x 10-5
tonelada inglesa	908,000	908	9.08 x 105

1 libra (lb) = 16 onzas (oz)

1 Tonelada inglesa = 2,000 libras

En cuanto al tiempo, tenemos que la unidad es el segundo la misma para los tres sistemas que se están considerando. Algunas de las equivalencias más comunes son:

	horas	minutos	segundos
día	24	1,440	86,400
hora	1	60	3,600
minuto	1/60	1	60

Estas equivalencias son las más frecuentes en la medición del tiempo. Se pueden establecer también equivalencias para las unidades derivadas, al igual que para las fundamentales. Por ejemplo, tomemos como referencia el área y el volumen, y obtengamos algunas equivalencias.

Ejemplo 1.
Obtener la equivalencia del m^2 en cm^2.

Dado que 1 m = 100 cm elevando al cuadrado ambos términos de la igualdad, se tiene que

$$(1\ m)^2 = (100\ cm)^2$$

$$1\ m^2 = 10{,}000\ cm^2$$ equivalencia entre m^2 y el cm^2.

Ejemplo 2.
Obtener la equivalencia de 1 dm^3 en cm^3.

Dado que 1 dm = 10 cm elevando al cubo ambos lados de la igualdad, se tiene que $(1\ dm)^3 = (10\ cm)^3$

$1\ dm^3 = 1000\ cm^3$ este volumen de 1,000 cm^3 equivale también a 1 litro (l), es decir

$$1\ l = 1{,}000\ cm^3$$

b) FACTORES DE CONVERSIÓN

A partir de una equivalencia se obtienen dos factores de conversión, que se forman al dividir ambos lados de la igualdad, por uno de los dos términos de la equivalencia. Por ejemplo veamos la siguiente equivalencia

1 m = 100 cm si dividimos ambos términos entre 1 m tenemos

$$\frac{1\ m}{1\ m} = \frac{100\ cm}{1\ m}$$ de donde resulta

$$1 = \frac{100\ cm}{1\ m} \quad ó \quad \frac{100\ cm}{1\ m}$$ Factor de Conversión de metros a centímetros.

1 m = 100 cm si por el contrario se divide entre 100 cm.

$$\frac{1\ m}{100\ cm} = \frac{100\ cm}{100\ cm}$$

$$\frac{1\ m}{100\ cm} = 1$$ Factor de Conversión de centímetros a metros.

Con base en este ejemplo se deduce que a partir de una equivalencia, se obtienen dos factores de conversión, al dividir primero por uno y luego por el otro lado de la igualdad. Otra observación importante es que un factor de conversión siempre es igual a uno.

c) CONVERSIÓN DE UNIDADES

En ocasiones, es necesario expresar una cantidad física en otras unidades, bien ya sea del mismo sistema o de otro.

Para efectuar una conversión de unidades, se deberán realizar los siguientes pasos:

a) Escribir la cantidad que se va a convertir con sus unidades.

b) Seleccionar la equivalencia que relacione las unidades dadas con las unidades deseadas.

c) Formar el factor de conversión adecuado, según las unidades deseadas, a partir de la equivalencia.

d) Multiplicar la cantidad original por el factor de conversión adecuado y cancelar las unidades no deseadas.

Ejemplo 3.
Convertir 13,200 m a km.
Siguiendo los pasos citados anteriormente

a) 13,200 m

b) 1km = 1,000 m Equivalencia.

c) $\frac{1\ km}{1{,}000\ m} = 1$ F. C. de metros a kilómetros.

d) $13{,}200\ m\left[\frac{1\ km}{1{,}000\ m}\right]$ Realizando operaciones.

$$\frac{13{,}200\ km}{1{,}000}$$

$$13.20\ km$$

Ejemplo 4.
Expresar 2.4 m^2 en cm^2

a) 2.4 m^2

b) 1 m^2 = 10,000 cm^2 Equivalencia.

c) $\frac{10{,}000\ cm^2}{1\ m^2} = 1$ F. C. de metros^2 a centímetros^2

d) $2.4\ m^2\left[\frac{10{,}000\ cm^2}{1\ m^2}\right]$

Ejemplo 5.
Convertir 90 km/h a m/s.

a) 90 km/h

b) 1 h = 3,600 s 1 km = 1,000 m Equivalencias.

c) $\left[\frac{1\ h}{3{,}600\ s}\right] = 1 \quad y \quad \left[\frac{1{,}000\ m}{1\ km}\right] = 1$ F.C. de segundos a horas y kilómertros a metros.

d) $[90\ \frac{km}{h}]\left[\frac{1\ h}{3{,}600\ s}\right]\left[\frac{1{,}000\ m}{1\ km}\right]$ Realizando operaciones.

$$\frac{90{,}000\ m}{3{,}600\ s} = 25\ \frac{m}{s}$$

AUTOEVALUACIÓN

I. Anota en el espacio del lado izquierdo una **F** si el enunciado es falso o una OVO si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

____ **1. Se le llama cantidad física a todo lo que puede ser medido.**

____ **2. La magnitud de una cantidad física está dada por un número y la unidad correspondiente.**

____ **3. Las unidades fundamentales son aquéllas que no se definen en función de otras unidades.**

____ **4. Las unidades fundamentales del Sistema Internacional son: el metro, el kilogramo y el segundo.**

____ **5. Son ejemplos de unidades derivadas : m/s, m^2, m^3, etc.**

____ **6. La conversión de unidades consiste en expresar una magnitud en términos de otra unidad correspondiente.**

____ **7. El pie, la libra y el segundo, son las unidades fundamentales del Sistema Inglés Absoluto.**

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Efectúa las siguientes conversiones de unidades.

a) 40 horas a minutos	b) 15 minutos a horas	c) 7 kilómetros a metros
d) 0.05 m^2 a cm^2	e) 55 m^3 a cm^3	f) 6, 598 millas a metros
g) 470,000 milímetros a pulg.	h) 80 kilogramos a libras	i) 490 libras a kilogramos
j) 72 km/h a m/s	k) 42 kg/m^2 a g/cm^2	l) 60 mi/h a m/s

E. VECTORES

En la vida diaria aparentemente lo que más manejamos son las cantidades escalares en nuestras expresiones y cálculos. Por ejemplo: troté 4 kilómetros, compré 3 kilogramos de azúcar o la distancia de Monterrey a Saltillo es de 84 kilómetros.

Como puedes observar con estas simples expresiones te puedes dar una idea clara de la medición establecida en cada uno de los tres casos.

A estas mediciones que sólo con la magnitud acompañada de una unidad de medida pueden fácilmente describirlas se le llama *cantidad escalar*. Por lo tanto podemos definir:

> *Cantidad escalar es una cantidad que sólo tiene magnitud y va acompañada de la unidad correspondiente.*

Existen otro tipo de cantidades, que no son tan poco usuales como parece, denominadas *cantidades vectoriales*.

> *Las cantidades vectoriales además de la magnitud y la unidad para poder describirlas requieren también la dirección y el sentido.*

Son ejemplos: Un auto se desplazó 30 kilómetros hacia el norte; la velocidad de un proyectil es de 30 m/s a 30° de la horizontal; sobre un cuerpo actua una fuerza de 100 N a 50° de la horizontal, etc.

Para distinguir en su manejo las dos cantidades, usaremos letras mayúsculas en negritas o mayúsculas con una flecha en la parte superior para denotar un vector. Y la representación gráfica será por medio de una línea proporcional a su magnitud (a escala) terminada en punta de flecha que nos indicará el sentido del vector y el ángulo de inclinación sobre el eje de referencia, la dirección. (Observa las siguientes 4 figuras).

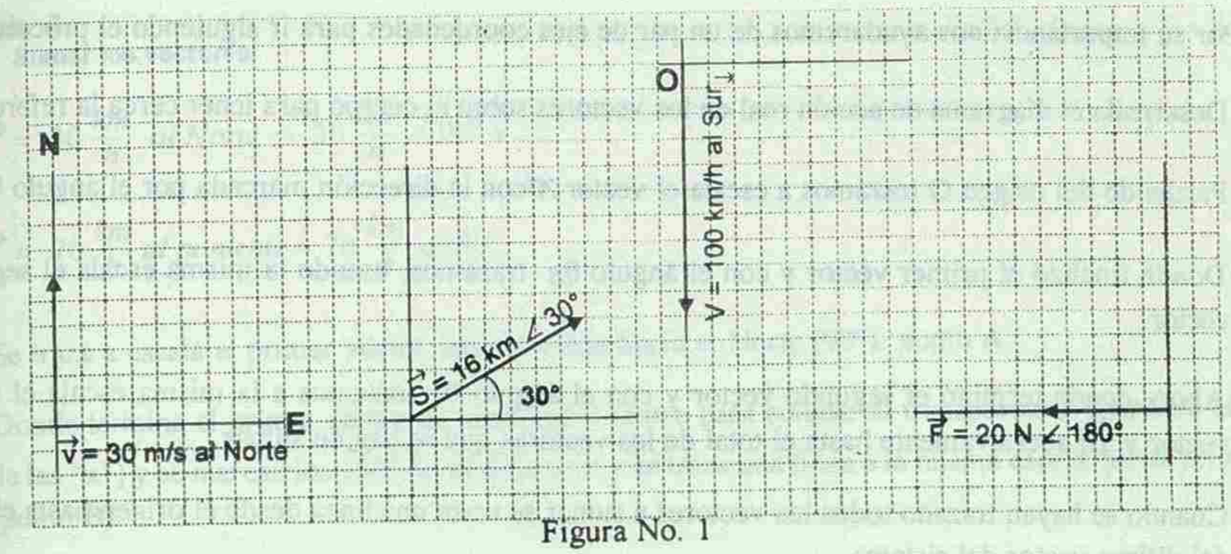


Figura No. 1

Al especificar que es una línea proporcional quiere decir que se puede manejar una escala para darle un tamaño de fácil manejo al trabajarlo en forma gráfica. Por ejemplo la cantidad vectorial 100 N ángulo de 0° puede ser representada por una línea de 100 centímetros en la escala 1N:1cm dibujada sobre el eje de las "x" (difícil de dibujar). Pero también puede ser una línea de 50 centímetros sobre el eje de las "x" en la escala 2N:1cm (1 cm de dibujo representará 2 newtons) ó 10 centímetros en la escala 10N:1cm (1 cm representará 10 newtons). La práctica te dictará cual escala deberás de usar siendo tus límites las dimensiones del papel que estés usando en tus gráficos.

Debido a la propiedad de la dirección de los vectores, estos se suman y restan en forma muy diferente a la de las cantidades escalares. Para realizar estas operaciones se pueden usar métodos gráficos y analíticos. Los métodos gráficos se emplean para darnos una idea del concepto de suma y resta de vectores, pero es más frecuente usar los métodos analíticos porque son más exactos y rápidos.

A) MÉTODOS GRÁFICOS.

1) Método del polígono.

Método del polígono. Recibe este nombre porque al desarrollar todo el proceso de la suma o resta de vectores, resulta la figura de un polígono cerrado. Por supuesto el polígono de menos lados es el triángulo que resulta cuando se suman o restan dos vectores.

Veamos el proceso en los siguientes ejemplos:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

donde $\vec{A} = A \angle\theta_A$; $\vec{B} = B \angle\theta_B$; $\vec{C} = C \angle\theta_C$

Por su importancia nos ayudaremos de un par de ejes coordenados para ir siguiendo el proceso.

1° Desarrolla el diagrama de acción real de los vectores sobre el cuerpo para tener cerca la referencia.

2° Partiendo del origen O trazamos a escala el vector $\vec{A}$ con la dirección marcada por el ángulo θ_A.

3° Donde finalizó el primer vector y con el ángulo θ_B trazamos, usando la misma escala el segundo vector.

4° Ahora donde terminó el segundo vector y con el ángulo θ_C trazamos a la misma escala el tercer vector y así sucesivamente hasta el total de los vectores que se han de sumar.

5° Cuando se hayan trazado todos los vectores a sumar se traza una línea desde el origen hasta el final del último vector del sistema.

6° Se mide dicho segmento y se multiplica por la escala que estés usando. Esta es la respuesta de la magnitud de la resultante.

7° Por último con el transportador mides el ángulo formado por esta línea y el eje "x" positivo y obtendrás la dirección de este vector.

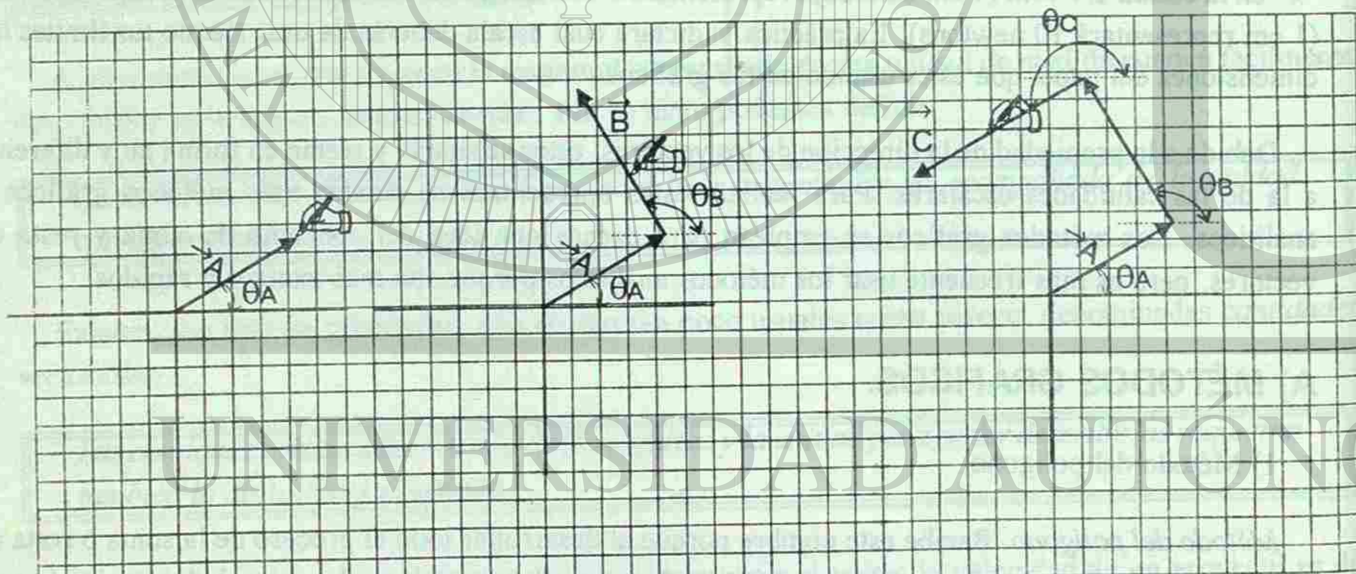


Figura No. 2. Completa el último trazo y mide el ángulo.

Respuesta: R ∠ θ_R

Ejemplo 6.
Sumar los vectores:

$$\vec{A} = 30\,\frac{km}{h}\ \textit{al Norte} = 30\,\frac{km}{h}\ \angle 90° \text{ y}$$

$$\vec{B} = 70\,\frac{km}{h}\ \textit{al poniente} = 70\,\frac{km}{h}\ \angle 180°$$

1° Se traza a escala el primer vector con dirección hacia el Norte (90°), punto **A**.

2° Donde termina el primer vector se toma como centro para colocar el transportador (paralelo al eje de las "x") y se marcan los 180° de su dirección y se traza una línea a la misma escala que el primero (punto **B**).

3° Se traza una línea (puede ser punteada para distinguirla) desde el origen hasta el punto final del segundo vector y se le coloca una punta de flecha en esta intersección (punto **B**).

4° Se mide la longitud de esta última línea y se multiplica este valor por la escala empleada para obtener la magnitud del vector resultante.

5° Colocando el transportador (centro en el origen) se lee en él el valor de la dirección.

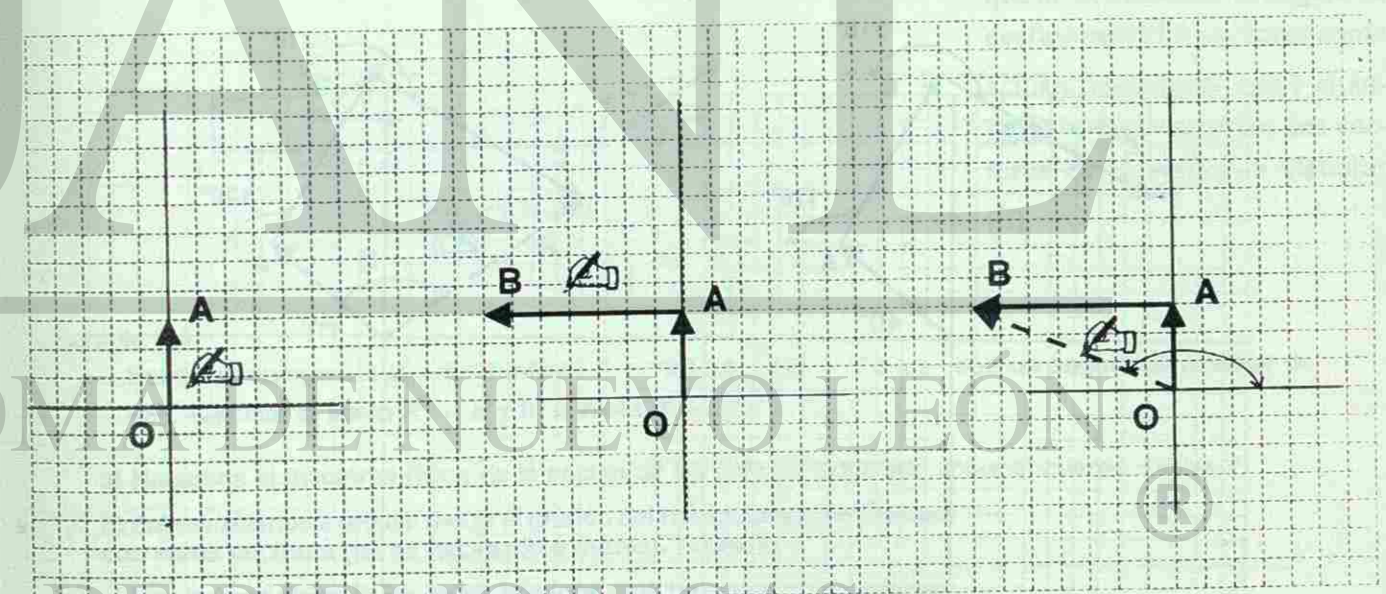


Figura No. 3. Secuencia de la suma de vectores.

Respuesta: 76 km/r Á 157É

Ejemplo 7.

Sumar los vectores:

$\vec{A} = 30\,N \angle 40°$; $\vec{B} = 40\,N \angle 120°$; $\vec{C} = 50\,N \angle 210°$

En los siguientes diagramas se muestra el proceso para calcular la resultante y su dirección.

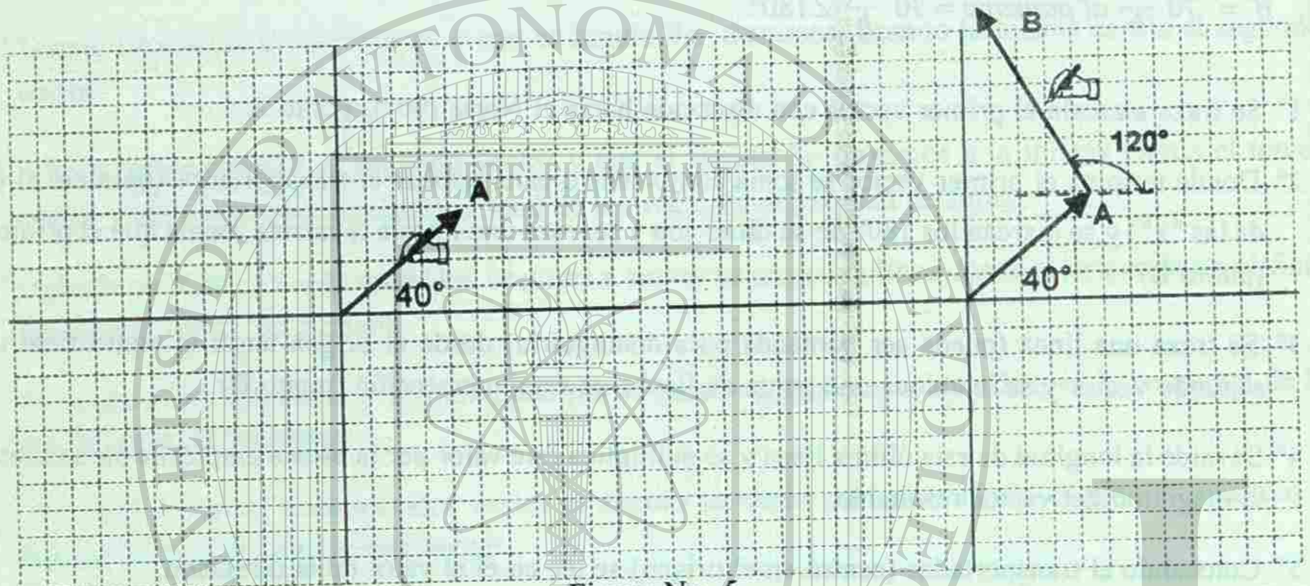


Figura No. 5.

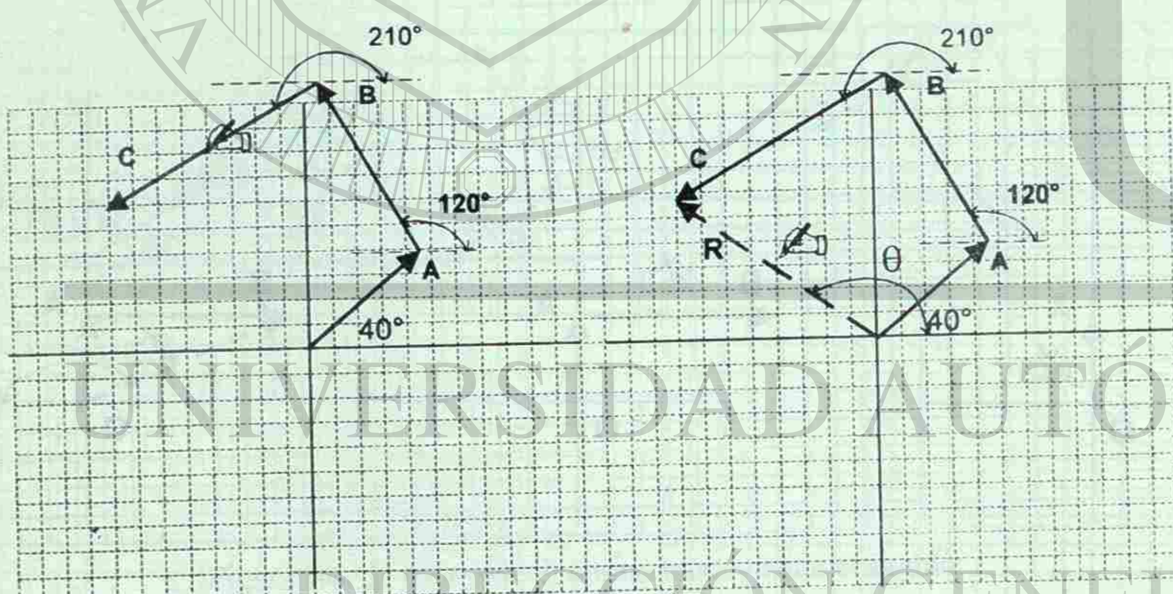


Figura No. 4.

Respuesta: $\vec{R} = \ \angle 144°$

B) MÉTODOS ANALÍTICOS

Los métodos analíticos para la suma de vectores son: el del *triángulo*, que se emplea cuando son dos vectores (tanto en suma como resta) y el más usual por lo sencillo y rápido, el *método de las componentes*.

Método del Triángulo. Como pudiste observar en el método gráfico del polígono, al sumar o restar vectores, se formaba al completarlo, un triángulo. También que se conocian dos lados y el ángulo formado por ellos. En matemáticas cuando tenemos un triángulo del cual conocemos dos lados y el ángulo formado entre ellos podemos obtener los datos faltantes del triángulo (el otro lado y los dos ángulos) por medio de la *ley de los cosenos* y la *ley de los senos*.

Ley de los Cosenos. El cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble producto de estos dos lados por el coseno del ángulo entre ellos.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

donde θ será igual a 180° menos el ángulo de desfase entre los dos vectores. (Observa las dos figuras anteriores para que no se confunda el ángulo de desfase entre los vectores como actúan fisicamente (α) y el ángulo formado entre los dos vectores en el gráfico a elaborar (θ).

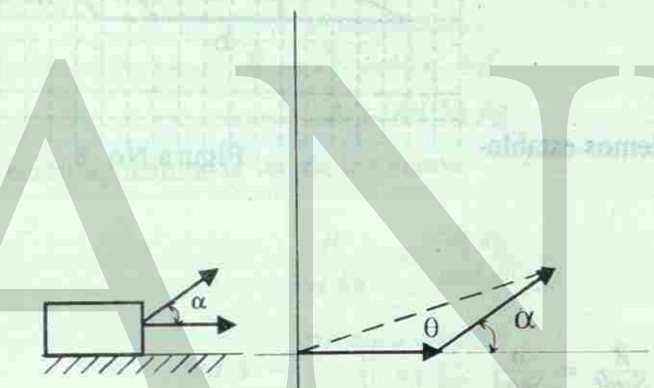


Figura No. 6.

Ejemplo E-3

Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas: $A = 50\,kg$ y $B = 70\,kg$ con un ángulo de desfase de 45°. Calcular la suma $\vec{A} + \vec{B}$ y b) la resta $\vec{A} - \vec{B}$.

a) Hagamos el diagrama físico de la acción de las fuerzas actuando sobre el cuerpo. figura 1

b) Establezcamos a *grosso modo* el gráfico del triángulo que se formará con estos vectores (no es necesario a escala). figura 2

c) Empleamos ahora la ley de los cosenos pero tomando en cuenta que el ángulo para la ecuación será θ = 180° - α = 180° - 45° = 135°.

$R^2 = (50\,kg)^2 + (70\,kg)^2 - (50\,kg)(70\,kg) \times \cos 135°$

$R^2 = 2{,}500\,kg^2 + 4{,}900\,kg^2 + 7{,}000\,kg^2 \times (-0.707)$

$R^2 = 12{,}349\,kg^2$

$R = 111.13\,kg$

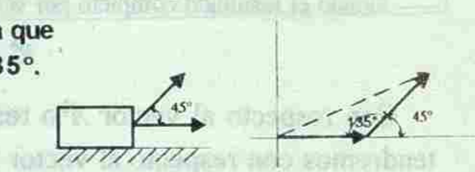


Figura No. 7.

Ya tenemos la magnitud de la resultante. Ahora nos interesa la dirección y para ello emplearemos a *ley de los senos.*

Ley de los senos. En cualquier triángulo, la razón que existe entre la magnitud de un lado y el seno del ángulo frente a él es igual a la razón de cualquiera de los otros lados al seno del ángulo frente a dicho ángulo.

$$\frac{a}{Sen\ A} = \frac{b}{Sen\ B}$$

ó

$$\frac{a}{Sen B} = \frac{c}{Sen\ C}$$

ó

$$\frac{b}{Sen\ B} = \frac{c}{Sen C}$$

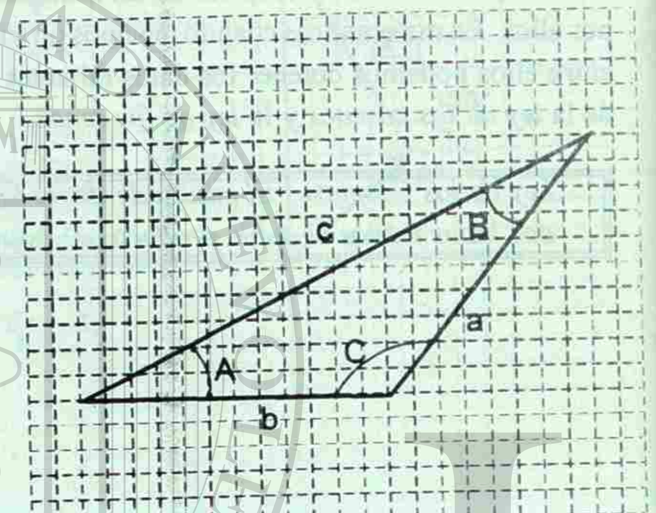


Figura No. 8.

Por lo tanto en nuestro problema podemos establecer:

$$\frac{R}{SenR} = \frac{a}{SenA}$$

$$\frac{R}{sen 135°} = \frac{70}{sen\ A}$$

$$sen\ A = \frac{70\ kg \times sen\ 135°}{R}$$

$$sen\ A = 0.4454$$

$$A = sen^{-1}\ (0.4454)$$

$$A = Z°$$

Siendo el resultado completo por ser un vector:

$$\vec{R} = 111.13\ kg \angle 26.45°$$

Con respecto al vector $\vec{A}$ o restándole este ángulo a 45É que es el ángulo de desfase entre los dos, tendremos con respecto al vector $\vec{B}$:

45É - 25.45É = 10.55É

b) En este caso se pide calcular la resta del vector $\vec{A}$ menos el vector $\vec{B}$ $\vec{A} - \vec{B}$ Para ello construyamos el triángulo que formarán estos estos vectores

El vector $\vec{A}$ es el mismo, en cambio en el vector $-\vec{B}$ la magnitud será igual al del vector $\vec{B}$ pero su sentido será contrario, es decir que lo tenemos que trazar girado 180° con respecto al vector $\vec{B}$

Desde este momento el proceso para calcular la resultante será igual que en la suma. El ángulo entre los dos vectores ahora es de 45° (entre $\vec{A}$ y $-\vec{B}$).

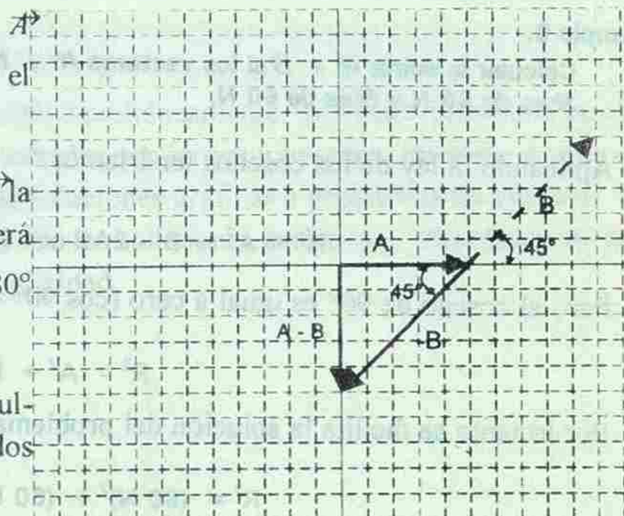


Figura No. 9.

$$R^2 = (50\ kg)^2 + (70\ kg)^2 - (50\ kg)(70\ kg) \times \cos 45°$$

$$R^2 = 2{,}500\ kg^2 + 4{,}900\ kg^2 - 7{,}000\ kg^2 \times (0.707)$$

$$R = \sqrt{2{,}451\ \ kg^2}$$

$$R = 49.51\ kg$$

Para la direción aplicamos la ley de los senos.

$$\frac{R}{sen\ 45°} = \frac{70\ kg}{sen\ A}$$

$$sen\ A = \frac{70\ kg \times sen\ 45°}{49.51\ kg}$$

$$A = sen^{-1}\ 0.9997$$

$$A = 88.71°$$

Por lo tanto

$$\vec{A} - \vec{B} = 49.51\ kg \angle 88.71°\ con\ respecto\ al\ vector\ \vec{A}$$

Nota: Es importantísimo que observes, analices y comprendas bien el siguiente ejemplo, ya que por las características delk proceso serán de gran ayuda en procesos posteriores.

Ejemplo 9.

Calcular la suma $\vec{A} + \vec{B}$ si los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ están desfasados 90° uno de otro. La magnitud $\vec{A}$ es de 80 N y $\vec{B}$ es de 60 N.

Aplicando la ley de los cosenos tendríamos:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos 90°$$

Pero el coseno de 90° es igual a cero (cos 90° = 0) entonces quedaría:

$$R^2 = A^2 + B^2 \quad \text{(TEOREMA DE PITÁGORAS).}$$

Por lo tanto se facilita la solución del problema.

$$R^2 = (80\ N)^2 + (60\ N)^2$$
$$R^2 = 6{,}400\ N^2 + 3{,}600\ N^2$$
$$R^2 = 10{,}000\ N^2$$
$$R = \sqrt{10{,}000\ N^2}$$
$$R = 100\ N$$

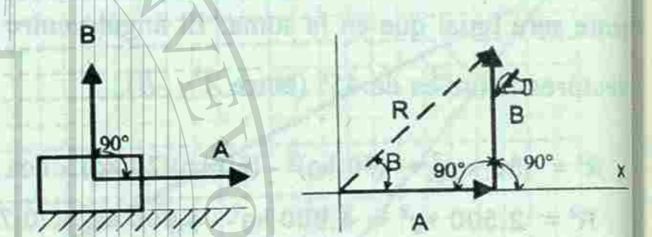


Figura No. 10

Para la dirección aplicaríamos la ley de los senos y obtendríamos:

$$\frac{A}{sen\ A} = \frac{B}{sen\ B}$$

$$\frac{sen\ b}{sen\ A} = \frac{B}{A} \quad \text{pero sen A = cos b, entonces}$$

$$\frac{sen\ B}{\cos B} = \frac{B}{A}$$

$$\text{y} \quad \frac{sen\ B}{\cos B} = \tan B \quad \text{obtenemos:}$$

$$\tan B = \frac{B}{A}$$

$$\tan B = \frac{60\ N}{80\ N}$$

$$\tan B = 0.75$$

$$B = \tan^{-1} 0.75 = 36.87°$$

Conclusión: Si el ángulo formado por dos vectores es de 90° usaremos directamente las definiciones matemáticas:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{(Teorema de Pitágoras)}$$

$$\tan B = \frac{b}{a}$$

MÉTODO DE LAS COMPONENTES.

Cuando varios vectores actúan sobre un mismo cuerpo simultáneamente, su vector resultante puede ser calculado por cualquiera de los métodos. Algunos métodos son largos y pesados, mientras que otros comprenden un mínimo de operaciones simples. De las soluciones gráficas a problemas de vectores, el método del polígono es indudablmente el más sencillo. De las soluciones analíticas, "**el método de las componentes**", es el más corto y preferido pos su simplicidad.

Pero antes de componer hay que descomponer.

DESCOMPOSICIÓN DE UN VECTOR.

En los métodos analizados anteriormente, principalmente cuando sumabas o restabas dos vectores, de ellos formabas uno. Ahora vamos a partir de un vector obtener dos vectores, con la consideración básica de que formen entre ellos un ángulo de 90É Veamos un ejemplo.

Ejemplo

Descomponer una fuerza de 80 newtons a 45° sobre la horizontal (eje + x).

Solución:

Sabemos que tenemos que tomar la fuerza de 80 N como la hipotenusa de un triángulo rectángulo (ver figura) y que los catetos del triángulo serán las proyecciones de la fuerza en cada uno de los ejes.

Figura No. 11

$\cos\theta = \frac{F_x}{F}$ Por definición de la función coseno.

$F_x = F \times \cos\theta$ Despejando F_x.

$F_x = 80\ N \times \cos 45°$ Sustituyendo datos.

$F_x = 80\ N \times 0.707$ Obteniendo el coseno de 45° de tablas de funciones trigonométricas o calculadora.

$F_x = 56.56\ N$ Realizando operaciones y obtenemos la componente sobre el eje "x".

$sen\ \theta = \frac{F_y}{F}$ Por la definición de la función seno.

$F_y = F \times sen\ \theta$ Despejando la componente en y (F_y).

$F_y = 80\ N \times sen\ 45°$ Sustituyendo datos.

$F_y = 80\ N \times 0.707$ Obteniendo el valor del seno a 45° en tablas de funciones trigonométricas o calculadora.

$F_y = 56.56\ N$ Realizando las operaciones finales obtenemos la componente sobre el eje "y".

Ahora sí podemos manejar el método de las componentes, teniendo la base de que primero hay q e descomponer cada uno de los vectores que que se van a sumar. Para ello tenemos que seguir el siguiente proceso:

$$F_x = F \times \cos\theta$$

1°. Cada uno de los vectores se descompne en su compnente sobre el eje "x" mediante esta ecuación..

$$F_y = F \times sen\,\theta$$

2°. Cada vector se descompone en su componente sobre el eje "y" mediante esta ecuación.

$$\sum F_x = F_{x_1} + F_{x_2} + \dots + F_{x_n}$$

3°. Se suman las componentes "x" para dar la componente resultante "x" (vector sobre el eje "x".

$$\sum F_y = F_{y_1} + f_{y_2} + \dots + F_{y_n}$$

4°. Se suman las componentes "y" para dar la componente resultante "y".

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

5°. Se combinan las componentes resultantes que forman un ángulo recto, empleando el Teorema de Pitágoras, para obtener la resultante R. Se debe trabajar en el cuadrante del sistema coordenado que corresponda. (desarrollar la gráfica correspondiente).

$$\tan\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma f_x}$$

6°. Se calcula la dirección de la resultante por medio de la función tangente con el rectángulo final.

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\Sigma F_y}{\Sigma f_x}$$

Se localiza en la Tablas de funciones trigonométricas o en calculadora teniendo cuidado de tener bien graficado el diagrama final de las sumatorias en "x" y en "y".

Para hacer la combinación marcada en el 5°. paso, debemos recordar las siguientes consideraciones:

- Cuando la suma de las componentes en "x" es **positiva**, dicho vector se graficará hacia la derecha.
- Cuando la compnente de la resultante en "x" es **negativa**, el vector se graficará hacia la izquierda.
- Si la compnente de la resultante en "y" es **positiva**, el vector se graficará hacia arriba.
- Si la componente de la resultante en "y" es **negativa**, el vector se graficará hacia abajo.

Bajo estas consideraciones, podemos concluir:

1°. Cuando ΣF_x es positiva y ΣF_y es positiva, la resultante se encuentra en el primer cuadrante, es decir que su dirección estará entre 0° y 90°.

2°. Cuando ΣF_x es negativa y ΣF_y es positiva, la resultante se encuentra en el segundo cuadrante, es decir que su dirección estará entre 90° y 180°.

3°. Cuando ΣF_x es negativa y ΣF_y es negativa, la resultante se encuentra en el tercer cuadrante, es decir que su dirección estará entre 180° y 270°.

4°. Cuando ΣF_x es positiva y ΣF_y es negativa, la resultante se encuentra en el cuarto cuadrante, es decir que su dirección estará entre 270° y 360°.

Ejemplo

Encontrar la resultante del siguiente sistema de fuerzas.

a) 150 kilogramos a 62°.

b) 125 kilogramos a 205°.

c) 130 kilogramos a 270°.

180 kilogramos a 337°.

$$150\ kg \cdot \cos 62° = 70.421\ kg$$
$$125\ kg \cdot \cos 205° = -113.288\ kg$$
$$130\ kg \cdot \cos 270° = 0.00$$
$$180\ kg \cdot \cos 337° = +165.691\ kg$$

Primero debemos de descomponer cada uno de los vectores sobre el eje "x" tomando en cuenta que los vectores que al descomponerlos indiquen a la derecha, son positivos y los que indiquen hacia la izquierda son negativos.

$$\Sigma F_x = +122.824\ kg$$

Sumatoria de los vectores en el eje "x". Por ser positivo en el eje "x". Por ser positivo es un vector resultante con dirección hacia la derecha.

$$150\ kg\ sen\ 62° = +132.442\ kg$$
$$125\ kg \cdot sen\ 205° = -52.827\ kg$$
$$130\ kg \cdot sen\ 270° = -130.000\ kg$$
$$180\ kg \cdot sen\ 337° = -70.332\ kg$$

Ahora, sobre el eje "y" y también debemos hacer su consideración. Los vectores que indiquen hacia arriba son positvos y los que indiquen hacia abajo son negativos.

$$\Sigma F_y = -120.717\ kg$$

Se realiza la sumatoria sobre el eje "y".

Se han obtenido dos vectores. Uno sobre el eje "x" con valor de 122.824 kilogramos y otro sobre el eje "y" con valor de -120.717 kilogramos. siguiendo con la misma base: Un vector hacia la derecha es positivo (eje "x") y hacia abajo es negativo (eje "y") se forma el diagrama.final.

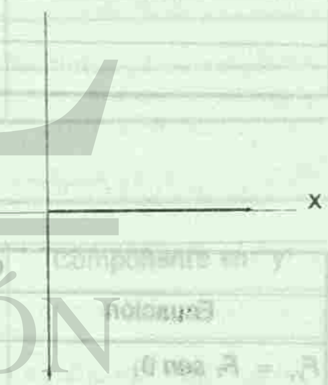


Figura No. 12

$$R = \sqrt{(122.824\ kg)^2 + (-121.717\ kg)^2}$$
$$R = \sqrt{29{,}658.33\ kg^2}$$
$$R = 172.216\ kg$$

Por el teorema de Pitágoras obtenemos la resultante.

$$\tan\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

La dirección del vector resultante se calcula usando la definición algebraica de la función tangente.

$$\tan \Theta = \frac{-120.717\ kg}{122.824\ kg}$$

$$\tan \theta = -0.9828$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0.9828 = 44.50^\circ$$

Para no tener dificultades con el valor negativo, calculamos un ángulo α, que será el formado por la resultante y la línea del eje "+ x"

$$\theta = 360^\circ - 44.50^\circ$$

Por estar el vector en el cuarto cuadrante y bajo las siguientes reglas.

1er. cuadrante: $\theta = \alpha$

2do. cuadrante: $\theta = 180^\circ - \alpha$

3er. cuadrante: $\theta = 180^\circ + \alpha$

4to. cuadrante: $\theta = 360^\circ - \alpha$

Una forma organizada de resolver este tipo de problemas es mostrado en seguida:

Cuadro de análisis de las componentes sobre el eje "x".			
Ecuación	**Int. de datos**	**Cambio por el ángulo (α)**	**Compnente "x"**
$F_{x_1} = F_1 \cos \theta_1$	150 $kg \times$ 62°		70.421 kg
$F_{x_2} = F_2 \cos \theta_2$	125 kg × cos 205°	125 kg x (-cos 25°)	-113.288 kg
$F_{x_3} = F_3 \cos \theta_3$	130 kg × cos 270°	130 kg x (+ cos 0°)	0.000 kg
$F_{x_4} = F_4 \cos \theta_4$	180 kg × cos 337°	180 kg x (+ cos 23°)	+ 165.691 kg
		ΣF_x	+ 122.824 kg
		$(\Sigma F_x)^2$	15,085.735 kg²

Cuadro de análisis de las componentes sobre el eje "y".			
Ecuación	**Int. de datos**	**Cambio por el ángulo (α)**	**Componente "y"**
$F_{y_1} = F_1\ sen\ \theta_1$	150 kg x sen 62°		+ 132.442 kg
$F_{y_2} = f_2 \cos \theta_2$	125 kg x sen 205°	125 kg x (-sen 25°)	- 52.827 kg
$F_{y_3} = F_3 \cos \theta_3$	130 kg x sen 270°	130 kg x (-sen 90°)	-130.000 kg
$F_{y_4} = F_4\ sen\ \theta_4$	180 kg x sen 337°	180 kg x (-sen 23°)	- 70.332 kg
		ΣF_y	-120.717 kg
		$(\Sigma F_y)^2$	14,572.594 kg

$$R^2 = 15{,}085.735\ kg^2 + 14{,}572.594\ kg^2$$
$$R^2 = 29{,}658.329\ kg^2$$
$$R = 172.216\ kg$$

Tomamos los valores ya calculados de las sumatorias al cuadrado y empleamos el Teorema de Pitágoras.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-120.717\ kg}{122.824\ kg}$$
$$\theta = -45^\circ \ \text{ó} \ 315^\circ$$

Con las sumatorias y empleando la definición de la tangente calculas el ángulo correspondiente. en este caso está en el cuarto cuadrante según lo establecido y en la calculadora al sacar el inverso te dará 45° que tendrás que considerarlo correcamente.

Formato para que practiques el método de las componentes (hasta 8 vectores). Si usas calculadora puedes eliminar la columna 3 en cada caso.

Para las componentes en "x"			
Ecuación	**Int. de datos**	**Cambio al ángulo a**	**Componente en "x"**
$F_{x1} = F_1 \cos \theta_1$			
$F_{x2} = F_2 \cos \theta_2$			
$F_{x3} = F_3 \cos \theta_3$			
$F_{x4} = F_4 \cos \theta_4$			
$F_{x5} = F_5 \cos \theta_5$			
$F_{x6} = F_6 \cos \theta_6$			
$F_{x7} = F_7 \cos \theta_7$			
$F_{x8} = F_8 \cos \theta_8$			
		ΣF_x	
		$(\Sigma F_x)^2$	

Para las componentes en "y"			
Ecuación	**Int. de datos**	**Cambio al ángulo a**	**Componente en "y"**
$F_{y1} = F_1\ sen\ \theta_1$			
$F_{y2} = F_2\ sen\ \theta_2$			
$F_{y3} = F_3\ sen\ \theta_3$			
$F_{y4} = F_4\ sen\ \theta_4$			
$F_{y5} = F_5\ sen\ \theta_5$			
$F_{y6} = F_6\ sen\ \theta_6$			
$F_{y7} = F_7\ sen\ \theta_7$			
$F_{y8} = F_8\ sen\ \theta_8$			
		ΣF_y	
		$(\Sigma F_y)^2$	

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

$$R = \sqrt{(\quad\quad) + (\quad\quad)}$$

$$R =$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}\right)$$

$$\theta =$$

Diagrmas básicos en el método de las componentes:

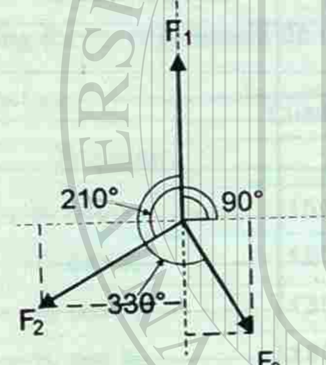
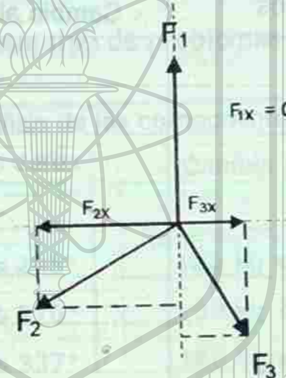


Figura No. 17



Figrua No. 13

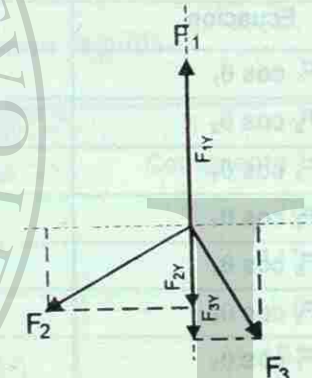


Figura No. 14

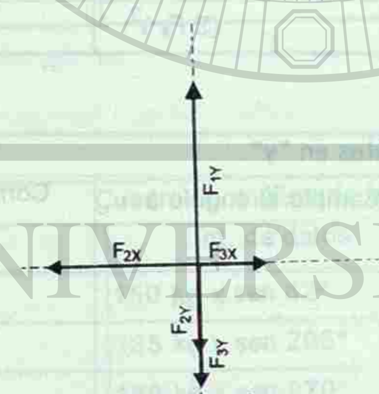


Figura No. 15

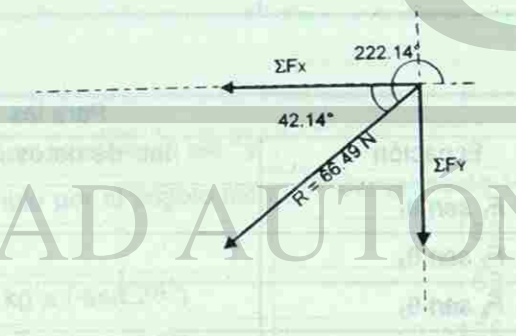


Figura No. 16

MULTIPLICACIÓN DE VECTORES.

Cuando sumamos cantidades escalares, los sumandos deben tener las mismas dimensiones, y la suma tendrá igualmente las mismas dimensiones. La misma regla se aplica a la suma de cantidades vectoriales. Por otra parte, podemos multiplicar cantidades escalares de dimensiones diferentes y obtener un producto de dimensiones posiblemente diferentes de cualquiera de las cantidades que han sido multiplicadas, por ejemplo distancia = velocidad x tiempo.

Como con los escalares, los vectores de diferentes clases pueden multiplicarse por otro para generar cantidades de dimensiones fisicas nuevas. A causa de que los vectores tienen tanto dirección como magnitud, el vector de multiplicación no puede seguir exactamente las mismas reglas que las reglas algebraicas de la multiplicación escalar. Debemos establecer nuevas reglas de multiplicación para los vectores.

Consideramos útil definir tres clases de operaciones de multiplicación con vectores:

1.- Multiplicación de un vector por un escalar.

2.- Multiplicación de dos vectores de modo tal que den por resultado un escalr.

3.- Multiplicación de dos vectores de modo tal que den por resultado otro vector.

- ***Multiplicación de un vector por un escalar.***

El producto de un escalar "c" y un vector "**a**", (ca), es un nuevo vector cuya magnitud es c veces la magnitud de **a**. Este vector tendrá la misma dirección de a si c es positivo y será opuesta la dirección si c es negativo. También es valida la división si consideramos a ésta como el recíproco de la multiplicación.

- ***Multiplicación de dos vectores para dar por resultado un escalar. También se define como el producto punto ($\vec{A} \cdot \vec{B}$).***

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos\theta$$

donde A y B son los módulos (magnitudes) correspondientes a cada vector y cos θ es el coseno del ángulo θ entre los dos vectores.

Puesto que A y B son escalares y cos θ es un número puro, el producto escalar de dos vectores es un escalar.

- ***Multiplicación de dos vectores para dar como resultado otro vector (producto cruz).***

El producto vectorial de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se escribe como

$$\vec{A} \times \vec{B}$$

en el que se obtiene otro vector $\vec{C}$ donde podemos definir

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

donde la magnitud de $\vec{C}$ se obtiene de la siguiente manera:

$$C = |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \, sen\, \theta$$

La dirección de $\vec{C}$ se define como la perpendicular al plano formado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$

Se simplifica la obtención de la dirección del vector C aplicando la regla de la mano derecha.

- La mano derecha para los productos vectoriales.

a) Girar el vector $\vec{A}$ hacia el vector $\vec{B}$ con los dedos de la mano derecha. El pulgar muestra la dirección de $\vec{C}$.

b) Invirtiendo el procedimiento se demuestra la dirección que $(\vec{B} \times \vec{A}) = -(\vec{A} \times \vec{B})$

AUTOEVALUACIÓN

AL TERMINAR EL TEMA CONTESTA LO SIGUIENTE.

I. Da una respuesta breve a las siguientes cuestiones.

1. Describe las cantidades escalares y da tres ejemplos de ellas.

____

____

____

2. Describe las cantidades vectoriales y da tres ejemplos de ellas.

____

____

3. Menciona los métodos empleados en la solución de sumas vectoriales.

____

____

4. Escribe las expresiones algebraicas de las componentes rectangulares de un vector.

5. Escribe la expresión algebraica que se emplea en el método de las componentes para calcular la magnitud del vector resultante.

6. Escribe la expresión algebraica que se emplea para obtener la dirección del vector resultante, en el método del triángulo cuando no es rectángulo.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Resuelve los siguientes problemas empleando los métodos gráficos, calculando la magnitud y dirección del vector resultante.
   - a) V_1 = 50 N a 20° ; V_2 = 40 N a 55°
   - b) V_1 = 12 N a 10° ; V_2 = 10 N a 75°
   - c) V_1 = 50 N a 30° ; V_2 = 60 N a 135° y V_3 = 70 N a 225°
2. Resuelve los siguientes problemas empleando los métodos analíticos, calculando la magnitud y dirección del vector resultante.
   - a) V_1 = 7 N a 35° ; V_2 = 9 N a 140°
   - b) V_1 = 30 N a 20° ; V_2 = 50 N a 90°; V_3 = 45 N a 180° y V_4 = 60 N a 270°
   - c) V_1 = 450 m a 10°; V_2 = 600 m a 270° y V_3 = 300 m a 230°

UNIDAD II
CINEMÁTICA

OBJETIVOS :

- Calcular el desplazamiento y la longitud recorrida, a partir de sus definiciones, distinguiendo entre ambas y destacando el carácter vectorial del primero.
- Calcular la velocidad media e instantánea, y la rapidez media e instantánea a partir de sus definiciones, distinguiendo en cada caso entre velocidad y rapidez y destacando el carácter vectorial de la primera.
- Calcular la aceleración media e instantánea de un cuerpo que se mueve con M.R.U.A. destacando el carácter vectorial de la misma.
- Describir gráficamente en una dimensión el M.R.U.A. de un cuerpo, identificando el M.R.U. como un caso particular cuando A = 0 .
- Describir gráficamente el M.R.U.A. a partir de las gráficas " X vs T", "V vs t" y "A vs T" calculando estas magnitudes y sus variaciones a través de las pendientes y las áreas bajo la curva en las gráficas señaladas.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Resuelve los siguientes problemas empleando los métodos gráficos, calculando la magnitud y dirección del vector resultante.

   a) $V_1 =$ 50 N a 20° ; $V_2 =$ 40 N a 55°

   b) $V_1 =$ 12 N a 10° ; $V_2 =$ 10 N a 75°

   c) $V_1 =$ 50 N a 30° ; $V_2 =$ 60 N a 135° y $V_3 =$ 70 N a 225°

2. Resuelve los siguientes problemas empleando los métodos analíticos, calculando la magnitud y dirección del vector resultante.

   a) $V_1 =$ 7 N a 35° ; $V_2 =$ 9 N a 140°

   b) $V_1 =$ 30 N a 20° ; $V_2 =$ 50 N a 90°; $V_3 =$ 45 N a 180° y $V_4 =$ 60 N a 270°

   c) $V_1 =$ 450 m a 10°; $V_2 =$ 600 m a 270° y $V_3 =$ 300 m a 230°

UNIDAD II
CINEMÁTICA

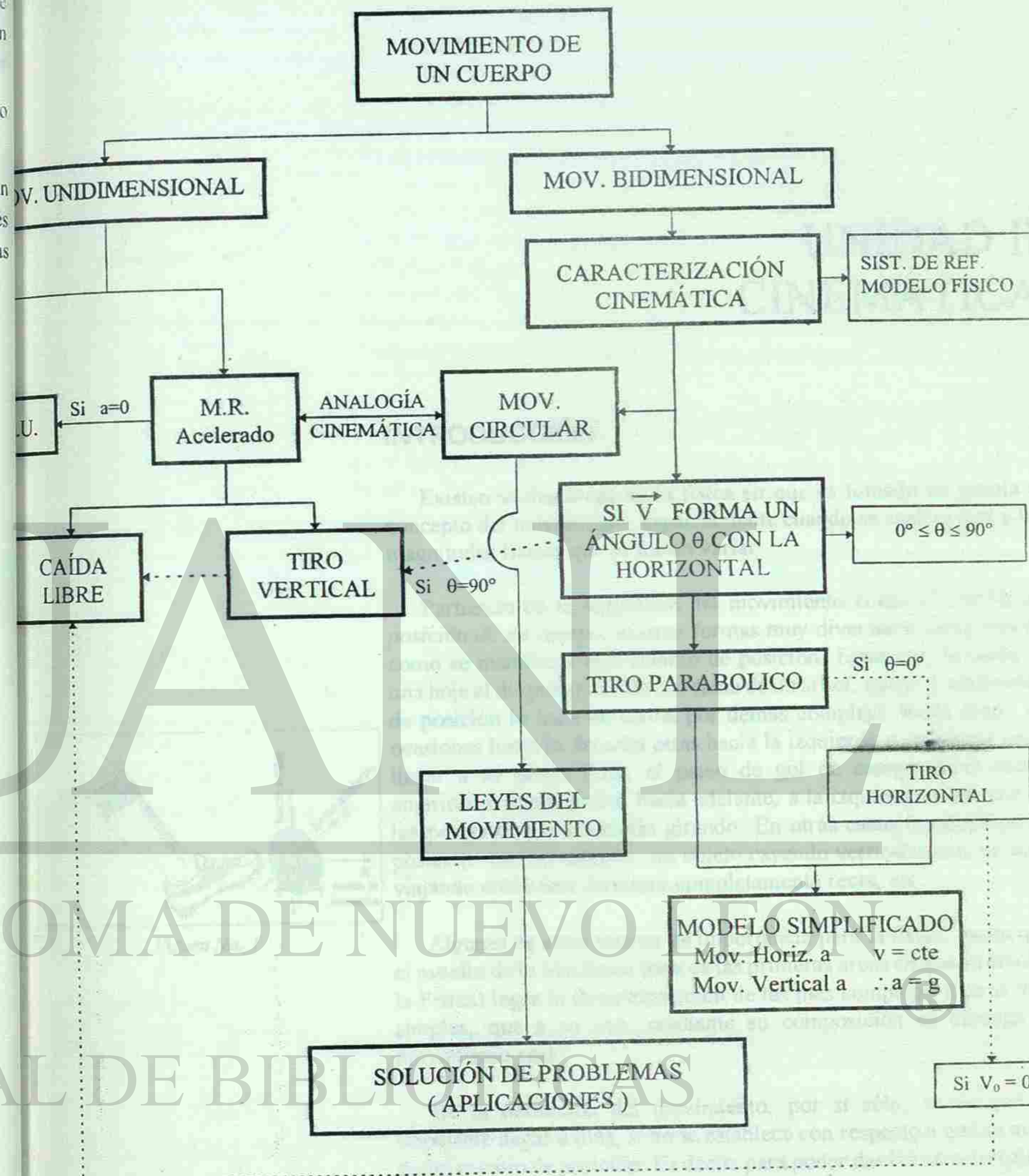
OBJETIVOS :

- Calcular el desplazamiento y la longitud recorrida, a partir de sus definiciones, distinguiendo entre ambas y destacando el carácter vectorial del primero.
- Calcular la velocidad media e instantánea, y la rapidez media e instantánea a partir de sus definiciones, distinguiendo en cada caso entre velocidad y rapidez y destacando el carácter vectorial de la primera.
- Calcular la aceleración media e instantánea de un cuerpo que se mueve con M.R.U.A. destacando el carácter vectorial de la misma.
- Describir gráficamente en una dimensión el M.R.U.A. de un cuerpo, identificando el M.R.U. como un caso particular cuando A = 0 .
- Describir gráficamente el M.R.U.A. a partir de las gráficas " X vs T", "V vs t" y "A vs T" calculando estas magnitudes y sus variaciones a través de las pendientes y las áreas bajo la curva en las gráficas señaladas.

- Calcular las magnitudes cinemáticas que caracterizan al M.R.U.A. mediante las ecuaciones de este movimiento utilizando un sistema de referencia previamente seleccionado e identificando en particular el movimiento de caída libre y de tiro vertical como M.R.U.A.
- Interpretar los resultados físicos a partir de los resultados matemáticos obtenidos haciendo un uso adecuado del análisis dimensional.
- Describir cualitativa y cuantitativamente el movimento parabólico como la composición de un movimiento horizontal con velocidad constante y otra vertical con aceleración constante, a traves del cálculo de las magnitudes cinemática que caracterizan a este movimiento, utilizando las ecuaciones del M.R.U.A. y de las gráficas de posición, velocidad y aceleración contra tiempo.

METAS :

- Explicar los siguientes conceptos:
  a) Mecánica c) Cinemática c) Dinámica d) Distancia
  e) Desplazamiento f) Rapidez g) Velocidad h) Velocidad Uniforme
  i) Velocidad media j) Velocidad instantánea.
- Distinguir los movimientos:
  a) Rectilíneo Uniforme (M.R.U) b) Uniformemente Acelerado (M.U.A)
- Resolver problemas referentes a movimiento:
  a) Rectilíneo Uniforme (M.R.U.) b) Uniformemente Acelerado (M.U.A)
- Interpretar gráficamente las siguientes relaciones en el M.R.U.
  a) Posición-Tiempo (s vs t) b) Velocidad-Tiempo (v vs t)
- Interpretar gráficamente las siguientes relaciones en el M.U.A.
  a) Posición-Tiempo (s vs t) b) Posición-Tiempo al cuadrado (s vs t^2)
  c) Velocidad-Tiempo (v vs t) d) Aceleración-Tiempo (a vs t)
- Resolver problemas de:
  a) Caída Libre b) Tiro Vertical hacia Arriba
  c) Tiro Horizontal d) Tiro Parabólico.



UNIDAD II
CINEMÁTICA

INTRODUCCIÓN

Existen varias áreas de la física en que es tomado en cuenta el concepto del movimiento, especialmente cuando se analiza éste y las magnitudes físicas que lo hacen variar.

Partiendo de la definición del movimiento como *el cambio de posición de un cuerpo*, existen formas muy diversas y complejas de como se manifiesta este cambio de posición. Ejemplos: la caída de una hoja al desprenderse de una rama de un árbol, que al ir cambiando de posición lo hace en forma por demás compleja, hacia abajo, en ocasiones hacia la derecha otras hacia la izquierda o viceversa hasta llegar a su punto final; el pateo de gol de campo en el futbol americano, hacia arriba, hacia adelante, a la izquierda o derecha de los postes de gol y además girando. En otras casos los cambios de posición son más simples: un objeto cayendo verticalmente, un auto viajando sobre una carretera completamente recta, etc.

Figura No. 1

Algunas de estas formas de importancia para la física, hacen que el estudio de la Mecánica (una de las primeras áreas en que se dividió la Física) logre la descomposición de las más complejas a otras más simples, que a su vez, mediante su composición se obtenga el movimiento real.

De la definición del movimiento, por si sólo, se ve que es imposible llegar a más, si no se establece con respecto a qué se mide dicho cambio de posición. Es decir, para poder dar las características de un movimiento hay que establecer con respecto a qué cuerpo, cuerpos o punto base vamos a considerar dicho movimiento.

El cuerpo, cuerpos o punto base constituyen el sistema de referencia. Así, cualquier movimiento debe siempre considerarse a un sistema de referencia previamente determinado. La elección del sistema de referencia a usar, al principio quizá lo hagamos en forma arbitraria pero con la experiencia podremos ir estableciendo aquél que sea más conveniente para facilitar nuestro estudio en función de lo que se pretenda hacer.

En el mundo real el movimiento se realiza en el espacio, lo cual ha hecho práctico asociar el movimiento con un sistema de coordenadas que nos permitan la descomposición analítica del movimiento. En nuestro curso usaremos el sistema de coordenadas rectangulares por su relativa sencillez de los problemas abordados en el presente texto.

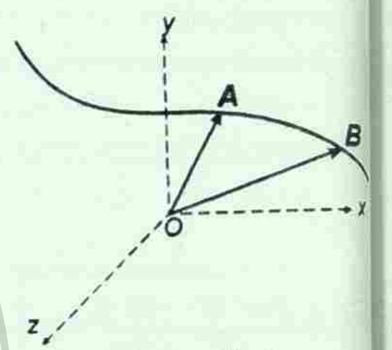


Figura No. 2

Por lo tanto, en el avance de este capítulo relacionado con la Mecánica, como parte de la física que se encarga de estudiar el movimiento y estado de los cuerpos diremos que la Mecánica se divide en Cinemática: la cual describe matemáticamente el movimiento de los cuerpos y Dinámica que estudia las causas que producen el movimiento y sus cambios.

MECÁNICA
- *Cinemática* — *describe matemáticamente el movimientode los cuerpos*
- *Dinámica* — *estudia las causas que producen el movimiento y sus cambios*

Además, para el complemento de este estudio se irán introduciendo y generalizando algunos conceptos básicos, tales como: sistema de referencia, trayectoria, desplazamiento, distancia, rapidez, velocidad, aceleración, etc.

DISTANCIA Y DESPLAZAMIENTO

Primero tomemos en cuenta que todos los cuerpos al ser sometidos a una fuerza sufren deformaciones y para simplificar nuestro estudio es necesario introducir el modelo de *cuerpo rígido*, el cual evita en esta primera instancia, el análisis de estas deformaciones.

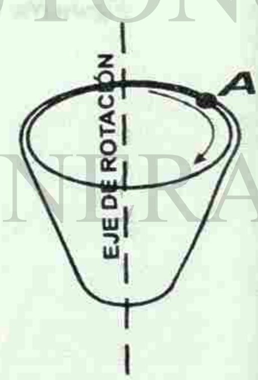


Figura No. 3. Movimiento de Rot

Entenderemos como *cuerpo rígido*, aquel cuerpo que no se deforma bajo la acción de las fuerzas que sobre él actúan, es decir, en un cuerpo rígido no puede haber desplazamientos relativos entre sus partes, aclarando que no existen cuerpos realmente rígidos en la naturaleza y el introducirlo en nuestro curso constituye una muy cercana aproximación.

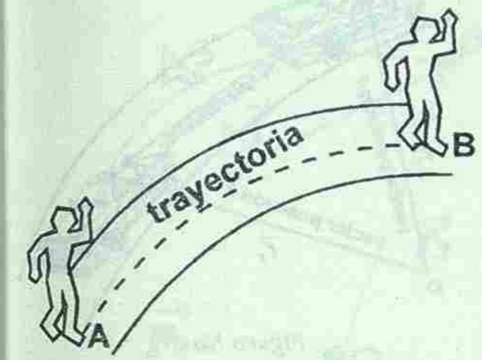


Figura No. 4. Mov. traslación.

Como se mencionó antes, existen muy variadas formas de cambiar de posición, pero por muy complejo que sea el movimiento de un cuerpo rígido, siempre se manifestará en dos tipos: *traslación* y *rotación*.

El *movimiento de rotación* es en el que todos los puntos del cuerpo rígido describen circunferencias cuyos centros caen sobre una línea llamada *eje de rotación* del cuerpo.

El *movimiento de traslación* es aquél tipo de movimiento en que todos los puntos del cuerpo deben recorrer trayectorias similares.

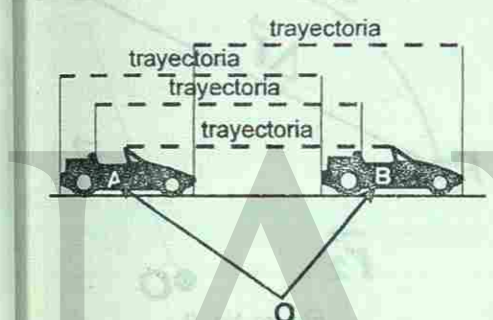


Figura No. 5. Taslación.

Por lo tanto, en nuestro estudio sobre el movimiento de traslación del cuerpo rígido lo haremos como si el cuerpo fuera una *partícula*, la cual en mecánica se entiende como el cuerpo cuyas dimensiones y forma pueden ser despreciadas al plantearse el análisis de su movimiento.

Por ejemplo, al hacer un análisis de la trayectoria seguida por un automóvil en movimiento, los faros, llantas, volante o cualquier otra parte del mismo, seguirán la misma trayectoria.

Figura No. 6. Tomado como partícula.

Además, para simplificar el estudio sólo describiremos el movimiento, sin tratar de explicar sus causas y que el sistema de referencia podemos trasladarlo, de tal manera que podemos analizar cada una de las componentes del movimiento sobre cada eje coordenado.

Ya con estos antecedentes podemos comenzar con el estudio de la cinemática de traslación de un cuerpo rígido. Pero ¿dónde está un objeto? ¿Cómo podemos localizarlo?

Se hace necesario saber en cada instante la posición de la partícula. Para este caso usaremos, como ya se estableció, un sistema de coordenadas rectangulares XYZ fijo a un objeto o punto que constituirá nuestro sistema de referencia.

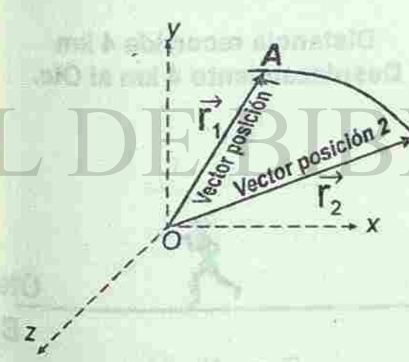


Figura No. 7. Vector posición.

La posición de la partícula estará determinada por el vector que va desde el origen del sistema de referencia al punto a considerar y a esta recta se le denomina *vector posición* ($\vec{r}$ en la figura 8). Nota: si se realiza un cambio en el sistema de referencia, automáticamente será otro el vector posición.

Supongamos que un automóvil (fig. 9) se mueve sobre una curva de la carretera (trayectoria), y tomamos la partícula que está en el centro del capacete, en el instante t_1 se encuentra sobre el punto 1 de la trayectoria donde $\vec{r_1}$ es el vector posición 1 con respecto al sistema de referencia O. Al transcurrir un lapso de tiempo Δt (cambio de tiempo) la partícula pasa al punto 2 de la trayectoria y su vector posición será $\vec{r_2}$.

Definiremos el *vector desplazamiento* ($\vec{r}$) entre los puntos 1 y 2 como el vector $\vec{r_2} - \vec{r_1}$, el cual se muestra en la figura. Es de gran importancia la definición del vector desplazamiento porque nos indica en forma precisa como ha variado la posición del móvil. Además para hacer completo el estudio de las características del movimiento, se hace necesario definir la distancia recorrida (Δs) como la longitud de la trayectoria descrita (en este caso la longitud del arco formado entre el punto 1 y el punto 2).

Dado que el vector desplazamiento ($\vec{r}$) sólo depende de las posiciones final e inicial, la partícula puede describir, en un intervalo de tiempo dado, trayectorias diferentes. Ambos conceptos: distancia recorrida (Δs) y desplazamiento ($\vec{r}$) son de gran importancia en la vida real y cada uno se utilizará dependiendo de la información que se desea obtener del movimiento.

Distancia recorrida por un móvil es una cantidad escalar, ya que sólo representa la magnitud de la longitud real de su trayectoria.

Por ejemplo, si una persona trota 4 kilómetros sobre una pista circular o recta, la distancia recorrida es de 4 kilómetros.

El desplazamiento realizado por un móvil es una cantidad vectorial que corresponde a la distancia medida en línea recta entre los puntos inicial y final del recorrido en una dirección particular.

Del ejemplo anterior, si la pista es circular y al recorrer los 4 kilómetros regresa al punto de partida, su desplazamiento ($\vec{r}$) es cero y la distancia recorrida (Δs) es de 4 kilómetros. Si la pista es recta hacia el oriente, su desplazamiento ($\vec{r}$) es de 4 kilómetros al oriente y en este caso la distancia recorrida (Δs) coincide con el Módulo del desplazamiento, 4 kilómetros, sin especificar dirección.

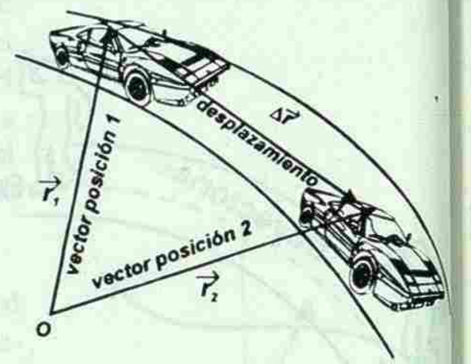


Figura No. 8

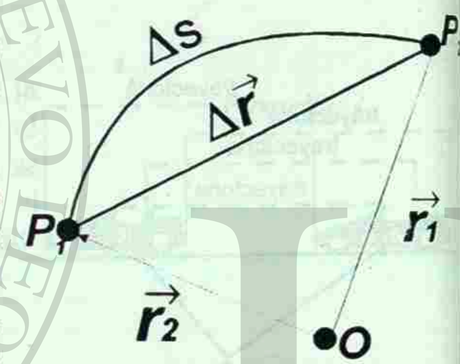


Figura No. 9

Distancia recorrida 4 km
Desplazamiento 0

Figura No. 10

Distancia recorrida 4 km
Desplazamiento 4 km al Ote.

Figura No. 11

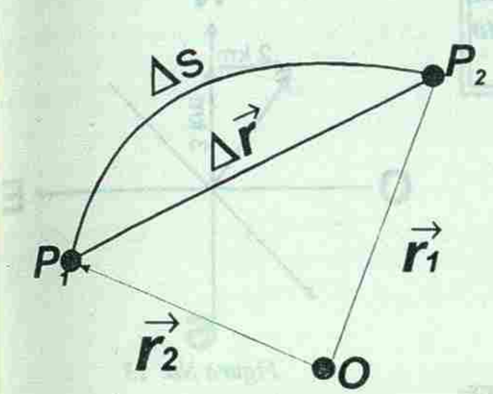


Figura No. 12

VELOCIDAD MEDIA E INSTANTÁNEA. RAPIDEZ MEDIA E INSTANTÁNEA

Otras de las magnitudes físicas de igual importancia que el desplazamiento y la distancia recorrida, son las que se obtienen de los cocientes:

$$\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad y \quad \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

donde llamaremos Δt al intervalo de tiempo que se asocia a los cambios de posición ya comentados, desplazamiento ($\vec{r}$) y distancia recorrida (Δs). Estas relaciones nos permite saber que tan rápido sucedió el cambio de posición, tanto en desplazamiento como en distancia recorrida.

La relación $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ se le denomina velocidad media ($\vec{v}$) y a la relación $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ se le denomina rapidez media (v_m)

De estas relaciones podemos establecer las siguientes definiciones:

La rapidez media o promedio de un móvil es una cantidad escalar, la cual se define como el cociente de la distancia total recorrida por éste y el tiempo transcurrido.

$$v_m = \frac{\textit{Cambio de posición (distancia)}}{\textit{Cambio de tiempo}}$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Cuando hacemos coincidir el sistema de referencia con so y solamente concideramos el tiempo transcurrido, obtenemos:

$$v_m = \frac{s}{t} = \frac{\textit{distancia recorrida}}{\textit{tiempo transcurrido}}$$

La velocidad media o promedio de un móvil es una cantidad vectorial, la cual se define como el cociente del desplazamiento realizado por éste entre el tiempo transcurrido.

$$\vec{v}_m = \frac{\textit{vector desplazamiento}}{\textit{Cambio de tiempo}}$$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

La velocidad media tiene la misma dirección que el desplazamiento. En general $\Delta \vec{r} \neq \Delta s$, por lo que el módulo de la velocidad media no siempre es igual a la rapidez media.

Para muchos eventos de la mecánica, las dos cantidades físicas anteriores, no tienen gran significancia, sino que adquieren mayor importancia, las cantidades relacionadas en un instante preciso, es decir, se requiere saber la velocidad o rapidezde un objeto en un instante determinado de su trayectoria, la variación de la posición en un instante de tiempo dado, a lo que llamaremos *velocidad instantánea* y *rapidez intantánea*.

Para ello utilizaremos las definiciones dadas de velocidad media y rapidez media e ir reduciendo el intervalo de tiempo (Δt) haciéndolo tender a cero.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m = \lim \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \textit{velocidad instantánea}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim \frac{\Delta s}{\Delta t} = \textit{rapidez instantánea}$$

Bajo un análisis matemático de las dos definiciones se llega a dos resultados importantes:

a) El módulo de la velocidad instantánea es igual a la rapidez instantánea,

b) El vector velocidad instantánea es siempre tangente a la trayectoria que describe el móvil.

Las unidades correspondientes a las definiciones de velocidad y rapidez son unidades de longitud entre unidades de tiempo; ejemplos: metros por segundo (m/s), kilómetros por hora (km/h), millas por hora (mill/h), centímetros por segundo (cm/s), etc.

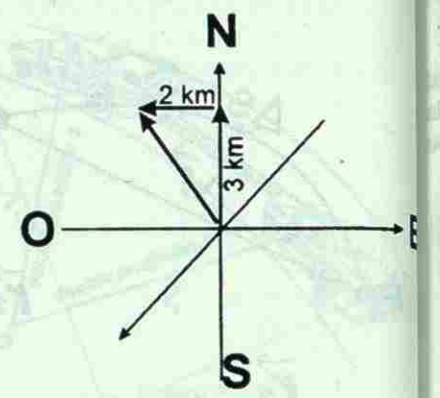


Figura No. 13

Ejemplo 1.
Un automóvil recorre 3 kilómetr hacia el Norte y luego 2 kilómetr hacia el Poniente en 2 minutos. C cular su rapidez y su velocidad.

$$v_m = \frac{5\ km}{3\ min} = 1.67\ \frac{km}{min}$$

$$v_m = \frac{5{,}000\ m}{180\ s} = 27.78\ \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_m = \frac{3.65\ km}{3\ min} = 1.22\ \frac{km}{min}\ NO$$

$$\vec{v}_m = 20.3\ \frac{m}{s}\ NO$$

ACELERACIÓN MEDIA Y ACELERACIÓN INSTANTÁNEA

Si la velocidad de una partícula varía con el tiempo, entonces es necesario analizar este cambio. A la variación de la velocidad en un intervalo de tiempo determinado se le denomina *aceleración media*

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v} - \vec{v}_o}{t - t_o}$$

donde $\Delta \vec{v}$ representa la variación de la velocidad durante el intervalo Δt y la aceleración instantánea se define como el límite de la aceleración cuando el intervalo de tiempo tiende a cero.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m = \lim \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Para este curso manejaremos principalmente el caso de aceleración constante (a = k).

Es importante señalar que en general la velocidad y la aceleración de una partícula no tienen necesariamente la misma dirección y sentido. Por ejemplo, una pelota lanzada verticalmente hacia arriba, al salir del punto de lanzamiento, posee una dirección cuyo sentido es hacia arriba, sin embargo, el sentido de la aceleración es hacia abajo.


Figura No. 14

Las unidades para la aceleración, por su definición son: unidades de velocidad entre unidades de tiempo: ejemplos: metros por segundo cada segundo (m/s/s ó m/s^2), kilómetros por hora cada hora (km/h/h o km/h^2), (cm/s^2), (mm/s^2), ($pies/s^2$), etc.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Continuando con la descripción matemática del movimiento y considerando que el movimiento más frecuente en la naturaleza y la técnica es el movimiento en una trayectoria recta y además que la experiencia demuestra que cualquier movimiento en el espacio puede ser interpretado como una superposición de tres movimientos rectilíneos independientes, además considerando que el vector posición que determina el movimiento resultante es la suma vectorial de los vectores de posición de los movimientos componentes, el cual se conoce como el "Principio de la independencia del movimiento" de Galileo.

Luego, después de seleccionar el sistema de referencia, podemos analizar cada una de las componentes del movimiento sobre cada eje coordenado, independientes entre sí.

Analicemos ahora el movimiento de una partícula sobre uno de los ejes coordenados.

Ya vimos anteriormente que la velocidad media y la velocidad instantánea fueron definidas respectivamente como:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \ y \ \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m$$

En el eje "x" particularmente tendríamos:

$$\vec{v}_{m_x} = \frac{\Delta \vec{r}_x}{\Delta t} \ y \ v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}_x}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{r}_x = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Por la simplificación lograda al colocar el movimiento sobre el eje "x".

Obtenemos que $\Delta \vec{r} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$$\text{Velocidad media} = \vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{Rapidez media} = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

La magnitud del vector $\vec{r}_1$ coincide con el valor de x_1 y la magnitud del vector $\vec{r}_2$ coincide con el valor de x_2 por lo que podemos concluir que en el movimiento rectilíneo el módulo de la velocidad es igual a la rapidez, es decir que con la definición algebraica de la rapidez media podemos calcular el módulo de la velocidad media, sin olvidar el carácter vectorial de la velocidad (su dirección).

Ejemplo: No.

Un móvil se encuentra a 3 metros Oriente y se mueve a 8 metros ha el Oriente en 5 segundos. Calcular velocidad y su rapidez.

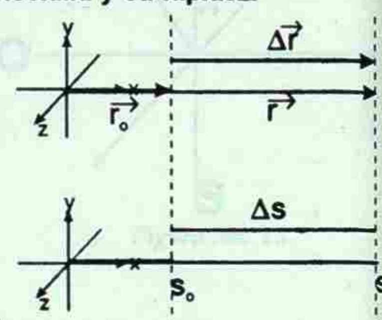


Figura No. 15

$$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_o$$

$$\Delta \vec{r} = (8\,m - 3\,m) \text{ al Oriente}$$

Por ser vectores colineales

$$\Delta \vec{r} = 5\,m \text{ al Oriente}$$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{5\,m \text{ al Ote.}}{5\,s}$$

$$\vec{v} = 1\,\frac{m}{s} \text{ al Ote}$$

$$\Delta s = x - x_o$$

$$\Delta s = 8\,m - 3\,m$$

$$s = 5\,m$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5\,m}{5\,s}$$

$$v = 1\,\frac{m}{s}$$

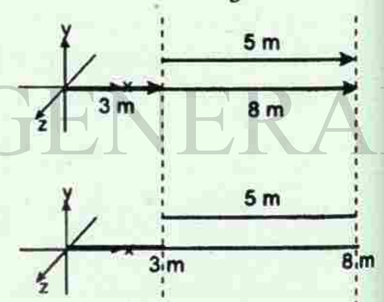


Figura No. 16

¿Qué variaciones puede haber en el caso particular del movimiento rectilíneo?

a) Que la velocidad sea constante ($\vec{v}$ = k y v = k), por lo tanto

$$\vec{v}_m = \vec{v} = \vec{v}_o,\ v_m = v = v_o,\ \vec{a}_m = 0 \text{ y } a_m = 0$$

b) Que la velocidad sea variable (v Ö0)

1) Que la aceleración sea constante (a = k)

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_o}{\Delta t} \quad y \quad a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_o}{\Delta t}$$

Para el movimiento rectilíneo el módulo del vector aceleración media y la aceleración media son iguales.

2) La aceleración sea variable (a Ök). No se verá en este capítulo.

Ejemplo No. 1
Un automóvil se mueve sobre una carretera recta a velocidad constante y recorre una distancia de 800 metros en 40 segundos, calcular su velocidad media, velocidad final.

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{800\,m}{50\,s} = 16\,\frac{m}{s}$$

Aquí se cálculo la rapidez media que será igual a la rapidez inicial y a la rapidez final según se especificó anteriormente.

Los valores de la velocidad media, velocidad inicial y velocidad final serán iguales a los de la rapidez pero en la dirección del automóvil.

Ejemplo No. 2
Una pelota se suelta libremente desde una altura de 20 metros. Calcular la velocidad de choque con el suelo y el tiempo que tarda en llegar al suelo:
a) Si el marco de referencia se coloca en el punto donde se soltó la pelota,
b) Si el marco de referencia se ubica en el suelo.

Solución:
1°. Debemos de realizar un diagrama que nos simbolice el evento (como se ve en la figura) y remarcar el vector desplazamiento, que será tu guía para resolver el problema, y con respecto a él desarrollar nuestros cálculos.
2°. Detallar correctamente los datos que nos servirán para estos cálculos destacándolos sobre el diagrama.
3°. Usar las definiciones básicas del movimiento (para este caso el movimiento rectilíneo).

a) Considerando el marco de referencia en el punto de lanzamiento.

Datos: $\vec{r} = 20$ m hacia abajo, $\vec{r}_o = 0$ (coincide con el punto de lanzamiento), $\vec{a}_m = 10\ m/s^2$, hacia abajo, $\vec{v}_o = 0$.

Ahora podemos usar las definiciones de rapidez media y aceleración media pero conservando el signo mostrado por el vector con relación al marco de referencia.

$$v_m = \frac{v + v_o}{2} \rightarrow \frac{v + 0}{2} = \frac{v}{2}$$

$$v_m = \frac{s - s_o}{t} \rightarrow v_m = \frac{-20\ m}{t}$$

$$a_m = \frac{v - v_o}{t} \rightarrow a_m = -10\frac{m}{s^2} = \frac{v}{t}$$

igualando la primera con la segunda se obtiene y despejando t:

$$\frac{-20\ m}{t} = \frac{v}{2} \rightarrow t = \frac{-40\ m}{v}$$

y de la tercera ecuación despejando t

$$t = \frac{v}{-10\frac{m}{s^2}}$$

igualando los dos valores de t

$$\frac{-40\ m\ \frac{m}{s}}{v} = \frac{v}{-10\frac{m}{s^2}} \rightarrow v^2 = -40\ m \times -10\frac{m}{s^2}$$

$$v = -20\frac{m}{s}$$ (el signo negativo indica que va hacia abajo)

Por cualquiera de las dos ecuaciones para t podemos calcular el tiempo.

$$t = \frac{-20\frac{m}{s}}{-10\frac{m}{s^2}} = 2\ s \quad ó \quad \frac{-40\ m}{-20\frac{m}{s}} = 2\ s$$

b) El marco de referencia en el suelo.

Datos: : $\vec{r}_o = 20$ m hacia arriba, $\vec{r} = 0$ (coincide con el piso), $\vec{a}_m = 10\ m/s^2$, hacia abajo, $\vec{v}_o = 0$.

Usando las definiciones tendríamos:

$$v_m = \frac{s - s_o}{t} \Rightarrow v_m = \frac{0 - 20\ m}{t} = \frac{-20\ m}{t}$$

$$v_m = \frac{v + v_o}{2} \Rightarrow v_m = \frac{v}{2}$$

$$a_m = \frac{v - v_o}{t} \Rightarrow -10\frac{m}{s^2} = \frac{v}{t}$$

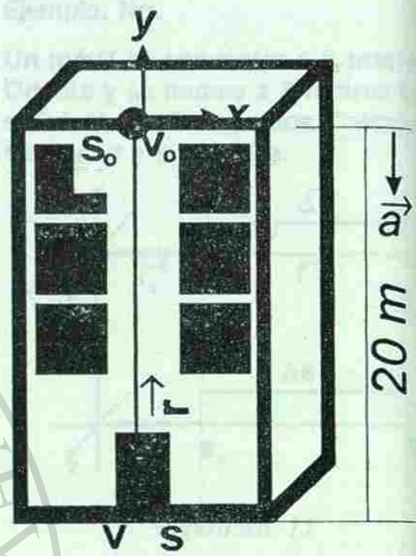


Figura No. 17

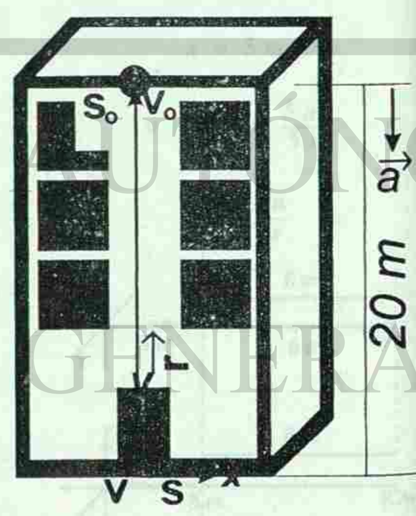


Figura No. 18

Despejando "t" de la 1ª. y 3ª. definición e igualando:

$$\frac{v}{-10\frac{m}{s^2}} = \frac{\frac{-20\ m}{-40\ m}}{v} \Rightarrow v^2 = (-40\ m) \times (-10\frac{m}{s^2}) = 400\frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 20\frac{m}{s}$$

DETERMINACIÓN DE LAS EXPRESIONES DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO EN EL CASO DE LA ACELERACIÓN CONSTANTE

Analicémos el movimiento de una partícula en una dirección, por ejemplo el eje "x", que se mueve con aceleración constante (a = k) y obtengamos las ecuaciones generales que caracterizan el movimiento de la misma.

De lo anteriormente expuesto, tenemos simplificadas dos expresiones:

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$ **(1)**

$$v_m = \frac{s}{t}$$ **(2)**

$$v_m = \frac{v + v_o}{2}$$ **(3) que es el promedio de dos lecturas, la rapidez final y la inicial.**

$$v = v_o + at$$ **I Despejando rapidez final (v) de la ecuación 3**

$$s = \frac{v + v_o}{2}t$$ **II Combinando la ecuación 2 con la 3**

$$\frac{2s}{v + v_o} = \frac{v - v_o}{a}$$ **III Despejando t de las ecuaciones I y II e igualando**

$$(v + v_o)(v - v_o) = 2as$$

$$v^2 - v_o^2 = 2as$$

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

IV

$$\frac{2s}{t} - v_o = v_o + at$$

$$s = v_o t\ \frac{1}{2}at^2$$

Despejando rapidez final de la ecuación II e igualando con la rapidez final de la ecuación I.

Fórmulas del movimiento uniformemente acelerado.

$$v = v_o + at$$

$$s = \frac{v + v_o}{2}t$$

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

$$s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO

En gran parte del lenguaje de la física aparecen las matemáticas. Estas son una herramienta de mucha utilidad para el entendimiento de la física.

En el análisis de datos de observaciones o experimentación hacemos uso de las gráficas y ecuaciones. Una gráfica de datos nos proporciona la clave para obtener una ecuación (la viste en tus cursos precedentes de matemáticas) que describa los resultados obtenidos en la experimentación. Además hay que considerar que la información que nos proporciona una gráfica bien elaborada es más que suficiente como para afirmar que "Una gráfica dice más que mil palabras".

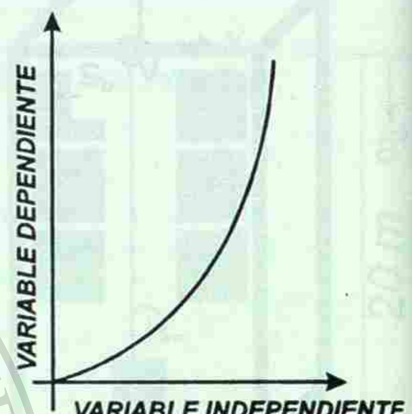


Figura No. 19

Los pasos a seguir para el trazado de una gráfica a partir de datos observados o de experimentación, son:

1°. Identificar con precisión las variables dependiente e independiente de tus datos. Según viste en tu curso de matemáticas, correspondiente al tema, elegiste el eje "x" horizontal) para la variable independiente, y el eje "y" (vertical) para la variable dependiente. Para nuestro tema del movimiento, con gran regularidad tomaremos al tiempo como la variable independiente, aunque veremos otras gráficas en las que no interviene el tiempo.

2°. Determinar el rango de la variable independiente que se va a graficar.

3°. Determinar si el origen (0,0) es un punto válido. Con este paso y el anterior te servirán de base para determinar una escala conveniente.

4°. Numerar y marcar los ejes con valores acordes a los datos obtenidos.

5°. Representar los datos mediante puntos sobre la gráfica.

6°. Trazar una curva suave que toque la mayor cantidad posible de puntos o una línea recta que interpole la mayor cantidad de puntos posible (igual cantidad de puntos encima y abajo de la recta). No se debe trazar un conjunto de segmentos de línea de recta para "unir puntos".

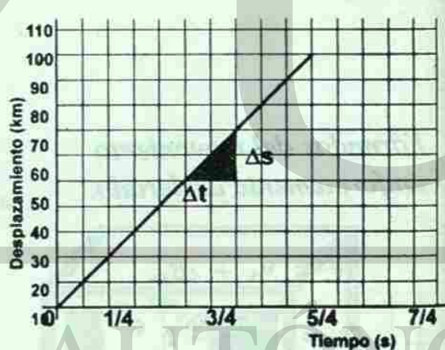


Figura No. 20

Ejemplo: Trazar la gráfica de posición contra tiempo de un avión que viaja a velocidad constante. Por reportes se obtuvieron los datos mostrados en la tabla del margen izquierdo:

TIEMPO (s)	POSICIÓN (m)
0	120
1	390
2	660
3	930
4	1200
5	1470

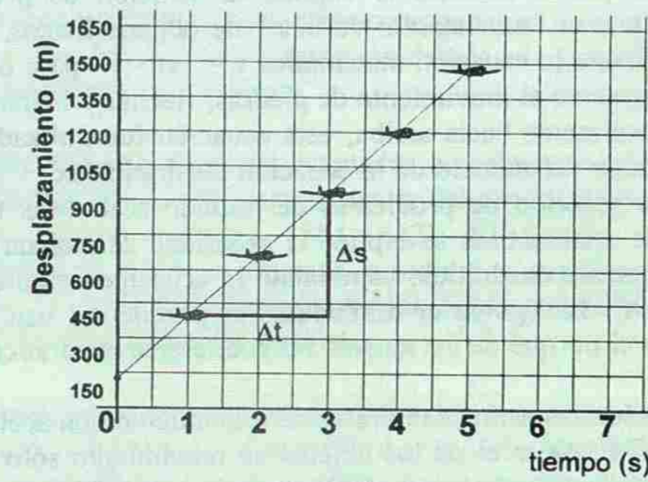


Figura No. 21

TIEMPO (s)	VELOCIDAD (m/s)
0	270
1	270
2	270
3	270
4	270
5	270

Trazar la gráfica de velocidad contra tiempo del mismo ejemplo con los datos mostrados en la segunda tabla.

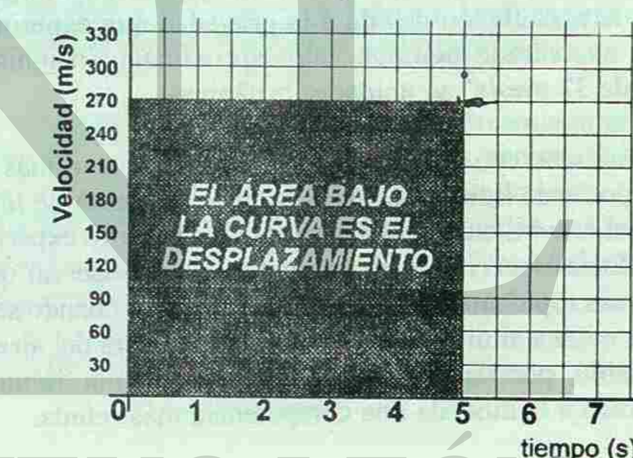


Figura No. 22

Como podrás observar las gráficas de desplazamiento contra tiempo, velocidad contra tiempo son herramientas para describir el movimiento y te será de gran ayuda el poder interpretarlas correctamente.

En la gráfica de velocidad contra tiempo, el área bajo la curva equivale al desplazamiento del objeto desde la posición original hasta la posición en un tiempo trasncurrido. Cuando la velocidad es constante, el desplazamiento se incrementa linealmente con el tiempo. Si se elabora una gráfica del desplazamiento, se obtiene una recta cuya pendiente es igual a la velocidad como se mostró en la primera gráfica de este problema.

CAÍDA LIBRE

Durante el desarrollo de tus cursos previos de matemáticas, recordarás que tu maestro te explicó la solución de problemas asociados con el "movimiento vertical" de objetos físicos, inicialmente utilizaste la ecuación matemática $y = vt - 5t^2$ para describir matemáticamente el movimiento de piedras, flechas y balones arrojados verticalmente hacia arriba, esta ecuación fue utilizada como una aplicación del modelo de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ en la solución de problemas del mundo real. Más tarde tu profesor de matemáticas te explicó la necesidad de realizar ajustes en el coeficiente cuadrático, cambiando la ecuación original por $y = vt - 4.9t^2$. Enseguida comprenderás el porqué del uso de esta ecuación y el porqué de los ajustes del coeficiente cuadrático.

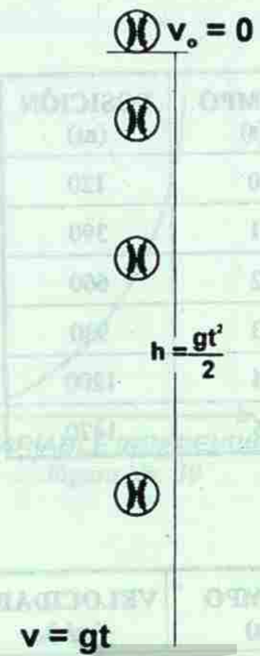


Figura No. 23

Uno de los casos más familiares de movimiento con aceleración constante (MUA) es el de los objetos en movimiento sólo bajo la influencia de la gravedad, cerca de la superficie de la Tierra. Cuando un objeto cae, su velocidad inicial es cero pero un instante después de que es liberado, durante la caída, tiene una velocidad que no es cero, ha ocurrido un cambio en la velocidad y por lo tanto tiene una aceleración, la aceleración debida a la gravedad que experimentalmente se ha encontrado tiene un valor aproximado (magnitud) de $9.80\ m/s^2$ o de $32\ pies/s^2$ en unidades británicas.

Alguna vez se creyó que los cuerpos pesados caían más aprisa que los cuerpos más ligeros, esta afirmación fue parte de la teoría aristotélica del movimiento de los cuerpos. Un sencillo experimento te permite refutar esta errónea afirmación. Es fácil observar que una moneda cae más rápidamente que una hoja de papel, cuando se dejan caer desde la misma altura, en este caso la resistencia del aire juega un papel notable, pero si el papel se arruga en forma de una bola compacta ofrece a la moneda una competencia más reñida.

Un cuerpo describe un movimiento de caída libre, si se mueve libremente, es decir, se desprecia el efecto de la friccón del aire sobre él, y describe una trayectoria vertical hacia abajo.

En ausencia de la fricción del aire, todos los cuerpos, grandes o pequeños, caen con la misma aceleración.

Este movimiento se debe a la atracción que ejerce la Tierra sobre todos los objetos que se encuentran cerca de su superficie. A partir de lo anterior, se puede observar que si se dejan caer dos piedras, una grande y otra pequeña, desde la misma altura, llegarán al suelo al mismo tiempo. Esto se debe a que la atracción gravitacional de la Tierra genera un movimiento uniformemente acelerado, en donde la aceleración es debida a la acción de gravedad (g), la cual tiene aproximadamente un valor de $9.8\ m/s^2$ o de $32\ ft/s^2$. Al medir el

valor de la en distintos lugares de la Tierra, se tienen algunas variaciones, sin embargo este valor es adecuado para la solución de los problemas a resolver. La aceleración de la gravedad es una cantidad vectorial, dirigida hacia el centro de la Tierra. Si en este movimiento de caída libre se toma como positiva la dirección vertical hacia arriba, entonces la aceleración debida a la gravedad tendrá un signo negativo, $= -9.8\ m/s^2$.

Este conjunto de ideas aceptadas actualmente con respecto al movimiento de los cuerpos que caen se debe en buena parte a Galileo Galilei (Físico italiano, 1564-1642). Él desafió la teoría de Aristóteles y según la leyenda estudió las aceleraciones de los cuerpos en caída libre tirando objetos de diferentes pesos desde lo alto de la torre inclinada de Pisa.

"Caída libre" es entonces el término que se utiliza para describir un objeto que cae y se mueve hacia abajo sólo bajo la influencia de la gravedad, despreciando el efecto de la fricción del aire sobre él ($g = 9.8\ m/s^2$). No obstante este término puede aplicarse en general a cualquier movimiento bajo la influencia de la gravedad. Un objeto con una velocidad inicial, dirigido hacia arriba o hacia abajo, se puede pensar como un movimiento uniformemente acelerado proyectado en una dimensión con una aceleración igual a "g".

De este modo para describir matemáticamente el problema del movimiento vertical de un objeto bajo la acción de la gravedad se utiliza el conjunto de ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado (MUA) en una dimensión, obtenidas con anterioridad, en las cuales se sustituirá "g" por "a" y "h" por "s", de tal forma el conjunto de ecuaciones que resulta es:

Movimiento Uniformemente Acelerado.	**Caída Libre**
$v = v_o + at$	$v = gt$
$s = \left(\frac{(v_o + v)}{2}\right)t$	$h = \left(\frac{v}{2}\right)t$
$v^2 = v_o^2 + 2as$	$v^2 = 2gh$
$s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$	$h = \frac{1}{2}gt^2$

Es muy importante aclarar que la introducción de diferentes letras para la representación de la aceleración y el desplazamiento no alteran el sentido físico del movimiento y de las leyes que lo rigen, **esto significa referirnos al movimiento vertical generalizado como un caso particular del movimiento uniforme acelerado en una dimensión (MRUA)**.

Ahora estás en posibilidad de comprender que tu profesor de matemáticas utilizó una primera aproximación al valor de "g" de 10 m/s^2, y más tarde una más finas aproximación del valor de "g", g = -9.8 m/s^2, por lo tanto la ecuación $h = v_o t + 1/2\, gt^2$ nos queda de la forma $y = v_o t - 4.9t^2$.

En la descripción matemática de este movimiento se ha seleccionado como positiva la dirección hacia arriba, por tal motivo, la velocidad hacia abajo tendrá signo negativo y la altura por debajo del punto de partida tendrá también signo negativo.

Ejemplo 1.
Accidentalmente cae una plomada desde lo alto de un edificio de 72 m de altura. Calcular: a) El tiempo que tarda la plomada en chocar contra la banqueta de la calle. b) La velocidad con que choca contra el suelo.

Datos

$$v_o = 0$$
$$h = 72\ m$$
$$g = -9.8\ \frac{m}{s^2}$$

a) La ecuación que se utiliza para calcular el tiempo es

$$h = \frac{g\,t^2}{2}$$

despejando de la ecuación y sustituyendo datos

$$t^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t^2 = \frac{2(-72\ m)}{-9.8\ \frac{m}{s^2}}$$

$$t = \frac{144\ m}{9.8\ \frac{m}{s^2}}$$

$$t = \sqrt{14.69\ s^2}$$

b) La ecuación a utilizar para calcular la velocidad con la que choca con el suelo es

$$v_o = gt$$

$$v = \left(-9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(3.83\ s)$$

$$v = -37.53\ \frac{m}{s}$$ **nótese que el signo negativo de la velocidad se debe a que su dirección es hacia abajo.**

TIRO VERTICAL HACIA ARRIBA

Al igual que en la caída libre, en el tiro vertical hacia arriba, se desprecia la fricción del aire. En este movimiento se lanza verticalmente hacia arriba un objeto, observándose que la magnitud de su velocidad va disminuyendo de manera proporcional hasta detenerse, al alcanzar el punto más alto. Inmediatamente inicia su movimiento de regreso, incrementándose su velocidad en la misma proporción, hasta alcanzar la magnitud de la velocidad con que fue lanzado, de tal forma que la magnitud de la velocidad de lanzamiento es igual a la magnitud de la velocidad de llegada al plano de lanzamiento. Este movimiento es vertical y se produce bajo la acción de la gravedad, como se puede observar en la siguiente figura.

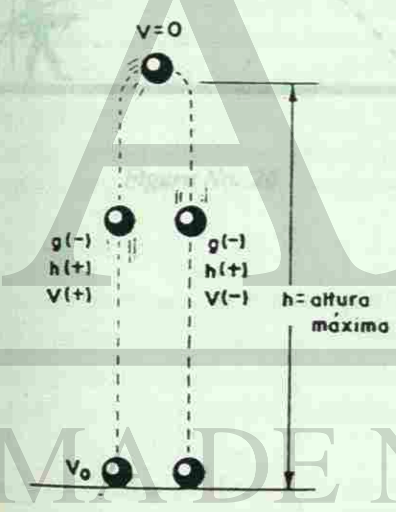


Figura No. 24

Seguirás los criterios establecidos en la ubicación del marco de referencia para los signos de tus datos.

- Nótese que la velocidad en el punto más alto es nula. En el ejemplo descrito anteriormente, se tiene que, al ir hacia arriba el objeto, la magnitud de su velocidad disminuye a razón de 9.8 m/s cada segundo hasta que se detiene. Inmediatamente inicia el objeto su descenso, al hacerlo, la magnitud de la velocidad se irá incrementando a razón de 9.8 m/s cada segundo de su recorrido. Al alcanzar el plano de lanzamiento se observa que la magnitud de la velocidad es la misma con la que fue lanzado el objeto. El problema del tiro vertical hacia arriba es un caso particular del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, por lo cual se utilizarán las mismas ecuaciones.

Ejemplo 1.
Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba, regresando en un tiempo de 3.60 s. Calcular:
a) El tiempo para alcanzar el punto más alto.
b) Su velocidad de lanzamiento.
c) La altura máxima que alcanza.

Datos

$$t_{total} = 2t$$

$$g = -9.8\,\frac{m}{s^2}$$

$v = o$ en el punto más alto.

a) Dado que el tiempo en subir es el mismo en bajar, por lo tanto, se considera el tiempo total igual a 2t. Para alcanzar el punto más alto, corresponde a la mitad del tiempo total.

$$t_{total} = 2\,t \qquad t = \frac{3.60\ s}{2}$$

$$t = \frac{t_{total}}{2} \qquad t = 1.80\ s$$

b) La ecuación a utilizar para calcular v_o es

$$v = v_o + gt$$

puesto que la velocidad en el punto más alto es cero, y despejando v_o, resulta que

$$v_o = -gt$$

$$v_o = -(-9.8\,\frac{m}{s^2})\,(1.80\,s)$$

$$v_o = 17.64\,\frac{m}{s}$$

c) La ecuación que se utiliza para calcular la altura es

$$h = v_o\,t + \frac{g\,t^2}{2}$$

$$h = (17.64\,\frac{m}{s})\,(1.80\,s) + \frac{(-9.8\,\frac{m}{s^2})\,(1.80\,s)^2}{2}$$

$$h = 31.75\,m - 15.87\,m$$

$$h = 15.88\,m$$

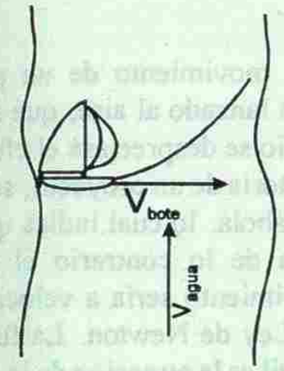


Figura No. 25

Figura No. 26

MOVIMIENTO EN UN PLANO

Al hacer el análisis del movimiento rectilíneo, vimos que era de gran utilidad ubicar nuestro marco de referencia en coincidencia con la trayectoria y mencionamos también que sería de utilidad práctica esta descripción para el caso de movimientos más complejos.

Así, si conocemos las componentes de la velocidad y la aceleración en cada eje del movimiento real, resulta fácil conocer la velocidad y la aceleración de este, sumando de forma vectorial, estas componentes.

Una situación interesante y que se presenta con frecuencia en la vida diaria es el movimiento parabólico, como ocurre, por ejemplo, al batear un beisbolista un "elevado" hacia los jardines, el lanzamiento de una jabalina, un "pase" del "quarterback" hacia alguno de sus receptores, un tiro desde la línea hacia la canasta en el basquetbol, cuando se lanza una partícula cargada a través d l campo eléctrico uniforme a dos placas paralelas cargadas.

Este tipo de movimiento surge cuando la partícula se mueve sometida a un vector aceleración constante, que forma un ángulo con la velocidad inicial de este.

El Principio de independencia de Galileo, ya mencionado, posibilita el análisis de este movimiento a partir de su descomposición en dos direcciones, una de las cuales se escoge según la dirección de la aceleración, para facilitar el propio análisis.

De acuerdo a la orientación de los ejes escogidos, ver figura, tendremos en el eje "y" un movimiento uniforme acelerado y en el eje "x" un movimiento uniforme y podemos escribir las ecuaciones en estos ejes como:

$$v_x = v_{ox};\ v_y = v_{oy} - a_y t;\ x = x_o + v_{ox}t;\ y = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}\,a_y t^2$$

Uno de los usos más interesantes de estas ecuaciones obtenidas es en el caso de un proyectil, suponiendo que puede despreciarse la resistencia del aire y que podemos considerar la aceleración de la gravedad constante, lo cual sólo será cierto si el alcance del proyectil es pequeño y este se mueve a bajas alturas.

PROYECTILES

A continuación se describirá el movimiento de un proyectil, entendiendo por éste al objeto que es lanzado al aire, que se mueve libremente. Para simplificar su estudio se despreciará el efecto de la fricción del aire. Al analizar la trayectoria de un proyectil, se observa que describe una curva, llamada parábola, lo cual indica que existe una fuerza aplicada sobre él, pues de lo contrario el proyectil describiría una línea recta y su movimiento sería a velocidad constante, como lo predice la Primera Ley de Newton. La fuerza que actúa sobre el movimiento del proyectil es la atracción de la gravedad que ejerce la Tierra sobre él, la cual le produce una aceleración vertical hacia abajo, conocida como la aceleración debida a la gravedad (g). Para puntos cercanos a la superficie terrestre el valor de g es constante e igual a $9.8\ m/s^2$.

Dado que la trayectoria descrita por un proyectil, es una parábola, este caso corresponde a un movimiento en dos dimensiones, además, como su aceleración es constante, dicho movimiento es uniformemente acelerado. Por lo anterior, *el movimiento de un proyectil se puede analizar tomando encuenta, por separado: un desplazamiento horizontal a velocidad constante y otro desplazamiento vertical con aceleración constante e igual a g.* Dado que la aceleración está en la dirección vertical, es de esperarse que su desplazamiento horizontal sea a velocidad constante y que su desplazamiento vertical se dé bajo la acción de la gravedad. Algunos ejemplos de proyectiles se ilustran en la figura 1.

Para analizar el movimiento de un proyectil, vamos a tratar estos dos desplazamientos por separado, puesto que son independientes entre sí. En este análisis se considerará el desplazamiento horizontal sobre el eje de la x, y el desplazamiento vertical en el eje de la y.

Al estudiar el movimiento de un proyectil, el caso más general es el que corresponde al tiro parabólico, en el cual se lanza un objeto a un cierto ángulo de inclinación y con una determinada velocidad. Un caso particular de este movimiento que por simplicidad abordaremos primeramente es el tiro horizontal, en el cual se lanza horizontalmente un objeto, desde una cierta altura.

TIRO HORIZONTAL

Este movimiento se caracteriza por una trayectoria curva que sigue un cuerpo al ser lanzado en dirección horizontal. Es el resultado de la combinación de dos desplazamientos independientes: uno horizontal, a velocidad constante y otro vertical, el cual se inicia desde el reposo y está bajo la acción de la gravedad, es decir, su velocidad vertical va aumentando 9.8 m/s cada segundo, a medida que el proyectil va descendiendo. Estas características se podrán apreciar en la figura 2. En ella se observan dos objetos, uno que se suelta y otro que se lanza horizontalmente y al mismo tiempo que el primero, pero con una velocidad de 8 m/s.

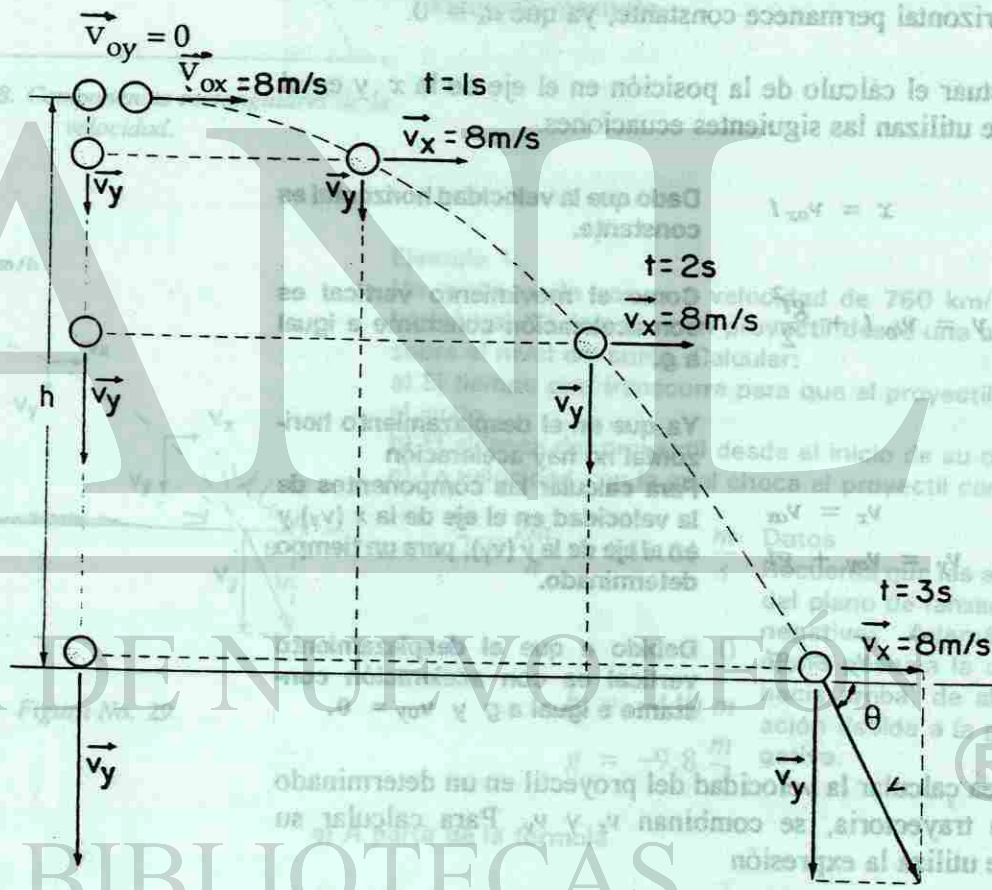


Figura No. 27. Comparación del movimiento de dos objetos.

v_{ox} es la componente de la velocidad inicial en el eje de la x.
v_{oy} es la componente de la velocidad inicial en el eje de la y.

Al término de un segundo, ambos objetos han recorrido 4.9 metros en el movimiento de caída, y a su vez, el objeto de la derecha se ha desplazado 8 metros en dirección horizontal, a partir de su posición inicial. A los dos segundos, ambos objetos han recorrido 19.6 metros en su desplazamiento vertical hacia abajo y al mismo tiempo, el objeto de la derecha se ha desplazado 16 metros en dirección horizontal. A los tres segundos, los objetos han descendido 44.1 metros y al mismo tiempo, el objeto del lado derecho se ha desplazado 24 metros en dirección horizontal. De aquí podemos observar que el objeto del lado derecho, el cual fue lanzado horizontalmente, tendrá una velocidad constante en la dirección horizontal e independiente de su desplazamiento vertical originado por la acción de la gravedad. El desplazamiento vertical se inicia a partir del reposo (v_{oy} = 0) y va aumentando la velocidad a razón de 9.8 m/s cada segundo, conforme el objeto va descendiendo, en tanto que la velocidad horizontal permanece constante, ya que a_x = 0.

Para efectuar el cálculo de la posición en el eje de la x y en el eje de la y se utilizan las siguientes ecuaciones.

$$x = v_{ox}\,t$$ **Dado que la velocidad horizontal es constante.**

$$y = v_{oy}\,t + \frac{gt^2}{2}$$ **Como el movimiento vertical es con aceleración constante e igual a *g*.**

Ya que en el desplazamiento horizontal no hay aceleración

$$v_x = v_{ox}$$
$$v_y = v_{oy} + gt$$

Para calcular las componentes de la velocidad en el eje de la *x* (v_x) y en el eje de la *y* (v_y), para un tiempo determinado.

$$v_y = gt$$ **Debido a que el desplazamiento vertical es con aceleración constante e igual a *g* y v_{oy} = 0.**

Si se desea calcular la velocidad del proyectil en un determinado punto de su trayectoria, se combinan v_x y v_y. Para calcular su magnitud, se utiliza la expresión

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$ La dirección se obtiene mediante esta expresión donde θ es el ángulo entre el vector (v) y su componente (v_x), ver figura 3.

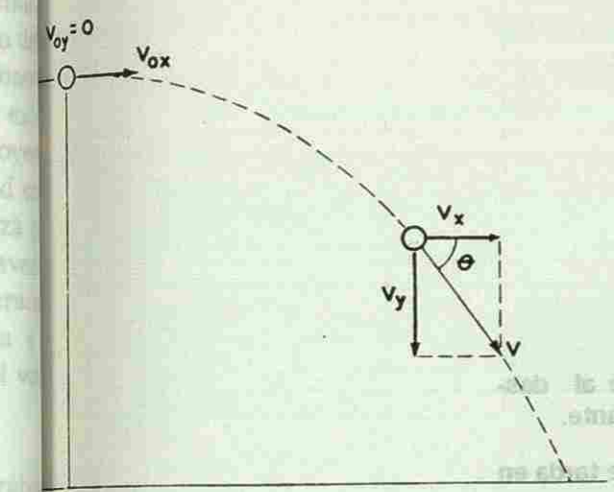


Figura No. 28. Componentes rectangulares de la velocidad.

En la solución de problemas que involucran el movimiento de proyectiles en tiro horizontal, es recomendable tratarlos como el movimiento que resulta de la combinación de dos desplazamientos: uno horizontal a velocidad constante y otro vertical uniformemente acelerado similar al de la caída libre de un cuerpo. Estos dos desplazamientos deben considerarse de manera independiente uno del otro, siendo el tiempo la única variable común a ambos desplazamientos. Vamos a ilustrar lo anterior mediante el siguiente ejemplo.

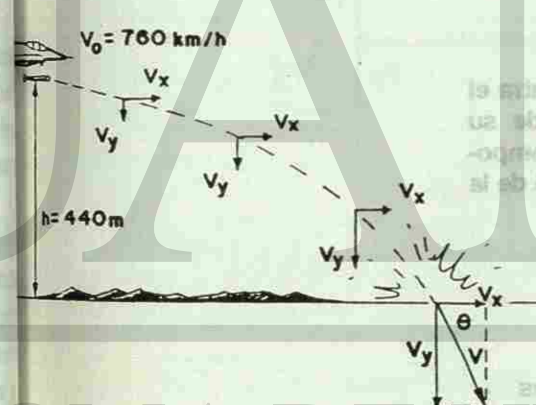


Figura No. 29

Ejemplo 1.
Un avión vuela con una velocidad de 760 km/h, en dirección horizontal. Si deja caer un proyectil desde una altura de 440 m sobre el nivel del suelo. Calcular:
a) El tiempo que transcurre para que el proyectil choque contra el suelo.
b) El alcance del proyectil desde el inicio de su caída.
c) La velocidad con la cual choca el proyectil contra el suelo.

$$v_{ox} = 760\,\frac{km}{h} = 211.11\,\frac{m}{s}$$
$$v_{oy} = 0$$
$$h = -440\,m$$
$$g = -9.8\,\frac{m}{s^2}$$

Datos
Recuerda que las alturas por debajo del plano de lanzamiento se toman negativas. Además, se considera como positiva la dirección vertical hacia arriba, de ahí que la aceleración debida a la gravedad sea negativa.

a) A partir de la fórmula

$$h = v_{oy} + \frac{g\,t^2}{2}$$

$$h = \frac{gt^2}{2}$$ Puesto que v_{oy} = 0.

$$\frac{2h}{g} = t^2$$ Despejando el tiempo al cuadrado.

$$\sqrt{t^2} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(-440\ m)}{-9.8\ \frac{m}{s^2}}}$$ **Sustituyendo los datos**

$$t = \sqrt{89.79\ s^2}$$

$$t = 9.47\ s$$

B) Para calcular el alcance del proyectil, hay que referirse al desplazamiento horizontal, el cual se realiza a velocidad constante.

$$x = v_{ox}\, t$$ **Puesto que el tiempo que tarda en caer es el mismo que transcurre en su deplazamiento horizontal.**

$$x = (211.11\ m/s)\ (9.47\ s)$$ **Sustituyendo los datos**

$$x = 1{,}999.21\ m$$

c) Para obtener la velocidad del proyectil con la cual choca contra el suelo, se debe tener en cuenta que aumenta la magnitud de su componente vertical al ir descendiendo y la magnitud de su componente horizontal permanece constante. Por lo tanto, se procede de la siguiente forma

$$v_x = v_{ox} = 211.11\ \frac{m}{s}$$

$$v_y = v_{oy} + gt$$ **Dado que $v_{oy} = 0$, entonces**

$$v_y = gt$$

$$v_y = \left(-9.8\ \frac{m}{s}\right)(9.47\ s)$$ **Sustituyendo los datos**

$$v_y = -92.80\ \frac{m}{s}$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$ **Para calcular la magnitud de la velocidad de choque contra el suelo.**

$$v^2 = \left(211.11\ \frac{m}{s}\right)^2 + \left(-92.80\ \frac{m}{s}\right)^2$$

$$v^2 = 44{,}567.43\ \frac{m^2}{s^2} + 8{,}611.84\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{53{,}179.27\ \frac{m^2}{s^2}}$$

$$v = 230.60\ \frac{m}{s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$ **Para determinar su dirección.**

$$\tan\theta = \frac{92.80\ \frac{m}{s}}{211.11\ \frac{m}{s}}$$ **Sustituyendo los datos.**

$$\tan\theta = 0.439$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.439)$$

$$\theta = 23.70°$$

TIRO PARABÓLICO

Como ya lo mencionamos, este movimiento representa el problema más general de proyectiles y consiste en lanzar un objeto en una dirección que forma un cierto ángulo (q) con la horizontal, como se muestra en la figura .

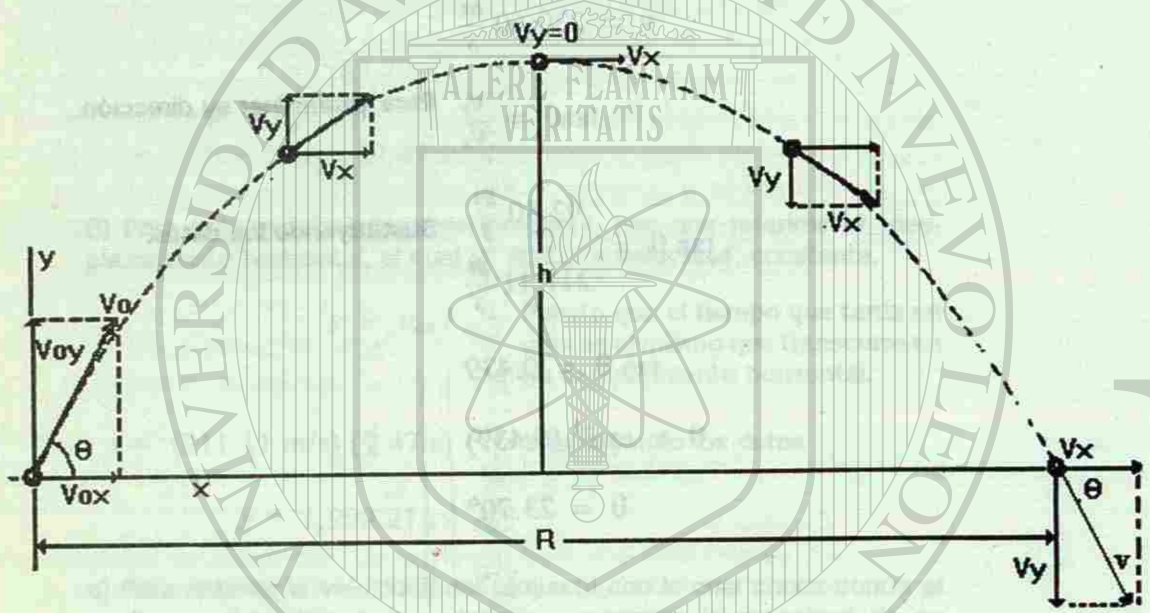


Figura No. 30. Representación gráfica del mov. parabólico.

El estudio del tiro parabólico se simplifica si consideramos el desplazamiento horizontal y el vertical por separado. En la gráfica se observa que las componentes rectangulares de la velocidad inicial v_o, vienen dadas por

$$v_{ox} = v_o \cos \theta$$

$$v_{oy} = v_o \operatorname{sen} \theta$$

Al ir ascendiendo, la componente vertical (v_y) de la velocidad va disminuyendo, debido a la acción de la gravedad, hasta alcanzar el punto más alto, que corresponde a la altura máxima. Inmediatamente el objeto inicia su movimiento de descenso, incrementándose la magnitud de su velocidad, de tal forma que al llegar al nivel de lanzamiento, tendrá el mismo valor de la velocidad con la que se lanzó. Este movimiento es equivalente al tiro vertical hacia arriba, observándose que los tiempos de ascenso y descenso son iguales.

Como horizontalmente no hay ninguna aceleración, entonces el desplazamiento en esa dirección, es a velocidad constante, durante todo el tiempo que el proyectil dure en el aire. Para calcular su alcance (R), en la dirección horizontal, se considerará el tiempo que el objeto dura en el aire (t_{total}) y puesto que en todo momento el objeto avanza a velocidad constante, en la dirección horizontal, se tendrá que

$$R = (v_{ox}) (t_{total})$$

En la gráfica de la figura 5, analizamos el movimiento de un proyectil, en el cual la magnitud de la velocidad de lanzamiento permanece constante, despreciando la fricción del aire, y se ve el alcance en el eje de la x para diferentes ángulos de lanzamiento. Como se podrá observar, el máximo alcance se obtiene a 45°. Al analizar esta gráfica se tiene que para 15° y 75° el alcance es el mismo, así también para 30° y 60°. En general, el alcance es el mismo para cualesquiera dos ángulos cuya suma sea igual a 90°.

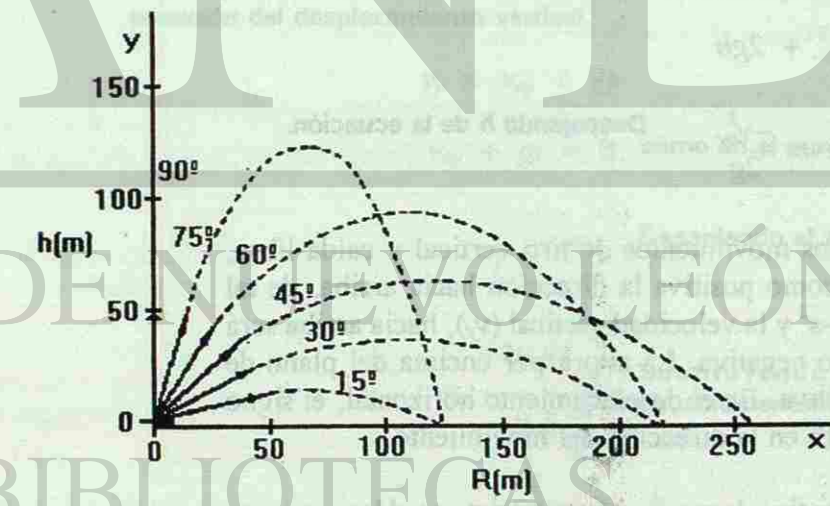


Figura No. 31. Trayectorias aproximadas.

En general y de acuerdo a lo expuesto, se sugieren los siguientes pasos en la solución de problemas, en los cuales se involucre el movimiento de tiro parabólico:

- Obtener las componentes rectangulares de la velocidad inicial

$$v_{ox} = v_o \cos\theta$$
$$v_{oy} = v_o \,sen\, \theta$$

- Las componentes horizontal y vertical de la posición de un proyectil, están dadas por

$$x = v_{ox}\, t$$
$$y = v_{oy}\, t + \frac{gt^2}{2}$$

- Las componentes horizontal y vertical de la velocidad de un proyectil, están dadas por

$$v_x = v_{ox}$$
$$v_y = v_{oy} + gt$$

- Para calcular la altura máxima (h), se tiene $v_y = 0$, *de tal forma que si se utiliza la ecuación*

$$v^2 = v_{oy}^2 + 2gy$$

en donde v_{oy}, $y = h$, puesto que se refiere al punto más alto, resulta la ecuación

$$0 = {v_{oy}}^2 + 2gh$$

$$h = \frac{-v_{oy}^2}{2g}$$

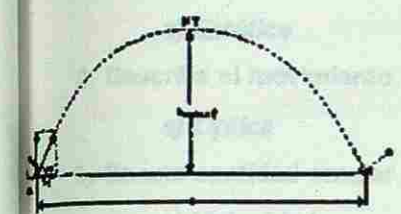
Despejando *h* de la ecuación.

Al igual que en los movimientos de tiro vertical y caída libre, vamos a considerar como positiva la dirección hacia arriba, de tal forma que $g = 9.8\ m\text{-}s^2$ y la velocidad vertical (v_y), hacia arriba será positiva y hacia abajo negativa. La altura por encima del plano de lanzamiento será positiva. En el desplazamiento horizontal, el signo positivo se considerará en la dirección del movimiento.

En conclusión, este tipo de movimiento consiste en el lanzamiento de un objeto a un cierto ángulo (θ) con respecto a la horizontal, el cual se puede manejar como la combinación de dos desplazamientos:

Uno vertical y equivalente al tiro vertical hacia arriba (observándose una simetría entre el tiempo de ascenso y el tiempo de descenso). Otro horizontal a velocidad constante.

Ejemplo 2.
Un jugador golpea una pelota de golf utilizando su bastón, comunicándole una velocidad de 30 m/s, con un ángulo de 64o con respecto al eje horizontal. Calcular:
a) El tiempo para alcanzar el punto más alto.
b) La altura máxima alcanzada.
c) El alcance.



$$v_o = 30\ \frac{m}{s}$$
$$\theta = 64°$$
$$g = -9.8\ \frac{m}{s^2}$$

Datos
La aceleración debida a la gravedad es negativa, ya que tomamos como positiva la dirección vertical hacia arriba.

a) Primero se obtienen las componentes de la velocidad.

$$v_{ox} = v_o \cos 64°$$
$$v_{ox} = (30\ \frac{m}{s})(0.438)$$
$$v_{ox} = 13.14\ \frac{m}{s}$$
$$v_{oy} = v_o \,sen\, 64°$$
$$v_{oy} = (30\ \frac{m}{s})\cdot(0.898)$$
$$v_{oy} = 26.94\ \frac{m}{s}$$

Para calcular el tiempo en alcanzar el punto más alto, se aplica la siguiente ecuación del desplazamiento vertical

$$v_y = v_{oy} + gt$$
$$v_{oy} + gt = 0$$

como en el punto más alto $v_y = 0$.

$$t = \frac{-v_{oy}}{g}$$

Despejando el tiempo.

$$t = \frac{-26.94\ \frac{m}{s}}{-9.8\ \frac{m}{s^2}}$$

Sustituyendo los datos en la ecuación anterior.

$$t = 2.74\ s$$

b) En el cálculo de la altura máxima se sigue haciendo referencia al desplazamiento vertical, por lo cual se utiliza la siguiente ecuación

$$h = v_{oy}\, t + \frac{gt^2}{2}$$

$$h = (26.94\,\frac{m}{s})(2.74\,s) + \frac{(-9.8\,\frac{m}{s^2})(2.74\,s)^2}{2}$$

Sustituyendo los datos

$$h = 73.81\,m + \frac{(-9.8\,\frac{m}{s^2})(7.50\,s^2)}{2}$$

$$h = 73.81\,m - 36.75\,m$$

$$h = 37.06\,m$$

c) Para obtener el alcance, se observa que es un desplazamiento horizontal a velocidad constante, por lo tanto

$$R = (v_{ox})(t_{total})$$

En donde tiempo total = 2 (t) = 5.48 s, puesto que el tiempo que tarda en llegar a su punto más alto es el mismo que tarda en regresar al nivel del que fue lanzado.

$$R = (13.14\,\frac{m}{s})(5.48\,s)$$

Sustituyendo los datos

$$R = 72.00\,m$$

AUTOEVALUACION

I. Lee detenidamente cada enunciado y subraya la respuesta correcta.

1. Estudia el movimiento y estado de los cuerpos.

a) Estática ***b) Mecánica*** ***c) Acústica*** ***d) Óptica***

2. Describe el movimiento de los cuerpos, sin atender las causas que lo producen o modifican.

a) Optica ***b) Cinemática*** ***c) Dinámica*** ***d) Acústica***

3. Es una cantidad escalar que representa la magnitud de la velocidad.

a) Velocidad ***b) Desplazamiento*** ***) Rapidez d*** ***) Aceleración***

4. Así se le llama a la velocidad que tiene un cuerpo que se mueve en línea recta recorriendo distancias iguales en cada unidad de tiempo.

a) Velocidad uniforme ***b) Velocidad media***

c) Velocidad instantánea ***d) Velocidad variable***

5. Si la aceleración, la distancia recorrida y la velocidad inicial son conocidas. ¿Qué ecuación puede usarse para calcular la velocidad final?

a) $2s = (v + v_o)\,t$ ***b)*** $s = v_o\,t + \frac{a\,t^2}{2}$

c) $v = v_o + at$ ***d)*** $v^2 = v_o^2 + 2\,a\,s$

6. Un objeto cae desde un puente, tardando 4 segundos en llegar al agua. ¿Cuál será la altura del puente con respecto al agua?

a) 67.40 m ***b) 90 m c)*** ***80 m*** ***d) 78.40 m***

7. Cuando un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba. ¿Cuál es el valor de la velocidad en el punto más alto ?

a) 0 m/s ***b) 9.8 m/s*** ***c) 9.8 m/s²*** ***d) 19.2 m/s***

8. ¿Qué le sucede a la velocidad de un cuerpo cuando es lanzado verticalmente hacia arriba?

a) Disminuye ***b) Aumenta*** ***c) Es constante*** ***d) No cambia***

9. Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 39.20 m/s. ¿Cuál será su velocidad a los 3 segundos de su lanzamiento ?

a) 0 m/s ***b) 19.60 m/s*** ***c) 9.80 m/s*** ***d) -9.80 m/s***

10. Se dispara una flecha verticalmente hacia arriba con una velocidad de 29.4 m/s. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su altura máxima?

a) 4 s ***b) 3 s*** ***c) 2 s*** ***d) 6 s***

11.- El ángulo para el cual un proyectil alcanza su altura máxima

a) 0É ***b) 45É*** ***c) 90É*** ***d) 60É***

12.- En el movimiento de un proyectil se tiene que el desplazamiento en el eje de las "x" es:

a) Uniformemente acelerado. ***b) A velocidad constante.***

c) Con velocidad cero. ***d) Circular uniforme.***

II. Anota en el espacio del lado izquierdo una F si el enunciado es falso o una V si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

1. Cuando un objeto se mueve en línea recta su velocidad es constante.

2. En el movimiento rectilíneo uniforme, el cambio en la velocidad con respecto al tiempo es constante.

3. La unidad de aceleración en el Sistema Internacional de unidades es m/s^2.

4. Un objeto tiene aceleración negativa si la magnitud de su velocidad tiende a disminuir.

5. Si un objeto se desplaza con una aceleración de 6 m/s^2, su distancia se incrementa 6 metros cada segundo.

6. En ausencia de la fricción del aire, todos los cuerpos caen con la misma velocidad.

7. La velocidad y la distancia recorrida por un objeto en caída libre, a los 2 segundos, son numéricamente iguales.

8. Si se desprecia la fricción del aire, un objeto que cae libremente a la superficie de la Tierra, desciende 9.8 metros cada segundo.

9. Un objeto que es lanzado hacia abajo, tiene la misma aceleración que otro que cae libremente.

III. Completa las siguientes aseveraciones.

1. ______________ es la rama de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos, atendiendo a las causas que lo producen o modifican.
2. ______________ es la longitud total del camino recorrido.
3. ______________ es el desplazamiento total recorrido por un móvil entre el tiempo empleado en realizarlo.
4. ______________ es la velocidad de un móvil cuando el intervalo de tiempo es tan pequeño que tiende a cero.
5. ______________ es el cambio de la velocidad en la unidad de tiempo.

IV. Describe brevemente cada uno de los siguientes tipos de movimiento.

a) Movimiento rectilíneo uniforme.

b) Movimiento uniformemente acelerado.

c) Caída libre.

d) Tiro vertical hacia arriba.

e) Tiro horizontal.

f) Tiro parabólico.

AL RESOLVER UN PROBLEMA DE FÍSICA DEBES PROCEDER ORDENADAMENTE.

- **Lee con cuidado el problema.**
- **Identifica las cantidades dadas en el problema (datos).**
- **Realiza un dibujo de la situación del problema.**
- **Identifica las cantidades que debes buscar (incógnitas).**
- **Selecciona la ecuación que contenga una de las incógnitas y de ser necesario despeja esta variable.**
- **Resuelve la ecuación.**
- **Verifica que la respuesta tenga las unidades correctas.**
- **Analiza tu resultado.**

PROBLEMAS DEL MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION.

Movimiento rectilíneo uniforme.

1. Un carrito de baterías se mueve en línea recta, recorriendo 6 metros cada 2 segundos; Calcular su velocidad y completar la tabla.

t (s)	s (m)	v (m/s)
0	0	
2		
4		
6		
8		
10		

a) Construir la gráfica de posición contra tiempo para el movimiento descrito .

b) Construir una gráfica de velocidad contra tiempo.

c) ¿Cuál es tu conclusión de los incisos a) y b)? y

d) ¿qué tipo de movimiento caracterizan estas gráficas?

2. Un automóvil que se desplaza a velocidad constante, recorre 400 kilómetros al Sur en un tiempo de 5 horas. Calcular su velocidad en km/h y en m/s.

3. ¿Cuál será la velocidad media de un avión si recorre 1,000 kilómetros hacia el NE, en un tiempo de 45 minutos?

4. Un corredor desarrolla una rapidez constante de 8.33 m/s. AQué distancia recorrerá en un tiempo de 12 segundos?

5. La luz proveniente del sol tarda 8.30 minutos en llegar a la Tierra. Si la velocidad de la luz es de $3x10^8$ m/s. ¿Cuál es la distancia de la Tierra al Sol?

6. Calcular el tiempo en segundos, que tardará un tren en desplazarse 3 kilómetros en línea recta hacia el Sur con una velocidad de 70 km/h.

7. En un parque de beisbol la distancia de la loma de lanzar al plato es de 18.50 metros. Si el pitcher puede lanzar la pelota a razón de 40 m/s y considerando esta velocidad constante, ¿cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al plato?

Movimiento uniformemente acelerado.

8. Dado el siguiente tabulador que describe cómo se desplaza un móvil con respecto al tiempo.

t (s)	s (m)
0	0
1	2
2	8
3	17.5
4	29
5	56
6	56

a) Verifica qué tipo de movimiento representa la gráfica posición contra tiempo (*s vs t*)

b) Calcular la rapidez media en el intervalo de t = 3 s a t = 6 s.

9. Completa los valores de la siguiente tabla, para un objeto que describe un movimiento uniformemente acelerado.

t (s)	s (m)	t2 (s^2)	v (m/s)	a (m/s^2)
0	0.00			
1	0.40			
2	1.60			
3	3.60			
4	6.40			
5	10.00			
6	14.40			

a) Construir la gráfica de posición contra tiempo.

b) Construir la gráfica de posición contra tiempo al cuadrado .

c) Construir la gráfica de velocidad contra tiempo.

d) Construir la gráfica de aceleración contra tiempo.

e) Considerando las gráficas anteriores, ¿ será éste un movimiento uniformemente acelerado?

10. Una avioneta parte del reposo y alcanza su velocidad de despegue de 90 km/h, en 8 segundos. Calcular,
a) Su aceleración.
b) La distancia recorrida para el despegue.

11. ¿Cuál será el desplazamiento de un tren, si éste acelera uniformemente de 22 m/s a 44 m/s, hacia el oeste, en un tiempo de 20 segundos? ¿Cuál será su aceleración?

12. El tren de Tokio acelera uniformemente desde el reposo a razón de 1.20 m/s^2, durante 1.40 minutos. Calcular:
a) La distancia recorrida en este tiempo.
b) Su velocidad al final del recorrido.

13. Durante una emergencia un conductor detiene su automóvil en 8 segundos, el auto viajaba inicialmente a 24 m/s.
a) ¿Cuál es su aceleración?
b) ¿Qué distancia recorre antes de detenerse?

14. Un avión lleva una velocidad de 108 km/h al Norte en el momento en que inicia su aterrizaje y recorre 1.20 kilómetros antes de detenerse. Si la aceleración es constante, determinar:
a) La aceleración.
b) El tiempo que emplea para detenerse.
c) La distancia que recorre a los 7 segundos de haber iniciado su aterrizaje.

15. Un automóvil que desacelera a razón de 9 m/s^2 tarda 8 segundos en detenerse.
a) ¿Cuál era su velocidad inicial?
b) ¿Qué distancia recorre antes de detenerse?

16. Un objeto con una velocidad inicial de 12 m/s acelera uniformemente a razón de 8 m/s^2 durante 6 segundos. Calcular:
a) Su velocidad al final del recorrido.
b) La distancia total recorrida.

17. Durante un tiempo de 11 segundos, la rapidez de un automóvil de carreras disminuye uniformemente d
88 m/s a 44 m/s. Calcular:
a) Su aceleración.
b) La distancia total recorrida.

18. Un automóvil acelera desde el reposo a razón de 4.50 m/s^2.
a) ¿Qué distancia habrá recorrido cuando su velocidad sea de 8 km/h?
b) ¿Cuál será el tiempo empleado en este recorrido?

19. El dispositivo de frenado empleado en la pista de aterrizaje de un portaaviones, produce una desaceleració
de 45 m/s^2, y los aviones generalmente tardan 3 segundos en ser detenidos.
a) ¿Cuál es la velocidad con la que llegan los aviones a la pista? y
b) ¿Cuál es la distancia de frenado?

Caída libre.

20. Un niño deja caer una pelota desde una ventana que está a 60 metros de altura sobre el suelo.
a) ¿Qué tiempo tardará en caer ?
b) ¿Con qué velocidad chocará contra el suelo?

21. Accidentalmente, un perno cae desde lo alto de un edificio, 5 segundos después se estrella en la calle
a) ¿Qué altura tiene el edificio?
b) ¿Con qué velocidad choca contra el suelo?

22. Se deja caer una piedra desde lo alto de una torre, chocando contra el suelo a una velocidad de 39.2
m/s. Calcular:
a) El tiempo que dura la piedra en el aire.
b) La altura de la torre.

23. Un objeto se lanza verticalmente hacia abajo desde un puente, con una velocidad inicial de 10 m/s,
pega en el agua 1.40 segundos después. Calcular:
a) La altura del puente sobre el agua.
b) La velocidad del objeto al llegar al agua.

Tiro vertical hacia arriba.

24. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 29.4 m/s. Calcular:
a) La altura máxima alcanzada.
b) El tiempo que tarda en alcanzar el punto más alto.
c) La velocidad a los 2 segundos de iniciado su movimiento.

25. ¿Con qué velocidad debe arrojarse una pelota verticalmente hacia arriba, para que alcance una altu
máxima de 24 metros? ¿Cuánto tiempo permanecerá en el aire?

26. Un objeto arrojado verticalmente hacia arriba, regresa al nivel de lanzamiento 4 segundos más tarde.
a) ¿Cuál es su velocidad de lanzamiento?
b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

27. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 15 m/s.
a) ¿A qué altura máxima sube la pelota? y
b) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire?

28. Un niño da un salto vertical hacia arriba alcanzando una altura máxima de 40 centímetros. Calcular,
a) Su velocidad al iniciar el salto.
b) El tiempo total que dura en el aire.

29. Se lanza una piedra en línea recta hacia arriba desde el suelo, coincidiendo su altura máxima con la de
un edificio. Si tarda 3 segundos en regresar,

a) ¿Qué altura tiene el edificio ?
b) ¿Cuál es la velocidad de lanzamiento?

PROBLEMAS DEL MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

1. Una roca se lanza horizontalmente desde lo alto de un edificio, con una velocidad de 15 m/s. El edificio tiene una altura de 50 metros.
a) ¿Cuánto tiempo tardará la roca en llegar al suelo?
b) ¿A qué distancia de la base del edificio caerá?

2. Se lanza una piedra horizontalmente con una velocidad de 25 m/s desde una altura de 60 metros. Calcular,
a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.
b) La velocidad vertical que lleva a los 2 segundos.
c) La distancia a la que cae la piedra.

3. Un avión vuela horizontalmente con una velocidad de 80 km/h y deja caer un proyectil desde una altura de 500 metros respecto al suelo.
a) ¿Cuánto tiempo transcurre antes de que el proyectil se impacte en el suelo?
b) ¿Qué distancia horizontal recorre el proyectil después de iniciar su caída?

4. Un avión que vuela horizontalmente a una altura de 1,200 metros con una velocidad de 200 km/h, deja caer una bomba sobre un blanco situado en tierra. Determinar el ángulo formado por la línea vertical y la línea que une el avión con el blanco en el instante en que se suelta la bomba (ángulo de depresión).

5. Un jugador le pega a una pelota con un ángulo de 37° con respecto al plano horizontal, comunicándole una velocidad inicial de 15 m/s. Calcular,
a) El tiempo que dura la pelota en el aire.
b) La altura máxima alcanzada.
c) El alcance horizontal de la pelota.

6. Un proyectil se lanza con una velocidad inicial de 300 m/s, a un ángulo de 25° con la horizontal.
a) ¿Cuál es el tiempo que permanece en el aire?
b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
c) ¿Cuál es su alcance?

7. Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 500 m/s y un ángulo de elevación de 35°. Calcular,
a) El tiempo que dura en el aire.
b) La altura máxima alcanzada por el proyectil.
c) El alcance horizontal del proyectil.

8. Un proyectil se dispara a un ángulo tal, que la componente vertical de su velocidad inicial es de 27 m/s y la componente horizontal de su velocidad inicial es de 36 m/s.
a) ¿Cuál será la velocidad inicial del proyectil (magnitud y dirección)?
b) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire el proyectil?
c) ¿Qué distancia horizontal recorrerá?

9. Una pelota de beisbol sale del bate con una velocidad de 35 m/s y un ángulo de 32° sobre la horizontal.
a) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire?
b) ¿Cuál es el punto más alto de su trayectoria?
c) ¿Cuál será su alcance?

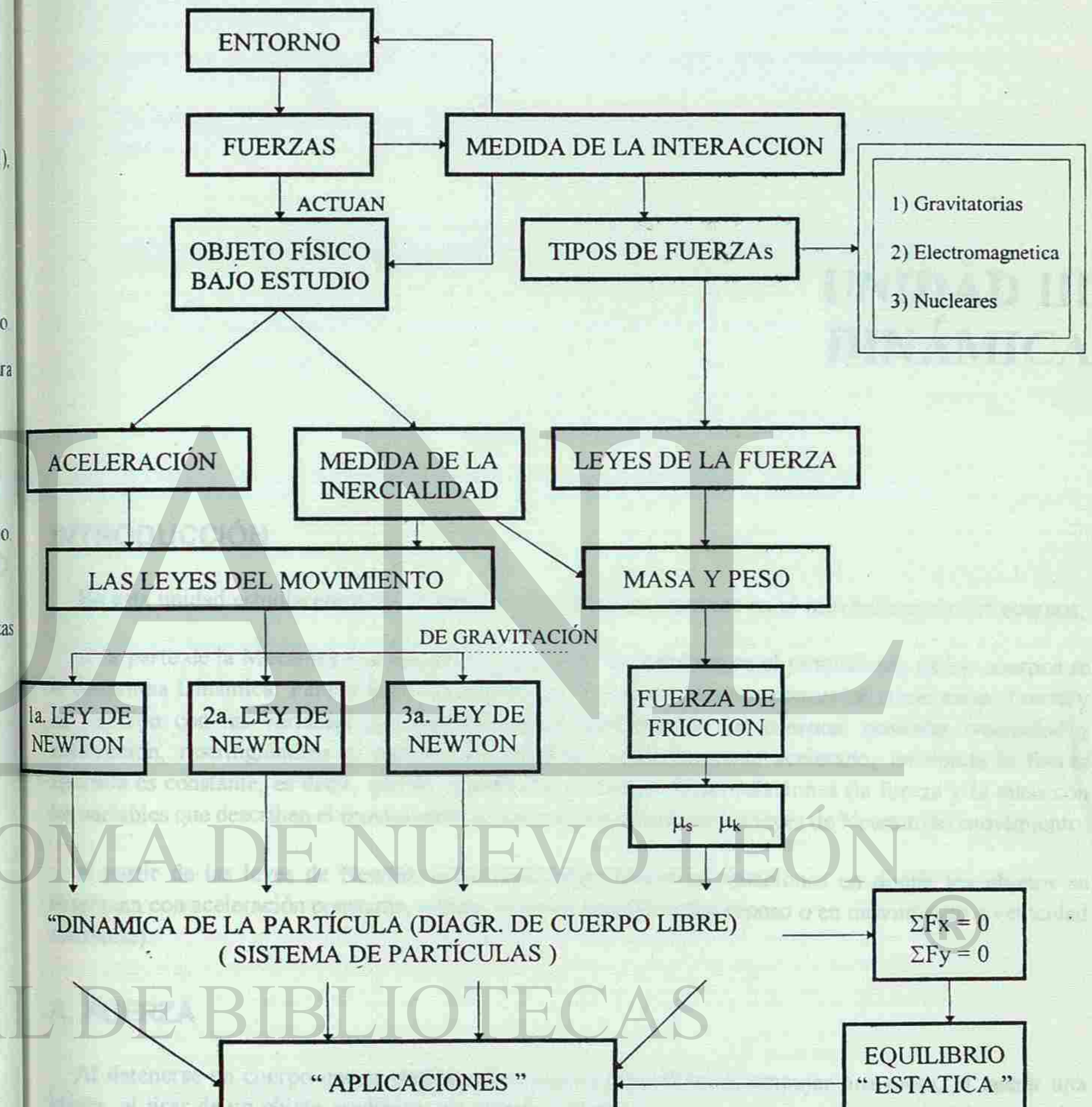
UNIDAD III
DINÁMICA

OBJETIVOS :

- Distinguir los diferentes tipos de fuerzas que hay en la naturaleza, clasificándolas según su origen, orden de magnitud y radio de acción.
- Aplicar la primera Ley de Newton, destacando a la masa con medida de la inercialidad de los cuerpos.
- Aplicar la primera Ley de Newton, destacando la proporcionalidad entre la fuerza resultante aplicada sobre un cuerpo y la aceleración que adquiere. Así como a la disminución en la aceleración al aumentar la masa del cuerpo, aplicando la misma fuerza.
- Determinar la relación que existe entre Masa y Peso de un cuerpo en el S.I.
- Elaborar diagramas de fuerzas utilizando la tercera Ley de Newton para identificar los pares de fuerzas acción, reacción.
- Aplicar las Leyes de Newton en la solución de problemas, en donde actúen fuerzas que ejercen cuerdas (tensiones), superficies lisas y rugosas y fuerzas gravitacionales.
- Aplicar la condición de equilibrio traslacional en la solución de problemas, destacando el reposo y el M.R.U. como estados de equilibrio.

METAS :

- Definir el concepto de fuerza.
- Clasificar los diferentes tipos de fuerza.
- Explicar las leyes de Newton del movimiento.
- Explicar la diferencia entre peso y masa.
- Resolver problemas del movimiento de un cuerpo, despreciando la fuerza de fricción (casi ideal), para diferentes situaciones que se describen a continuación:
  a) Movimiento horizontal con fuerza paralela al plano.
  b) Movimiento horizontal con fuerza inclinada con respecto al plano.
  c) Movimiento en un plano inclinado con fuerza paralela al plano.
  d) Movimiento vertical de un cuerpo bajo la acción de una fuerza en la dirección del movimiento
- Resolver problemas del movimiento de un cuerpo, considerando la fuerza de fricción, para diferentes situaciones que se describen a continuación:
  a) Movimiento horizontal con fuerza paralela al plano.
  b) Movimiento horizontal con fuerza inclinada con respecto al plano.
  c) Movimiento en un plano inclinado con fuerza paralela al plano.
  d) Movimiento vertical de un cuerpo bajo la acción de una fuerza en la dirección del movimiento.
- Explicar la Primera Condición de Equilibrio.
- Resolver problemas aplicando la Primera Condición de Equilibrio para un sistema de tres fuerzas oncurrentes coplanares.



UNIDAD III
DINÁMICA

INTRODUCCIÓN

En esta unidad estudiaremos las causas que producen los cambios en el movimiento de los cuerpos.

A la parte de la Mecánica que estudia las causas de los cambios en el movimiento de los cuerpos se le denomina Dinámica. Para realizar su estudio, se abordarán algunos conceptos como masa, fuerza y su relación con las variables que describen el movimiento de los cuerpos: posición, velocidad y aceleración, restringiéndose al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, en donde la fuerza aplicada es constante, es decir, que no cambia con el tiempo. Estas relaciones (la fuerza y la masa con las variables que describen el movimiento) se formularán utilizando las leyes de Newton del movimiento.

A partir de las leyes de Newton serán analizadas diferentes situaciones en donde los objetos se desplazan con aceleración constante, o bien, están en equilibrio (en reposo o en movimiento a velocidad constante).

A. FUERZA

Al detenerse un cuerpo que se desliza sobre alguna superficie, al empujar una mesa, al lanzar una pelota, al tirar de un objeto mediante una cuerda o al presionar un resorte para comprimirlo; en todos estos casos se está aplicando una fuerza. De manera general, se define la fuerza como todo aquello que es capaz de producir cambios en el movimiento de un cuerpo o bien que le produce alguna deformación. La fuerza es una cantidad vectorial, ya que se debe de especificar, además de su magnitud, su dirección y sentido. Por ejemplo, si aplicamos una fuerza horizontalmente hacia la derecha, se produce un efecto diferente, al que resultaría, si esa misma fuerza es aplicada verticalmente hacia arriba, sobre el mismo objeto, como se muestra en la figura 1. De lo anterior, concluimos que al aplicar una fuerza se debe de especificar su magnitud, dirección y sentido.

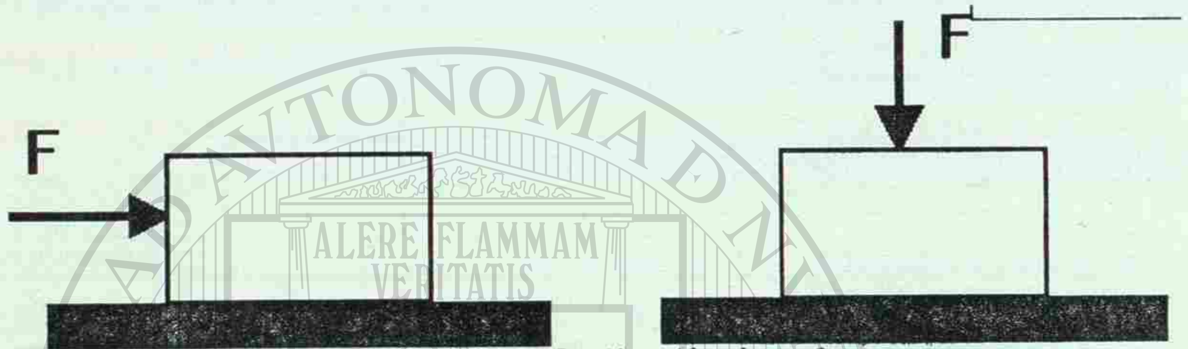


Figura No. 1. Representación gráfica de una fuerza.

DIFERENTES TIPOS DE FUERZAS

Todas las fuerzas observadas en la naturaleza se pueden clasificar, según su origen y características, en tres grupos:

FUERZAS GRAVITACIONALES

Los cuerpos ejercen entre sí una fuerza gravitatoria de atracción, cuyas causas están en función de sus masas y de la distancia entre ellos. Esta fuerza se presenta cuando la Tierra atrae a todos los cuerpos que se encuentran cerca de ella, produciendo la caída libre; en la atracción que se ejercen el Sol y los planetas, quedando confinados éstos últimos a moverse alrededor del Sol y describiendo una órbita elíptica; etc. Esta fuerza es siempre de atracción.

FUERZAS ELECTROMAGNÉTICAS

Son fuerzas ejercidas entre partículas cargadas eléctricamente. Las partículas en reposo producen fuerzas electrostáticas; las partículas cargadas y en movimiento, producen fuerzas electromagnéticas. Estas fuerzas pueden ser de atracción o de repulsión, dependiendo del tipo de carga que posean las partículas (positiva o negativa).

La mayor parte de las fuerzas de contacto que observamos normalmente entre objetos macroscópicos, por ejemplo, la de rozamiento, la fuerza ejercida mediante una cuerda sobre un objeto, fuerzas de soporte y empuje, son el resultado de fuerzas moleculares ejercidas por las moléculas de un cuerpo sobre las moléculas de otro cuerpo; estas interacciones son fundamentalmente de tipo electromagnético.

c) FUERZAS NUCLEARES

Se producen en el interior del núcleo del átomo, entre las partículas que lo forman, manteniéndolo unido. Esta fuerza es mayor que la repulsión eléctrica que se genera entre los protones (de carga positiva), que se encuentran en el interior del núcleo.

De acuerdo a la forma como actúan las fuerzas sobre un cuerpo, éstas se clasifican en:

- **Fuerzas de contacto**. Son aquéllas ejercidas por objetos como cuerdas, superficies, etc., en contacto directo con el cuerpo.
- **Fuerzas de acción a distancia (o de campo)**. Son las que actúan a través del espacio que existe entre el cuerpo cuyo movimiento se analiza y el objeto que ejerce la fuerza, por ejemplo, la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra sobre todos los objetos; esta fuerza es la más común en los problemas de Dinámica. Otro ejemplo de acción a distancia, es la fuerza de atracción o de repulsión entre las cargas eléctricas.

B. LEYES DE NEWTON DEL MOVIMIENTO

1. PRIMERA LEY DE NEWTON

Sabemos por experiencia que si un objeto se encuentra estacionado, permanecerá en reposo, a menos que una fuerza externa actúe sobre él. Por otra parte, si empujamos un objeto para que se deslice sobre el piso y luego se deja de empujar, observamos que se detendrá en un tiempo determinado. De lo anterior se deduce lo que se ha dado en llamar la Primera Ley de Newton del movimiento:

Un cuerpo permanecerá en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que una fuerza externa actúe sobre él.

La fuerza externa puede ser la resultante de dos o más fuerzas aplicadas sobre el mismo objeto.

Cuando se tiene un objeto en reposo o en movimiento y queremos efectuar un cambio en su estado, observamos que presenta cierta resistencia. A la propiedad que presentan todos los cuerpos de oponerse al cambio en el movimiento, se le conoce como inercia. Así pues, si un objeto está en reposo tiende a permanecer en reposo al querer moverlo, y si está en movimiento, al tratar de detenerlo, experimentará una oposición al cambio del movimiento al reposo. Como ejemplo tenemos, que si un automóvil arranca, los pasajeros y los objetos en su interior, que estaban en reposo, tienden a permanecer en reposo, pero el asiento los empuja, poniéndolos en movimiento. Al frenar bruscamente, los pasajeros y las cosas sueltas tienden a permanecer en movimiento, por ello la sensación del impulso hacia adelante.

Como se puede apreciar, a mayor masa, la inercia del cuerpo (su oposición al cambio en el movimiento) es mayor, y viceversa, a menor masa es menor la opposición al cambio. Esto lo hemos observado, ya que no es lo mismo empujar un automóvil pequeo que uno grande. A su vez, se aprecia la diferencia al detener una pelota de hule suave o una pelota de basquetbol, ya que la masa más grande presenta una mayor resistencia al cambio. A partir de estos ejemplos se deduce que la masa es una medida cuantitativa de la inercia. Esta propiedad es caracteristica de toda la materia.

En resumen, a partir de la Primera Ley de Newton del movimiento se establece que un cambio en el movimiento es la evidencia de una fuerza aplicada.

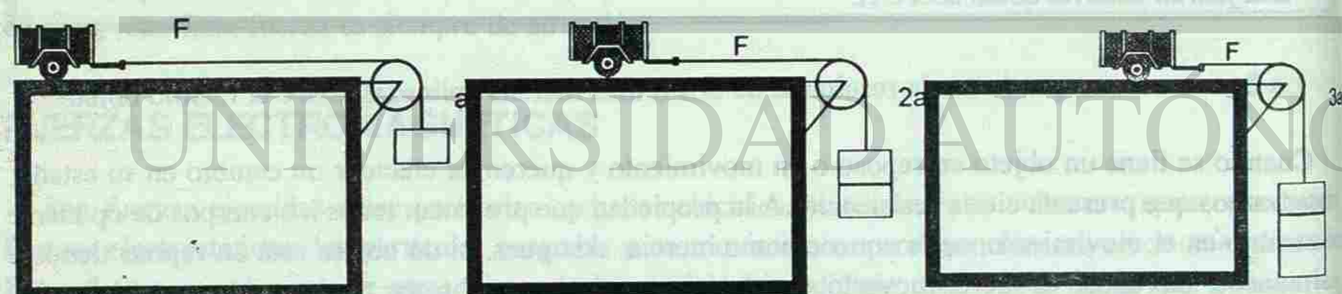
2. SEGUNDA LEY DE NEWTON

Como se podrá observar, a partir de la Primera Ley de Newton del movimiento, se concluye que si la fuerza resultante que actúa sobre un objeto es nula, su aceleración también será nula, pues éste permanecerá en reposo o se moverá en línea recta y a velocidad constante.

La Segunda Ley de Newton del movimiento se refiere a los cambios en la velocidad que sufre un cuerpo, cuando sobre él actúa una fuerza resultante, no nula, produciéndole una aceleración. La aceleración de un cuerpo se presenta no sólo en el cambio de la magnitud, sino también en el cambio de dirección que sufre la velocidad o ambos a la vez.

La Segunda Ley de Newton del movimiento es un enunciado de cómo se relacionan la aceleración de un cuerpo con respecto a la fuerza aplicada y a su masa.

Experimentalmente se puede observar cómo varía la aceleración de un cuerpo al aplicarle una fuerza, si su masa permanece constante. Si aplicamos una fuerza (F) a una masa(m), ésta recibe una aceleración (a); si se duplica la fuerza (2F), se observa que la aceleración también se duplica (2a); si se triplica la fuerza (3F), la aceleración también se triplica (3a); y así sucesivamente, como se muestra en la figura 2.



a) Si a la masa (m) se le aplica una fuerza (F), se produce una aceleración (a)

b) Si la fuerza se duplica (2F) la aceleración se duplica (2a)

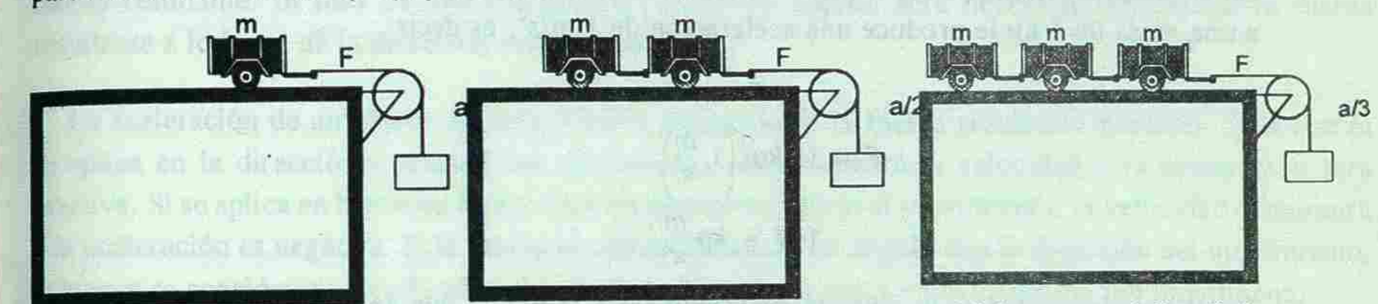
c) Si la fuerza se triplica (3F) la aceleración también se triplica (3a)

Figura 2. Representación gráfica del experimento en donde se demuestra que la aceleración producida es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

Analizando el experimento anterior, se puede concluir que si la masa no cambia, la aceleración producida es directamente proporcional a la fuerza resultante aplicada, es decir

$$a \propto F$$

A continuación, se considerará que la fuerza aplicada sobre un objeto es constante y la que varía es su masa. Si se duplica la masa (2m) del objeto , se observa que, su aceleración tiene un valor igual a la mitad de su valor inicial (a/2); si triplicamos su masa (3m), la aceleración tiene un valor igual a la tercera parte de su valor inicial (a/3); y así sucesivamente, como se muestra en la figura 3.



a) Si la fuerza (F) es aplicada sobre la masa (m), le producirá una aceleración (a).

b) Si la masa se duplica (2m), manteniendo la fuerza aplicada (F) constante, la aceleración es igual a la mitad de su valor original (a/2).

c) Si la masa se triplica (3m), manteniendo la fuerza aplicada (F) constante, la aceleración es igual a un tercio de la aceleración original (/3).

Figura 3. Representación gráfica del experimento en donde se demuestra que la aceleración es inversamente proporcional a la masa.

A partir de estos resultados experimentales se deduce que si la fuerza aplicada es constante, la aceleración producida es inversamente proporcional a la masa, es decir

$$a = \frac{1}{m}$$

Al observar estos resultados experimentales y cuantificar los efectos de la fuerza y la masa sobre la aceleración de los cuerpos, se llega al enunciado de la Segunda Ley de Newton del movimiento:

> *Toda fuerza resultante aplicada a un cuerpo, le produce una aceleración en la misma dirección en que actúa. La magnitud de dicha aceleración es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.*

Conjuntando estos resultados en una expresión matemática adecuada, se llega a que

$$a = \frac{F}{m}$$

$$F = ma \quad \text{Despejando F}$$

Esta es la expresión clásica de la Segunda Ley de Newton.

Como un caso particular de la Segunda Ley de Newton:

Si la fuerza aplicada sobre la masa es igual a cero, entonces la aceleración también tiene un valor de cero y no hay cambio en el movimiento, es decir, si la masa está en reposo, permanecerá en reposo y si está en movimiento, lo hará a velocidad constante, como lo predice la Primera Ley de Newton del movimiento.

Las unidades de fuerza más frecuentes son:

- En el Sistema Internacional, la unidad es el Newton (N), el cual equivale a la fuerza que aplicada a una masa de 1 kg le produce una aceleración de 1 m/s^2, es decir

$$F = ma$$
$$F = (1\ kg)\left(1\ \frac{m}{s^2}\right)$$
$$1\ N = kg\ \frac{m}{s^2}$$

- En el cgs, la unidad es la dina, la cual equivale a la fuerza que aplicada a una masa de 1 g le produce una aceleración de 1 cm/s^2, es decir

$$F = ma$$
$$F = (1\ kg)\left(1\ \frac{cm}{s^2}\right)$$
$$1\ dina = g\ \frac{m}{s^2}$$

- En el Sistema Inglés Absoluto, la unidad es el poundal, el cual equivale a la fuerza que aplicada a una masa de una libra, le produce una aceleración de 1 ft/s^2, es decir

$$F = ma$$
$$1\ poundal = (1\ lb)\left(1\ \frac{ft}{s^2}\right)$$

Sist. de Unidades	MASA	ACELERACIÓN	FUERZA
Internacional			
MKS	kg	m/s^2	1 Newton = 1 kg m/s^2
cgs	g	cm/s^2	1 dina = 1 g cm/s^2
T. Gravitacional	u.t.m.	m/s^2	1 kilogramo fuerza = 1 u.t.m. m/s^2
I. Absoluto	lb	ft/s^2	1 poundal = 1 lb fr/s^2
I. Técnico	slug	ft/s^2	1 libra fuerza = 1 slug ft/s^2

Algunas equivalencias de masa y fuerza más comunes entre el Sistema Internacional, el Técnico Gravitacional e Inglés Técnico.

1 u.t.m.	9.8 kg	1 lb fuerza	32 poundal
1 slug	32 lb	1 Newton	10^5 dinas
1 kilogramo	2.2 libras masa	1 kg fuerza	9.8 N
1 slug	14.59 kg	1 lb fuerza	4.44 N

Es importante hacer notar que la fuerza en la Segunda Ley de Newton del movimiento representa una fuerza resultante. Si más de una fuerza actúa sobre un objeto, será necesario determinar la fuerza resultante a lo largo de la dirección del movimiento.

La aceleración de un objeto siempre tiene la dirección de la fuerza resultante aplicada. Si la fuerza se aplica en la dirección y sentido del movimiento, se aumentará la velocidad y la aceleración será positiva. Si se aplica en la misma dirección y en sentido contrario al movimiento, la velocidad disminuirá y la aceleración es negativa. Si la fuerza se aplica formando un ángulo con la dirección del movimiento, entonces se considerará sólo la componente de la fuerza que actúa en la dirección del movimiento.

Cabe aclarar que la aceleración de un objeto depende de la fuerza aplicada sobre él y de su masa, y no del tipo de fuerza de que se trate (gravitacional, eléctrica, magnética, etc.).

En la aplicación de la expresión clásica de la Segunda Ley de Newton se tienen ciertas limitaciones como en general lo establecimos para la Mecánica Clásica en la Unidad I, ya que dicha Ley no se cumple para el movimiento a velocidades comparables a la de la luz, ni en el estudio del comportamiento de las partículas y átomos.

3. TERCERA LEY DE NEWTON

Al patear una pelota de futbol aplicamos una fuerza sobre ésta, y a su vez, el balón de futbol ejerce una fuerza sobre nuestro pie. La fuerza ejercida por nuestro pie sobre la pelota se llama fuerza de acción y la ejercida por la pelota sobre el pie se llama fuerza de reacción (ver la figura 4 a).

Debido al escape de los gases por la abertura inferior de la cámara de combustión de un cohete, se produce el empuje necesario para su ascenso. El escape de los gases produce una fuerza de acción y el empuje hacia arriba es la fuerza de reacción (ver la figura 4 b).

A partir de estos ejemplos mostrados en la figura 4 se puede enunciar la Tercera Ley de Newton del movimiento:

A toda fuerza de acción le corresponde una fuerza de reacción igual en magnitud y en la misma dirección, pero en sentido contrario.

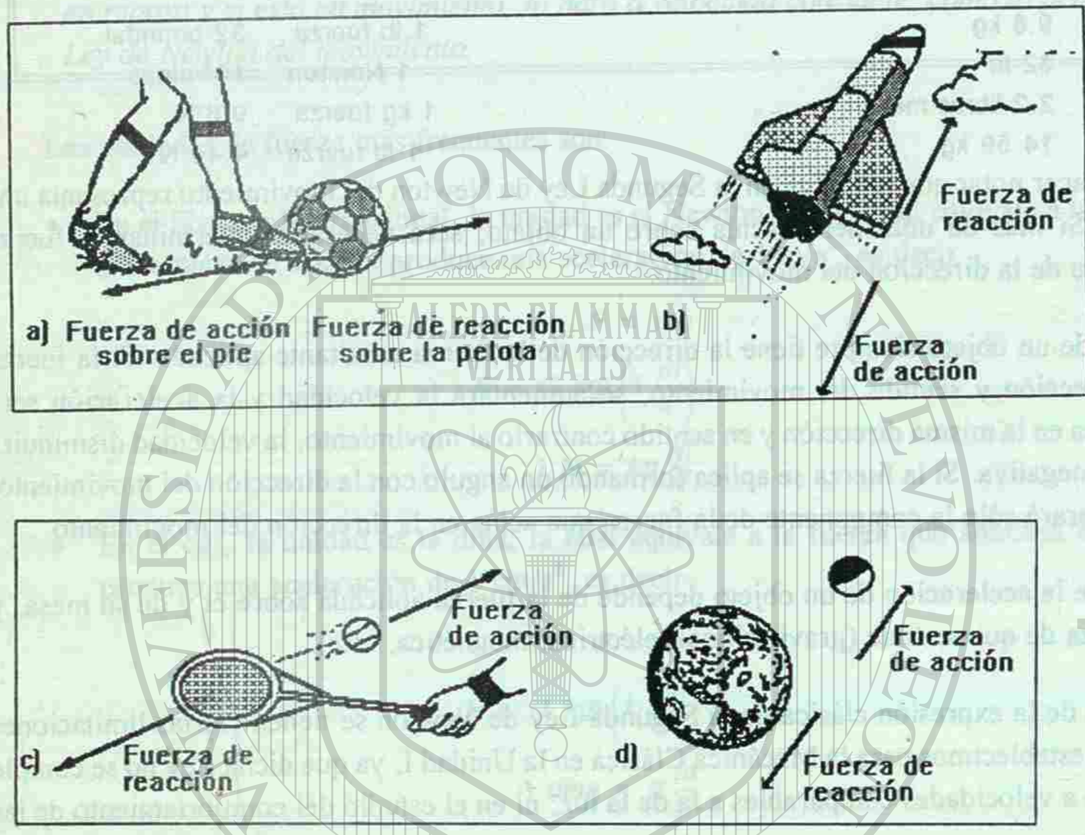


Figura 4. Ejemplos en donde se muestra la aplicación de las fuerzas por pares (acción - reacción).

Se debe tener en cuenta que las fuerzas de acción y de reacción actúan sobre cuerpos diferentes. En esta ley se contempla la interacción entre dos cuerpos, por ejemplo, si una raqueta de tenis golpea una pelota (acción), ésta a su vez golpea la raqueta (reacción), con una fuerza igual pero en sentido contrario (ver la figura 4c).

Un ejemplo representativo de la Tercera Ley de Newton es la atracción que ejerce la Tierra sobre la Luna (acción), obligándola a describir una órbita casi circular alrededor de ella, a su vez, la Luna ejerce una fuerza de atracción sobre la Tierra (reacción), originando las mareas (ver la figura 4d).

Cuando un objeto se encuentra en reposo o se mueve sobre un plano, se observa que interaccionan entre sí, de tal forma que el objeto ejerce una fuerza sobre el plano (FO), al cargar sobre la superficie y a su vez, la superficie ejerce una fuerza sobre el objeto, a esta fuerza se le conoce como la fuerza normal al plano (N) como se observa en la figura (ver figura 5).

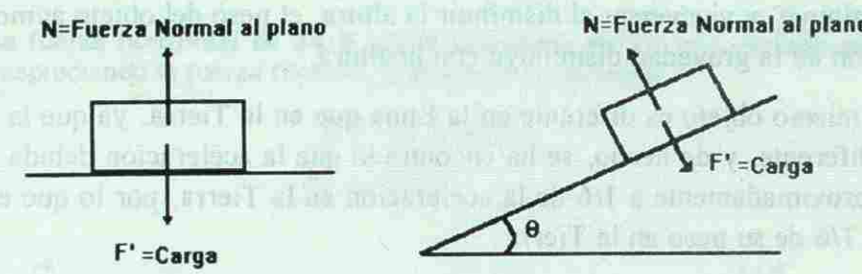


Figura 5. Interacción entre el plano y el objeto que se desliza sobre él.

Figura 5. Interacción entre el plano y el objeto que se desliza sobre él.

Otra implicación importante de esta ley es que las fuerzas aparecen siempre en parejas, ya que si un objeto A ejerce una fuerza (acción) sobre un objeto B, éste a su vez ejerce una fuerza (reacción) sobre A, igual en magnitud pero en sentido opuesto.

> *Las fuerzas de acción y de reacción nunca se neutralizan porque actúan sobre cuerpos diferentes.*

LA MASA Y EL PESO DE UN CUERPO

Uno de los conceptos fundamentales en la física moderna, lo constituye el concepto de masa, al iniciar el presente capítulo relacionamos la masa de un cuerpo con la manifestación de determinadas propiedades de la materia, concretamente con LA INERCIA, propiedad que tienen los cuerpos de conservar su estado de reposo relativo o de movimiento rectilíneo y uniforme. A continuación relacionaremos la masa con la manifestación de las propiedades gravitatorias.

Si un cuerpo de masa "m" se deja caer libremente, su aceleración será 9.8 m/s^2 como se observa en la unidad anterior. De acuerdo con la Segunda Ley de Newton del movimiento, sobre este cuerpo actúa una fuerza, la cual produce su movimiento acelerado, es decir

$$F = ma$$

por lo cual

$$F = mg \quad \text{(hacia abajo)}$$

Esta fuerza se debe a la atracción que ejerce la Tierra sobre la masa y se llama peso (w). En general, el peso de un objeto se define como la fuerza de atracción gravitacional ejercida sobre él por un cuerpo de gran masa, como la Tierra o la Luna. Esta fuerza gravitacional es siempre hacia el centro del cuerpo de gran masa. Si w representa al peso del objeto en la Tierra, entonces

$$w = mg$$

Como el peso de un objeto depende de su ubicación en relación al centro de la tierra, y puesto que la atracción gravitacional que actúa sobre él, al aumentar la altura, (como se verá mas adelante) en este caso, el peso disminuye, y viceversa, al disminuir la altura, el peso del objeto aumenta. Esto es debido a que la aceleración de la gravedad disminuye con la altura.

El peso de un mismo objeto es diferente en la Luna que en la Tierra, ya que la fuerza de atracción gravitacional es diferente, y de hecho, se ha encontrado que la aceleración debida a la gravedad en la Luna, equivale aproximadamente a 1/6 de la aceleración en la Tierra, por lo que el peso de un objeto en la Luna, es de 1/6 de su peso en la Tierra.

Si se desea establecer la diferencia entre el peso y la masa de un cuerpo, se debe tener claro que el peso es una fuerza relacionada con la atracción gravitacional que actúa sobre él, ejercida por un cuerpo de gran masa como por ejemplo la Tierra o la Luna[1]. El peso de un objeto cambia, dependiendo de su posición con respecto al cuerpo de gran masa, mientras que su masa es la misma en la Tierra, en la Luna o en cualquier otro lugar del espacio.

La masa es entonces una propiedad intrínseca que caracteriza las propiedades inerciales y gravitatorias de los cuerpos. El peso es cero en regiones del espacio donde los efectos de la gravitación son nulos, [$W = mg = m(0) = 0$] pero las propiedades del cuerpo que dependen de su masa, permanecen sin cambio con respecto a las mismas en la tierra. En una nave espacial libre de la influencia de la gravedad, levantar un bloque grande de plomo ($W = 0$) es empresa fácil, pero sentiríamos una sensación dolorosa en el pie si pateáramos dicho bloque (m diferente de 0).

El peso de un objeto es una cantidad vectorial (el cual tiene una dirección hacia el centro del cuerpo de gran masa), y la masa es una cantidad escalar.

Es frecuente la confusión el uso de las unidades de peso y masa. Por ejemplo, al pedir 1 kg de azúcar, nos referimos a un 1 kg masa, sin embargo, la balanza que se utiliza mide fuerzas, en este caso, el peso (w) de la masa, de tal forma que

$$w = mg$$
$$w = (1\,kg)(9.8\ m/s^2)$$
$$w = 9.8\ N$$

este es el peso que se nos da, de manera que cuando pedimos 1 kilogramo de azúcar, la balanza ya esta calibrada para marcar 1 kg peso, el cual es igual a 9.8 N.

Esta correspondencia numérica entre la masa (1 kg. de masa) y el peso (1 kg. de peso o 9.8 N.), no constituye una ecuación real, ya que no podemos igualar a cantidades con dimensiones diferentes , y es válida solamente para un valor específico de "g" y por lo tanto debería usarse con precaución.

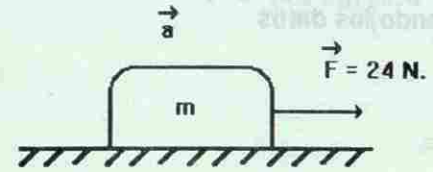
Los problemas de fuerzas se resuelven haciendo un dibujo de la situación de acuerdo a la redacción; más en esta ocasión vamos a establecer lo que es un diagrama de cuerpo libre. El diagrama del cuerpo libre consiste en la representación gráfica de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto, en un sistema de coordenadas, a partir del cual se escribirán las ecuaciones del movimiento para cada eje coordenado, y resolviendo éstas, se determinará el valor de la variable indicada, la cual podrá ser la aceleración (m/s^2), la fuerza normal (N), etc.

[1] En el tema de Gravitación se analizará con más detalle la relación que guardan el peso y la fuerza gravitatoria.

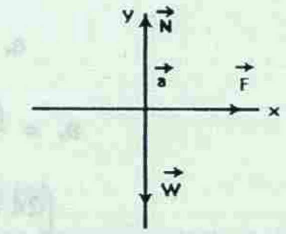
Ejemplo 1.

Se aplica una fuerza horizontal de 24 N sobre una masa de 16 kg colocada sobre un plano horizontal. Despreciando la fuerza fricción, calcular su aceleración .

$F = 24\ N$ Datos
$m = 16\ kg$



Describir la situación del problema



Construir el diagrama de cuerpo libre

$F = ma$ Establecer la ecuación del movimiento despejando la aceleración (a), se tiene

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{24\ N}{16\ kg}$$ sustituyendo los datos

$$a = \frac{24\ kg\ \frac{m}{s^2}}{16\ kg}$$

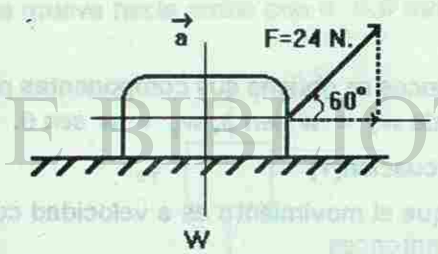
$$a = 1.5\ \frac{m}{s^2}$$

Observa que ni la fuerza normal (N) ni el peso (w) intervienen en el movimiento del objeto, ya que son perpendiculares al mismo.

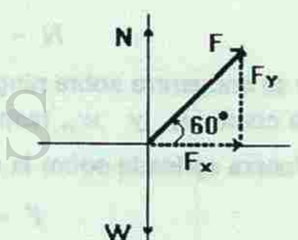
Ejemplo 2.

Una fuerza de 24 N que forma un ángulo de 60° con la horizontal, se aplica sobre una masa de 16 kg colocada sobre una superficie horizontal. Despreciando la fuerza de fricción, calcular la aceleración producida.

$F = 24\ N$ Datos
$\theta = 60°$
$m = 16\ kg$



Describir la situación del problema



Construir el diagrama de cuerpo libre

$F_x = ma_x$ Establecer la ecuación del movimiento en el eje de la x puesto que el movimiento es horizontal. Despejando la aceleración (a_x), se tiene

$a_x = \frac{F_x}{m}$ en donde

$F_x = F \cos 60°$ por lo tanto

$a_x = \frac{F \cos 60°}{m}$ sustituyendo los datos

$$a_x = \frac{(24\ N)(0.500)}{16\ kg}$$

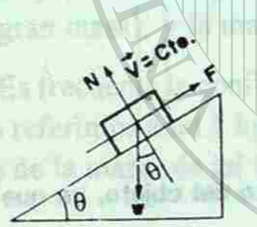
$$a_x = \frac{\left(24\ kg\ \frac{m}{s^2}\right)(0.500)}{16\ kg}$$

En este ejemplo ni la fuerza normal (N) ni el peso (w) del objeto intervienen en el movimiento, ya que son perpendiculares al mismo.

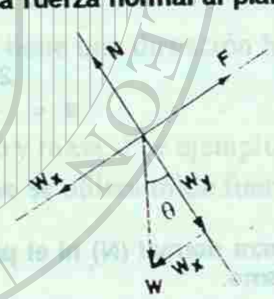
$$a_x = 0.75\ \frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 3.

Se sube una masa de 4 kg sobre un plano inclinado 30° con la horizontal, mediante la aplicación de una fuerza paralela al plano. Si el movimiento es a velocidad constante y se desprecia la fuerza de fricción, calcular la fuerza aplicada sobre la masa y la fuerza normal al plano.



Describir la situación del problema



Construir el diagrama de cuerpo libre

$m = 4\ kg$ Datos
$\theta = 30$
$a = 0$

Establecer las ecuaciones del movimiento en el eje de la x

$$F - w_x = maxubx \quad (1)$$

en el eje de la y

$$N - w_y = ma_y \quad (2)$$

Como el peso no se encuentra sobre ninguno de los ejes, entonces se obtiene sus componentes para cada eje, representada como w_x y w_y respectivamente, en donde $w_x = w\ sen\ \theta$; $w_y = w\ sen\ \theta$.

Para calcular la fuerza aplicada sobre la masa, se emplea la ecuación(1)

$F - w_x = m_x$ puesto que el movimiento es a velocidad constante, , entonces

$F - w_x = 0$ por lo tanto

$F = w_x$ en donde

$w_x = w\ sen\ 30°$ entonces

$F = w\ sen\ 30°$ sustituyendo w = mg, resulta

$$F = mg\ sen\ 30°$$

$$F = (48\ kg)\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(0.500)$$

$$F = 19.6\ kg\ \frac{m}{s^2}$$

$$F = 19.6\ N$$

Para calcular la fuerza normal (N) al plano, se emplea la ecuación (2)

$N - w_y = ma_y$ puesto que no hay movimiento sobre el eje de la y, $a_y = 0$, por lo tanto

$N - w_y = 0$ o sea

$N = w_y$ y como

$w_y = w \cos 30°$ entonces

$N = w \cos 30°$ sustituyendo $w = mg$ en la ecuación, resulta

$$N = mg \cos 30°$$

$$N = (4\ kg)\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(0.866)$$

$$N = 33.94\ kg\ \frac{m}{s^2}$$

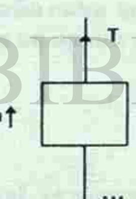
$$N = 33.94\ N$$

Ejemplo 4.

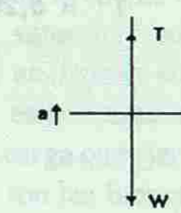
Un elevador y su carga pesan 5,200 N. Calcular la tensión en el cable que lo sostiene, si se mueve:
a) Hacia arriba con una aceleración de 0.6 m/s²
b) Hacia abajo con la misma aceleración.

$w = 5{,}200\ N$ Datos
$a = 0.6\ \frac{m}{s^2}$

a) Se mueve hacia arriba con = 0.6 m/s²



Describir la situación del problema



Construir el diagrama de cuerpo libre

Si el movimiento es hacia arriba, se tiene que

Establecer la ecuación del movimiento

$T - w = ma_y$ en donde

$$m = \frac{w}{g}$$

$$m = \frac{5{,}200\ N}{9.8\ \frac{m}{s^2}}$$

$$m = \frac{5{,}200\ kg\ \frac{m}{s^2}}{9.8\ \frac{m}{s^2}}$$

$$m = 530.61\ kg$$

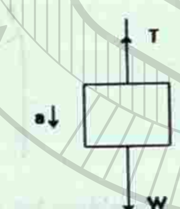
$T = ma_y + w$ despejando la tensión (T) de la ecuación

$T = (530.61\ kg)\left(0.6\ \frac{m}{s^2}\right) + 5{,}200\ N$ sustituyendo los datos

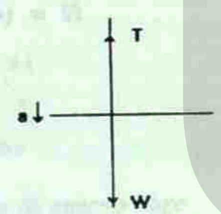
$$T = 318.36\ N + 5{,}200\ N$$

$$T = 5{,}518.36\ N$$

b) Si el movimiento es hacia abajo se tiene que



Describir la situación del problema



Construir el diagrama de cuerpo libre

La ecuación del movimiento es

$w - T' = ma_y$ despejando la tensión (T') de la ecuación

$T' = w - ma_y$ sustituyendo los datos

$$T' = 5{,}200\ N - 318.36\ N$$

$$T' = 4{,}881.64\ N$$

FRICCIÓN

La fuerza de fricción se debe a una resistencia natural constante al movimiento entre materiales en contacto o dentro de un medio. Esta fuerza se presenta en los diferentes medios: sólido, líquido y gaseoso. Por ejemplo, los automóviles se construyen tomando en cuenta el efecto de la fricción del aire, de ahí sus formas aerodinámicas; un buzo al nadar se impulsa utilizando pies y brazos, y además la fricción de éstos con el agua; al caminar nos impulsamos hacia adelante gracias a la fuerza de fricción entre el piso y nuestros pies.

¿Qué pasaría si no existieran las fuerzas de fricción? Difícilmente caminaríamos, los automóviles derraparían y los aviones probablemente no existirían, ya que éstos basan su movimiento, en buena medida, en el efecto de la fricción del aire. Un efecto negativo de la fuerza de fricción es el desgaste que sufren los anillos, las bielas, los pistones, etc., en un motor de combustión interna. Para disminuir el desgaste de estas partes del motor se utiliza el aceite lubricante. Otra forma de evitar este desgaste es mediante el pulido de las superficies de las piezas en contacto. Lo anteriormente expuesto nos da una idea de la importancia de tomar encuenta los efectos de la fuerza de fricción, la cual estudiaremos enseguida, considerando solamente la fuerza de fricción o rozamiento entre dos superficies sólidas en contacto.

La fuerza de fricción (f) se opone al movimiento de deslizamiento entre las superficies en contacto y sigue una dirección paralela a ellas.

El origen físico de la fuerza de fricción es la irregularidad en las superficies en contacto. Las asperezas de la superficie de un material hacen contacto con las asperezas de la superficie del otro material, de tal forma que para efectuar un movimiento entre las superficies en contacto, habrá que aplicar una fuerza que venza esta fuerza de fricción que se genera al estar en contacto las superficies (ver figura 6).

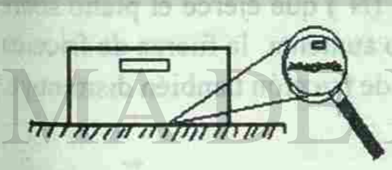


Figura 6. En esta figura ampliada se observa que las superficies en contacto presentan cierta rugosidad, la cual produce la trabazón entre ambas, generandose la fuerza de fricción que se opone al mov. relativo entre ellas.

Cuando un cuerpo (en reposo o en movimiento) se encuentra colocado sobre una superficie plana, ejerce sobre ésta una cierta carga. Esta carga es la fuerza aplicada por el cuerpo sobre la superficie y actúa perpendicularmente a las superficies en contacto, manteniéndolas unidas.

Por otra parte, la fuerza normal (N) es la fuerza que ejerce la superficie sobre el cuerpo que se desliza o está en reposo sobre ella. Como ya lo hemos visto, esta fuerza es perpendicular a la superficie. La carga que ejerce un cuerpo sobre una superficie, en la cual se encuentra colocado, y la normal ella (N) son las fuerzas de acción y reacción en la interacción entre la superficie y el cuerpo (ver figura 7).

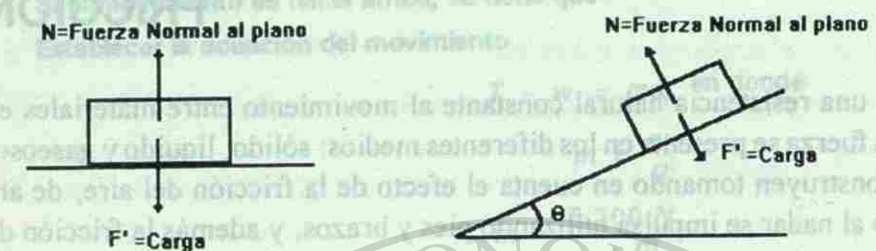


Fig. 7. El cuerpo ejerce una fuerza sobre la superficie (carga), la cual se representa como la acción y a su vez, la superficie ejerce una fuerza sobre el cuerpo, conocida como la fuerza normal (N) a la superficie, fuerza de reacción. Dado que la carga y la normal son las fuerzas de acción y reacción, se tiene que N = carga.

La fuerza normal (N) al plano es igual al peso (w) del objeto, cuando éste se desliza sobre un plano horizontal (ver figura 8a). Para un objeto en un plano inclinado, la fuerza normal es igual a la componente del peso perpendicular al plano (w_y), ver figura 8 b.

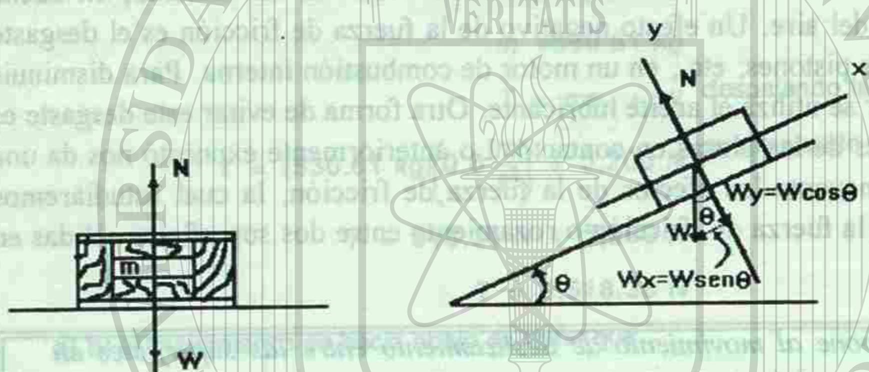


Fig. 8. El plano inclinado ejerce una fuerza normal (N) sobre el cuerpo. En este movimiento se tiene que la fuerza normal, es igual a la componente del peso en el eje "y". Para decribir el movimiento, se coloca el eje "x" paralelo al plano, que corresponde a la dirección del movimiento. El eje "y" se coloca perpendicular al movimiento y ambos ejes se intesectan en el cuerpo.

> *NOTA: Es frecuente decir, que la fuerza normal (N) y el peso (w) de un cuerpo son fuerzas de acción y reacción, sin reparar en el hecho de que ambas actúan sobre un mismo cuerpo, contradiciendo ésto, a lo previsto por la Tercera Ley de Newton, la cual establece que las fuerzas de acción y reacción actúan sobre cuerpos diferentes.*

La fuerza que ejerce el objeto sobre el plano (la carga), es la fuerza que presiona para que estas superficies estén en contacto, y es igual en magnitud a la fuerza normal (N) que ejerce el plano sobre el objeto. Experimentalmente se tiene que si la carga que ejerce el cuerpo aumenta, la fuerza de fricción también aumenta, y viceversa, si la carga del objeto disminuye, la fuerza de fricción también disminuye. De lo anterior se tiene que

$$f \propto (carga) \quad \text{o bien}$$

$$f \propto N$$

en donde se utiliza la normal (N), ya que ésta siempre es numericamente igual a la carga del objeto. Introduciendo una constante de proporcionalidad en la expresión, resulta que

$$f = \mu N$$

siendo μ (my) el coeficiente de fricción, el cual carece de unidades (es adimensional). Este coeficiente es característico de los materiales en contacto. La fuerza de fricción no sólo aparece cuando hay

movimiento, sino que también existe cuando un cuerpo tiende a deslizarse sobre otro. Esta fuerza depende de la naturaleza de las superficies en contacto (rugosidad y tipo de material) y de la carga que las mantiene unidas.

1. COEFICIENTE DE FRICCION ESTATICA (μ_s)

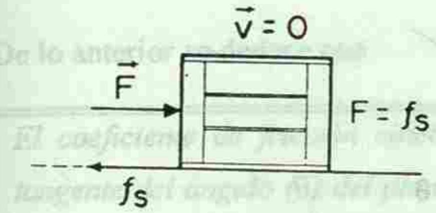


Figura 9. Representación de la fuerza de fricción estática.

Si a un objeto se le aplica una fuerza (F) y éste no se mueve, se debe a la fuerza de fricción estática (f_s) que se opone al movimiento (f_s = F), ver la figura 9. Si se aumenta la fuerza (F) aplicada y el cuerpo no se mueve, es porque también aumenta la fuerza de fricción estática (f_s). El objeto se moverá cuando la fuerza aplicada (F) sea ligeramente mayor que la fuerza máxima de fricción estática (f_s). Esta fuerza máxima de fricción estática viene dada por

$$f_s = \mu_s N$$

en donde m s se conoce como el coeficiente de fricción estática. Como ya se explicó, si al aumentar la fuerza aplicada, el objeto no se mueve, es porque la fuerza de fricción estática se opone. Al aumentar la fuerza aplicada, aumenta la fricción estática, así, hasta que se inicia el movimiento. En nuestro estudio, consideraremos a la fuerza de fricción estática (f_s) como el máximo valor que puede tomar sin que se dé inicio al movimiento.

2. COEFICIENTE DE FRICCION CINETICA (μ_k)

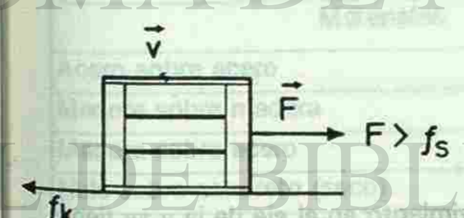


Figura 10. Representación gráfica de la fuerza de fricción cinética.

Cuando la fuerza (F) aplicada a un objeto es superior a la fuerza de fricción estática máxima (f_s), el objeto se mueve y entonces la fuerza que se opone al movimiento es llamada la fuerza de fricción cinética (f_k) , ver figura 10.

Experimentalmente se ha demostrado que la fuerza de fricción cinética (f_k) es proporcional a la carga, la cual es igual en magnitud a la fuerza normal (N) ejercida por el plano sobre el objeto que se desliza sobre él, por lo que

$$f_k = \mu_K N$$

en donde μ_K se conoce como el coeficiente de fricción cinética.

A continuación, se va a analizar el deslizamiento de un cuerpo, para apreciar como se calculan experimentalmente los valores de μ_s y μ_K.

Supóngase que se tiene una masa (m) sobre un plano inclinado a un ángulo (θ) con la horizontal, y que la masa se desliza uniformemente sobre el plano, como se muestra en la figura 11.

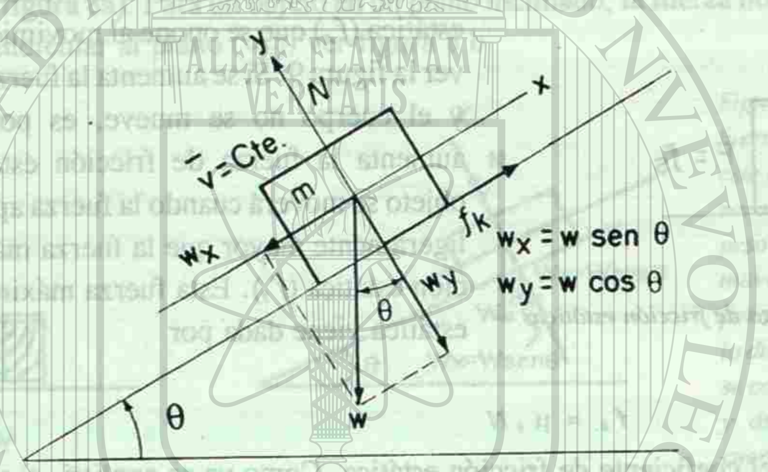


Figura 11. Análisis de las fuerzas que intervienen en el movimiento de una masa (m) que se desliza uniformemente sobre un plano inclinado.

Considerando el eje de la x en la dirección del movimiento y el eje de la y perpendicular al plano, se tiene que

La ecuación del movimiento en el eje de la x es

$$w_x - f_k = ma_x$$ puesto que la velocidad es constante (a_x 0)

$$w_x - f_k = 0$$ de donde

$$w_x = f_k$$ siendo

$$w_x = w \; sen\,\theta$$ y

$$f_k = \mu_K N$$ entonces

$$w \; sen\,\theta = \mu_K N \quad (1)$$

La ecuación del movimiento en el eje de la y es

$$N - w_y = ma_y$$ como no hay movimiento en el eje de la y se tiene que a_y = 0 por lo tanto

$$N - w_y = 0$$ de donde

$$N = w_y$$ ahora bien

$$w_y = w \cos\theta$$

$$N = w \cos\theta \quad (2)$$

$$w \; sen\,\theta = \mu_K N$$ de acuerdo a la ecuación (1).

$$w \; sen\,\theta = \mu_K \cos\theta$$ sustituyendo la normal (N), en la ecuación (2).

$$sen\,\theta = \mu_K \cos\theta$$ eliminando w en ambos términos.

$$\mu_K = \frac{sen\,\theta}{\cos\theta}$$ despejando μ_K

$$\mu_K = \tan\theta$$

De lo anterior se deduce que

> *El coeficiente de fricción cinética (μ_K) se puede calcular experimentalmente mediante la tangente del ángulo (θ) del plano inclinado, para el cual la masa que se desliza sobre él, lo hace a velocidad constante o uniforme.*

Este mismo procedimiento se puede utilizar para determinar el coeficiente de fricción estática (μ_s), solamente que aquí se considerará el valor del ángulo (θ') de inclinación del plano un poco antes de que inicie su movimiento sobre el mismo, al ir variando el ángulo de inclinación. De donde

Al comparar los valores de μ_s y μ_K ,obtenidos experimentalmente, se tiene que en general, el coeficiente de fricción estática (μ_s) es mayor que el coeficiente de fricción cinética (mk). Lo anterior se observa al empujar un objeto para ponerlo en movimiento, ya que la fuerza que se opone a que el objeto comience a moverse es mayor que la fuerza de fricción cuando está en movimiento, es decir

$$f_s > f_k$$

En la siguiente tabla se dan los valores aproximados de μ_s y μ_K para algunas superficies en contacto

TABLA 1

Materiales	μ_s	μ_k
Acero sobre acero	0.76	0.42
Madera sobre madera	0.58	0.40
Madera sobre acero	0.50	0.30
Hule sobre concreto (seco)	0.90	0.70
Hule sobre concreto (húmedo)	0.70	0.56
Vidrio sobre vidrio	0.89	0.44

Estos valores son aproximados y dependen del pulido de las superficies, de la lubricación de las mismas y en general de las condiciones climatológicas del medio.

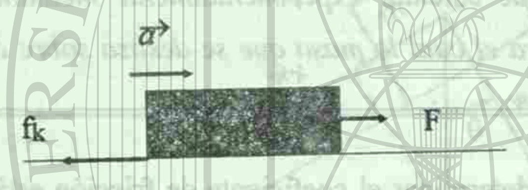
A continuación vamos a resolver algunos ejemplos del movimiento de los cuerpos, en donde se considera el efecto de la fuerza de fricción.

Ejemplo 5.

Una fuerza horizontal de 100 N tira de un bloque de 64 kg colocado sobre el piso. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.12, ¿Cuál es la aceleración del bloque?

Datos

$$F = 100\ N$$
$$m = 64\ kg$$
$$\mu_k = 0.12$$



Describir la situación del problema.

Construir el diagrama de cuerpo libre.

Establecer las ecuaciones del movimiento:
en el eje de la x

$$F - f_k = ma_x \quad (1)$$

$$f_k = \mu_k N$$ como en el eje de la y no se registra movimiento, ya que el objeto se mueve en el eje de la x, resulta que

$$N - w = 0 \quad (2)$$
$$N = w$$
$$N = mg$$
$$N = (64\ kg)\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)$$
$$N = 727.2\ N$$

$$a = \frac{(F - f_k)}{m}$$ despejando la aceleración de la ecuación (1).

$$a = \frac{(F - \mu_k N)}{m}$$ sustituyendo f_k.

$$a = \frac{[100\ N - (0.12)(627.2\ N)]}{64\ kg}$$ sustituyendo los datos

$$a = \frac{[100\ N - 75.26\ N]}{64\ kg}$$

$$a = \frac{24.74\ kg\ \frac{m}{s^2}}{64\ kg}$$

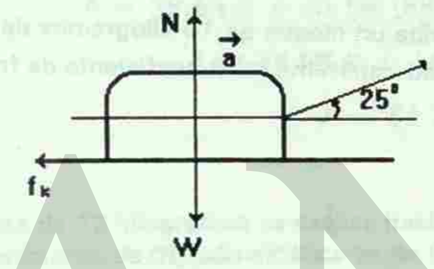
$$a = 0.38\ \frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 6.

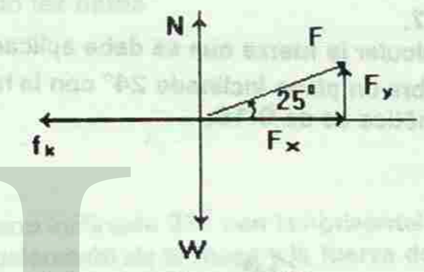
Sobre un bloque de 40 N se aplica una fuerza de 16 N que forma un ángulo de 25° con la horizontal. Si el bloque adquiere una aceleración de 1.5 m/s², calcular el coeficiente de fricción cinética.

Datos

$$w = 40\ N$$
$$F = 16\ N$$
$$\theta = 24°$$
$$a = 1.5\ \frac{m}{s^2}$$



Describir la situación del problema.



Construir el diagrama de cuerpo libre.

Establecer las ecuaciones del movimiento:
en el eje de la x

$$F_x - f_k = ma \quad (1)$$

$$N + F_y - w = 0 \quad (2)$$ como en el eje de la y no hay movimiento ($a_y = 0$).

$$F_x = F \cos 25°$$ Cálculo de F_x y F_y
$$F_y = F \operatorname{sen} 25°$$

$$F_x = (16\ N)(0.906)$$
$$F_y = (16\ N)(0.423)$$

$$F_x = 14.5\ N$$
$$F_y = 6.77\ N$$

$$N = w - F_y$$ despejando N de la ecuación (2)

$$N = 40\ N - 6.77\ N$$ sustituyendo datos

$$N = 33.23\ N$$

$$M = 4.08\ kg$$ puesto que $m = \frac{w}{g}$

$$F_x - \mu_k N = ma$$

(3)
A partir de la ecuación (1).

$$\mu_k = \frac{(F_x - ma)}{N} \quad \text{despejando } \mu_k$$

$$\mu_k = \frac{\left[14.5\,N - (4.08\,kg)\left(1.5\,\frac{m}{s^2}\right)\right]}{33.23\,N} \quad \text{sustituyendo los datos}$$

$$\mu_k = \frac{14.5\,N - 6.12\,N}{33.23\,N}$$

$$\mu_k = \frac{8.38\,N}{33.23\,N}$$

$$\mu_k = 0.25$$

Ejemplo 7.
Calcular la fuerza que se debe aplicar para jalar hacia arriba un bloque de 10 kilogramos de masa sobre un plano inclinado 24° con la horizontal, a velocidad constante, si el coeficiente de fricción cinética es de 0.16.

Describir la situación del problema.

Construir el diagrama de cuerpo libre.

Datos

$$m = 10\,kg$$
$$\theta = 24°$$
$$a = 0$$
$$\mu_k = 0.16$$

Cálculo de las componentes del peso (w)

$$w_x = w\ sen\ 24°$$
$$w_y = w \cos 24°$$

$$w_x = mg\ sen\ 24°$$
$$w_y = mg\ sen\ 24°$$

$$w_x = (10\,N)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(0.407)$$
$$w_y = (10\,N)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(0.914)$$

$$w_x = 39.88\,N$$
$$W_y = 89.52\,N$$

Establecer las ecuaciones del movimiento:
en el eje de la x

$$F - w_x - f_k = ma$$

$$F - w_x - f_k = 0 \quad \text{ya que } v = cte\ (a = 0)(\ )$$

$$f_k = \mu_k N \quad \text{resulta}$$

$$F - w_x - \mu_k N = 0 \quad (1)$$

como en el eje de la y no hay movimiento ($a_y = 0$), se tiene que

$$N - w_y = 0 \quad (2)$$

$$F - w_y - \mu_k w_y = 0 \quad \text{sustituyendo N , en la ecuación (1)}$$

$$F = w_x + \mu_k w_y \quad \text{despejando F.}$$

$$F = 39.88\,N + (0.16)(89.52\,N) \quad \text{sustituyendo los datos}$$

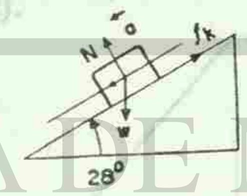
$$F = 39.88\,N + 14.32\,N$$

$$F = 54.20N\sqrt{x}$$

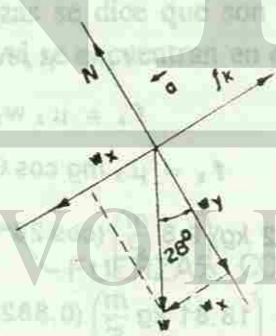
Ejemplo 8.
Una masa de 12 kilogramos se desliza hacia abajo sobre un plano inclinado 28° con la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.16 . Calcular la aceleración de la masa y la fuerza de fricción.

Datos

$$m = 12\,kg$$
$$\theta = 28°$$
$$\mu_k = 0.16$$



Describir la situación del problema.



Construir el diagrama de cuerpo libre.

Las ecuaciones del movimiento son:
en el eje de la x

$$w_x - f_k = ma \quad (1)$$

$$N - w_y = ma_y \quad (2)$$

como en el eje de la y no hay movimiento ($a_y = 0$).

$$N - w_y = 0$$

$$N = w_y$$

$$w_x = w \text{ sen } \theta$$ Las componentes del peso en x y en y.

$$w_y = w \cos \theta$$

$$w_x = mg \text{ sen } \theta$$

$$w_y = mg \cos \theta$$

$$mg \text{ sen } \theta - \mu_k N = ma$$ tomando la ecuación (1) y sustituyendo f_k y w_x.

$$mg \text{ sen } \theta - \mu_k w_y = ma$$ dado que $N = w_y$.

$$mg \text{ sen } \theta - \mu_k mg \cos \theta = ma$$

$$mg(\text{sen } \theta - \mu_k \cos \theta) = ma$$ agrupando.

$$\boxed{a = g(\text{sen } \theta - \mu_k \cos \theta)}$$ eliminando la masa en ambos términos de la igualdad, se tiene que

$$a = 9.8 \frac{m}{s^2} (\text{sen } 28° - \mu_k \cos 28°)$$ sustituyendo los datos

$$a = 9.8 \frac{m}{s^2} [0.469 - (0.16)(0.882)]$$

$$a = 9.8 \frac{m}{s^2} [0.469 - 0.141]$$

$$a = 9.8 \frac{m}{s} [0.328]$$

$$a = 3.21 \frac{m}{s^2}$$

Para calcular f_k se utiliza la ecuación

$$f_k = \mu_k N$$

$$f_k = \mu_k w_y$$

$$f_k = \mu_k mg \cos \theta$$

$$f_k = (0.16)(12 \; kg)\left(9.8 \frac{m}{s^2}\right)(\cos 28°)$$

$$f_k = \left(18.81 \; kg \frac{m}{s^2}\right)(0.882)$$

$$f_k = 16.59 \; N$$

E. ESTATICA

En esta última parte de la unidad, estudiaremos la *Estática*, la cual se encuentra comprendida dentro de la Dinámica y *se encarga de analizar el equilibrio de los cuerpos*. El tipo de problema que consideraremos es aquél en el cual la fuerza resultante (F_R) que actúa sobre un cuerpo es nula. Es decir

$$F_R = 0$$

o bien, en el caso de dos dimensiones

$$\sum F_x = 0 \quad y \quad \sum F_y = 0$$

En donde la fuerza resultante (F_R) que actúa sobre un cuerpo, es aquélla que produce el mismo efecto que todas las fuerzas aplicadas sobre él.

Bajo esta condicion ($F_R = 0$), tenemos cualquiera de los casos siguientes:

- El objeto se encuentra en reposo (caso estático).
- Describe un movimiento rectilíneo uniforme (caso dinámico).

Lo anterior se puede sintetizar en la llamada la Primera Condición de Equilibrio:

> *Un cuerpo se encuentra en equilibrio traslacional si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es nula.*

En la configuración de un sistema de fuerzas se dice que son coplanares si todas las fuerzas se encuentran en el mismo plano y no-coplanares si se encuentran en el espacio de tres dimensiones (ver la figura 12).

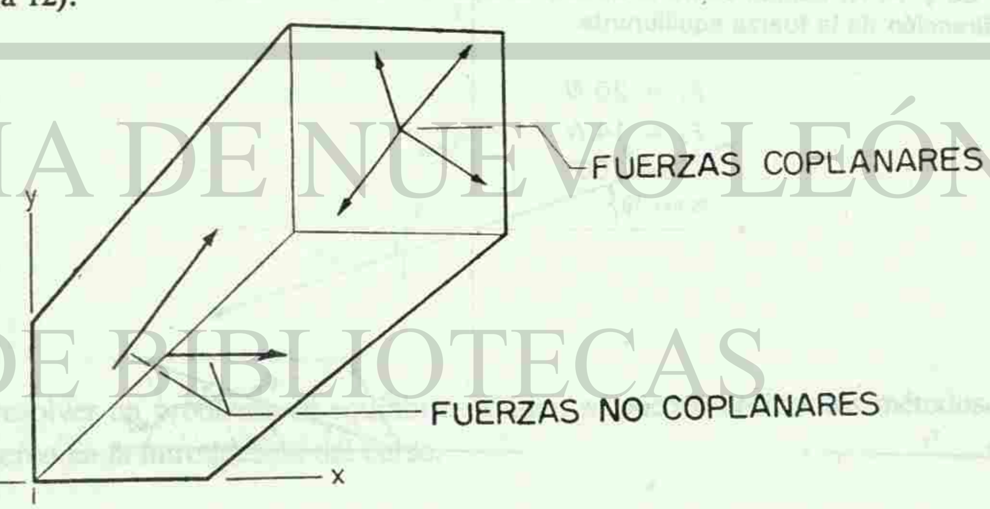


Figura 12. Fuerzas coplanares y no coplanares.

Cuando dos o más fuerzas están actuando sobre un mismo punto reciben el nombre de fuerzas concurrentes (ver la figura 13).

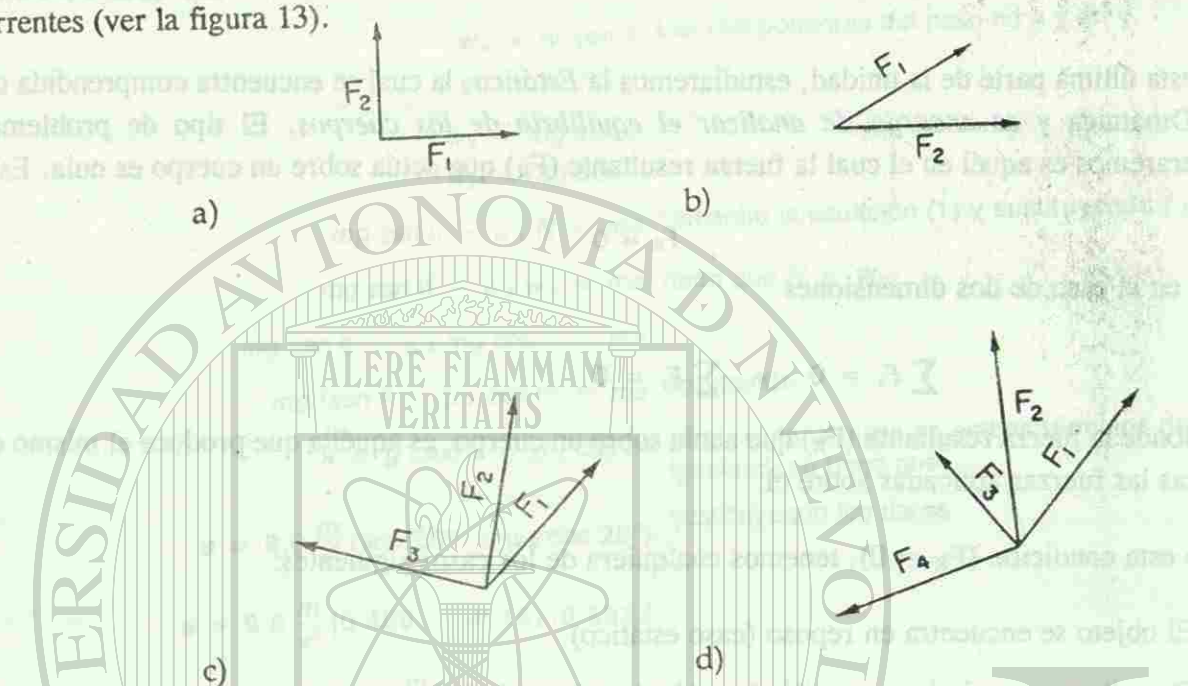


Figura 13. Algunos ejemplos de fuerzas concurrentes.

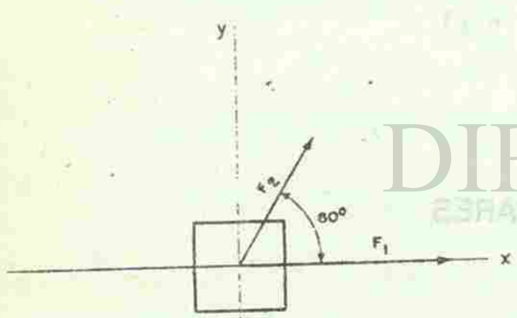
En este punto nos concretaremos al estudio del equilibrio estático de un cuerpo, considerando además que las fuerzas que actúan sobre él son coplanares y concurrentes.

Si sobre un objeto actúan dos o más fuerzas, éstas producen una fuerza resultante. Si queremos que este objeto quede en equilibrio, se aplica una fuerza de igual magnitud, en la misma dirección y en sentido contrario a la resultante. A esta fuerza se le llama la fuerza equilibrante.

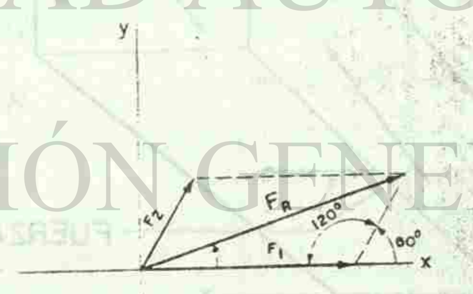
Ejemplo 9.

Dos fuerzas de 20 y 14 N, actúan sobre el mismo cuerpo. Si forman un ángulo de 60°, calcula la magnitud y dirección de la fuerza equilibrante.

$$F_1 = 20\ N$$
$$F_2 = 14\ N$$
$$\theta = 60°$$



Describir la situación del problema.



Construir el diagrama de cuerpo libre.

Primeramente se calcula la magnitud y la dirección de la fuerza resultante. Para esto, se construye el paralelogramo de fuerzas. El ángulo que está enfrente de la fuerza resultante es de 120°, como se muestra en la figura anterior.

De tal forma que su magnitud viene dada por

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos 120°$$

$$F_R^2 = (20\ N)^2 + (14\ N)^2 - 2(20\ N)(14\ N)(-0.500)$$

$$F_R^2 = 400\ N^2 + 196\ N^2 + 280\ n^2$$

$$F_R = \sqrt{876\ N^2}$$

Para calcular su dirección, se utiliza la ley de los senos, en donde

$$\frac{sen\ \phi}{F_2} = \frac{sen\ 120°}{F_R}$$

$$sen\ \phi = \frac{F_2 \cdot sen\ 120°}{F_R} \quad \text{Despejando } sen\ \phi$$

$$sen\ \phi = \frac{(14\ N)(0.866)}{29.59\ N}$$

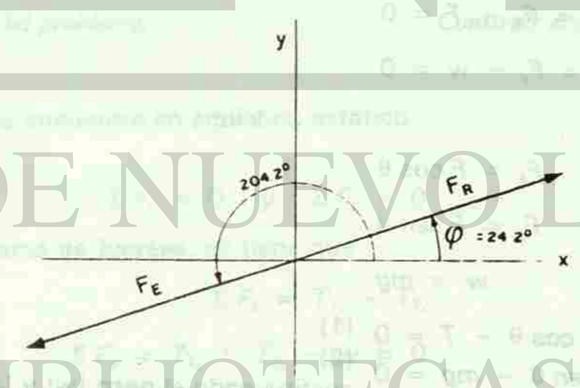
$$sen\ \phi = 0.410$$

$$\phi = sen^{-1}(0.410)$$

$$\phi = 24.2°$$

$$F_R = 29.59\ N\ a\ 24.2°$$

entonces la fuerza equilibrante (F_E) será aquélla que tiene igual magnitud (FE = 29.59 N), pero en sentido contrario, de tal forma que su dirección es de 204.2° , como se muestra en la figura



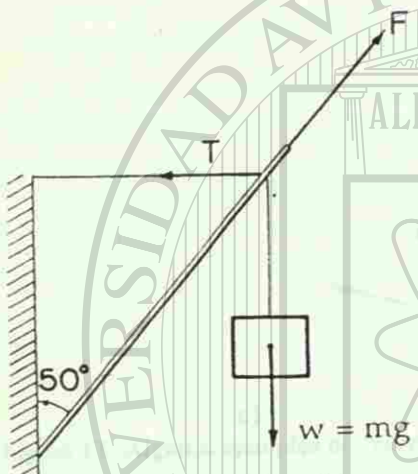
Para resolver un problema de equilibrio estático se pueden utilizar los métodos gráfico o analítico que se vieron en la introducción del curso.

En cuanto al uso del método gráfico en la solución de problemas, el polígono de fuerzas debe ser cerrado, ya que la resultante de ellas es nula. Este método es aproximado.

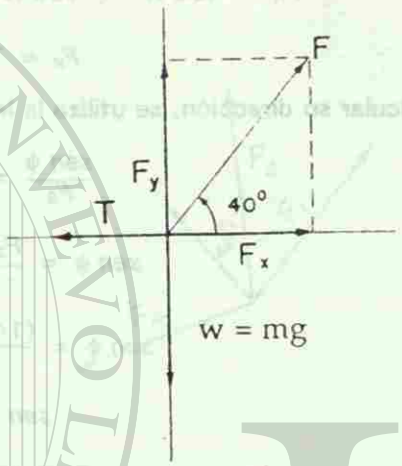
En la solución por el método analítico tenemos las opciones que se plantearon en la introducción del curso, en donde se propusieron los métodos del triángulo (si el sistema es de dos fuerzas) y el de las componentes. Este método es exacto.

Ejemplo 10.
Una masa de 12 kilogramos está suspendida mediante una cuerda, la cual se encuentra atada al extremo de un poste como se muestra en la figura. Si se desprecia la masa del poste, calcular la tensión (T) de la cuerda y el empuje (F) que ejerce el poste.

Datos
$m = 12\ kg$
$\theta = 50°$



Describir la situación del problema.



Construir el diagrama de cuerpo libre.

Dado que la masa se encuentra en equilibrio, se tiene que

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

A partir del diagrama de cuerpo libre

$$\Sigma F_x = F_x - T = 0$$
$$\Sigma F_y = F_y - w = 0$$

como

$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_y = F\,sen\,\theta$$
$$w = mg$$

$F\cos\theta - T = 0$ (1)
$F\,sen\,\theta - mg = 0$ (2) sustituyendo el peso (w) y las componentes de la fuerza.

$F\,sen\,\theta = mg$ Despejando F en la segunda ecuación (2)

$$F = \frac{mg}{sen\,\theta}$$

$$F = \frac{(12\ kg)\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)}{sen\ 40°}$$

$$F = \frac{117.6\ N}{0.642}$$

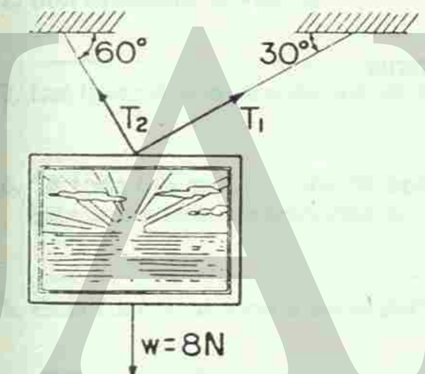
$$F = 183.17\ N$$

$F\cos\theta - T = 0$ De la ecuación (1) despejamos T

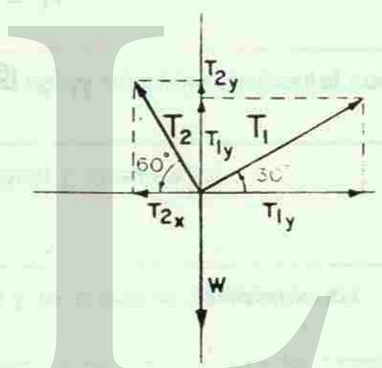
$$F\cos\theta = T$$
$$T = (183.17\ N)\cos 40°$$
$$T = (183.17\ N)(0.766)$$
$$T = 140.30\ N$$

Ejemplo 11.
Un cuadro que pesa 8 N está suspendido mediante dos cables de tensión T_1 y T_2 como se indica en la figura. Determinar la tensión de los cables.

Datos
$w = 8\ N$



Describir la situación del problema.



Construir el diagrama de cuerpo libre.

Como el cuadro se encuentra en equilibrio estático, se tiene que

$$\Sigma F_x = 0 \quad y \quad \Sigma F_y = 0$$

A partir del diagrama de fuerzas, se tiene que

$$\Sigma F_x = T_{1_x} - T_{2_x}$$
$$\Sigma F_y = T_{1_y} + T_{2_y} - w = 0$$

$T_1\cos 30° - T_2\cos 60° = 0$ (1)
$T_1\cos 30° + T_2\cos 60° - w = 0$ (2) sustituyendo las componentes de cada una de las fuerzas, resulta

ahora se resolverá para T_1 y T_2 en este sistema de ecuaciones. Despejando T_1 de la ecuación (1)

$$T_1\cos 30° = T_2\,sen\,60°$$

$$T_1 = \frac{T_2 \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$T_1 \; sen\, 30^\circ + T_2 \; sen\, 60^\circ - w = 0$$ sustituyendo T_1 en la ecuación (2).

$$\frac{T_2 \cos 60^\circ}{\cos 60^\circ} \; sen\, 30^\circ + T_2 \; sen\, 60^\circ - w = 0$$

$$\frac{T_2\,(0.500)}{(0.866)}\,(0.500) + T_2\,(0.866) = w$$

$$0.288\; T_2 + 0.866\; t_2 = w$$

$$1.154\; T_2 = w$$

$$T_2 = \frac{w}{1.154}$$

$$T_2 = \frac{8\;N}{1.154}$$ sustituyendo $w = 8$ N

$$T_2 = 6.93\;N$$

$$T_1 = \frac{T_2 \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ}$$ obtenido anteriormente.

$$T_1 = \frac{(6.93)(0.500)}{(0.866)}$$ sustituyendo datos.

$$T_1 = 4\;N$$

AUTOEVALUACION

I. Enuncia cada una de las siguientes leyes.

a) Primera Ley de Newton.

____

____

b) Segunda Ley de Newton.

____

____

II. Completa cada una de las siguientes aseveraciones.

1. Son los diferentes tipos de fuerzas que aparecen en la naturaleza.

____

2. Son unidades de fuerza.

____

3. Las fuerzas que intervienen en el deslizamiento de un cuerpo sobre un plano horizontal son

____

4. "A toda fuerza de acción se opone una fuerza de reacción igual y opuesta ". Este enunciado corresponde a:

____

5. Es la fuerza paralela a las superficies que están en contacto y se opone al deslizamiento.

____

6. Es conocida también como la ley de la inercia.

____

7.- Es la propiedad que tienen los cuerpos de oponerse a un cambio en su estado de reposo o de movimiento.

____

8. Estudia la configuración de las fuerzas que actúan sobre un mismo cuerpo, el cual se encuentra en equilibrio.

____

9. Son el tipo de fuerzas que se encuentran en un mismo plano.

____

10. Es la unidad de fuerza que aplicada a una masa de 1 gramo le produce una aceleración de 1 cm/s^2.

____

III. Lee detenidamente cada enunciado subraya la respuesta correcta.

1. La aceleración que se le produce a un objeto es directamente proporcional a la magnitud de
   - a) El peso
   - b) La masa
   - c) La velocidad
   - d) La fuerza
2. Se obtiene a partir de la razón de w/g
   - a) Aceleración
   - b) Masa
   - c) Fuerza
   - d) Velocidad
3. El peso es una cantidad de tipo
   - a) Escalar
   - b) Sin unidades
   - c) Vectorial
   - d) Proporcional
4. Es la unidad de fuerza que aplicada a una masa de 1 kg le produce una aceleración de 1 m/s2
   - a) 1 Newton
   - b) 1 Peso
   - c) 1 Dina
   - d) 1 Gramo
5. Representa la fuerza con que la Tierra atrae a todos los cuerpos
   - a) El Newton
   - b) gramo
   - c) La masa
   - d) El peso
6. Es la medida cuantitativa de la inercia
   - a) El peso
   - b) La fuerza
   - c) La masa
   - d) La aceleración
7. Son aquellas fuerzas cuyas direcciones o líneas de acción pasan por un mismo punto
   - a) Fuerzas concurrentes
   - b) Fuerzas colineales
   - c) Fuerza resultante
   - d) Fuerza equilibrante
8. Es un valor constante para cada cuerpo en particular y se expresa como F/a
   - a) Masa gravitacional
   - b) Peso
   - c) Inercia
   - d) Masa inercial
9. Es aquella fuerza igual y opuesta a la resultante
   - a) Fuerza eléctrica
   - b) Fuerza equilibrante
   - c) Fuerza media
   - d) Fuerza gravitacional
10. Para que un cuerpo se encuentre en equilibrio traslacional, la magnitud de la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él, debe ser
    - a) Igual cero
    - b) Mayor que cero
    - c) Menor que cero
    - d) Igual a uno

IV. Anota en el espacio del lado izquierdo una "F" si el enunciado es falso o una "V" si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

____1. Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre cuerpos diferentes.

____2. Los cambios en la velocidad de un objeto son directamente proporcionales a su masa.

____3. A mayor masa mayor inercia y viceversa, a menor masa menor inercia.

____4. Un Newton equivale a 9.8 kg.

____5. Un cuerpo se encuentra en equilibrio traslacional si está en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme.

____6. En general, la fuerza de fricción estática es menor que la fuerza de fricción cinética.

____7. El coeficiente de fricción es adimensional.

____8. Para aumentar el efecto de la fuerza de fricción se utilizan aceites, lubricantes, baleros, cojinetes, etc.

____9. La masa de un objeto en la Tierra es la misma que en la Luna.

____10. La Segunda Ley de Newton del movimiento es válida solamente en situaciones donde se desprecie la fricción.

Recomendaciones previas para la solución de problemas.

Para simplificar la solución de problemas en donde se aplican una o más fuerzas, se sugieren los siguientes pasos.

- Dibuja la situación del problema de acuerdo a la redacción.
- Realiza un diagrama de cuerpo libre.

El diagrama de cuerpo libre consiste en la representación gráfica de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto, en un sistema de coordenadas.

- A partir del diagrama de cuerpo libre, establece las ecuaciones del movimiento para cada masa, en donde se iguale la fuerza resultante con el producto de la masa del objeto sobre el cual actúan las fuerzas, multiplicada por la aceleración en la dirección correspondiente.
- Resuelve la ecuación o el sistema de ecuaciones.

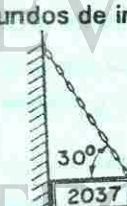
PROBLEMAS

Resuelve los problemas del 1 al 9, despreciando el efecto de la fuerza de fricción.

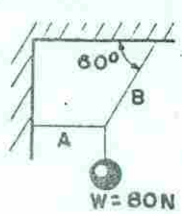
1. ¿Cuál es el peso de un cuerpo si al aplicarle una fuerza horizontal de 30 N le produce una aceleración de 0.5 m/s^2?
2. Se acelera un automóvil de 900 kilogramos a partir del reposo hasta alcanzar una velocidad de 12 m/s en 8 segundos. ¿De qué magnitud es la fuerza que se debe aplicar para producir esta aceleración?
3. Calcula la aceleración que recibe un cuerpo como resultado de las fuerzas aplicadas: 30 N a la derecha y 20 N a la izquierda, si su masa es de 2 kilogramos.
4. Una masa de 8 kilogramos está bajo la acción de una fuerza de 20 N a 30° con la horizontal. ¿Cuál es la aceleración producida en la dirección horizontal?
5. Un niño jala un carrito de 45 N de peso, mediante una fuerza de 50 N a 37° con la horizontal.
   a) ¿Cuál será la aceleración del carrito?
   b) ¿Cuál será la magnitud de la fuerza con que el suelo empuja hacia arriba el carrito?
6. Una masa de 10 kilogramos se desliza libremente sobre un plano inclinado a 45° con la horizontal. Calcular su aceleración.
7. A un trineo de 20 kilogramos de masa se le aplica una fuerza de 140 N para subirlo por una pendiente de 40° de inclinación. Si la fuerza es paralela al plano, calcular su aceleración.
8. Un elevador de 420 kilogramos se acelera a razón de 0.4 m/s^2. Calcular la tensión en los cables que lo sostienen:
   a) Si sube con esta aceleración. b) Baja con la misma aceleración.
9. Una cuerda que pasa por una polea sostiene dos masas, una de 7 kilogramos y otra de 9 kilogramos, una en cada extremo. Calcular la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

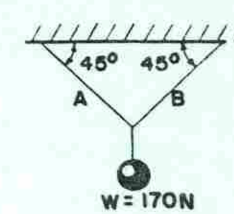
Resuelve los siguientes problemas del 9 al 18 del movimiento de un cuerpo, considerando el efecto de la fuerza de fricción.

10. Se aplica una fuerza de 42.5 N sobre un cuerpo para deslizarlo a velocidad constante sobre una superficie horizontal. Si la masa del cuerpo es de 10.5 kilogramos ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?
11. Se aplica una fuerza de 20 N durante 5 segundos, sobre un bloque de 45 N de peso para desplazarlo sobre una superficie horizontal con un coeficiente de fricción cinética $\mu_k = 0.27$. Suponiendo que parte del reposo, calcular:
    a) La aceleración del bloque.
    b) La velocidad que llevará a los 5 segundos.
    c) La distancia que recorre el bloque al cabo de los 5 segundos.
12. Una motocicleta cuyo peso es de 1,470 N se mueve a velocidad de 72 km/h. Al aplicar los frenos se detiene en una distancia de 25 metros. Calcula la fuerza de fricción que la lleva al reposo.
13. Sobre un bloque de 80 N se aplica una fuerza de 30 N formando un ángulo de 25° con la horizontal. Si el bloque adquiere una aceleración de 1.5 m/s^2, calcular el coeficiente de fricción cinética (μ_k).
14. Supóngase que una fuerza de 200 N a un ángulo de 30° con la horizontal, empuja una caja de 22 kilogramos de masa. Si el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_k = 0.5$, calcular la aceleración de la caja.
15. Calcular la fuerza que se debe aplicar para deslizar un bloque de 147 N con velocidad constante sobre una superficie horizontal con coeficiente de fricción $\mu_k = 0.4$, al presentarse las siguientes situaciones:
    a) Se empuja el bloque con un ángulo de 30°.
    b) Se jala el bloque con un ángulo de 30°.
16. Una caja de 49 N de peso se empuja sobre una tabla. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu k = 0.3$, calcular la fuerza paralela al movimiento que se debe aplicar a la caja para que se mueva con velocidad constante en los siguientes casos:
    a) La tabla se encuentra en posición horizontal.
    b) La tabla forma un ángulo de 30° con respecto a la horizontal y la caja se mueve hacia arriba.
17. Cuando una fuerza de 600 N empuja hacia arriba una caja de 30 kg sobre un plano inclinado 40° con la horizontal, le produce una aceleración de 0.75 m/s^2. Calcular el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el plano.
18. Un esquiador de 80 kg con los esquíes puestos parte del reposo desde el punto más alto de una pendiente de 30°, siendo el coeficiente de fricción entre los esquíes y la nieve $\mu k = 0.12$. Si el esquiador se desliza hacia abajo.
    a) ¿Cuál es la fuerza de fricción.
    b) ¿Cuál es la aceleración?
    c) ¿Cuál será su velocidad a los 30 segundos de iniciado su deslizamiento, sin tomar en cuenta la fricción del aire?
19. El número de una casa está colgado de un poste, como se ve en la figura. Si el rótulo pesa 4.9 N. ¿Cuál será la tensión en la cadena?



20. Encuentra la tensión de los cordeles A y B en cada uno de los ejemplos que se ilustran a continuación.





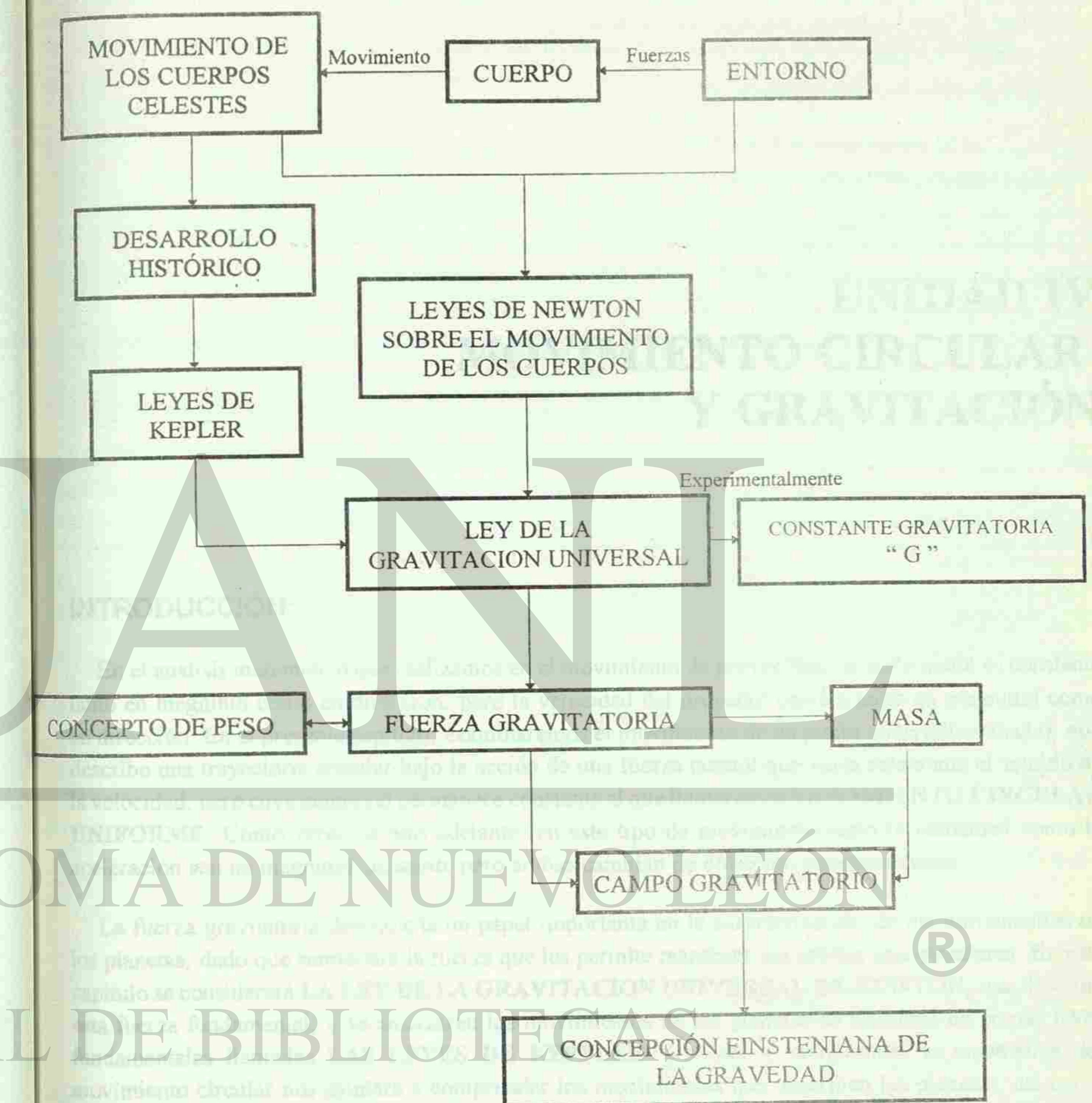
UNIDAD IV
MOVIMIENTO CIRCULAR Y GRAVITACIÓN

OBJETIVOS :

- Entender el concepto de la aceleración centrípeta de objetos en movimiento circular uniforme y aplicar las leyes de Newton a este tipo de movimiento.
- Describir el movimento circular uniformeatravés del cálculo de las magnitudes cinemáticas angulares que caracterizan a este movimiento.
- Describir el movimiento de los planetas aplicando las leyes de Kepler.
- Aplicar la Ley de la Gravitación Universal, destacando a la proporcionalidad entre la fuerza y el producto de las masas de los cuerpos; así como a la proporcionalidad entre la fuerza con el inverso del cuadrado de la distancia que separa a los cuerpos.
- Describir el campo gravitatorio como entre material a través del cual aparecen las fuerzas de origen gravitacional caracterizándolo dinámicamente mediante la intensidad. (Fg/m).

METAS :

- Describir el movimiento circular uniforme.
- Resolver problemas del movimiento circular uniforme.
- Analizar las fuerzas que intervienen en el movimiento circular.
- Resolver problemas en donde involucren fuerzas que intervienen en el movimiento circular
- Resolver problemas del movimiento circular uniformemente acelerado.
- Explicar las leyes de Kepler
- Explicar la ley de Gravitación Universal.
- Explicar las características del campo gravitacional.
- Explicar el concepto de gravedad de Einstein.



UNIDAD IV
MOVIMIENTO CIRCULAR Y GRAVITACIÓN

INTRODUCCIÓN:

En el análisis matemático que realizamos en el movimiento de proyectiles, la aceleración es constante tanto en magnitud como en dirección, pero la velocidad del proyectil cambia tanto en magnitud como en dirección. En el presente capítulo, examinaremos el movimiento de un punto material(partícula), que describe una trayectoria circular bajo la acción de una fuerza central que varia solamente el sentido de la velocidad, pero cuya magnitud permanece constante al que llamaremos **MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**. Como veremos más adelante, en este tipo de movimiento tanto la velocidad como la aceleración son de magnitud constante pero ambas cambian de dirección constantemente.

La fuerza gravitatoria desempeña un papel importante en la caracterización de los movimientos de los planetas, dado que suministra la fuerza que les permite mantener sus órbitas casi circulares. En este capítulo se considerará **LA LEY DE LA GRAVITACION UNIVERSAL DE NEWTON**, que describe esta fuerza fundamental, y se analizaran los movimientos de los planetas en términos de ciertas leyes fundamentales llamadas **LAS LEYES DE KEPPLER**. Conocer y comprender la cinemática del movimiento circular nos ayudará a comprender los movimientos que describen los planetas, así como de los satélites de la tierra, de los cuales hay uno natural (la luna) y muchos artificiales.

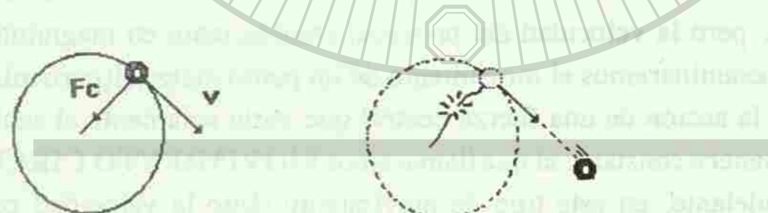
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME :

El movimiento circular es también un movimiento en dos dimensiones y por lo tanto puede ser descrito en función de sus componentes rectangulares (como se hizo en el análisis del movimiento de proyectiles), sin embargo en este caso es más conveniente describir el movimiento circular en términos de las llamadas magnitudes angulares de las que hablaremos más adelante en el desarrollo de este capítulo.

Una partícula que describe un movimiento circular, tendrá en cada punto sde su trayectoria, una velocidad lineal tangencial a la circunferencia descrita, llamada VELOCIDAD TANGENCIAL. Por el carácter vectorial de dicha velocidad, esta clase de movimiento será acelerado (M.A.), ya que al menos la dirección de dicha velocidad estará cambiando, el caso más general del movimiento circular será cuando el cuerpo está bajo la acción de una fuerza que cambia tanto la magnitud como la dirección de la velocidad tangencial de dicho cuerpo.

"Cuando un cuerpo describe una trayectoria circular y su velocidad tangencial cambia solamente en dirección, se dice que describe un MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

A continuación, estudiaremos el movimiento circular uniforme de un objeto, el cual se mueve en un plano debido a la aplicación de una fuerza perpendicular a su movimiento, describiendo una trayectoria circular, cuya velocidad tangencial siempre tiene la misma magnitud, y una dirección que cambia continuamente. La fuerza aplicada sobre el objeto, está dirigida hacia el centro del círculo, a dicha fuerza se le conoce como la fuerza centrípeta (F_c). Esta fuerza debe ser perpendicular a la velocidad tangencial, ya que de lo contrario, haría que ésta cambiará su magnitud, la cual es constante. Como se muestra en la figura 1a.



a] Descripción gráfica

b] Trayectoria que describe el objeto al eliminar la fuerza centrípeta [Fc].

Figura 6. Movimiento Circular Uniforme.

Figura No. 1

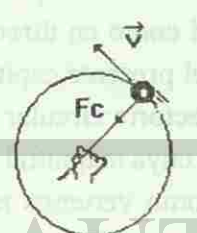


Figura 7. Movimiento circular uniforme que describe una piedra atada al extremo de una cuerda que gira en un plano horizontal.

Figura No. 2

Si se deja de aplicar la fuerza centrípeta (F_c), en un instante determinado, el objeto saldría disparado en línea recta (ver figura 1 b), como lo predice la Primera Ley de Newton del movimiento. Dicha ley establece que un cuerpo se moverá en línea recta si sobre él no actúa ninguna fuerza resultante.

Consideremos una piedra atada al extremo de una cuerda, la cual se hace girar en un plano horizontal (ver la figura 2), en donde la cuerda ejerce una fuerza sobre la piedra al jalarla hacia el centro, llamada fuerza centrípeta (F_c).

Si soltamos el objeto, la fuerza centrípeta desaparece y la piedra sale disparada en línea recta, en dirección tangencial a su trayectoria circular. Otro ejemplo en el cual se puede observar la fuerza centrípeta es el del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, en donde la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre la Luna, es la fuerza centrípeta que mantiene a la Luna girando alrededor de la Tierra. Un ejemplo más es el de un autobús que toma una curva en la carretera; si dicho vehículo no se sale de la curva, es debido a que existe una fuerza que jala hacia el centro. Esta fuerza centrípeta es la fuerza de fricción generada entre las llantas y la carretera (ver figura 3).

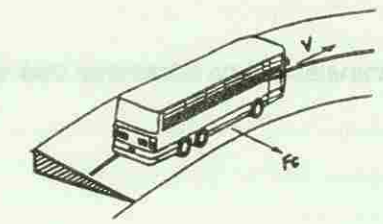
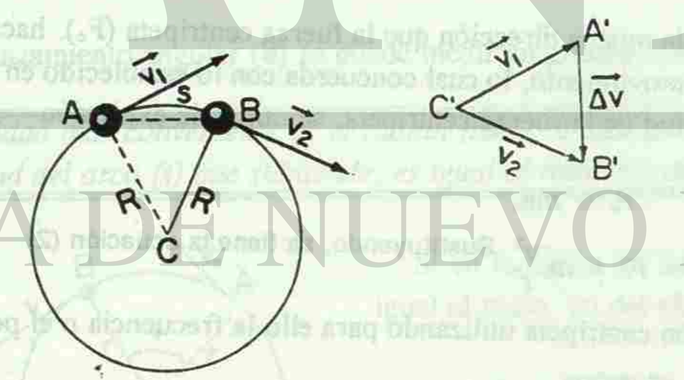


Figura No. 3. La fuerza de fricción es la fuerza centripeta, la cual evita que el vehiculo derrape.

A partir de la Segunda Ley de Newton del movimiento se deduce que al aplicar una fuerza sobre un cuerpo, ésta le produce una aceleración en la misma dirección en que se aplica dicha fuerza. De lo anterior, se tiene que en el movimiento circular uniforme hay una aceleración hacia el centro, conocida como la aceleración centrípeta (a_c), que tiene la misma dirección que la fuerza centrípeta (F_c). Para determinar la magnitud de esta aceleración, se considerará como referencia la figura 9.



$$\bar{v}_2 = \bar{v}_1 + \Delta\bar{v}$$

$$\bar{v}_2 - \bar{v}_1 = \Delta\bar{v}$$

$$\Delta\bar{v} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1$$

***Figura 4. Análisis gráfico del movimiento circular uniforme**, para la obtención de la aceleración centripeta (a_c)*

A partir de los triángulos semejantes ABC y A'B'C', se tiene que

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\text{longitud de la cuerda AB}}{r}$$

donde Δv es el cambio en la velocidad y v es la magnitud de la velocidad tangencial. Si se toma un intervalo de tiempo Δt suficientemente pequeño como para que la cuerda AB sea igual al arco AB, dentro de cierto margen de error pequeño, entonces

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\text{longitud de larco } AB}{r}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{s}{r}$$ En donde s = longitud del arco AB. Como transcurrió un tiempo (Δt) se tiene que

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\,\Delta t}{r}$$

$$s = v\,\Delta t$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$ Reagrupando variables.

Como se observó al estudiar el concepto de aceleración, ésta representa la razón de un cambio de la velocidad en la unidad de tiempo, por lo cual, el lado izquierdo de la expresión anterior ($\frac{\Delta v}{\Delta t}$) corresponde a una aceleración, la cual debe tener una dirección hacia el centro del círculo, para que se conserve constante la magnitud de la velocidad tangencial. A esta aceleración se le conoce como la aceleración centrípeta y se representa como a_c, es decir

$$a_c = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (1)$$

La aceleración centrípeta (α_c) tiene la misma dirección que la fuerza centrípeta (F_c), hacia el centro del círculo que describe el objeto en su movimiento, lo cual concuerda con lo establecido en la Segunda Ley de Newton. Para calcular la magnitud de la fuerza centrípeta, se utiliza la expresión

$$F_c = m a_c$$

$$F_c = m\frac{v^2}{r}$$ Sustituyendo, se tiene la ecuación (2)

En ocasiones se calcula la aceleración centrípeta utilizando para ello la frecuencia o el período.

El período (T) del movimiento circular de un cuerpo, se define como el tiempo en dar una vuelta completa (una revolución). Por otro lado, se define la frecuencia (f) como el número de revoluciones por unidad de tiempo.

$$T = \frac{\text{tiempo transcurrido}}{1 \text{ revolución}}$$

$$f = \frac{\text{Número de revoluciones}}{\text{unidad de tiempo}}$$

de donde se tiene que son cantidades recíprocas, es decir

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{ó} \quad f = \frac{1}{T} \quad (3)$$

En una vuelta completa se recorre una distancia igual a la longitud de la circunferencia $2\pi r$ ($s = 2\pi r$), en un tiempo equivalente al período (T), de donde resulta que

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$ Sustituyendo esta expresión en la aceleración centrípeta.

$$a_c = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r}$$

$$a_c = \frac{\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}{\frac{r}{1}}$$

$$a_c = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 r}$$

$$a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

En el movimiento circular es conveniente utilizar el desplazamiento angular (θ), para determinar la posición del objeto. Observemos la figura 10, en donde se tiene un disco que gira del punto A al punto B, describiendo un movimiento circular uniforme.

El desplazamiento angular (θ) se puede medir en grados, revoluciones o en radianes.

La unidad más conveniente es el radián (rad), el cual se define como el ángulo en donde la longitud del arco (s) que subtiende, es igual al radio (r) del círculo.

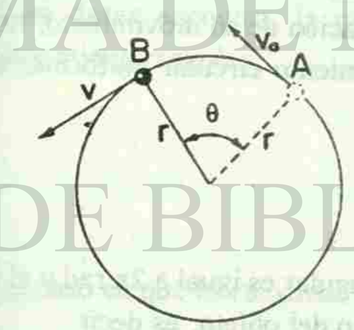


Fig. 5. Representación gráfica del desplazamiento angular en el movimiento circular uniforme.

Si en la figura de lado izquierdo, la longitud del arco (s) es igual al radio (r) del círculo, es decir

$$s = r$$ entonces

$$\theta = 1 \textit{ radián} = 1 \textit{ rad}$$

$$\theta\,(rad) = \frac{\text{longitud de l arco subtendido}}{\text{radio}}$$ Por definición

$$\theta\,(rad) = \frac{s}{r} \quad (4)$$

Esta expresión representa el desplazamiento angular (θ) en radianes, donde s y r tienen unidades de longitud, por lo que el radián es una unidad angular adimensional que no tiene representación física sólo geométrica.

$$\theta = \frac{2\pi r}{r}$$ Si se considera una revolución, la longitud del arco $s = 2\pi r$, por lo tanto

$$\theta = 2\pi\ rad$$

$$1\ rev = 2\pi\ rad$$

$$1\ rev = 360°$$

$$1\ rev = 2\pi\ rad$$

$$2\pi\ rad = 360°$$ Igualando expresiones.

$$1\ rad = \frac{360°}{2\pi}$$ Despejando 1 radián.

$$1\ rad = 57.3°$$ Esta expresión representa la equivalencia entre grados y radianes.

Al igual que en el movimiento lineal, en el movimiento circular se define el concepto de velocidad.

La velocidad angular media ($\bar{\omega}$) se define como el cociente entre el desplazamiento angular de un cuerpo y el tiempo que tarda en efectuar el recorrido.

$$\textit{velocidad angular media} = \frac{\textit{desplazamiento angular}}{\textit{tiempo de ldesplazamiento}}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}$$

la magnitud de la velocidad angular media es constante en el movimiento circular uniforme. Un objeto tiene una velocidad angular constante si describe ángulos iguales en intervalos de tiempo iguales sucesivos. Las unidades de la velocidad angular que vamos a utilizar son las de rad/s. En ocasiones el movimiento angular de un objeto se expresa en función de la frecuencia, dada en rev/s. Para determinar la relación entre la velocidad angular del objeto y la frecuencia de rotación de su movimiento, haremos el siguiente análisis: consideraremos un objeto que realiza un movimiento circular uniforme, en este caso

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

sabemos que si el objeto da una vuelta completa, su desplazamiento angular es igual a 2π rad y el tiempo que tarda en efectuar ese recorrido es igual al período del movimiento del objeto, es decir

$$\theta = 2\pi\ rad$$
$$t = T$$

por lo cual, la velocidad angular del objeto estará dada por

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$ O también.

$$\omega = 2\pi\frac{1}{T}$$ Pero, el recíproco del período es igual a la frecuencia, por lo cual

$$\omega = 2\pi f$$

Ejemplo 1.

Un objeto gira a razón de 300 rpm. Determinar su rapidez en rad/s.

$$f = 300\ \frac{rev}{min}\left(\frac{1\ min}{60\ s}\right)$$ Dado que 1 rev = 2π rad

Primero se debe tranformar la frecuencia a $\frac{rev}{s}$

$$f = 5\ \frac{rev}{s}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi(5)\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega = 10\pi\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega = 31.4\ \frac{rad}{s}$$

Al efectuar el análisis del movimiento circular se observa que existe una relación entre éste y el movimiento lineal. Por ejemplo, a partir de la ecuación (4), se tiene que

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (4)$$

$$s = r\theta$$ Despejando s

es decir, el desplazamiento lineal (s), el cual representa a la longitud del arco subtendido, es igual a r veces el ángulo girado (θ), en donde θ está dado en radianes.

Si se desea encontrar la relación entre la velocidad tangencial y la angular, se considerará el desplazamiento angular

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (4)$$

$$v = \frac{s}{t}$$

para el caso en que la velocidad sea constante (esta misma expresión es válida para la velocidad media).

Despejando s de la ecuación (4) resulta que

$$s = r\theta$$

$$v = \frac{\theta\, r}{t} \quad \text{Sustituyendo } s \text{ en } v.$$

$$v = \left(\frac{\theta}{t}\right) r \quad \text{Agrupando y como:}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \text{Resulta que}$$

$$v = \omega\, r \quad (6)$$

$$v = r\,\omega$$

en donde se observa que la velocidad tangencial (v) es igual a r veces la velocidad angular (ω). Si se sustituye esta expresión en la ecuación (2), resulta que

$$F_c = m\frac{v^2}{r} \quad (2)$$

$$F_c = m\frac{(r\,\omega)^2}{r}$$

$$F_c = m\frac{r^2\omega^2}{r}$$

$$F_c = m\, r\, \omega^2 \quad (7)$$

la cual representa la fuerza centrípeta, en función de la masa, el radio y la velocidad angular. Comparando esta expresión con la correspondiente a la Segunda Ley de Newton del movimiento, resulta que

$$a_c = r\,\omega^2$$

El movimiento circular uniforme se origina al aplicar una fuerza constante sobre una masa, que gira en torno a un eje que pasa por el centro de la circunferencia que describe, haciendo que cambie la dirección de la velocidad, y que permanezca constante su magnitud. Dicha fuerza constante se conoce como la fuerza centrípeta y es perpendicular a la trayectoria del objeto, en dirección radial hacia el centro.

Ejemplo 2.

Un disco de 20 centímetros de radio, gira uniformemente a razón de 45 revoluciones por minuto (rpm). Para un tiempo de 2.4 minutos, calcular:

a) Su velocidad angular en radianes por segundo.

b) Su desplazamiento angular.

c) La aceleración centrípeta sobre un punto colocado en el borde del disco.

$$r = 20\ cm = 0.2\ m \quad \text{Datos}$$

$$f = 45\ rpm$$

$$t = 2.4\ \text{min} = 144\ s$$

a) Para calcular la velocidad angular, se transforma la frecuencia a $\frac{rev}{s}$

$$f = 45\ \frac{rev}{min}\left(\frac{1\ min}{60\ s}\right)$$

$$f = \frac{3}{4}\ \frac{rev}{s}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi\left(\frac{3}{4}\right)\frac{rad}{s}$$

$$\omega = \frac{3}{2}\pi\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega = 4.71\ \frac{rad}{s}$$

b) Para obtener el desplazamiento angular se emplea

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\theta = \omega t \quad \text{Despejando } \theta.$$

$$\theta = \left(4.71\ \frac{rad}{s}\right)(144\ s) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$\theta = 678.24\ rad$$

c) La aceleración centrípeta se calcula con la ecuación

$$a_c = r\,\omega^2$$

$$a_c = (0.2\ m)\left(4.71\ \frac{rad}{s}\right)^2 \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$a_c = (0.2\ m)\left(22.18\ \frac{rad^2}{s^2}\right)$$

$$a_c = 4.43\ \frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 3.

Una masa de 0.4 kilogramos atada al extremo de una cuerda de 0.8 metros de largo se hace girar horizontalmente y completa una vuelta en 0.42 segundos.

a) ¿Cuál es la velocidad tangencial de la masa?

b) ¿Cuál es la fuerza centrípeta que actúa sobre la masa?

$$m = 0.4\ kg \quad \text{Datos}$$

$$r = 0.8\ m$$

$$T = 0.42\ s$$

$$\theta = 1\ rev = 2\pi\ rad$$

a) Para calcular la velocidad tangencial, primero se calcula la velocidad angular con la fórmula

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{2\pi\ rad}{0.42\ s} \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$\omega = \frac{2(3.14)\ rad}{0.42\ s}$$

$$\omega = 14.95\ \frac{rad}{s}$$

$$v = \omega\, r$$

$$v = (0.8\ m)\ 14.95\ \frac{rad}{s}$$ Sustituyendo datos en la velocidad tangencial.

$$v = 11.96\ \frac{m}{s}$$

b) La fuerza centrípeta se obtiene a partir de

$$F_c = m\,\frac{v^2}{r}$$

$$F_c = (0.4\ kg)\,\frac{\left(11.96\ \frac{m}{s}\right)^2}{0.8\ m}$$ Sustituyendo datos.

$$f_c = (0.4\ kg)\,\frac{\left(143.04\ \frac{m^2}{s^2}\right)}{0.8\ m}$$

$$F_c = \frac{47.216\ kg\ \frac{m}{s^2}}{0.8}$$

$$f_c = 71.52\ N$$

MOVIMIENTO CIRCULAR EN UN PLANO VERTICAL

El movimiento circular de un objeto en un plano vertical, se ve afectado considerablemente por su peso (w), el cual siempre se encuentra dirigido hacia abajo, como se ilustra en el siguiente ejemplo, en el que se analizarán solamente el punto más alto y el más bajo de su trayectoria circular. En su solución consideraremos que el objeto no se mueve libremente, ya que está confinado a describir una trayectoria circular, utilizando para ello una cuerda o algo similar. La(s) ecuación(es) del movimiento se establece(n) tomando encuenta la dirección de las fuerzas que intervienen. La elección del signo de cada fuerza es arbitraria, en nuestro ejemplo, tomamos como positiva la dirección de la fuerza centrípeta.

Ejemplo 4.

Un objeto de 1.2 kilogramos atado al extremo de una cuerda de 0.8 metros de largo, se hace girar describiendo una circunferencia vertical, a razón de 60 revoluciones por minuto (rpm). Calcular la tensión de la cuerda en:
a) El punto más alto de su trayectoria.
b) El punto más bajo de su trayectoria.

$$m = 1.2\ kg$$
$$r = 0.8\ m \quad \text{Datos}$$
$$f = 60\ rpm$$

Para calcular la velocidad angular primero se transforma la frecuencia a $\frac{rev}{s}$

$$f = 60\ \frac{rev}{min}\left(\frac{1\ min}{60\ s}\right) \qquad f = 1\ \frac{rev}{s}$$

$$\omega = 2\,\pi\, f$$

$$\omega = 2\,\pi\,(1)\,\frac{rad}{s}$$

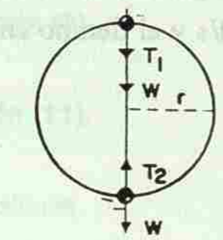
$$\omega = 6.28\ \frac{rad}{s}$$

a) En el punto más alto se observa que la fuerza centrípeta es igual a la suma de la tensión de la cuerda más el peso, es decir

$$F_c = T_1 + w$$

$$F_c - w = T_1$$

$$T_1 = F_c - w$$ en donde



$$F_c = m\,r\,\omega^2$$

$$w = m\,g$$ por lo tanto

$$T_1 = m\,r\,\omega^2 - m\,g$$

$$T_1 = (1.2\ kg)(0.8\ m)(6.28\ rad/s)^2 - (1.2\ kg)(9.8\ m/s^2)$$ Sustituyendo datos.

$$T_1 = (1.2\ kg)(0.8\ m)(39.44\ rad^2/s^2) - 11.76\ N$$

$$T_1 = 37.86\ N - 11.76\ N$$

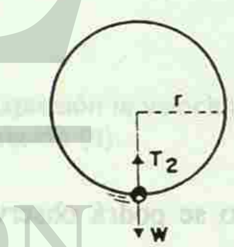
$$T_1 = 26.1\ N$$

b) La fuerza centrípeta en el punto más bajo de la trayectoria equivale a la diferencia entre la tensión de la cuerda y el peso de la masa, debido a que la tensión T_2 está en la dirección hacia el centro y el peso en sentido contrario. De tal forma que

$$F_c = T_2 - w$$

$$T_2 = F_c + w$$

$$T_2 = m\,r\,\omega^2 + m\,g$$



$$T_2 = (1.2\ kg)(0.8\ m)(6.28\ rad/s)^2 + (1.2\ kg)(9.8\ m/s^2)$$ Sustituyendo datos.

$$T_2 = (1.2\ kg)(0.8\ m)(39.44\ rad^2/s^2) + 11.76\ N$$

$$T_2 = 37.86\ N + 11.76\ N$$

$$T_2 = 49.62\ N$$

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO

Cuando un objeto describe un movimiento circular, en ocasiones su velocidad angular cambia.

> *Se dice que un cuerpo tiene una aceleración angular constante cuando el cambio de su velocidad angular, en la unidad de tiempo, es siempre el mismo.*

$$\textit{aceleración angular constante } (\alpha) = \frac{\textit{cambio en la velocidad angular}}{\textit{tiempo}}$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t}$$

Donde ω_o representa la velocidad angular inicial.
ω representa la velocidad angular final
t representa el tiempo que transcurre en el cambio de la velocidad angular

$$\alpha t = \omega - \omega_o$$ Despejando ω.

$$\omega_o + \alpha t = \omega$$

$$\omega = \omega_o + \alpha t \quad (8)$$

Las unidades de la aceleración angular serán los rad/s², cuando las velocidades angulares sean dadas en rad/s y el tiempo en segundos.

$$v = r\omega$$ De acuerdo a la ecuación (6).

$$\omega = \frac{v}{r}$$ Donde v_o representa la velocidad tangencial inicial y v representa la velocidad tangencial final.

$$\omega_o = \frac{v_o}{r}$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t}$$ Sustituyendo estas expresiones en la ecuación de la aceleración angular.

$$\alpha = \frac{\frac{v}{r} - \frac{v_o}{r}}{t}$$

$$\alpha = \frac{\frac{v - v_o}{r}}{\frac{t}{1}}$$

$$\alpha = \frac{v - v_o}{rt}$$ Simplificando.

$$r\alpha = \frac{v - v_o}{t}$$

Como se podrá observar, en el presente análisis se ha considerado solamente la magnitud de la velocidad tangencial, dada por $v = r\omega$, por lo cual, la razón $\frac{(v - v_o)}{t}$ repesenta una aceleración, debida al cambio en la magnitud de la velocidad. A dicha aceleración se le conoce como aceleración tangencial (a_t), es decir

$$a_t = \frac{v - v_o}{t}$$

$$r\alpha = a_T$$

$$a_T = r\alpha$$ (9) Es decir la aceleración tangencial del objeto es igual a r veces su aceleración angular.

Como ya lo hemos visto, para todo movimiento uniformemente acelerado, su velocidad media es igual al promedio de sus velocidades inicial y final, en particular, para el movimiento circular uniformemente acelerado, se tiene que

$$\overline{\omega} = \frac{\omega + \omega_o}{2}$$ (10) En esta expresión, $\overline{\omega}$ representa la velocidad angular media.

$$\overline{\omega} = \frac{\theta}{t}$$ En general, la velocidad angular media está dada por esta ecuación:

$$\theta = \overline{\omega}\, t$$ Despejando θ.

$$\theta = \left(\frac{\omega + \omega_o}{2}\right) t$$ (11) Sustituyendo $\overline{\omega}$ de la ecuación (10).

$$t = \frac{\omega - \omega_o}{\alpha}$$ Si se despeja t de la ecuación (8).

$$t = \frac{2\theta}{\omega + \omega_o}$$ Despejando t de la ecuación (11).

$$\frac{\omega - \omega_o}{\alpha} = \frac{2\theta}{\omega + \omega_o}$$ Igualando estas dos expresiones.

$$(\omega - \omega_o)(\omega + \omega_o) = 2\alpha\theta$$ Reordenando términos.

$$\omega^2 - \omega_o^2 = 2\alpha\theta$$ Efectuando el producto

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta$$ (12) Dando como resultado

$$\theta = \left(\frac{\omega + \omega_o}{2}\right) t$$ (11) Si de la ecuación (11) se despeja ω

$$2\theta = (\omega + \omega_o)\, t$$

$$\frac{2\theta}{t} = \omega + \omega_o$$

$$\frac{2\theta}{t} - \omega_o = \omega$$ Sustituyendo en esta expresión la velocidad angular final dada por la ecuación (8).

$$\frac{2\theta}{t} - \omega_o = \omega_o + \alpha t$$

$$\frac{2\theta t}{t} - \omega_o t + \alpha t^2$$ Multiplicando por t ambos lados de la ecuación.

$$2\theta - \omega_o t = \omega_o t + \alpha t^2$$

$$2\theta = 2\omega_o t + \alpha t^2$$

$$\frac{2\theta}{2} = \frac{2\omega_o t}{2} + \frac{\alpha t^2}{2}$$ Para cancelar el dos, se dividen ambos lados de la ecuación entre dos

$$\theta = \omega_o t - \frac{\alpha t^2}{2}$$ (13)

En resumen, un objeto describe un movimiento circular uniformemente acelerado, si tiene siempre el mismo cambio en su velocidad angular en la unidad de tiempo, es decir, si su aceleración angular es constante.

Ecuaciones del movimiento angular uniformemente acelerado

$$\omega = \omega_o + \alpha t \quad (8)$$

$$\theta = \left(\frac{\omega + \omega_o}{2}\right) t \quad (11)$$

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta \quad (12)$$

$$\theta = \omega_o t + \frac{\alpha t^2}{2} \quad (13)$$

Como se podrá observar, estas ecuaciones son análogas a las del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Para utilizarlas se requieren tres datos, ya que cada una de ellas consta de cuatro variables. En este sistema de ecuaciones aparecen involucradas cinco variables: θ, ω, ω_o, t y α.

Ejemplo 5.

Un mezclador que gira a 60 revoluciones por minuto (rpm) aumenta su frecuencia a 180 revoluciones por minuto (rpm) en 12 segundos. Suponiendo que su aceleración es constante, calcular,

a) Su aceleración angular.

b) El desplazamiento angular.

Datos

$$f_o = 60\ rpm$$

$$\omega_o = 6.28\ \frac{rad}{s}$$

$$f_o = 180\ rpm$$

$$\omega = 18.64\ \frac{rad}{s}$$

$$t = 12\ s$$

a) Para calcular la aceleración angular se puede utilizar la ecuación (8)

$$\omega = \omega_o + \alpha t$$

Despejando la aceleración angular (α)

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t}$$

Sustituyendo datos.

$$\alpha = \frac{18.84\ \frac{rad}{s} - 6.28\ \frac{rad}{s}}{12\ s}$$

$$\alpha = \frac{12.56\ \frac{rad}{s}}{12\ s}$$

$$\alpha = 1.04\ \frac{rad}{s^2}$$

b) El ángulo girado se calcula mediante la ecuación

$$\theta = \frac{(\omega + \omega_o)}{2}\,t$$

$$\theta = \frac{\left(6.28\ \frac{rad}{s} + 18.84\ \frac{rad}{s}\right)}{2}(12\ s) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$\theta = \frac{301.44\ rad}{2}$$

$$\theta = 150.72\ rad$$

LEYES DE KEPLER

En la antigüedad, nuestros antepasados consideraban que la Tierra era el centro del Universo, la cual permanecía estática y las estrellas se encontraban sobre una esfera de cristal, que giraba alrededor de la Tierra. Los planetas estaban colocados en esferas internas y describían movimientos más complicados. A esta propuesta se le conoce como la Teoría Geocéntrica del Universo y fue concebida por Aristóteles (384-322 a.C.) y perfeccionada por Ptolomeo (s. II d. C.). En el siglo XV, Copérnico (1473-1543) descubrió que el movimiento de los planetas se describía de una manera más simple, si se consideraba que éstos giraban en torno al Sol y en órbitas circulares, a esta propuesta se le conoce como la Teoría Heliocéntrica del Universo. Estas dos teorías, la Geocéntrica (la Tierra como centro del Universo) y la Heliocéntrica (el Sol como centro del Universo) fueron muy debatidas en el siglo XVI desde una perspectiva filosófica, con gran acentuación religiosa, basándose en las Sagradas Escrituras, en donde se consideraba al hombre como la coronación de la creación y a la Tierra el centro del Universo.

Por su parte, el astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601), en lugar de participar en esta discusión especulativa, se dedicó a observar el movimiento de los planetas y de las estrellas, registrando sus trayectorias y posiciones exactas durante más de 20 años. Para lograr una mayor precisión en sus observaciones, mejoró el equipo de astronomía ya existente, obteniendo una gran exactitud en sus registros, los cuales todavía se utilizan en la actualidad. Es decir, Brahe prefirió dedicar esfuerzos a la observación de hechos y a efectuar mediciones cuidadosas en lugar de participar en la especulación filosófica. Tycho Brahe cedió todos sus registros al alemán Johannes Kepler (1571-1630). Kepler por su parte, estudió y analizó detenidamente estos registros de los planetas, tratando de ajustarlos en órbitas circulares perfectas, lo cual le fue imposible conseguir. Después de abandonar esta idea, de que los planetas se mueven en órbitas circulares, encontró que en realidad describen órbitas elípticas. Llegó a esta conclusión porque los registros se ajustaban mejor a las orbitas elípticas que a las circulares y sólo se apreciaba la diferencia entre ellas, gracias a la precisión en las observaciones de Tycho Brahe (figura 1). De lo anterior podemos enunciar lo que se conoce como la Primera Ley de Kepler:

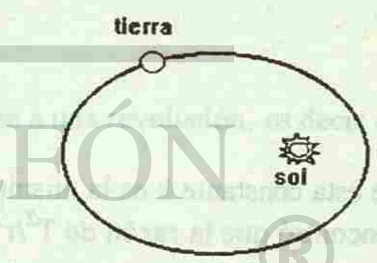


Fig. 6. Trayectoria de un planeta en torno al Sol.

Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas, con el Sol en uno de sus focos.

Es decir, todos los planetas se mueven describiendo órbitas elípticas con un foco en común, el Sol. Los planetas conocidos hasta entonces eran: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Más tarde, cuando se descubrieron Urano, Neptuno y Plutón, se encontró que también describían órbitas con estas características. Aparte de que la trayectoria que describían los planetas era elíptica, Kepler encontró que al estar más cerca del Sol, un planeta aumentaba su rapidez y al alejarse de él, la disminuía. Esto le indicó que el movimiento de los planetas no era uniforme, ya que variaba según su distancia al Sol. Después de analizar estas observaciones hechas por Tycho Brahe, Kepler llegó a establecer su Segunda Ley:

> *Al moverse un planeta en su órbita, la línea que une al planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.*

En la figura 7, se aprecia gráficamente este enunciado. En ella el planeta tarda el mismo tiempo en ir de A a B que en ir de A' a B', siendo iguales las áreas que barre la línea que une al planeta con el Sol. Una conclusión de esta Segunda Ley es que el planeta se mueve a mayor velocidad al estar más cerca del Sol (al ir de A' a B') que al estar más alejado de él (al ir de A a B).

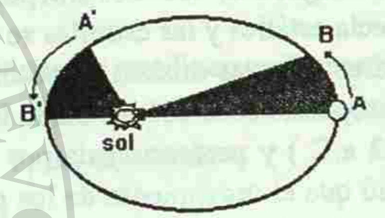


Figura 7. L arecta trazada del planeta al Sol, barre áreas en tiempos iguales. El tiempo en ir de A a B es el mismo de A' a B'

En los años siguientes, Kepler buscó alguna relación entre los tamaños de las órbitas de los planetas y sus periodos (tiempo que tarda el planeta en dar una vuelta alrededor del Sol). A partir de los datos de Brahe, encontró lo que se conoce como La Tercera Ley de Kepler:

> *Los cuadrados de los periodos (T) de los planetas son directamente proporcionales a los cubos de su distancia promedio (r) al Sol.*

$$T^2 = k r^3$$

$$k = \frac{T^2}{r^3}$$

en donde esta constante k es la misma para todos los planetas, y tiene un valor de 300.46 x 10^{-21} s^2/m^3. Kepler encontró que la razón de T^2/r^3 era siempre la misma, para todos los planetas.

Realmente las órbitas planetarias son casi circulares, y no tienen la forma exagerada que se muestra en las gráficas. Estas leyes son aplicables a cualquier planeta en su movimiento alrededor del Sol, a cualquier luna que gire en torno a algún planeta, a los satélites naturales o artificiales.

Las Leyes de Kepler describen el movimiento de los planetas, es decir, se refieren sólo a la Cinemática, ya que no hacen mención a las causas que producen este movimiento.

LEY DE LA GRAVITACION UNIVERSAL

Como ya hemos visto, Newton enunció sus tres leyes, mediante las cuales se podía explicar cualquier tipo de movimiento. Conocía perfectamente los estudios realizados por Kepler acerca del movimiento de los planetas. Dedujo que si los planetas y la Luna describían órbitas casi circulares, entonces, sobre ellos debía actuar una fuerza, la cual producía este tipo de movimiento, de lo contrario deberían moverse en línea recta (Primera Ley de Newton del movimiento).

Cuenta la leyenda que al ver caer una manzana se preguntó si la fuerza que la hacía caer, era la misma que mantenía a la Luna girando alrededor de la Tierra. Sabía que la fuerza que hacía caer a la manzana era la fuerza gravitacional de la Tierra. Así mismo se cuestionaba si esta fuerza gravitacional que ejercía la Tierra sobre la Luna y la manzana, la ejercía también el Sol sobre los planetas que giraban a su alrededor. Para tratar de responder a esto, tomó como base dos resultados importantes de los estudios de Kepler: 1) los planetas describen órbitas elípticas, muy cercanas a un círculo y 2) $T^2/r^3 = k$, es una misma constante (k) para todos los planetas.

Del hecho de que los planetas describen aproximadamente una órbita circular, se tiene que la fuerza ejercida por el Sol sobre un planeta determinado, vendría dada por la fuerza hacia el centro del círculo en donde se encuentra el Sol, es decir

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (*)$$

donde esta fuerza (F) es la fuerza centrípeta que ejerce el Sol sobre el planeta de masa (m), en dirección hacia el centro, r representa el radio de la órbita circular del planeta y v la magnitud de su velocidad tangencial.

Como la rapidez (v) está dada por

$$v = \frac{s}{t}$$

en este caso, si se toma el período (T), la distancia es la equivalente a una revolución, es decir $s = 2\pi r$, de donde

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$F = m \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} \quad \text{Sustituyendo en la ecuación (*)}$$

$$F = \frac{m 4 \pi^2 r^2}{T^2 r}$$

$$F = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$$

$$F = \frac{4\pi^2 m r}{k r^3}$$ Dado que $T^2 = k r^3$ de acuerdo a la Tercera Ley de Kepler.

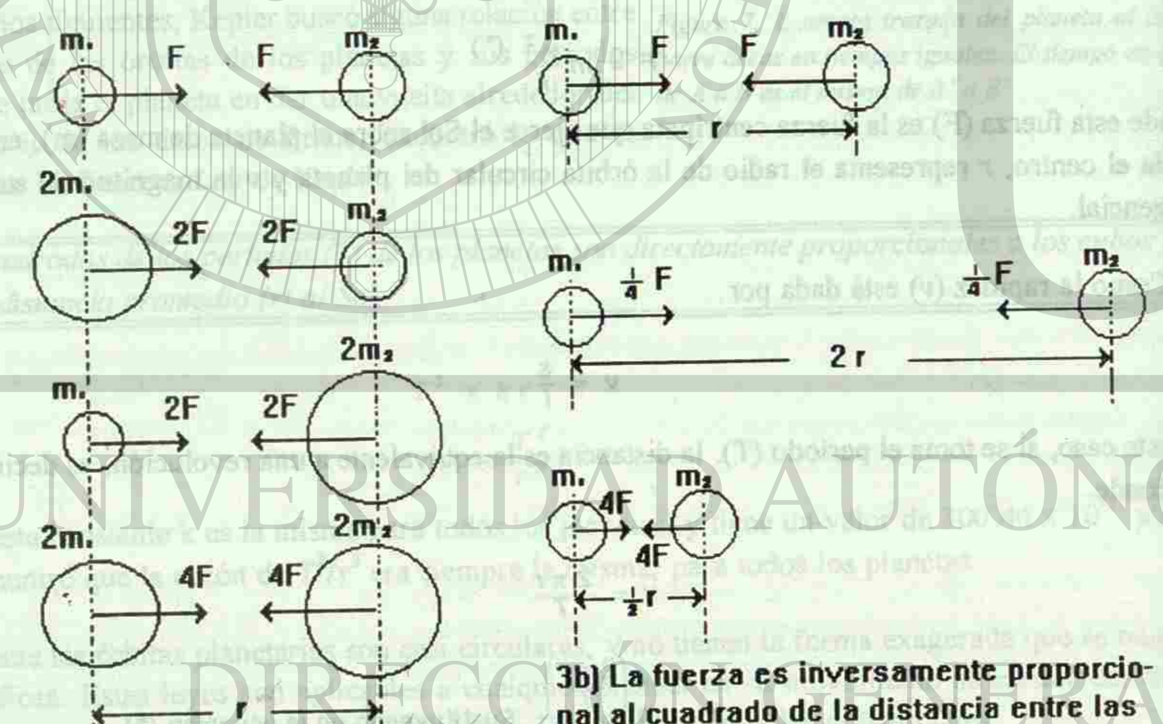
$$F = \frac{4\pi^2}{k} \cdot \frac{m}{r^2}$$ Simplificando y agrupando

si observamos $\frac{4\pi^2}{k}$ es una cantidad constante (K), ya que el valor de sus elementos es siempre el mismo. Sustituyendo esta expresión por K, se tiene que

$$F = K \frac{m}{r^2}$$

De este resultado, Newton dedujo que la fuerza centrípeta que ejerce el Sol sobre el planeta variaba con el inverso del cuadrado de la distancia entre ellos y que dicha fuerza dependía de la masa del planeta.

A partir del análisis de estos resultados, Newton supuso la existencia de una fuerza gravitacional entre el Sol y el planeta, la cual era inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos, de tal forma que si la distancia (r) entre ellos se aumenta al doble (2r), la fuerza disminuye a 1/4 de su valor inicial (F/4) y si por el contrario, la distancia (r) se disminuye a la mitad ($\frac{1}{2}$ r), la fuerza aumenta a 4F (ver figura 8).



3a) La fuerza depede directamente del producto de las masas.

3b) La fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las masas.

Figura 3.- Representación gráfica de la fuerza de atracción gravitacional.

Fig. 8a) La fuerza depende directamente del producto de las masas.

De acuerdo a la Tercera Ley de Newton del movimiento, si el Sol ejerce una fuerza sobre el planeta, éste ejercerá una fuerza igual y opuesta sobre el Sol. Y puesto que el Sol y el planeta interaccionan entre sí, entonces la fuerza gra-vitacional entre ellos depende de las dos masas y no nada más de una, de tal forma que si la masa del planeta se duplica, la fuerza gravitacional también se duplica. Por otra parte, si la masa del Sol se duplica, la fuerza gravitacional también se duplica. Si ambas masas, planeta y Sol, se duplican, la fuerza gravitacional se incrementaría en un factor de cuatro (ver figura 8a). De este razonamiento Newton dedujo que la fuerza gravitacional era directamente proporcional al producto de sus masas.

A partir de estas conclusiones, Newton asumió que la fuerza gravitacional se presenta entre dos cuerpos cualesquiera, ya que ésta depende solamente de sus masas y de la distancia entre ellas, llegando a enunciar la Ley de la Gravitación Universal, en los siguientes términos:

Dos masas cualesquiera se atraen entre sí, con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

en donde m_1 y m_2 son las masas que se atraen entre sí y r es la distancia entre ellas. Esta fuerza de atracción gravitacional es sumamente pequeña, ya que sólo es perceptible cuando al menos uno de los cuerpos es muy grande, como por ejemplo la Luna, la Tierra o el Sol. Cuando uno de los cuerpos que interaccionan es muy grande, generalmente tiene forma esférica, en este caso, Newton descubrió que para efectos de cálculo, su masa se puede considerar como si estuviera concentrada en su centro. También supuso que la fuerza de atracción gravitacional se presenta entre todos los objetos del Universo.

DEMOSTRACIÓN DE QUE LA FUERZA GRAVITACIONAL VARÍA EN FUNCIÓN DEL INVERSO DEL CUADRADO DE LA DISTANCIA

Debido a que Newton no contaba con los instrumentos necesarios para comprobar que la fuerza gravitacional variaba en función del inverso del cuadrado de la distancia entre dos masas pequeñas, decidió considerar a la Tierra y a la Luna como las masas interactuantes. Para llevar a cabo este análisis, se basó en la información que tenía acerca del movimiento de la Luna, el valor de la aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Tierra y de la aceleración centrípeta en el movimiento circular.

Newton razonó de la siguiente forma

a) Calculó la aceleración centrípeta que ejerce la Tierra sobre la Luna, de acuerdo a los datos con los que contaba

$v =$ 55,200 millas/día(velocidad tangencial de la Luna)

$r =$ 240,000 millas (distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna)

$$a = \frac{v^2}{r}$$ Sustituyendo datos en la expresión de la aceleración centrípeta

$$a = \frac{\left(55{,}200\ \frac{millas}{día}\right)^2}{240{,}000\ millas}$$

$$a = 0.0089\ \frac{ft}{s^2}$$ Considerando las equivalencias 1 milla = 5,280 ft, 1 día = 86,400 s

ésta sería la aceleración centrípeta producida por la Tierra sobre la Luna.

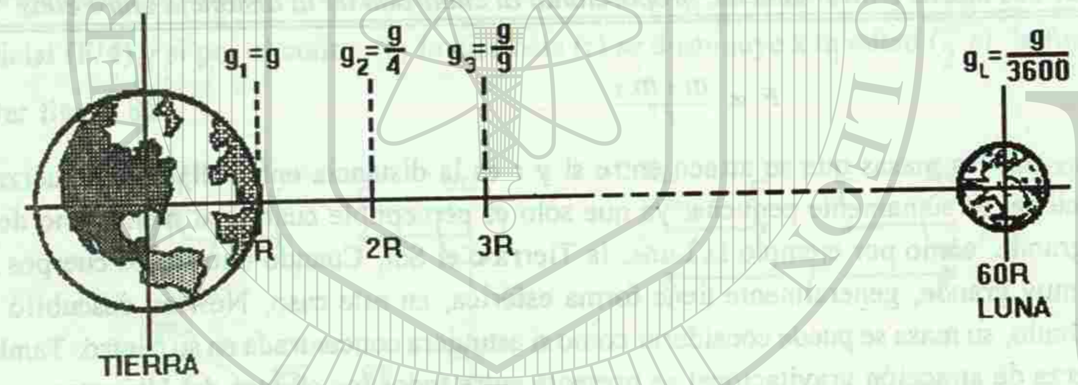


Fig. 9. Variación de la aceleración de la gravedad de la Tierra con respecto a la distancia a su centro.

b) Posteriormente calculó la aceleración de la gravedad de la Tierra, a la distancia en que se encontraba la Luna. Para esto, consideró que si la fuerza gravitacional variaba con el inverso del cuadrado de la distancia, la aceleración gravitacional (*g* también debería variar de la misma forma, como lo predice su Segunda Ley del movimiento (la aceleración es directamente proporcional a la fuerza aplicada). Como dato tenía que la distancia de la Luna a la Tierra era igual a 60 veces el radio de la Tierra, como se muestra en la figura 4.

Al analizar esta gráfica se observa que la aceleración de la gravedad varía con el inverso del cuadrado de la distancia, de tal forma que si la Luna se encuentra a una distancia de 60 veces el radio de la Tierra (60 R), la magnitud de la aceleración de la gravedad en la posición de la Luna (g_L) viene dada por

$$g_L = \frac{g}{(60)^2}$$

$$g_L = \frac{g}{3600}$$

$$g_L = 32\ \frac{ft}{s^2} \cdot \left(\frac{1}{3600}\right)$$ Donde = 32 ft/s² representa la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra. y Sustituyendo *g* .

$$g_L = 0.0088\ \frac{ft}{s^2}$$

Los resultados de los incisos a y b indican que el valor obtenido de la aceleración centrípeta de la Luna era muy cercano al predicho por la Ley de la Gravitación Universal (la aceleración es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia). Esto sirvió a Newton como evidencia de que la ley estaba correcta.

LA CONSTANTE GRAVITACIONAL (G)

Aproximadamente cien años después, Henry Cavendish (1731-1810) calculó la fuerza de atracción entre dos masas, confirmando experimentalmente la Ley de Newton de la Gravitación Universal, para masas pequeñas sobre la superficie de la Tierra. Encontró que la fuerza era exactamente como lo predice dicha ley.

Cavendish midió las masas de los objetos, la distancia entre ellos y la fuerza de atracción, calculando la constante de proporcionalidad en la expresión algebraica de la fuerza gravitacional.

$$F = G\ \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

en donde la constante gravitacional (G) es igual a 6.67×10^{-11} N m²/kg². Esta constante es universal, y se calcula en forma experimental.

Es frecuente decir que la Ley de la Gravitación Universal corresponde a la gran síntesis de la Mecánica Newtoniana, ya que antes de ella se creía que existían dos conjuntos de leyes: uno para el movimiento de los cuerpos celestes y otro para el movimiento terrestre. Esta ley, junto con las tres Leyes de Newton del movimiento generaron, en los grandes pensadores de aquella época, la idea de que la naturaleza se rige por leyes simples y armónicas.

Ejemplo 1.

Las masas del electrón y del protón son 9.1×10^{-31} kg y 1.7×10^{-27} kg, respectivamente, en un átomo de hidrógeno y se encuentran separados una distancia de 1×10^{-10} m. ¿Cuál será la fuerza de atracción gravitacional entre ellos?

Datos

$G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m²/kg²

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg (masa del electrón)

$m_p = 1.7 \times 10^{-27}$ kg,(masa del protón)

$r = 1 \times 10^{-10}$ m

Para calcular la fuerza de atracción gravitacional se emplea la ecuación

$$F = G\frac{m_e m_p}{r^2}$$

sustituyendo los datos

$$F = 6.67 \times 10^{-11}\, N\frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{(9.1 \times 10^{-31}\, kg)(1.7 \times 10^{-27}\, kg}{(1 \times 10^{-21}\, m)^2}$$

$$F = \frac{6.67\, x\, 9.1\, x\, 1.7}{(1)^2} \cdot \frac{10^{-11}\, x\, 10^{-31}\, x\, 10^{-27}}{(10^{-10})^2} \cdot \frac{N\, m^2\, kg\, kg}{kg^2\, m^2}$$

$$F = 103.18 \times 10^{-49}\, N$$

$$F = 1.03 \times 10^{-47}\, N$$

Ejemplo 2.

Se ha establecido que el peso de un cuerpo es igual a la atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre todos los objetos que se encuentran en su cercanía. Considerando una masa (m) cualquiera, calcular la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra. G = 6.67 x 10^{-11} N m^2/kg^2

m_t = 6 x 10^{24} kg (masa de la Tierra) Datos.
r_t = 6.4 x 10^6 m(radio de la Tierra)

F = w y w = mg La fuerza gravitacional que actúa sobre la masa es igual a su peso.

$$F = G\frac{m_t m}{r_t^2}$$ En donde F representa la fuerza de atracción gravitacional de la Tierra sobre la masa (m), sustituyendo ambas expresiones

$$mg = G\frac{m_t m}{r_t^2}$$

$$g = G\frac{m_t}{r_t^2}$$ Cancelando la masa (m).

Sustituyendo datos.

$$g = 6.67 \times 10^{-11}\, N\frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{(6 \times 10^{24})}{(6.4 \times 10^6\, m)^2}$$

$$g = \frac{6.67 \times 6}{40.96} \cdot \frac{10^{-11} \times 10^{24}}{10^{12}} \cdot \frac{N\, m^2\, kg}{kg^2\, m^2}$$

$$g = 0.973 \times 10^1\, \frac{N}{kg}$$

Expresando el Newton en unidades fundamentales.

$$g = 9.73\, \frac{\left(\frac{kg\, m}{s^2}\right)}{kg}$$

$$g = 9.73\, \frac{m}{s^2}$$ Simplificando.

Ejemplo 3.

Un satélite se encuentra en una órbita circular, a una altura de 500 kilómetros sobre la superficie terrestre.
a) ¿Cuál es la rapidez orbital tangencial del satélite?
b) ¿Cuál es su período de revolución?

h = 500 km = 5 x 10^5
m = 0.5 x 10^6 m Datos
m_t = 6 x 10^{24} kg
r_t = 6.4 x 10^6 m

a) Dado que la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre el satélite, proporciona la fuerza centrípeta para mantenerlo en su órbita circular, entonces

Fuerza gravitacional = Fuerza centrípeta

$$F = F_c$$

$$G\frac{m\, m_t}{r^2} = \frac{m\, v^2}{r}$$

Donde:
m es la masa del satélite.
m_t es la masa de la Tierra.
r es la distancia del centro de la Tierra al satélite
v es la rapidez tangencial

$$\frac{G\, m_t}{r} = v^2$$ Simplificando esta expresión.

$$\sqrt{v^2} = \frac{G\, m_t}{r}$$

$$v = \left[\frac{G\, m_t}{(r + h)}\right]^{\frac{1}{2}}$$ Sustituyendo r = r_t + h en *v* .

$$v = \frac{\left(6.67 \times 10^{-11}\, \frac{N\, m^2}{kg^2}\right)(6 \times 10^{24}\, kg)}{6.4 \times 10^6\, m + 0.5 \times 10^6\, m}$$

$$v = \frac{40.02 \times 10^{13}\, \frac{kg\, m\, m^2}{s^2\, kg}}{6.9 \times 10^6\, m}$$

$$v = 5.8 \times 10^7\, \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 58 \times 10^6\, \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 7.6 \times 10^3\, \frac{m}{s}$$

b) El período de revolución (T) será el tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta completa (una revolución) alrededor de la Tierra. Al dar una vuelta completa, la distancia recorrida será s = 2π r.

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$ Se despeja el tiempo (t)

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$ Ya que t = T.

$$T = \frac{2\pi(r_T + h)}{v}$$

$$T = \frac{2(3.14)(6.4\times10^{6} + 0.5\times10^{6}\ m)}{7.6\times10^{3}\ \frac{m}{s}}$$ Sustituyendo datos

$$T = \frac{2(3.14)(6.9\times10^{6}\ m)}{7.6\times10^{3}\ \frac{m}{s}}$$

$$T = 5.69\times10^{3}\ s$$

$$T = 94.83\ min$$

LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL Y EL PESO

Como ya se ha mencionado, el peso de un cuerpo en la tierra, es la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre él. Esta fuerza gravitacional está dirigida hacia el centro de la Tierra y atrae a los objetos hacia su superficie. De esta consideración, se tiene que el peso de un objeto cerca de la superficie de la Tierra viene dado por la expresión

$$W = G\frac{m_o m_t}{r_t^2}$$

en donde m_o es la masa del objeto, m_t es la masa de la Tierra y r_t es el radio de la Tierra. Cuando se calcula la fuerza gravitacional, se considera la distancia entre los centros de las masas, en este caso sería el radio de la Tierra. Dado que el peso del objeto $w = m_o g$, resulta que

$$m_o g = G\frac{m_o m_t}{r_t^2}$$

$$g = G\frac{m_t}{r_t^2}$$ Cancelando m_o

como G, m_t y r_t no cambian, entonces, la aceleración debida a la gravedad es la misma para todos los objetos que caen a distancias cercanas a la superficie de la Tierra. En general, la aceleración debida a la gravedad, producida por la Tierra, en un punto del espacio ubicado a una distancia (r) de su centro, viene dado por

$$g(r) = G\frac{m_t}{r^2}$$

en donde g(r) indica que la aceleración debida a la gravedad está en función de la distancia al centro de la Tierra. El peso de un objeto de masa (m_o) colocado a una distancia (r) del centro de la Tierra, viene dada por la expresión

$$w(r) = m_o\,g(r)$$

$$w(r) = G\frac{m_o m_t}{r^2}$$

como puede observarse, el peso de un cuerpo (w) en la Tierra varía con el inverso del cuadrado de la distancia al centro de ella y además, siempre se encuentra dirigido hacia dicho centro.

En la figura 10 se observa que al alejarse del centro de la Tierra, el peso de un objeto disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia. Si el objeto está en la superficie de la Tierra su peso es w; si su posición es de $2r_t$, a partir del centro de la Tierra, su peso disminuye a la cuarta parte del peso en la superficie (1/4 w); si el objeto se coloca en un punto cuya posición sea de tres veces el radio ($3r_t$) a partir del centro de la Tierra, su peso es el de un noveno del peso en la superficie de la Tierra (1/9 w). A medida que la distancia al centro de la Tierra aumenta, el peso del objeto va disminuyendo, pero nunca es igual a cero.

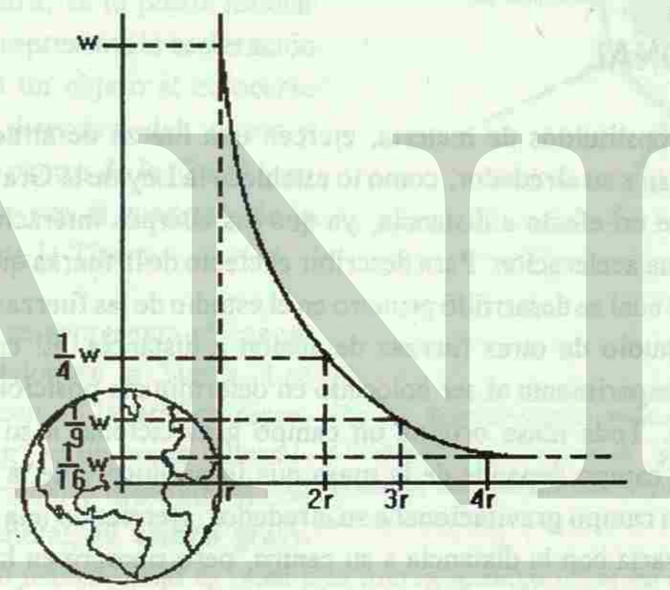


Fig. 10. El peso de un cuerpo en la Tierra varía con el inverso del cuadrado de la distancia al centro de ella.

Durante las coberturas que los noticiarios de televisión realizan de los viajes espaciales, con frecuencia se nos muestran imágenes de astronautas flotando libremente en un estado llamado usualmente "ingravidez" (sin gravedad) no obstante como ya sabemos los astronautas no están del todo carentes de peso, pero este fenómeno se explica si consideramos que para un observador externo los astronautas en órbita están en caída libre hacia el centro de la tierra y su altitud se mantiene en virtud de que se ha escogido su velocidad tangencial de manera que la gravedad provea la aceleración centrípeta necesaria para que describan un movimiento circular uniforme. Además en este caso no existe un suelo en contacto con ellos y que los empuje hacia arriba.

El empuje del suelo hacia arriba constituye nuestra percepción psicológica del peso, por ejemplo al flotar en el agua percibimos menos nuestro propio peso, pero percibimos con plenitud nuestra masa si repentinamente tratamos de acelerar nadando en el agua. La fuerza gravitatoria como se mencionó antes actúa sobre el cuerpo en cuestión, mientras que el peso lo hace sobre la superficie de apoyo (suelo) o sobre el medio del que pende (cuerda o resorte). Si el cuerpo permanece en reposo o se mueve sin aceleración, entonces la fuerza gravitatoria y el peso son iguales en magnitud, pero al moverse el cuerpo aceleradamente puede ocurrir que estas fuerzas no sean iguales o que en algunos casos el peso no exista (W = 0).

El peso de un cuerpo varía entonces de acuerdo a su posición con respecto al centro de la tierra, debido a las variaciones que existen en la magnitud de la aceleración de la gravedad. Para los fines del presente curso, consideraremos estas variaciones despreciables en la mayoría de las aplicaciones prácticas, ya que las situaciones que analizaremos, implican objetos que se encuentran en la superficie terrestre o muy próximos a ella.

EL CAMPO GRAVITACIONAL

Todos los objetos por estar constituidos de materia, ejercen una fuerza de atracción gravitacional sobre los cuerpos que se encuentran a su alrededor, como lo establece la Ley de la Gravitación Universal. Esta fuerza gravitacional produce un efecto a distancia, ya que los cuerpos interactúan aún cuando no están en contacto; este efecto es una aceleración. Para describir el efecto de la fuerza que actúa a distancia, se utiliza el concepto de campo, el cual se desarrolló primero en el estudio de las fuerzas electromagnéticas y posteriormente se aplicó al estudio de otras fuerzas de acción a distancia. El campo gravitacional describe el efecto que un objeto experimenta al ser colocado en determinada posición, con respecto a la masa que produce dicho campo. Toda masa origina un campo gravitacional a su alrededor, el cual disminuye con la distancia. Este campo depende de la masa que lo produce y de la posición en que se mida. Nuestro planeta produce un campo gravitacional a su alrededor, ejerciendo una fuerza de atracción sobre todos los objetos, la cual varía con la distancia a su centro, pero siempre en la dirección radial y hacia su centro. Como ya hemos visto, la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre una masa (m), colocada a una distancia (r) de su centro, viene dada por

$$F = G\frac{m\,m_t}{r^2}$$

esta fuerza de atracción gravitacional representa el peso (w) del cuerpo de masa (m), por lo que la aceleración de la gravedad viene dada por

$$w = F$$

$$m\,g = F$$

$$g = \frac{F}{m}$$

$$g = \frac{G\frac{m\,m_t}{r^2}}{m}$$

$$g = G\frac{m_t}{r^2}$$

Como se podrá observar, la aceleración g está en función de la distancia al centro de la Tierra y disminuye con el cuadrado de la distancia. El efecto de la fuerza de gravedad que actúa sobre un cuerpo, o sea, la aceleración de la gravedad es independiente de la masa del objeto que se coloca en el campo gravitacional. A cada punto del espacio, alrededor de la Tierra, se le puede asociar un vector g, el cual representa la aceleración que experimentaría un objeto al colocarse en ese punto. La dirección del vector g siempre es hacia el centro de la Tierra y su magnitud disminuye con el cuadrado de la distancia al centro de la Tierra.

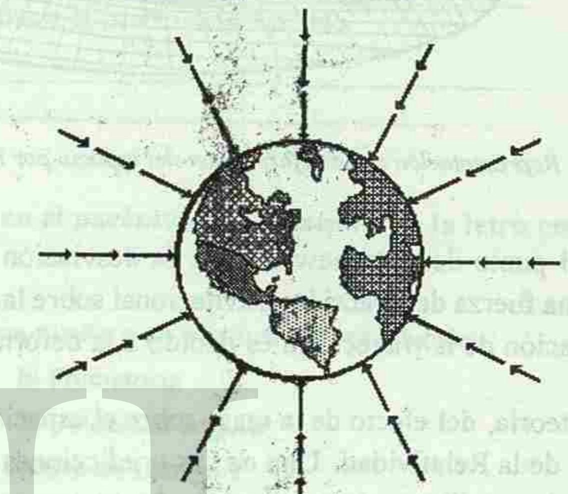


Fig. 11. Representación gráfica del campo gravitacional de la Tierra. Obsérvese que el vector de "g" representado por las flechas en el grabado, disminuyen con la distancia y su dirección es radial hacia el centro.

En la figura 11 se representa el campo gravitacional alrededor de la Tierra. Los vectores que aparecen en la gráfica representan el valor de (g) en un punto determinado en dirección radial y disminuyen con la distancia. En general, el campo gravitacional en un punto determinado es igual a la fuerza gravitacional en ese punto por unidad de masa.

EL CONCEPTO DE GRAVEDAD DE EINSTEIN

Albert Einstein consideró a la gravedad como una característica del espacio que está alrededor de una masa y no como una propiedad de la masa en sí. De acuerdo con esto, el espacio cambia de alguna manera, debido a la presencia de una masa.

Para comprender mejor el efecto de la masa sobre el espacio, representaremos el espacio mediante una tela elástica grande, en cuyo centro colocamos una pelota grande. Si hacemos rodar una canica lejos de la pelota, describirá una trayectoria rectilínea; si por el contrario, la canica pasa cerca de la pelota, describirá una trayectoria curva, como se muestra en la figura 11.

Si la trayectoria es cerrada, la canica orbitará la pelota, describiendo una circunferencia o una elipse.

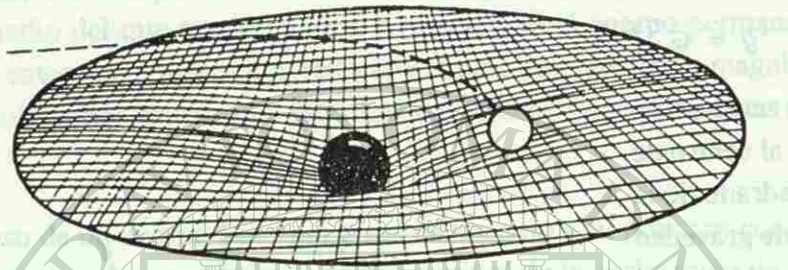


Fig. 11. Representación de la deformación del espacio por la presencia de una masa.

Desde el punto de vista newtoniano, la desviación de la trayectoria rectilínea se debe a que la pelota ejerce una fuerza de atracción gravitacional sobre la canica, en cambio, desde la perspectiva einsteniana, la desviación de la trayectoria es debido a la deformación del espacio por la presencia de las masas.

Esta teoría, del efecto de la masa sobre el espacio, concebida por Einstein, se conoce como la Teoría General de la Relatividad. Una de sus predicciones más importantes, es la de que la luz se desvía de su trayectoria rectilínea al pasar cerca de un cuerpo de gran masa. Este efecto ha sido comprobado experimentalmente, en investigaciones astronómicas, al observar el comportamiento de la luz emitida por estrellas lejanas. El caso extremo de este efecto, es cuando un cuerpo celeste emite luz y ésta es desviada nuevamente hacia él. A los cuerpos celestes con esta característica se les conoce como hoyos negros, los cuales, a pesar de no poder ser observados, se detectan por los efectos que producen sobre los cuerpos celestes a su alrededor.

AUTOEVALUACIÓN

I. Anota en el espacio del lado izquierdo una F si el enunciado es falso o una V si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

_____ 1. El radián equivale al ángulo en donde el arco subtendido es igual a la longitud del diámetro.

_____ 2. La fuerza centrípeta es aquélla que actúa hacia el centro de un círculo.

II. Lee detenidamente cada enunciado y escribe en el paréntesis de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

_____ 1. Es el tiempo que tarda un cuerpo en dar una vuelta o en efectuar una revolución.

a) Aceleración angular b) Frecuencia
c) Período d) Velocidad angular

_____ 2. Representa el número de revoluciones por unidad de tiempo.

a) Período b) Amplitud
c) Tiempo d) Frecuencia

_____ 3. En el movimiento circular, la velocidad tangencial es siempre perpendicular a...

a) La masa b) La aceleración centrípeta
c) El peso d) La rapidez

_____ 7. Es la razón del cambio del desplazamiento angular en el tiempo transcurrido.

a) Velocidad angular media b) Período
c) Frecuencia d) Aceleración angular

_____ 4. Representa el cambio de la velocidad angular en el tiempo.

a) La amplitud b) La aceleración angular
c) La frecuencia d) La velocidad angular media

_____ 5. Es el tipo de aceleración que se origina por el cambio de dirección en la velocidad tangencial, en el movimiento circular unifome.

a) Lineal b) Centrípeta
c) Tangencial d) Angular

_____ 6. Es el tipo de aceleración que se origina por el cambio de magnitud en la velocidad tangencial.

a) Lineal b) Centrípeta
c) Tangencial d) Angular

____ 7. El tipo de trayectoria que describe un planeta en el recorrido de su órbita es...

a) Parabólica b) Elíptica
c) Línea recta d) Circular

____ 8. La magnitud de la fuerza gravitacional entre dos cuerpos es directamente proporcional a...

a) La distancia entre ellos b) El volumen que ocupan
c) El producto de las masas d) Sus velocidades

____ 9. Es la fuerza que mantiene a la Tierra en su órbita alrededor del Sol.

a) Fuerza gravitacional b) Fuerza de reacción
c) Fuerza media d) Fuerza de fricción

____ 10. La fuerza gravitacional que la Tierra ejerce sobre todos los objetos es

a) La masa del objeto b) El peso del objeto
c) El volumen del objeto d) La inercia del objeto

____ 11. La magnitud de la fuerza gravitacional es inversamente proporcional

a) Al cuadrado de la distancia entre ellos b) Al volumen que ocupan las masas
c) Al producto de su velocidades d) Al producto de sus masas

____ 12. Es la región de influencia que ejerce todo cuerpo por el hecho de poseer una masa determinada.

a) Campo eléctrico b) Campo magnético
c) Campo inercial d) Campo gravitacional

____ 13. El valor de la constante gravitacional en el Sistema Internacional de unidades (SI), es:

a) 6.67×10^{-11} N m^2/kg^2 b) 0.667×10^{-11} N m^2/kg^2
c) 667×10^{-11} N m^2/kg^2 d) 66.7×10^{-11} N m^2/kg^2

____ 14. Afirma que: "Una línea imaginaria trazada desde un planeta hasta el Sol, barre áreas iguales en tiempos iguales".

a) Primera Ley de Kepler b) Segunda Ley de Kepler
c) Tercera Ley de Kepler d) Ley de la Gravitación Universal

____ 15. Es la posición del Sol en las órbitas que describen los planetas.

a) En el centro de la órbita b) En uno de los focos de la elipse
c) En el extremo de la órbita d) En la periferia de la órbita

____ 16. Si la masa de la Tierra es de 6×10^{24} kg y su radio es de 6,400 kilómetros. La atracción gravitacional aproximada sobre una masa de 2 kilogramos colocada sobre su superficie, es

a) 195 N b) 0.195 N
c) 19.5 N d) 1.95 N

II. Describe brevemente lo que enseguida se te plantea.

1. Movimiento circular uniforme. ____

2. Movimiento circular uniformemente acelerado. ____

3.- Primera Ley de Kepler. ____

4.- Tercera Ley de Kepler. ____

5.- Ley de la Gravitación Universal. ____

6.- El concepto de gravedad, según Albert Einstein. ____

PROBLEMAS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR.

10. Hallar la velocidad angular y el período de una rueda que gira uniformemente, con una frecuencia de 450 revoluciones por minuto (rpm).

11. Determinar la velocidad angular y la frecuencia de una piedra atada a un hilo, si gira con un período de 0.80 segundos.

12. Se hace girar horizontalmente a razón de 5 rev/s, un cuerpo de 0.5 kilogramos atado al extremo de una cuerda describiendo una circunferencia de 1 metro de radio. Determinar,
   a) La velocidad lineal en m/s.
   b) La aceleración centripeta.
   c) La fuerza ejercida por la cuerda sobre el cuerpo.
   d) La fuerza ejercida por el cuerpo sobre la cuerda.
   e) ¿Qué ocurre si se rompe la cuerda?

13. Un cuerpo de 80 N oscila atado al extremo de un cuerda de 6 metros de longitud, cuando pasa por su posición más baja lleva una velocidad tangencial de 10 m/s. Calcula la tensión en la cuerda en la citada posición.

14. Un muchacho hace girar una cubeta con agua, describiendo un circulo vertical, si su brazo es de 80 centímetros de largo, ¿Cuál será la velocidad angular mínima para que el agua no se tire en el punto más alto de su trayectoria?

15. Un volante aumenta su velocidad de rotación de 6 rev/s a 12 rev/s en 8 segundos.
   a) ¿Cuál es su aceleración angular en rad/s^2?
   b) ¿Cuál fue su desplazamiento angular?

16. Un mezclador eléctrico incrementó su velocidad angular de 20 rad/s a 120 rad/s en 0.5 segundos.
   a) ¿Cuál fue su aceleración angular?
   b) ¿Cuál fue su desplazamiento angular en ese tiempo?

17. Una rueda gira con una velocidad angular inicial de 18.8 rad/s experimentando una aceleración de 4 rad/s^2 durante 7 segundos.
   a) ¿Qué desplazamiento angular tiene a los 7 segundos?
   b) ¿Qué velocidad angular lleva a los 7 segundos?

18. Una hélice gira inicialmente con una velocidad angular de 10 rad/s y recibe una aceleración constante de 3 rad/s^2.
   a) ¿Cuál será su velocidad angular después de 9 segundos?
   b) ¿Cuál será su desplazamiento angular en este tiempo ?
   c) ¿Cuántas revoluciones habrá dado ?

19. Un ventilador eléctrico gira a 5 rev/s, cuando se apaga tarda en detenerse 20 segundos , considerando que su desaceleración es uniforme.
   a) ¿Cuál fue su desaceleración?
   b) ¿Cuántas revoluciones dio hasta que se detuvo?

20. Un automóvil con ruedas de 80 centímetros de diámetro, parte del reposo y se acelera uniformemente hasta 20 m/s en 9 segundos. Calcular la aceleración angular y el desplazamiento angular de una de estas ruedas.

PROBLEMAS DE GRAVITACIÓN

1. Utiliza los siguientes datos para determinar la fuerza gravitacional entre Júpiter y el Sol.
   m_1 = 1.98 x 10^{30} kg (masa del Sol).
   m_2 = 18 x 10^{26} kg (masa de Júpiter).
   r = 7.8 x 10^{11} m (distancia entre Júpiter y el Sol)

2. Dos satélites de igual masa son puestos en órbita, de forma que sus centros están separados 20 metros. Si la fuerza gravitacional entre ellos es de 2.4 x 10^{-7} N. ¿Cuál es la masa de los satélites?

3. Un satélite se encuentra en una órbita circular estable, a una altura de 520 kilómetros sobre la superficie terrestre.
   a) ¿Cuál es la rapidez orbital tangencial del satélite?
   b) ¿Cuál es su período?

4. La masa de la Tierra es 6 x 10^{24} kg, cuando los centros de la Tierra y la Luna están separados 3 x 10^{8} m, la fuerza gravitacional entre ellas es de 1.9 x 10^{20} N. Determina la masa de la Luna.

5. ¿A qué distancia deben estar separados dos cuerpos, uno de 1,000 kilogramos y el otro de 2,000 kilogramos, si la fuerza de atracción entre ellos es de 1.78 x 10^{-3} N

UNIDAD V
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA

OBJETIVO:

Al término de la unidad, el alumno:

- Calculará el trabajo realizado y la potencia desarrollada en situaciones diversas.
- Calculará la energía mecánica involucrada en algunos casos especiales.
- Aplicará el Principio de Conservación de la energía mecánica en la solución de problemas específicos.
- Enunciará la ley de la Conservación de la energía.

METAS:

- Definir los conceptos de:
  a) Trabajo b) Potencia c) Energía
- Explicar los siguientes conceptos:
  a) Energía mecánica. b) Energía cinética
  c) Energía potencial
- Resolver problemas en donde se realice trabajo, despreciando la fuerza de fricción, para los siguientes casos:
  a) Plano horizontal con fuerza paralela al plano.

b) Plano horizontal con fuerza inclinada al plano.
c) Plano inclinado con fuerza paralela al plano.
d) Movimiento vertical de un cuerpo, con fuerza aplicada en la dirección del movimiento.

- Resolver problemas en donde se realice trabajo, considerando la fuerza de fricción, para los siguientes casos:
  a) Plano horizontal con fuerza paralela al plano.
  b) Plano horizontal con fuerza inclinada al plano.
  c) Plano inclinado con fuerza paralela al plano.
- Resolver problemas en donde se calcule la potencia desarrollada, despreciando la fuerza de fricción, para los siguientes casos:
  a) Plano horizontal con fuerza paralela al plano.
  b) Plano horizontal con fuerza inclinada al plano.
  c) Plano inclinado con fuerza paralela al plano.
  d) Movimiento vertical de un cuerpo, con fuerza aplicada en la dirección del movimiento.
- Resolver problemas donde se calcule:
  a) La energía cinética.
  b) La energía potencial.
- Resolver problemas mediante consideraciones energéticas.
- Explicar la ley de la Conservación de la energía.

UNIDAD V
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

TRABAJO

En la vida cotidiana la palabra trabajo se refiere a cualquier actividad que represente un esfuerzo físico o mental. En Física se considera el concepto de trabajo en un sentido más técnico, con la intención de medirlo o calcularlo. Se realiza un trabajo cuando subimos una escalera, destapamos un refresco, movemos una silla, levantamos una caja. En todos estos ejemplos hay algo en comn y es el hecho de que en ellos se aplica una fuerza para mover un objeto a lo largo de un determinado desplazamiento. Es decir, **una fuerza que actúa sobre un objeto realiza un trabajo cuando el objeto se mueve en una determinada dirección**.

El siguiente estudio del trabajo lo haremos considerando el movimiento en una dimensión y bajo la acción de una fuerza constante, tomando en cuenta lo anterior, el trabajo efectuado sobre un cuerpo se puede definir como:

El trabajo **W** realizado por una fuerza constante es proporcional al producto de la magnitud de la feurza **F** por la magnitud del desplazamiento s a través del cual actúa la fuerza por el **coseno** del ángulo (θ) entre la fuerza y el desplazamiento.

$$W = F\, s \cos(\theta) \quad (1)$$

Aunque el desplazamiento y la fuerza son cantidades vectoriales, el trabajo es una cantidad escalar Se puede analizar al producto *s cos (θ)* como la componente del desplazamiento en la dirección de la fuerza F, o bien, el producto F cos (θ) como la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. Esto sugiere que el trabajo puede calcularse de dos maneras distintas, que dan el mismo resultado. En nuestro estudio utilizaremos primeramente la ecuación (1) y en el otro caso la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. Analizaremos ahora algunas situaciones donde se aplica una fuerza sobre un cuerpo y se desplaza bajo la acción de dicha fuerza.

Caso 1. El caso más sencillo es aquel donde la fuerza constante de magnitud **F** actúa sobre un objeto que se desplaza una magnitud **s** en línea recta en la misma dirección y sentido de la fuerza aplicada, para este caso θ = 0° (ver figura 1), entonces por (1), tenemos:

$$W = F s \cos(0°)$$
$$W = F s (1)$$
$$W = F s$$

En este caso decimos que el trabajo es **positivo** porque la fuerza tiene el mismo sentido que el desplazamiento. Por otro lado, cuando un cuerpo se "levanta" bajo la acción de la fuerza, el trabajo es **positivo** porque la fuerza actúa hacia "arriba" y el desplazamiento del cuerpo también es hacia "arriba". Es conveniente recordar que el máximo valor del cos(θ) es igual a 1, por lo que la expresión **W = F s** representa **el valor máximo del trabajo realizado por la fuerza (F).**

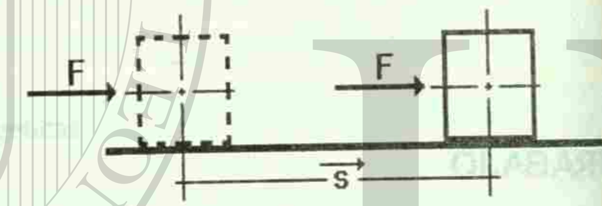


Fig. 1

Caso 2. Ahora analizaremos cuando la fuerza **F** está en la misma dirección que el desplazamiento s pero en sentido contrario o sea que se opone al movimiento. en este caso θ = **180°** (ver figura 2) y por (1), tenemos que:

$$W = F s \cos(180°)$$
$$W = F s (-1)$$
$$W = -Fs$$

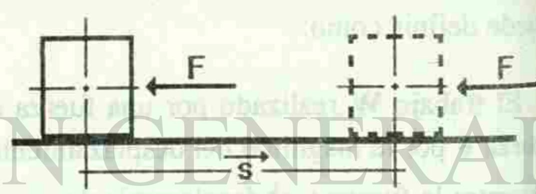


Fig. 2

En este caso decimos que el trabajo es **negativo** porque la fuerza tienen sentido contrario al desplazamiento. Como consecuencia de esto tenemos que, cuando un cuerpo es "bajado lentamente" se debe ejercer una fuerza hacia "arriba" y el traqbajo hecho por dicha fuerza es **negativo**, ya que la fuerza actúa hacia arriba y el desplazamiento del cuerpo es hacia abajo. También,

el trabajo realizado por la fuerza de fricción sobre un cuerpo que se desliza, siempre es **negativo**, ya que ésta se opone al movimiento.

Caso 3. (a) Cuando se sostiene un cuerpo a cierta altura mediante la aplicación de la fuerza **F vertical, sin moverlo (s = 0)** y (b) cuando lo movemos horizontalmente un desplazamiento s (ver figura 3), en este caso θ = 90°.

a) Para el caso de **s = 0**

$$W = F(0) \cos(\theta)$$
$$W = 0$$

b) Para el caso de θ = **90°**

$$W = F s \cos(90°)$$
$$W = F s (0)$$
$$W = 0$$

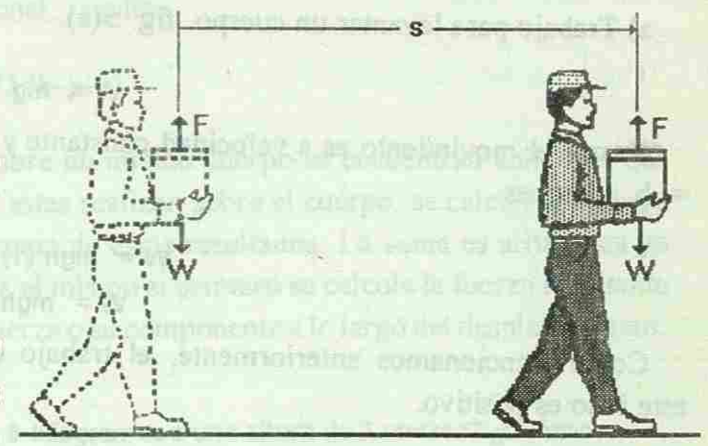
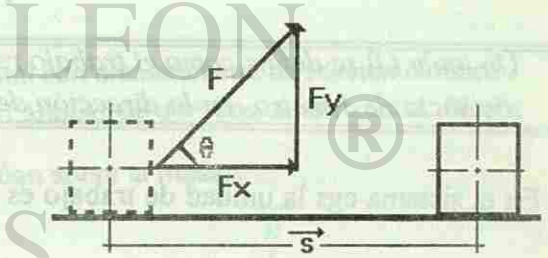


Fig. 3

En base a estos casos, primeramente vemos que si no hay un desplazamiento el trabajo es igual **a cero**, aunque es probable que se realize un gran esfuerzo para sostener el cuerpo, y en segunda instancia, si el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es de 90° el trabajo **es igual a cero**, por otro lado, sin una fuerza, **no existe el trabajo**. De la misma manera, el trabajo hecho por la fuerza normal (N) ejercida por una superficie sobre un cuerpo que se desliza sobre ella, **es igual a cero**, ya que la fuerza normal no tiene una componente en la dirección del movimiento (θ = 90°). También en el movimiento circular sobre un cuerpo, el trabajo hecho por la fuerza centrípeta es igual a **cero**, ya que ésta es **perpendicular** (θ = 90°) a la dirección del movimiento del cuerpo.

Caso 4. Cuando la fuerza y el desplazamiento no tienen dirección, por lo general, se determina -como se dijo anteriormente- la componente de la fuerza en la dirección de dicho desplazamiento (ver figura 4), por lo cual tenemos:

$$W = F_x s$$
$$W = F \cos(\theta)\, s$$
$$W = F s \cos(\theta)$$



Para este caso, el trabajo para mover el cuerpo lo realiza la componente de la fuerza (F_X) en la dirección del movimiento y como no hay movimiento vertical, entonces F_Y no realiza ningún trabajo.

Fig. 4

Caso 5. Por último, analizaremos el trabajo para levantar y bajar un cuerpo **a velocidad constante** (ver figuras 5(a) y 5(b)). Para levantar el cuerpo se debe aplicar una fuerza igual al peso (en realidad se necesita una fuerza un poco mayor que esta, pero solamente en el primer instante) para llevarla hasta una altura **h** a partir de la superficie de la Tierra, entonces se tiene que:

a) Trabajo para levantar un cuerpo. fig. 5(a).

$$W = mg$$

porque el movimiento es a velocidad constante y s = h, entonces

$$W = mgh \quad (1)$$

$$W = mgh$$

Como emncionamos anteriormente, el trabajo en este caso es positivo.

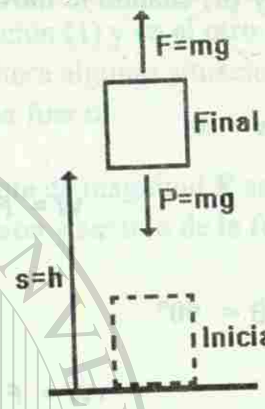


Figura 5(a)

b) Trabajo para bajar un cuerpo. Fig. 5(b).

$$W = F s \cos(180°)$$

como f = mg y s = h, entonces:

$$W = mgh\,(-1)$$

$$W = -mgh$$

en este caso el trabajo es negativo.

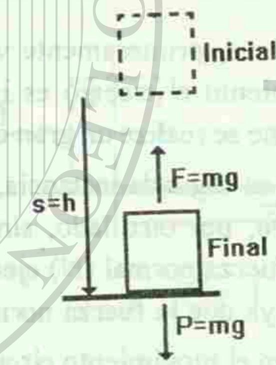


Figura 5(b)

La unidad del trabajo en cualquier sistema es la unidad de la fuerza por la unidad de longitud. En el sistema internacional (SI) la unidad de trabajo es Nm, conocida como el **joule**, entonces:

$$1 \text{ joule (J)} = 1 \text{ Nm}$$

Un joule (J) se define como el trabajo realizado por una fuerza de un newton a lo largo de una distancia de 1 metro, en la dirección de la fuerza aplicada.

En el sistema cgs la unidad de trabajo es una dina-cm, conocida como el **erg**.

$$1 \text{ erg} = 1 \text{ dina-cm}$$

Un erg equivale al trabajo realizado por una fuerza de una dina a lo largo de una distancia de 1 centímetro, en la dirección de la fuerza aplicada.

Tomando en cuenta las equivalencias del newton con la dina y el metro con el centímetro, tenemos:

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ ergs}$$

En el Sistema Técnico Británico la unidad es la libra-pie (lb- ft), la cual no tiene un nombre específico y comparándola con la unidad del Sistema Internacional, resulta:

$$1 \text{ J} = 0.73 \text{ lb-pie}$$

Dado que el trabajo es una cantidad escalar, si sobre un mismo cuerpo se encuentran aplicadas dos o más fuerzas, para calcular el trabajo resultante que estas realizan sobre el cuerpo, se calcula el trabajo que efectúan cada una de ellas y se lleva a cabo la suma de estos resultados. La suma es aritmética ya que se trata de cantidades escalares. El resultado sería el mismo si primero se calcula la fuerza resultante de todas las fuerzas y luego el trabjo que realiza esta fuerza o su componente a lo largo del desplazamiento.

Ejemplo 1.

¿Qué fuerza se requiere para levantar una caja de 8 kilogramos a una altura de 2 metros? ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza aplicada, para levantar la caja a dicha altura?. Considérese que este movimiento se realiza a velocidad constante.

$m = 8$ kg Datos
$h = 2$ m

$F = w = m\,g$ Como el movimiento se da a velocidad cons-tante, la fuerza aplicada es igual al peso.

$w = mg = (8 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)$ Sustituyendo datos.

$F = 78.4$ N

$W = F\,s$ Ecuación para calcular el trabajo.

$W = w\,h$ Sustituyendo.

$W = (78.4 \text{ N})(2 \text{ m}) = 156.8$ N m Sustituyendo datos.

$W = 156.8$ J

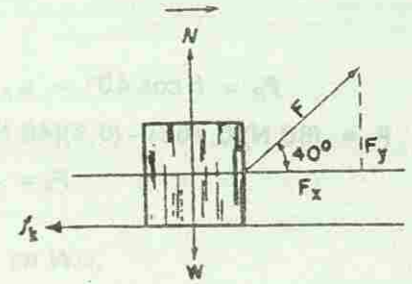
Ejemplo 2.

Un bloque de 5 kilogramos colocado en un plano horizontal con uncoeficiente de fricción cinética de 0.3, es jalado por una fuerza de 60 N que forma un ángulo de 40° con la horizontal. Si el desplazamiento del bloque es de 3.4 metros, calcular,

a) El trabajo hecho por cada una de las fuerzas que actúan sobre la masa.

b) El trabajo hecho por la fuerza resultante.

$m = 5$ kg
$w = mg = 49$ N
$\mu_k = 0.3$ Datos
$F = 60$ N
$\theta = 40°$
$s = 3.4$ m



a) De la figura se observa que las fuerzas que actúan sobre la masa son: la fuerza F, la fuerza de fricción cinética (f_k), la fuerza normal (N) y el peso del cuerpo (w). De estas fuerzas, F se descompone en F_x en la dirección horizontal y F_y en la dirección vertical. Las fuerzas N , w y Fy no realiza trabajo sobre la masa ya que son perpendiculares al movimiento, por lo tanto

$$W_N = 0$$
$$W_w = 0$$
$$W_{Fy} = 0$$

Cálculo del trabajo hecho por la componente de la fuerza en la dirección del movimiento (W_{Fx})

$$W_{Fx} = F_x\, s$$
$$F_x = F \cos 40°$$
$$W_{Fx} = F \cos 40° \,(s)$$
$$W_{Fx} = (60\ N)(0.766)(3.4\ m) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$
$$W_{Fx} = 156.26\ N\,m$$
$$W_{Fx} = 156.26\ J$$

Cálculo del trabajo hecho por la fuerza de fricción (f_k)

$$W_{fk} = -f_k\, s$$ Recuerda que el signo negativo es porque la fuerza de fricción actúa en sentido contrario al movimiento.

$$f_k = \mu_k N \quad (*)$$
$$N + F_y = w \quad \text{En la dirección vertical.}$$
$$N = w - F_y \quad \text{Despejando N.}$$
$$F_y = F \text{ sen } 40°$$
$$f_k = \mu_k (w - F \text{ sen } 40°)$$ Sustituyendo ambas expresiones de N y F_y en la ecuación (*).

$$W_{fk} = -\mu_k (w - f \text{ sen } 40°)$$
$$W_{fk} = -(0.3)[49\ N - (60\ N)(0.642)](3.4\ m) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$
$$W_{fk} = -(0.3)[49\ N - 38.52\ N](3.4\ m)$$
$$W_{fk} = -(0.3)[10.48\ N](3.4\ m)$$
$$W_{fk} = -10.68\ N\,m$$
$$W_{fk} = -10.68\ J$$

b) Para calcular el trabajo resultante (W R), primero se obtiene el valor de la fuerza resultante (F_R) en la dirección del movimiento

$$F_R = F_x - f_k$$
$$F_R = F \cos 40° - \mu_k (w - F \text{ sen } 40°)$$
$$F_R = (60\ N)(0.766) - (0.3)[49\ N - (60\ N)(0.642)] \quad \textit{Sustituyendo datos.}$$
$$F_R = 45.96\ N - 3.14\ N$$
$$F_R = 42.82\ N$$
$$W_R = F_R\, s \quad \text{Trabajo resultante.}$$

$$W_R = (42.82\ N)(3.4\ m) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$
$$W_R = 145.58\ N\,m$$
$$W_R = 145.58\ J$$

$$W_R = W_N + W_w + W_{Fy} + W_{fk} + W_{Fx}$$
$$W_R = 0 + 0 + 0 - 10.68\,J + 156.26\ J$$
$$W_R = 145.58\ J$$

Se puede comprobar que este trabajo resultante (W_R) es igual a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas.

Ejemplo 3.

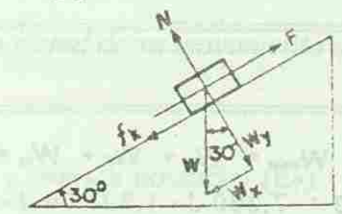
Un bloque de 80 kilogramos se mueve sobre un plano de 9 metros de longitud y con una inclinación de 30°, si el coeficiente de fricción cinética es de 0.25 y se aplica una fuerza de 820 N paralela al plano y hacia arriba.

a) Calcular el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque, para llevarlo del punto más bajo al punto más alto.

b) Calcular el trabajo resultante y comprobar que es igual al trabajo neto realizado por las fuerzas aplicadas.

Datos

$$m = 80\ kg$$
$$\theta = 30°$$
$$\mu_k = 0.25$$
$$F = 820\ N$$
$$s = 9\ m$$



a) De la figura se observa que las fuerzas que actúan son: la fuerza (F), la fuerza de fricción (f_k), la fuerza normal (N) y el peso (w). Ahora se debe calcular el trabajo realizado por cada una de ellas: W_N, W_F, W_{fk}, W_{wx} y W_{wy}, donde W_{wx} es el trabajo hecho por la componente del peso en *x* y W_{wy} es el trabajo hecho por la componente del peso en *y*. Primeramente se calcula W_N (trabajo hecho por la normal). Como la fuerza normal (N) es perpendicular al movimiento, entonces no realiza ningún trabajo, es decir

$$W_N = 0$$
$$W_F = F\, s$$ Cálculo del trabajo hecho por la fuerza aplicada (W_F)

$$W_F = (820\ N)(9\ m) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$
$$W_F = 7{,}380\ N\,m$$
$$W_F = 7{,}380\ J$$

$$W_{fk} = -f_k\, s$$ Cálculo del trabajo hecho por la fuerza de fricción (W_{fk}), en donde W_{fk} tiene signo negativo porque la fuerza de fricción (f_k), actúa en sentido contrario al movimiento.

$$f_k = \mu_k N$$
$$N = w_y = mg \cos 30° \quad \text{Sustituyendo datos.}$$
$$w_y = (80\ kg)(9.8\ \frac{m}{s^2})(0.866)$$
$$w_y = 678.96\ N$$
$$f_k = (0.25)(678.96\ N)$$
$$f_k = 169.74\ N$$
$$W_{fk} = -(169.74)(9\ m) \quad \text{Sustituyendo en } W_{fk}.$$

$$W_{fk} = -1,527.66\ J$$

$W_{wx} = -w_x\, s$ **Cálculo del trabajo hecho por la componente del peso en la dirección del movimiento (W_{wx}).**
El signo negativo se debe a que la componente del peso en x (w_x) actúa en sentido contrario al movimiento del objeto.

$$w_x = mg \text{ sen } 30°$$
$$w_x = 392\ N$$

$W_{wx} = -(392\ N)(9\ m)$ **Sustituyendo datos en W_{wx}.**

$$W_{wx} = -3,528\ J$$

$W_{wy} = 0$ Cálculo del trabajo hecho por la componente del peso en y (W_{wy}) ya que la componente del peso en y es perpendicular al movimiento, no produce ningún trabajo.

$W_{neto} = W_N + W_F + W_{fk} + W_{wx} + W_{wy}$ Cálculo del trabajo neto (W_{neto})

$$W_{neto} = 0 + 7,380\ J - 1,527.66\ J - 3,528\ J + 0$$
$$W_{neto} = 2,324.34\ J$$

b) Para el trabajo resultante (W_R), primero se evalúa la fuerza resultante (F_R) en la dirección del movimiento, es decir

$$F_R = F - f_k - w_x$$

$F_R = 820\ N - 169.74\ N - 392\ N$ Sustituyendo datos.

$$F_R = 258.26\ N$$

Ahora bien, utilizando esta fuerza se calcula el trabajo resultante (W_R)

$$W_R = F_R\, s$$

$W_R = (258.26\ N)(9\ m)$ Sustituyendo datos.

$$W_R = 2,324.34\ N\ m$$
$$W_R = 2,324.34\ J$$

Comparando los resultados obtenidos para W_{neto} (la suma de los trabajos hechos por cada una de las fuerzas que actúan sobre el boque) y W_R (el trabajo realizado por la fuerza resultante en la dirección del movimiento), se observa que ambos tienen el mismo valor.

ENERGÍA CINÉTICA

Uno de los objetivos científicos es descubrir caminos para unificar y simplificar los diversos factores y conceptos en su campo de estudio. En unidades previas hemos estudiado las fuerzas y sus efectos como causa del movimiento. En principio podemos describir todos los movimientos en función de las fuerzas que los producen.

Sin embargo, dos conceptos de suma importancia que van a ser estudiados en la presente unidad, la energía y su conservación unifican y simplifican extraordinariamente la descripción del movimiento en muchos casos. Se encontrará que el concepto de conservación de la energía es un importante principio de unificación, no sólo en la mecánica, sino también en otras ramas de la física.

Iniciaremos el presente estudio con la definción de uno de los conceptos antes mencionados: la energía.

La energía representa la capacidad de un cuerpo para realizar un trabajo.

Como podrás ver se define en función del trabajo que se puede realizar y a partir de esta relación (trabajo-energía) vamos a seguir con su análisis, concretándonos a definir y estudiar la energía mecánica, su conservación y algunas aplicaciones específicas.

La energía mecánica es la que posee un cuerpo cuando en virtud de su movimiento o posición, es capaz de realizar un trabajo.

La energía mecánica (E) se divide en energía cinética (E_K) y energía potencial (E_P).

La energía cinética es la que posee un cuerpo al estar en movimiento.

Por ejemplo, una persona caminando, una pelota en movimiento, una corriente de agua, etc. En todos estos casos el cuerpo posee energía cinética, ya que puede realizar un trabajo debido a su movimiento, por ejemplo, la persona al correr puede derribar una puerta, la pelota, romper el vidrio de una ventana y la corriente de agua mover una lancha, de tal forma que los objetos en movimiento tienen la capacidad de realizar trabajo, es decir, poseen energía.

Al estudiar la energía cinética, consideraremos el efecto del trabajo hecho sobre un cuerpo el cual produce un cambio en su movimiento. Para efectuar este análisis utilizaremos la segunda ley de Newton, considerando que la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es constante, de tal forma que produce un movimiento uniformemente acelerado y en línea recta.

Consideraremos un objeto de masa (m), el cual se mueve sobre un plano horizontal como se muestra en la figura 6. Al aplicarle la fuerza constante (F) a lo largo de una distancia (s), su velocidad se incrementa desde su valor (v_o) hasta adquirir la velocidad (v_f) al final del recorrido. De las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado tenemos:

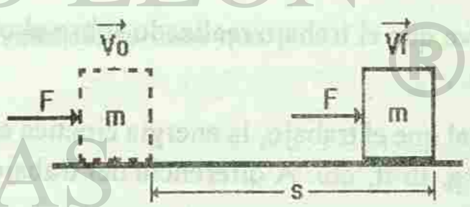


Fig. 6

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2s}$$

$$F = ma$$

$$F = m\left(\frac{v^2 - v_o^2}{2s}\right)$$

$$Fs = m\left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_o^2}{2}\right)$$

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_o^2}{2} \quad (2)$$

Es decir, el trabajo realizado por la fuerza resultante (F) sobre el objeto ha producido un cambio en la cantidad $\frac{mv^2}{2}$. Esta cantidad se define como la energía cinética (E_K) de la masa **m**.

En términos de esta energía cinética se puede escribir la ecuación (2) de la siguiente forma:

$$W = E_K - E_{K_o}$$

En donde E_{KO} es la energía cinética al inicio del movimiento y E_K es la energía cinética al final del movimiento, de tal forma que:

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 \quad (3)$$

$$\Delta E_K = E_K - E_{KO}$$

En estas expresiones ΔE_K representa el cambio en la energía cinética. Comparando las ecuaciones (2) y (3), tenemos:

$$W = \Delta = \Delta E_K \quad (4)$$

Esta ecuación es la representación matemática del importante Teorema del Trabajo y la Energía.

> *El trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un objeto, es igual al cambio en la energía cinética del objeto.*

Observa que el trabajo realizado sobre el objeto equivale al cambio en la energía, cinética transferida al mismo.

Al igual que el trabajo, la energía cinética es una cantidad escalar y se expresa en las mismas unidades, joules, erg, lb ft, etc. A diferencia del trabajo, la energía cinética nunca es negativa.

La energía cinética aumenta cuando el trabajo hecho sobre el objeto es positivo, ya que la fuerza resultante (o su componente en la dirección del movimiento) está aplicada en el sentido del movimiento, de tal forma que la velocidad aumenta. La energía cinética disminuye cuando el trabajo hecho sobre el objeto es negativo, ya que la fuerza resultante (o su componente en la dirección del movimiento) está aplicada en sentido contrario del movimiento, de tal forma que la velocidad disminuye.

> *Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento, es capaz de realizar un trabajo, el cual será igual al cambio en su energía cinética, según lo afirma el Teorema del Trabajo y la Energía.*

Ejemplo 4.

Un automóvil de 420 kilogramos, arrancando desde el reposo, alcanza una rapidez de 24 m/s en 10 segundos.

a) ¿Cuál es el cambio en su energía cinética?

b) ¿Cuánto trabajo se realizó sobre él?

Datos

$$m = 420 kg$$
$$v_o = 0$$
$$v = 24\ \frac{m}{s}$$
$$t = 10\ s$$

a) Puesto que inicia su movimiento desde el reposo, su energía cinética inicial es igual a cero, $E_{ko} = 0$, por otro lado

$$E_k = \frac{m v^2}{2}$$

Sustituyendo datos.

$$E_k = (420\ kg)\left(24\ \frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_k = (420\ kg)\left(576\ \frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$E_k = 120{,}960 \frac{kg\ m^2}{s^2}$$

$$E_k = 120{,}960 N\ m$$

$$E_k = 120{,}960\ J$$

$$\Delta E_k = E_k - E_{ko}$$

$$E_{ko} = 0$$

$$\Delta E_k = E_k$$

$$\Delta E_k = 120{,}960\ J$$

b) Dado que el trabajo es igual al cambio en la energía cinética, se tiene que

$$W = \Delta E_k$$

$$W = 120{,}960\ J$$

Ejemplo 5.

Una masa de 800 g ramos se deja caer desde una altura de 10.4 metros sobre la superficie de la Tierra. ¿Cuál será su velocidad al chocar contra el suelo?

$$m = 800\ g = 0.8\ kg$$
$$h = 10.4\ m \quad \text{Datos}$$
$$v_o = 0$$

Al ir descendiendo, la masa va aumentando su velocidad a partir del reposo ($v_0 = 0$), debido al trabajo hecho por el campo gravitacional de la Tierra, hasta llegar al suelo, de tal forma que

$$W = \Delta E_k \quad \text{(Teorema del Trabajo y la Energía)}$$
$$W = F s \quad \text{Definición}$$
$$F = w \quad \text{Fuerza igual al peso.}$$
$$W = w h \quad y \quad s = h$$
$$W = m g h$$
$$m g h = \Delta E_k$$
$$m g h = E_k - E_{ko}$$
$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 \quad \text{Sustituyendo } E_k \text{ y } E_{ko} \text{ en la expresión anterior.}$$
$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{Ya que } v_o = 0$$
$$2 g h = v^2 \quad \text{Eliminando las masas en ambos lados de la igualdad y despejando } v^2.$$
$$v^2 = 2 g h \quad \text{Como recordarás, esta expresión para es la misma que se obtiene mediante las ecuaciones de caída libre.}$$

Sustituyendo los valores conocidos.

$$v^2 = 2\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(10.4\ m)$$
$$\sqrt{v^2} = \sqrt{203.84\ \frac{m^2}{s^2}}$$
$$v = 14.28\ \frac{m}{s} \quad \text{En donde es la velocidad de llegada al suelo.}$$

2. ENERGIA POTENCIAL (E_p)

> *La energía potencial es la que posee un cuerpo en virtud de su posición, en un determinado campo de fuerza, que actúa sobre él.*

Esta energía potencial está asociada al trabajo que se debe de realizar sobre el objeto, para llevarlo de una posición a otra. Aquí nos ocuparemos solamente de la energía potencial gravitatoria que posee un cuerpo, debida a la atracción de la Tierra.

Al llevar un objeto de masa (m) desde una altura (h_1) hasta una altura mayor (h_2), a velocidad constante, se realiza un trabajo, en contra de la atracción gravitacional, en donde la fuerza aplicada es igual y opuesta al peso (w), ver figura 7.

$$W_F = F s \quad \text{Trabajo } (W_F) \text{ hecho por la fuerza aplicada.}$$
$$F = w \quad y \quad s = h = h_2 - h_1$$
$$W_F = w h$$
$$W_F = m g (h_2 - h_1)$$
$$W_F = m g h_2 - m g h_1 \quad (4)$$

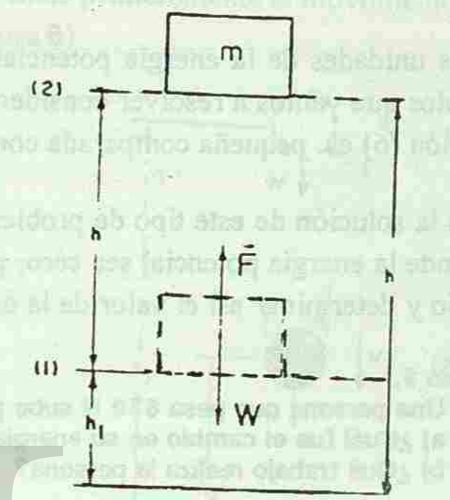


Fig. 7

Como en esta expresión W_F representa el trabajo hecho sobre la masa para llevarla de la posición inicial (h_1) a la posición final (h_2), entonces, $m g h_2 - m g h_2$ se puede interpretar como el cambio de la energía de posición, ya que está en función de la altura. Esta energía almacenada por la masa se conoce como la energía potencial gravitacional, ya que si el objeto se deja caer, su peso (w) realiza un trabajo a lo largo de todo su recorrido, con respecto a un nivel de referencia, que normalmente es el suelo.

Por lo anterior, se puede establecer en general, que

> *El trabajo hecho sobre la masa (m), para llevarla de una posición h1 a otra h2, es igual al cambio en su energía potencial gravitacional, y a su vez, un cambio en la energía potencial es igual al trabajo realizado sobre el objeto.*

$$\Delta E_p = W \quad (5)$$

Donde ΔE_p representa el cambio en la energía potencial, el cual viene dado por

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$$

Comparando esta última ecuación con la ecuación 4, resulta que

$$E_{p1} = m g h_1 \quad \text{Representa la energía potencial gravitacional en el punto 1.}$$
$$E_{p2} = m g h_2 \quad \text{Representa la energía potencial gravitacional en el punto 2.}$$
$$\Delta E_p = m g h_2 - m g h_1$$
$$\Delta E_p = m g (h_2 - h_1) \quad h = h_2 - h_1$$

$$\Delta E_p = m\,g\,h$$

$$E_{p2} - E_{p1} = m\,g\,h$$

Esta expresión depende del nivel de referencia que se tome. Suponiendo que el nivel de referencia es la superficie de la Tierra, entonces

$h_1 = 0$, de donde $E_{p1} = 0$

$$E_p = m\,g\,h \qquad (6)$$

Energía potencial (E_p) en cualquier punto en h donde se mide a partir del nivel de referencia.

Las unidades de la energía potencial son las mismas que se utilizan para el trabajo. En todos los ejemplos que vamos a resolver consideraremos el valor de g constante, debido a que la altura (h) en la ecuación (6) es pequeña comparada con el radio de la Tierra, en puntos cercanos a su superficie.

En la solución de este tipo de problemas se recomienda al alumno establecer la referencia del nivel en donde la energía potencial sea cero, para que a partir de este punto se mida la posición del objeto en estudio y determinar así el valor de la energía potencial.

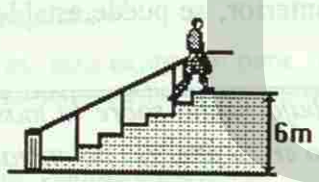
Ejemplo 6.

Una persona que pesa 630 N sube por una escalera hasta una altura de 6 metros.
a) ¿Cuál fue el cambio en su energía potencial?
b) ¿Qué trabajo realiza la persona?

En este problema se considera que la energía cinética no tiene ninguna variación.

$w = 630\ N$ Datos
$h = 6\ m$

a) Tomando el suelo como el nivel de referencia en donde $E_{po} = 0$, se tiene:



$$\Delta E_p = E_p - E_{po} = E_p$$

$$E_p = m\,g\,h = w\,h$$

$$\Delta E_p = w\,h$$

$$\Delta E_p = (630\ N)(6\ m)$$ Sustituyendo datos.

$$\Delta E_p = 3{,}780\ N\,m$$

$$\Delta E_p = 3{,}780\ J$$

b) Dado que el trabajo es igual al cambio de energía potencial ($W = \Delta E_p$), se tiene que

$$W = 3{,}780\ J$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Como ya lo hemos mencionado, la energía mecánica se divide en energía potencial (E_p) y energía cinética (E_k), las cuales se han tratado por separado. En esta parte del curso se analizará la energía mecánica que posee un sistema, formado por la Tierra y un objeto de cierta masa (por ejemplo, un cuerpo

que se mueve libremente bajo la acción de la gravedad, un péndulo que oscila bajo la acción de la misma); en el estudio de este sistema se despreciará el efecto de la fricción del aire. El otro ejemplo que vamos a analizar es el deslizamiento de una masa determinada sobre un plano inclinado, primero el caso ideal (cuando se desprecia la fricción) y posteriormente el caso más general (en el que se considerará el trabajo realizado para vencer la fuerza de fricción).

Para iniciar nuestro estudio de la energía mecánica, consideraremos primeramente el movimiento de un objeto en caída libre, bajo la acción de la gravedad (ver la figura 8).

Como se podrá apreciar, la única fuerza que interviene es la atracción gravitacional de la Tierra. Representando como Wg el trabajo hecho por la acción de la gravedad, al aplicar el Teorema del Trabajo y la Energía, resulta que

$$W_g = \Delta E_k \qquad (7)$$

donde ΔE_k representa el cambio en la energía cinética. Por otra parte, se tiene que el trabajo hecho por el campo gravitacional es igual al cambio en la energía potencial del sistema (Tierra - masa).

$$W_g = -\Delta E_p \qquad (8)$$

el signo menos indica que al ir descendiendo, su energía potencial va disminuyendo. Comparando las ecuaciones (7) y (8), resulta:

$$W_g = \Delta E_k = -\Delta E_p$$

$$\Delta E_k = -\Delta E_p \qquad (9)$$

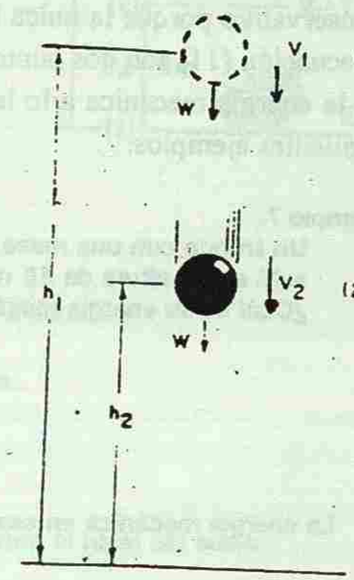


Fig. 8

En esta ecuación (9), el signo menos indica que un incremento en la energía cinética, trae consigo una disminución igual en la energía potencial del sistema y viceversa. A este sistema se le da el nombre de sistema conservativo.

Sistema conservativo es en el cual la energía mecánica se conserva y a las fuerzas que actúan sobre él se les llama fuerzas conservativas, como es el caso de la fuerza gravitacional.

De la ecuación (9) se tiene que:

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}\,m\,v_2^2 - \frac{1}{2}\,m\,v_1^2\right) + (m\,g\,h_2 - m\,g\,h_1) = 0$$

$$\frac{1}{2}\,m\,v_1^2 + m\,g\,h_1 = \frac{1}{2}\,m\,v_2^2 + m\,g\,h_2 \qquad (10)$$

Reagrupando términos. En donde el extremo izquierdo representa la energía mecánica en el punto 1 (E_1) y el extremo derecho representa la energía mecánica en el punto 2 (E_2) de la trayectoria.

$$E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$E_1 = E_2 \quad (11)$$

Esta expresión representa la conservación de la energía mecánica. Este sistema (Tierra-masa) es conservativo porque la única fuerza que actúa es la fuerza gravitacional. Dado que los puntos 1 y 2 en la ecuación (11) son dos puntos cualesquiera de la trayectoria, entonces, podemos concluir que el valor de la energía mecánica a lo largo de todo el recorrido, permanece constante o invariable. Veamos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 7.

Un tronco con una masa de 5 kilogramos cae libremente desde lo alto de una montaña, cuando está a una altura de 50 metros sobre el nivel del piso, tiene una velocidad de 20 m/s. ¿Cuál es su energía mecánica en esta posición?

$$m = 5\ kg$$
$$h = 50\ m \qquad \text{Datos}$$
$$v = 20\ \frac{m}{s}$$

La energía mecánica en esa posición es

$$E = E_p + E_k$$

$$E_p = m g h$$

$$E_k = \frac{m b^2}{2}$$

$$E = m g h + \frac{m v^2}{2}$$

$$E = (5\ kg)\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(50\ m) + \frac{5\ kg)\left(20\ \frac{m}{s}\right)^2}{2} \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$E = 2{,}450\ N m + 1{,}000\ N m$$

$$E = 3{,}450\ N m$$

$$E = 3{,}450\ J$$

Ejemplo 8.

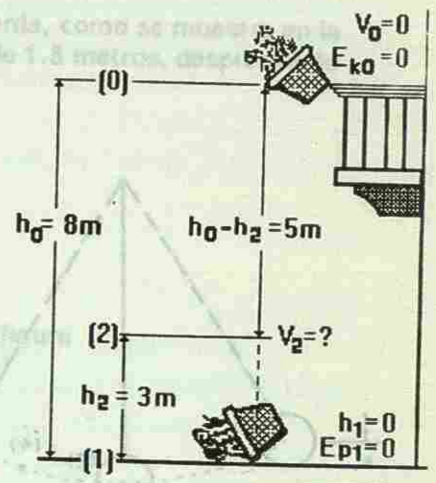
Una maceta con una masa de 16 kilogramos, cae desde un tercer piso ubicado a 8 metros de altura.

a) ¿Cuál es su energía cinética al chocar contra el piso?

b) ¿Con qué velocidad llega al piso?

c) ¿Cuál es su velocidad cuando ha descendido 6 metros?

a) Tomando en cuenta la ley de la conservación de la energía mecánica para los puntos (0) y (1), tenemos



$$E_0 = E_1$$

$$E_{KO} + E_{po} = E_{K1} + E_{P1}$$

$$\text{Como } E_{KO} = 0 \text{ y } E_{P1} = 0$$

$$E_{PO} = E_{K1}$$

donde

$$E_{PO} = mgh$$

$$E_{K1} = mgh$$

entonces

$$E_{K1} = (16\ kg)(9.8\ m/s^2)(8\ m)$$

Sustituyendo datos.

$$E_{K1} = 1{,}254.4\ J.$$

b) Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, se puede emplear

$$E_{k1} = \frac{m v_1^2}{2}$$

$$V_1^2 = \frac{2 E_{k1}}{m} \quad \text{Despejando } v_1^2 \text{ de la ecuación.}$$

$$v_1^2 = \frac{2\ (1{,}254.40\ J)}{16\ kg} \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$v_1 = 12.52\ \frac{m}{s}$$

c) Cuando la maceta ha descendido 5 metros, se encuentra a 3 metros sobre el nivel del suelo

$E_0 = E_2$

$$_{PO} = E_{K2} + E_{P2}$$

$$E_{K2} = E_{PO} - E_{P2} \quad \text{Despejando } E_{K2}$$

$$m(v_2^2)/2 = mgh_o - mgh_2$$

$$\frac{m(v_2^2}{2} = mg(h_o - h_2) \quad \text{Reagrupando términos.}$$

$$v_2^2 = mgh$$

eliminando m en ambos lados de la ecuación y despejando v_2^2 y con $h_o - h_2 = 5$ m.

$$v_2^2 = 2(9.8\ \frac{m}{s^2})(5\ m)$$

$$v_2^2 = 9.93\frac{m}{s}$$

Un segundo caso que vamos a estudiar, es el de un péndulo, el cual inicia su movimiento de oscilación desde una cierta altura (h), con respecto al nivel más bajo de su recorrido, como se muestra en la figura 9.

El movimiento del péndulo se realiza bajo la acción de la gravedad y su trayectoria es circular. Consideremos que el nivel de referencia pasa por el punto más bajo de su trayectoria y que la masa inicia su movimiento a partir del reposo (1).

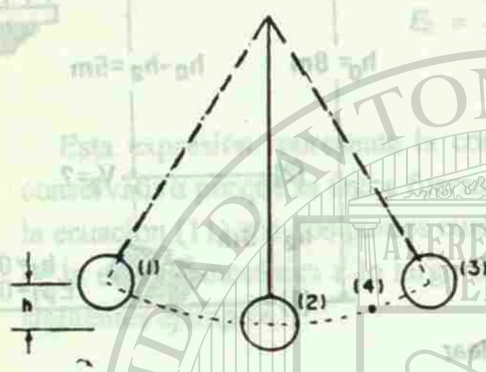


Fig. **9** *En un péndulo se intercambian continuamente la energía potencial y la energía cinética. En este movimiento se desprecia la fricción del aire.*

En este movimiento se observa que en el punto (1) la energía es puramente potencial (E_p) ya que su energía cinética (E_k) es cero y a medida que el objeto desciende, la energía potencial disminuye, aumentando su energía cinética en la misma proporción, hasta llegar a su punto más bajo (2), en donde su energía mecánica es puramente cinética (E_k). Posteriormente, inicia su ascenso de tal forma que su energía cinética disminuye, aumentando su energía potencial en la misma proporción, hasta alcanzar el punto más alto (3), en donde el objeto se detiene y su energía mecánica vuelve a ser puramente potencial. A partir del análisis anterior, se tiene que

$$E_1 = E_2 = E_3 \quad (12)$$

Esta igualdad se satisface ya que sobre el sistema solamente actúa la atracción de la gravedad, la cual es una fuerza conservativa. De acuerdo a la ecuación (11), este resultado se puede aplicar a cualquier punto de la trayectoria, como por ejemplo el punto (4), en donde

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4$$

con la aclaración de que la energía mecánica en este punto (4) es la suma de la energía cinética y potencial, no siendo ninguna de ellas cero (como en los otros puntos de referencia); sin embargo, la suma de dichas energías es igual a la energía mecánica en los tres puntos anteriormente citados.

Un problema que frecuentemente se plantea, es el cálculo de la velocidad en el punto más bajo de su trayectoria, conociendo la altura (h) desde la que se soltó. Para esto se aplica el principio de conservación de la energía mecánica, entre los puntos 1 y 2 de su trayectoria, es decir

$$E_1 = E_2$$

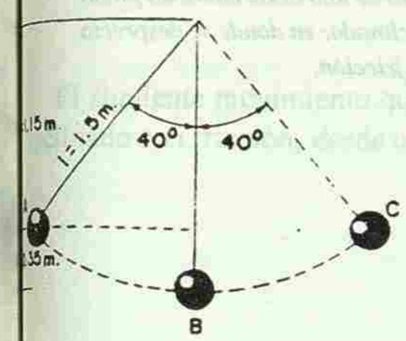
Este resultado es el mismo que se obtuvo con las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, lo cual indica que si se cumple la conservación de la energía mecánica, entonces, en su aplicación no importa la trayectoria a seguir, sino solamente los puntos inicial y final del recorrido. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 6.

Un péndulo simple consta de una masa suspendida mediante una cuerda, como se muestra en la figura. Si la masa es de 0.4 kilogramos y la cuerda tiene una longitud de 1.5 metros, despreciando la fricción del aire, calcular:

a) La rapidez en el punto B.

b) La energía cinética en el punto B.



Datos:

$m = 0.4\ kg$

$l = 1.5\ m$

$\cos 40° = \frac{a}{l}$ De acuerdo con la figura

$a = l \times \cos 40°$

$a = (1.5\ m)(0.766)$

$a = 1.15\ m$

$l = a + h$

$h = l - a$

$h = 1.5\ m - 1.15\ m$

$h = 0.35\ m$

a) Dado que se trata de un sistema conservativo, se tiene que

$E_A = E_B$ En donde E_A es la energía mecánica en el punto A y E_B es la energía mecánica en el punto B.

$E_A = E_{pA} + E_{kA}$

$E_B = E_{pB} + E_{kB}$

$E_{pA} + E_{kA} = E_{pB} + E_{kB}$

$E_{pA} = E_{kB}$ En el punto A el péndulo se encuentra en reposo, es decir, $E_{kA} = 0$. Ahora bien tomando la referencia a partir del nivel más bajo de la trayectoria del péndulo, resulta que $E_{pB} = 0$.

$E_{kB} \quad E_{pA}$

$\frac{m\,v_B^2}{2} = m\,g\,h$ Sustituyendo las expresiones de E_{kB} y E_{pA} en la ecuación anterior.

$v_B^2 = 2\,g\,h$ Cancelando la masa en ambos lados de la igualdad y despejando v_B^2

$v_B^2 = 2\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(0.35\ m)$ Sustituyendo datos.

$v = 2.62\ \frac{m}{s}$

b) Para calcular la energía cinética en el punto B se emplea la siguiente ecuación

$$E_{kB} = \frac{m\,v_B^2}{2}$$

$E_{kB} = \frac{(0.4\ kg)\left(2.62\ \frac{m}{s}\right)^2}{2}$ Sustituyendo datos.

$$E_{kb} = 1.37\ J$$

A continuación se considerará el movimiento de un bloque que se desliza sobre un plano inclinado, en donde se desprecia la fricción. Inicialmente se empuja hacia arriba a velocidad constante mediante una fuerza paralela al plano. Como se observa en la figura 10.

Dado que el bloque se desliza a velocidad constante.

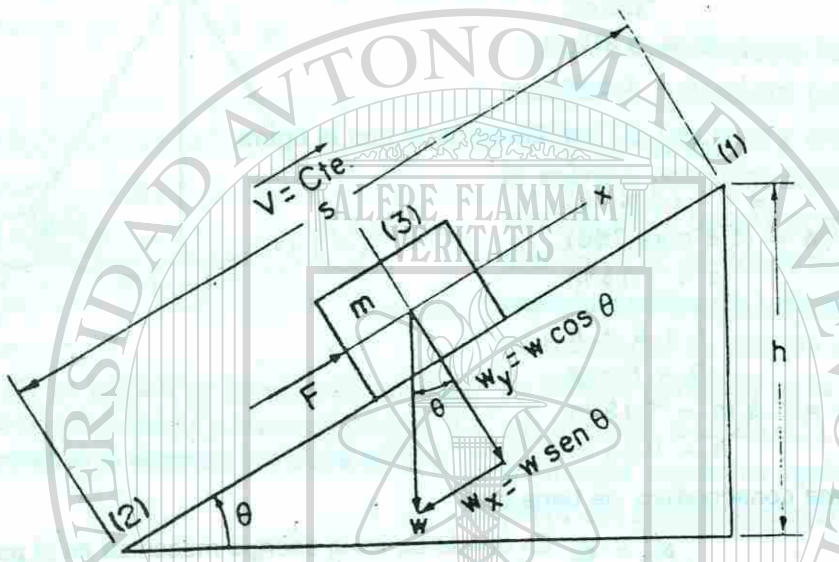


Fig. 10. Deslizamiento hacia arriba de una masa sobre un plano inclinado, en donde se desprecia la fricción.

$$F = w_x$$

$$F = w \operatorname{sen}\theta$$

$$F = m\,g \operatorname{sen}\theta$$

El trabajo realizado por esta fuerza para subir la masa (m) a lo largo del plano inclinado, recorriendo una distancia (s) hasta llevarla a la altura (h), será

$$W = F\,s$$

$$W = w_x\,s \quad \text{como } F = w_x$$

$$W = m\,g \operatorname{sen}\theta\, s$$

$W = m\,g\,(s \operatorname{sen}\theta)$ Como el $\operatorname{sen}\theta = h/s$, entonces, $h = s \operatorname{sen}\theta$, de tal forma que

$$W = m\,g\,h$$

En esta expresión, h representa la altura a la que se eleva el bloque usando para ello el plano inclinado. Como se podrá apreciar, el trabajo para subir el bloque no depende de la trayectoria a seguir, sino solamente del nivel de referencia, que determina la altura (h). Este trabajo realizado sobre la masa, se almacena en forma de energía potencial $E_p = m\,g\,h$. Si se suelta esta masa desde lo alto del plano, su energía mecánica que es puramente energía potencial (E_p) se va transformando en energía cinética (E_k), de tal forma que al llegar a la base, toda su energía potencial se ha transformado en energía cinética.

$$E_{p1} = E_{k2}$$

Esta expresión se sustenta en el hecho de que la única fuerza que actúa sobre la masa es la atracción gravitacional, la cual es una fuerza conservativa y establece que la pérdida en la energía potencial trae consigo una ganancia igual en energía cinética. Esta igualdad se satisface para cualesquiera dos puntos de la trayectoria, en particular para el 1 y el 3. En el punto (3) el objeto, posee tanto energía potencial como energía cinética.

$$E_1 = E_3$$

$$E_3 = E_{k3} + E_{p3}$$

El siguiente movimiento que se analizará es el de una masa que se desliza libremente sobre un plano inclinado con fricción, desde una cierta altura (*h*) , ubicada en el punto (1), a partir del reposo, ver figura 11.

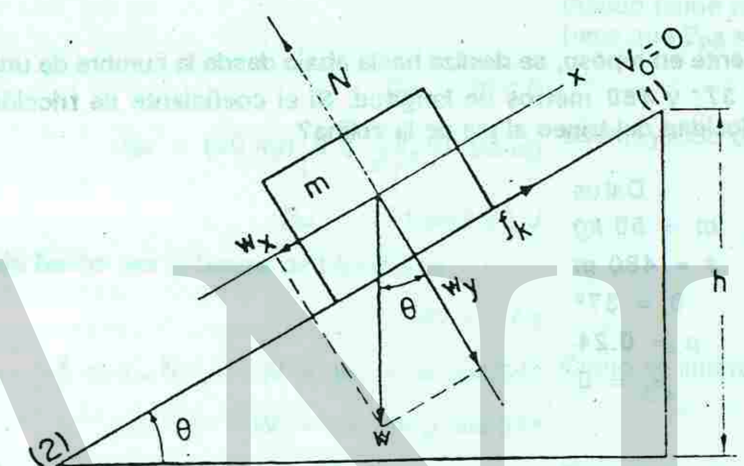


Fig. 11 Deslizamiento libre de una masa sobre un plano inclinado con fricción.

En este caso, las fuerzas que actúan son: la atracción gravitacional de la Tierra y la fuerza de fricción (*f*). Como ya se ha visto, el campo gravitacional de la Tierra no produce cambios en la energía mecánica del objeto, por ello se estudiará solamente el efecto de la fuerza de fricción sobre su movimiento. Como la fuerza de fricción realiza un trabajo sobre el objeto, a lo largo de la distancia recorrida, entonces, se produce un cambio en su energía mecánica , es decir

$$W_f = \Delta E$$

En donde el lado derecho de esta expresión (ΔE) representa el cambio en la energía mecánica, de tal forma que

$$W_f = E_2 - E_1$$

siendo E_1 y E_2 la energía mecánica en los puntos inicial y final, respectivamente. Por otra parte, el término del lado izquierdo (W_f) representa el trabajo hecho por la fuerza de fricción.

$$W_f = -f_k\, s$$

A partir de los diferentes movimientos, anteriormente analizados, se puede concluir que:

> *La energía mecánica de un cuerpo se conserva durante su movimiento, cuando una pérdida en su energía potencial, trae consigo un aumento igual en su energía cinética y viceversa. Este cambio es debido al trabajo hecho por fuerzas conservativas.*

Por otra parte, si la fuerza de fricción actúa sobre el movimiento de un cuerpo, produce una disminución en su energía mecánica, es decir, la energía mecánica no se conserva. De lo anterior se puede concluir que la fuerza de fricción no es una fuerza conservativa. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 7.

Un trineo de 50 kilogramos inicialmente en reposo, se desliza hacia abajo desde la cumbre de una colina que tiene una pendiente de 37° y 480 metros de longitud. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.24, ¿Cuál es la velocidad del trineo al pie de la colina?

Datos

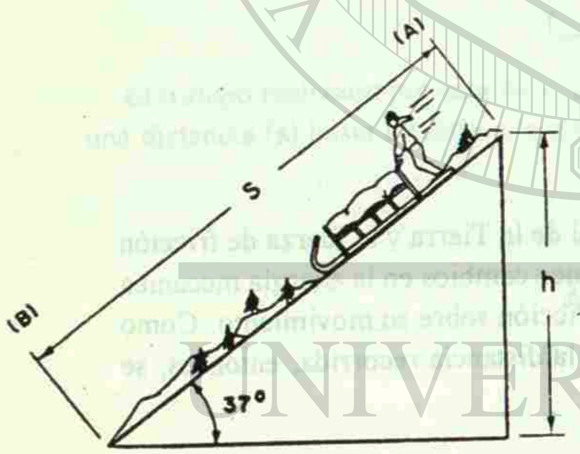
$m = 50\ kg$

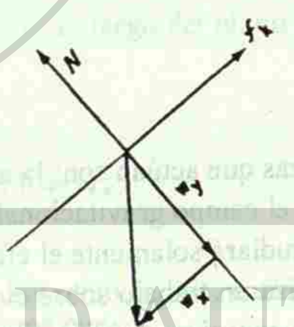
$s = 480\ m$

$\theta = 37°$

$\mu_k = 0.24$

$v_o = 0$





De acuerdo con la figura

$\text{sen } 37° = h / s$

$h = s \times \text{sen } 37°$ Despejando h

$h = (480\ m)(0.602)$ Sustituyendo datos

$h = 288.96\ m$

Puesto que el sistema es no conservativo.

$$W_f = \Delta E$$

$\Delta = W_f$

$E_B - e_A = W_f$ En donde la diferencia de la energía mecánica (E_B - E_A) es el cambio en la energía mecánica, debido al trabajo hecho por la fuerza de fricción.

$E_B = E_A + W_f$ Reacomodando la ecuación.

$E_A = E_{pA} + E_{kA}$ sustituyendo

$E_B = E_{pB} + E_{kB}$

$E_{pB} + E_{kB} = E_{pA} + E_{kA} + W_f$

$E_{kB} = E_{pA} + W_f$ Dado que el trineo inicia su movimiento desde el reposo, entonces, $E_{kA} = 0$; por otro lado, tomando como referencia el plano horizontal, se tiene que $E_{pB} = 0$.

$E_{pA} = m\,g\,h$

$E_{pA} = (50\ kg)\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(288.96\ m)$ Sustituyendo datos.

$E_{pA} = 141{,}590.40\ J$

El trabajo hecho por la fuerza de fricción es

$W_f = -f\,s$

$f = \mu_k N$ y $N = w_y = w \cos 37°$ Como se ilustra en el diagrama de fuerzas.

$W_f = -\mu_k\, m\, g \cos 37°$

$W_f = -(0.24)(50\ kg)\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(0.700)(480\ m)$ Evaluando esta expresión.

$W_f = -45{,}101.95$

Para calcular la velocidad del trineo al pie de la colina (v_B) se utiliza la expresión

$E_{kB} = E_{pA} + W_f$

$E_{kB} = 141{,}590.40\ J - 45{,}101.95\ J$ Sustituyendo los valores de E_{pA} y W_f

$E_{kB} = 96{,}488.45\ J$

$E_{kB} = \frac{m\, v_B^2}{2}$

$v_B^2 = \frac{2\, E_{kB}}{m}$

$$v_B^2 = \frac{2\left(96{,}488.45\ kg\,\frac{m}{s^2}\cdot m\right)}{50\ kg}$$

$v_B^2 = 3{,}859.54\ \frac{m^2}{s^2}$

$v_B = 62.12\ \frac{m}{s}$

LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Como ya hemos visto, un sistema cambia su energía, si sobre él se realiza un trabajo, o bien, si el sistema realiza un trabajo sobre un objeto. Es decir, si el sistema interacciona con el exterior, su energía total no se conserva. Por otro lado, si el sistema se encuentra aislado, aunque su energía mecánica cambie, la energía total permanece constante, de tal manera que la energía puede transformarse de una forma a otra, pero la energía total siempre permanece igual. Siendo la energía total la suma de todas las diferentes energías del sistema (cinética, potencial, calorífica, eléctrica, etc.).

Lo anterior nos lleva a enunciar el principio fundamental de la Física conocido como la Ley de la Conservación de la Energía:

La energía total de un sistema aislado, no se crea ni se destruye sólo se tranforma.

POTENCIA

El tiempo necesario para llevar a cabo un trabajo o la rapidez con la cual se realiza es de gran importancia en muchas aplicaciones técnicas. Al realizar un trabajo, por ejemplo, subir un escritorio de un piso a otro, puede llevar segundos, minutos u horas; en todos estos casos se efectúa el mismo trabajo, si la fuerza aplicada es siempre la misma. En ingeniería es frecuente la fabricación de maquinaria y equipo en donde se contempla la rapidez con la cual se realizará determinado trabajo. Al efectuar el recorrido de una determinada distancia, nos fatiga más realizarla corriendo y en segundos, que hacerlo caminando y en minutos. En general, el hombre siempre ha buscado realizar su trabajo en el menor tiempo posible, de aquí la necesidad de incluir un nuevo concepto en el cual se considere el tiempo en efectuar un trabajo determinado. Para ello, se define la potencia (P) como la cantidad de trabajo realizado en la unidad de tiempo. Si un determinado trabajo (W) se realiza en un intervalo de tiempo (Δt), la potencia media P viene dada por

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad (3)$$

en donde P representa la potencia promedio durante un intervalo de tiempo (Δt), en el cual se efectúa el trabajo (W).

En el Sistema Internacional (SI) la unidad de potencia es el Joule/segundo el cual recibe el nombre de watt o vatio (W)

Un watt o vatio se define como la potencia desarrollada al realizar un trabajo de 1 Joule en un tiempo de 1 segundo.

Un múltiplo de esta unidad es el kilowatt el cual equivale a 10^3 W, 1kW = 10^3 W.

En el Sistema Inglés, la unidad de potencia es lb ft/s. Un múltiplo de esta unidad que se utiliza con mucha frecuencia, para hablar de la potencia en motores y máquinas, es el caballo de fuerza (hp), cuya equivalencia en lb ft/s y watt es

$$1\ hp = 550\ \frac{lb\ ft}{s} \quad 1\ \text{hp} = 746\ \text{watt}$$

En el Sistema c g s la unidad es el erg/s.

En general, la potencia media desarrollada viene dada por

$$P = \frac{W}{t}$$

en donde t representa el tiempo en el cual se efectúa el trabajo (W). Si la fuerza(F) es constante, entonces la potencia media viene dada por

$$P = \frac{F s}{t}$$

$$W = F s$$

$$P = F\left(\frac{s}{t}\right) \quad \text{Reagrupando}$$

$$P = F\bar{v} \quad (4)$$

donde $v = \frac{s}{t}$ es la rapidez media.

A partir de esta expresión (4) se concluye que la potencia desarrollada se puede expresar en función de la rapidez con la que se realiza un trabajo. Veamos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 4.

Si un elevador de 2,400 kilogramos sube 20 metros de altura en 1 minuto, a velocidad constante,
a) ¿Qué trabajo realiza el motor?
b) ¿Cuál es la potencia del motor en watts?
c) ¿Cuál es la potencia en hp?

$$m = 2{,}400\ \text{kg}$$
$$h = 20\ \text{m} \quad \text{Datos}$$
$$t = 1\ \text{min} = 60\ \text{s}$$

a) Para calcular el trabajo, se tiene que F = w, ya que la velocidad con que sube es constante, por lo cual

$$W = F h$$
$$W = w h$$
$$W = m g h$$
$$W = (2{,}400\ \text{kg})\ (9.8\ \text{m/s}^2)\ (20\ \text{m}) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$
$$W = 470{,}400\ \text{N m}$$
$$W = 470{,}400\ \text{J}$$

b) Para calcular la potencia media (P), se tiene que

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{470{,}000\ J}{60\ s} \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$P = 7{,}840\ watts$$

c) Para efectuar la conversión, se utiliza el factor 1 hp = 746 watt, de tal forma que

$$7{,}840\ watts = 7{,}840\ watts\left(\frac{1\ hp}{746\ watts}\right)$$

$$7{,}840\ watts = 10.50\ hp$$

Ejemplo 5.

Un motor produce una fuerza de 450 N sobre la banda de un transportador y la mueve con una rapidez constante de 5.5 m/s. ¿Cuál es la potencia media del motor? en,

a) kW;

b) hp

$$F = 450\ N \quad \text{Datos}$$

$$v = 5.5\ \frac{m}{s}$$

a) Para calcular la potencia usamos la ecuación

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{F s}{t}$$

$$P = f v$$

$$P = (450\ N)\left(5.5\ \frac{m}{s}\right) \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$P = 2{,}475\ \frac{Nm}{s}$$

$$P = 2{,}475\ \frac{J}{s}$$

$$P = 2{,}474\ watts$$

$$P = 2.475 kW$$

b) Para efectuar la conversión de unidades, se tiene que

$$1\ hp = 746\ watts$$

$$2{,}475\ watts = 2{,}475\ watts\left(\frac{1\ hp}{746\ watts}\right)$$

$$2{,}475\ watts = 3.31\ hp$$

AUTOEVALUACIÓN

I. Lee detenidamente cada enunciado y escribe en el guión de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

____ 1. El trabajo es una cantidad

a) Escalar **b) Vectorial**
c) Numérica **d) Adimensional**

____ 2. La magnitud del trabajo realizado cuando la fuerza forma un ángulo de 90° con la dirección del desplazamiento, es igual a

a) Cero **b) mgh**
c) mg **d) F s**

____ 3. El ángulo entre la fuerza aplicada y el desplazamiento para el cual el trabajo tiene su valor máximo, es

a) 0° **b) 45°**
c) 90° **d) 180°**

____ 4. Es la unidad de trabajo en el Sistema Internacional de unidades

a) watt **b) Newton**
c) erg **d) joule**

____ 5. Si la fuerza y el desplazamiento a lo largo del cual actúa la fuerza,están en direcciones opuestas,el trabajo tiene signo

a) No tiene signo **b) Positivo**
c) Negativo **d) Ninguna de las anteriores**

____ 6. La fuerza que se utiliza para realizar un trabajo es de tipo

a) Gravitacional **b) Eléctrica**
c) Mecánica **d) Cualquier tipo de fuerza**

____ 7. La equivalencia de un joule en erg, es

a) 1,000 erg **b) 1 x 10^7 erg**
c) 1 x 10^{-5} erg **d) 100 erg**

____ 8. Representa el trabajo hecho en la unidad de tiempo.

a) Peso **b) Potencia**
c) Fuerza **d) Ninguna de las anteriores**

____ 9. El trabajo realizado para levantar una masa (m) a una altura (h) viene dada por

a) mgv **b) w**
c) mg **d) mgh**

____ 10. Es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 joule en un tiempo de 1 segundo.

a) watts **b) joule**
c) Caballo de vapor **d) Caballo de fuerza**

_____ 11. La equivalencia de un caballo de vapor (hp) en watts, es

a) 476 watts b) 647 watts
c) 746 watts d) 674 watts

_____ 12. Es la expresión del joule en unidades fundamentales

a) kgm^2/s^2 b) kgm/s^2
c) kgm^2/s d) kgm/s

_____ 13. Es el trabajo realizado por una fuerza de un Newton aplicado a lo largo de una distancia de 1 metro.

a) watts b) dina
c) joule d) erg

_____ 14. Es una cantidad escalar cuyo valor se obtiene mediante el producto del desplazamiento y la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento

a) Trabajo b) Potencia
c) Eficiencia mecánica d) watts

_____ 15. El tipo de energía mecánica que posee un cuerpo debido a su movimiento, es

a) Potencial b) Cinética
c) Térmica d) Química.

_____ 16. Equivale a la suma de las energías cinética y potencial de un cuerpo

a) Energía dinámica b) Energía gravitacional
c) Energía mecánica d) Energía calorífica.

_____ 17. Es la energía que tiene un cuerpo debido a su posición con respecto a un nivel de referencia

a) Potencial b) Térmica
c) Cinética d) Rotacional.

_____ 18. El aumento en la energía potencial gravitacional de un objeto se debe

a) Al trabajo que el objeto hace sobre otro.
b) Al aumento de su velocidad.
c) Al trabajo que se realiza sobre él para levantarlo.
d) Ninguna de las respuestas anteriores.

_____ 19. La energía cinética de un objeto depende de

a) La masa y la velocidad del objeto. b) La masa y la aceleración del objeto.
c) La fuerza y su velocidad. d) El tiempo y la fuerza.

_____ 20. La energía es una cantidad física de tipo

a) Fundamental b) Escalar
c) Vectorial d) Derivada

_____ 21. Una disminución en la energía cinética de un objeto es el resultado de

a) La aplicación de una fuerza vertical.
b) Una aceleración continua.
c) La realización de un trabajo positivo sobre el objeto.
d) La realización de un trabajo negativo sobre el objeto.

_____ 22. La energía potencial gravitacional de un cuerpo, en una posición particular no depende

a) Del peso del cuerpo. b) Del campo gravitacional de la Tierra.
c) De la altura. d) De la trayectoria para llegar a dicha posición.

_____ 23. Es la unidad para medir la energía en el Sistema Internacional de unidades

a) joule b) watt
c) Newton d) dina.

_____ 14. Es la causa por la que la energía mecánica no se conserva

a) La fuerza centrípeta. b) La fuerza de reacción.
c) La fuerza gravitacional. d) La fuerza de fricción.

II. Anota en el espacio del lado izquierdo una "F" si el enunciado es falso o una "V" si éste es verdader. Da la razón de tu respuesta.

____1. Cuando un cuerpo posee energía, tiene la capacidad de realizar un trabajo.

____2. Las unidades en que se mide la energía son las mismas para la potencia.

____3. Cuando un cuerpo realiza un trabajo, aumenta su energía mecánica.

____4. La energía potencial aumenta con la altura.

____5. Cuando un cuerpo cae libremente, aumenta su energía cinética.

____6. En un sistema conservativo, la suma de la energía potencial y la energía cinética es la misma.

____7. Para medir la energía potencial de un cuerpo, siempre se toma como referencia la superficie de la Tierra, es decir, que la energía potencial es cero a ese nivel.

____8. Si un cuerpo es lanzado hacia arriba, su energía potencial disminuye y su energía cinética aumenta.

____9. En la parte inferior de la oscilación de un péndulo, toda su energía mecánica es energía potencial.

____10. En un sistema mecánico conservativo, si disminuye la energía cinética, entonces, la energía potencial también disminuye.

III. Define brevemente lo que a continuación se te plantea.

1. Principio de conservación de la energía mecánica.

2. El Teorema de Trabajo y la Energía.

PROBLEMAS DE TRABAJO Y POTENCIA.

1. Un estudiante empuja un escritorio, con una fuerza horizontal de 120 N, y lo mueve una distancia de 4 metros a través del piso, en un tiempo de 5 segundos. Calcular,
   a) El trabajo realizado.
   b) La potencia desarrollada.
2. Se requiere una fuerza de 800 N para empujar un auto en un estacionamiento. Dos personas empujan el auto una distancia de 40 metros en un tiempo de 10 segundos. Calcular,
   a) El trabajo realizado.
   b) La potencia desarrollada en hp.
3. Una persona empuja una cortadora de pasto a lo largo de un jardín, aplicándole una fuerza de 200 N a un ángulo de 30° con la horizontal, a lo largo de una distancia de 25 metros, durante un tiempo de 20 segundos. Calcular, a) El trabajo realizado en la dirección del movimiento. b) La potencia desarrollada .
4. Un marinero jala un bote desde un muelle con una cuerda que forma un ángulo de 60° con la horizontal.
   a) ¿Cuánto trabajo se realiza, si el marinero ejerce una fuerza de 250 N sobre la cuerda y mueve el bote una distancia de 30 metros?
   b) ¿Qué potencia se desarrolla si la fuerza es aplicada durante un tiempo de 40 segundos?
5. Un bloque de 8 kilogra,os se empuja hacia arriba, mediante una fuerza de 60 N, paralela al movimiento sobre una rampa sin fricción y con una pendiente de 20°.
   a) ¿Cuánto trabajo se realiza si la longitud de la rampa es de 8 metros?
   b) ¿Qué potencia se desarrolla si el movimiento se efectúa en un tiempo de 10 segundos?
6. Una caja de 100 kilogramos se empuja hacia arriba mediante una fuerza de 1,400 N por un plano inclinado a 30° y de 1.5 metros de alto. Despreciando la fricción, calcular,
   a) El trabajo que se efectúa en el proceso.
   b) La potencia desarrollada si el movimiento tarda 2.4 segundos.
7. Un motor eléctrico sube un elevador de 1.2×10^4 N de peso una altura de 9 metros en un tiempo de 15 segundos.
   a) ¿Cuál es el trabajo realizado por el motor?
   b) ¿Cuál es la potencia desarrollada?

8. Un alpinista de 75 kilogramos carga una mochila de 12 kilogramos mientras sube una montaña. Al cabo de 5.4 minutos, el alpinista se encuentra a una altura de 20 metros sobre su punto de partida.
   a) ¿Cuánto trabajo ha realizado el alpinista sobre la mochila?
   b) ¿Cuál es el trabajo total realizado?
   c) Determinar la potencia total desarrollada durante los 5.4 minutos.
9. Una fuerza horizontal de 20 N tira de un pequeño trineo a través del terreno con velocidad constante. La velocidad es constante porque la fuerza de rozamiento equilibra exactamente la atracción de 20 N. Si se cubre una distancia de 42 metros,
   a) ¿Cuál es el trabajo hecho por la fuerza de tracción?,
   b) ¿Cuál es el trabajo de la fuerza de rozamiento?,
   c) ¿Cuál es el trabajo total o neto que se ha realizado?
10. Un bloque de 10 kilogramos es empujado 8 metros a lo largo de una superficie horizontal por una fuerza constante de 26 N. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.2$,
    a) ¿Qué aceleración recibirá el bloque?
    b) ¿Cuál es el trabajo resultante?
11. Un bloque de 5 kilogramos es empujado por una fuerza de 60 N con un ángulo de 30° con respecto a la horizontal. Si el desplazamiento del bloque es de 3 metros y existe un coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.3$ con el suelo,
    a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque?
    b) ¿Cuál es el trabajo resultante?
12. Un bloque de 800 N se arrastra por una superficie horizontal por medio de una cuerda que forma un ángulo de 37° con la horizontal. Se recorre así una distancia de 60 metros y el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.3$. Si la tensión en la cuerda es de 400 N, calcula,
    a) La fuerza normal.
    b) La fuerza de fricción.
    c) La fuerza resultante.
    d) El trabajo neto o resultante.
13. Se empuja un trineo de 20 kilogramos por una pendiente de 34° hasta alcanzar una altura vertical de 140 metros sobre su posición inicial. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.2$, calcula,
    a) La fuerza normal.
    b) La fuerza de fricción.
    c) La fuerza mínima necesaria para poder subir el trineo.
    d) El trabajo realizado por esta fuerza.
    e) El trabajo resultante o neto realizado sobre el trineo.
14. Una grúa levanta un objeto de 6 kilogramos, a una altura de 1.5 metros. ¿Qué potencia desarrolla el motor si levanta el objeto en
    a) 8 segundos;
    b) 22 segundos?
15. ¿Cuál es la energía cinética de un balón de futbol si pesa 4.5 N y lleva una velocidad de 15 m/s?
16. Calcula la masa de un cuerpo cuya velocidad es de 10 m/s y su energía cinética de 1,000 J .
17. Calcula la energía potencial de una piedra de 2.5 kilogramos si se eleva a una altura de 2 metros.
18. ¿A qué altura se debe encontrar un silla de 5 kilogramos para que tenga una energía potencial de 90 J?
19. Un pedazo grande de hielo con una masa de 15 kilogramos, cae desde un techo, cuya altura de 8 metros.
    a) ¿Cuál es la energía cinética del hielo al caer al piso?
    b) ¿Con qué velocidad llega al piso?
20. Un avión de juguete de 15 kilogramos vuela horizontalmente, a razón de 12.5 m/s.
    a) Calcula su energía cinética.
    b) El avión vuela en picada y se nivela a una altura de 20.4 metros menor a la original, ¿Cuánta energía potencial perdió el avión al volar en picada?
    c) ¿Cuánta energía cinética ganó?

d) ¿Cuál será su nueva energía cinética?
e) Descartando los efectos debidos a la fricción con el aire, ¿Cuál será su nueva velocidad horizontal?

7. Una masa de 16 kilogramos cae desde un puente hasta un río. Si el puente se encuentra a una altura de 40 metros sobre el río.
a) Determina la energía cinética de la masa en el instante de chocar con el agua.
b) Utilizando consideraciones energéticas, determina su velocidad al llegar al río .

8. Un patinador empuja un tronco de madera de 5 kilogramos en una área de patinaje . Si el patinador realiza 560 J de trabajo sobre el tronco, ¿con qué velocidad se moverá éste último? (Descarta el efecto de la fricción).

9. En una industria de electrónica, una consola se desliza libremente por una rampa de 30° de inclinación, a lo largo de una distancia de 16 metros, para llegar a la siguiente etapa de ensamblaje. Si la consola tiene una masa de 10 kilogramos,
a) Determina la rapidez que alcanza la consola, asumiendo que no hay fricción entre ella y la rampa.
b) ¿Cuál será la energía cinética ganada por la consola al deslizarse por la rampa?

10. Un bloque de 32 kilogramos se desliza sobre un plano inclinado de 100 metros de longitud y 34° de inclinación. Si el coeficiente de fricción cinética es μ_k = 0.1, encuentra la velocidad del bloque al pie del plano inclinado, a partir de consideraciones energéticas.

UNIDAD VI
CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL Y SU CONSERVACIÓN

OBJETIVO:

Al término de la unidad, el alumno:

- Analizará la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento en una y en dos dimensiones.
- Describirá las características de los choques elásticos e inelásticos
- Aplicará la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento en la solución de problemas en donde interactúan dos o más cuerpos.

METAS:

- Explicar los conceptos de:
  a) Impulso b) Cantidad de movimiento
- Explicar la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.
- Resolver problemas en donde se calcule el impulso y la cantidad de movimiento.
- Resolver problemas de choques elásticos o inelásticos, en una dimensión.

d) ¿Cuál será su nueva energía cinética?
e) Descartando los efectos debidos a la fricción con el aire, ¿Cuál será su nueva velocidad horizontal?

7. Una masa de 16 kilogramos cae desde un puente hasta un río. Si el puente se encuentra a una altura de 40 metros sobre el río.
a) Determina la energía cinética de la masa en el instante de chocar con el agua.
b) Utilizando consideraciones energéticas, determina su velocidad al llegar al río .

8. Un patinador empuja un tronco de madera de 5 kilogramos en una área de patinaje . Si el patinador realiza 560 J de trabajo sobre el tronco, ¿con qué velocidad se moverá éste último? (Descarta el efecto de la fricción).

9. En una industria de electrónica, una consola se desliza libremente por una rampa de 30° de inclinación, a lo largo de una distancia de 16 metros, para llegar a la siguiente etapa de ensamblaje. Si la consola tiene una masa de 10 kilogramos,
a) Determina la rapidez que alcanza la consola, asumiendo que no hay fricción entre ella y la rampa.
b) ¿Cuál será la energía cinética ganada por la consola al deslizarse por la rampa?

10. Un bloque de 32 kilogramos se desliza sobre un plano inclinado de 100 metros de longitud y 34° de inclinación. Si el coeficiente de fricción cinética es μ_k = 0.1, encuentra la velocidad del bloque al pie del plano inclinado, a partir de consideraciones energéticas.

UNIDAD VI
CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL Y SU CONSERVACIÓN

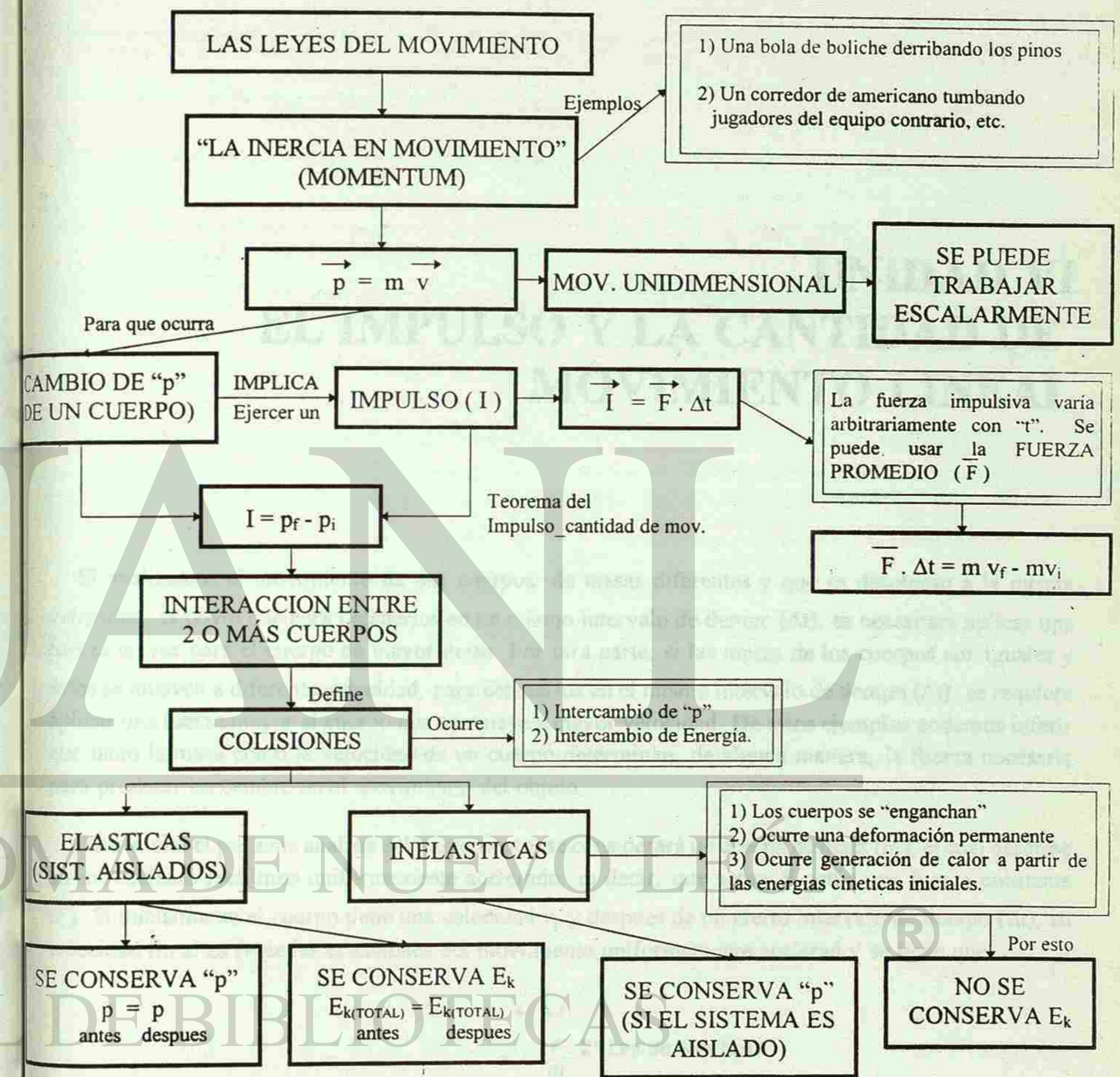
OBJETIVO:

Al término de la unidad, el alumno:

- Analizará la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento en una y en dos dimensiones.
- Describirá las características de los choques elásticos e inelásticos
- Aplicará la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento en la solución de problemas en donde interactúan dos o más cuerpos.

METAS:

- Explicar los conceptos de:
  a) Impulso b) Cantidad de movimiento
- Explicar la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.
- Resolver problemas en donde se calcule el impulso y la cantidad de movimiento.
- Resolver problemas de choques elásticos o inelásticos, en una dimensión.


LAS LEYES DEL MOVIMIENTO
"LA INERCIA EN MOVIMIENTO" (MOMENTUM)
Ejemplos
1) Una bola de boliche derribando los pinos
2) Un corredor de americano tumbando jugadores del equipo contrario, etc.
$\vec{p} = m\,\vec{v}$
MOV. UNIDIMENSIONAL
SE PUEDE TRABAJAR ESCALARMENTE
Para que ocurra
CAMBIO DE "p" DE UN CUERPO)
IMPLICA
Ejercer un
IMPULSO (I)
$\vec{I} = \vec{F}\,.\,\Delta t$
La fuerza impulsiva varía arbitrariamente con "t". Se puede usar la FUERZA PROMEDIO ($\overline{F}$)
$\overline{F}\,.\,\Delta t = m\,v_f - mv_i$
$I = p_f - p_i$
Teorema del Impulso_cantidad de mov.
INTERACCION ENTRE 2 O MÁS CUERPOS
Define
COLISIONES
Ocurre
1) Intercambio de "p"
2) Intercambio de Energía.
ELASTICAS (SIST. AISLADOS)
INELASTICAS
1) Los cuerpos se "enganchan"
2) Ocurre una deformación permanente
3) Ocurre generación de calor a partir de las energías cineticas iniciales.
Por esto
SE CONSERVA "p"
$p_{antes} = p_{despues}$
SE CONSERVA E_k
$E_{k(TOTAL)\,antes} = E_{k(TOTAL)\,despues}$
SE CONSERVA "p" (SI EL SISTEMA ES AISLADO)
NO SE CONSERVA E_k

UNIDAD VI
EL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL

Si analizamos el movimiento de dos cuerpos, de masas diferentes y que se desplazan a la misma velocidad, es obvio que para detenerlos en un mismo intervalo de tiempo (Δt), se necesitará aplicar una fuerza mayor para el cuerpo de mayor masa. Por otra parte, si las masas de los cuerpos son iguales y éstos se mueven a diferente velocidad, para detenerlos en el mismo intervalo de tiempo (Δt), se requiere aplicar una fuerza mayor al cuerpo que se mueve a mayor velocidad. De estos ejemplos podemos inferir que tanto la masa como la velocidad de un cuerpo determinan, de alguna manera, la fuerza necesaria para producir un cambio en el movimiento del objeto.

Para iniciar el presente análisis del movimiento, se considerará un cuerpo de masa (m), el cual describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es decir, que sobre él actúa una fuerza constante (F). Si inicialmente el cuerpo tiene una velocidad v_o y después de un cierto intervalo de tiempo (Δt), su velocidad fin al es (v)de las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, se tiene que

$$v = v_o + \Delta t$$

$$a = \frac{F}{m} \quad \text{2ª Ley de Newton.}$$

$$v = v_o + \frac{F}{m}\Delta t$$

$$mv = mv_o + F\Delta t \quad \text{Multiplicando esta expresión por la masa (m).}$$

$$F \Delta T = mv_o - mv_o \quad (1)$$

Reagrupando los términos de esta expresión.

A la expresión del lado izquierdo de la igualdad se le conoce como el impulso producido por la fuerza (F) durante el intervalo de tiempo (Δt), el cual se representa como I.

> *El impulso producido por una fuerza se define como el producto de la fuerza por el tiempo que dure aplicada.*

En el lado derecho de la ecuación, aparece el producto de la masa del cuerpo por su velocidad en los puntos final e inicial, respectivamente.

> *Al producto de la masa por la velocidad de un objeto se le conoce como su cantidad de movimiento y se representa con la letra p.*

De acuerdo a lo anterior, la ecuación (1) se puede expresar como

$$F \Delta t = p - p_o$$

o también

$$F \Delta t = \Delta p \quad (2)$$

$$I = \Delta p \quad (3)$$

Impulso = Cambio en la cantidad de movimiento.

En la igualdad anterior, se observa que las unidades del impulso y la cantidad de movimiento son las mismas. En el Sistema Internacional (SI) se expresan en N-s o kg m/s. En el c g s la unidad correspondiente es la dina-s o g cm/s, y en el Sistema Inglés la unidad es la lb s o slug ft/s.

Como la fuerza y la velocidad son cantidades vectoriales, entonces, el impulso (I) y la cantidad de movimiento (p) tienen una representación vectorial. En general, la fuerza que interviene en el impulso no es constante, sino que varía, como por ejemplo, cuando un bateador golpea una pelota de beisbol de masa (m) su velocidad cambia de v_o a v, y la fuerza que se considera para el cálculo es una fuerza promedio ($\bar{F}$) ejercida por el bate sobre la pelota. Para calcular el cambio en la cantidad de movimiento se utiliza la ecuación (2), sólo que la fuerza que aparece en la expresión es la fuerza media o promedio ($\bar{F}$).

Si se considera el intervalo de tiempo (Δt) que dura aplicada la fuerza media ($\bar{F}$), para detener un objeto en movimiento, la cantidad de movimiento final $mv = 0$, de tal forma que de la ecuación (1), resulta

$$\bar{F} \Delta t = -m v_o$$

en donde el signo menos (-) se debe a que $\bar{F}$ está aplicada en sentido contrario al movimiento.

Ejemplo 1.
Un automóvil de 1800 kilogramos que se desplaza en línea recta, reduce su rapidez de 25 m/s a 15 m/s en un tiempo de 4 segundos. ¿Cuál es la fuerza promedio que produce este cambio en su velocidad?

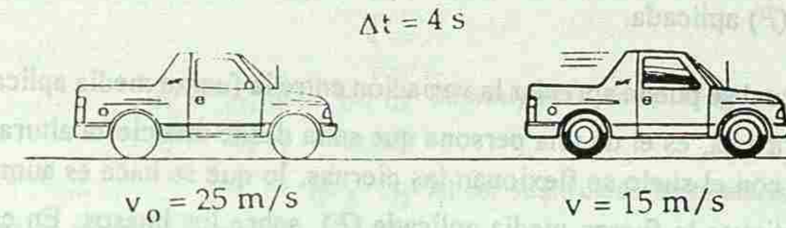
Datos

$m = 1800\ kg$

$v_o = 25\ \frac{m}{s}$

$v = 15\ \frac{m}{s}$

$\Delta t = 4\ s$



Para resolver este ejemplo utilizaremos la ecuación (1)

$$\bar{F} \Delta t = m v - m v_o$$

$$\bar{F} = \frac{m(v - v_o)}{\Delta t}$$

Sustituyendo datos.

$$\bar{F} = \frac{1800\ kg\left(15\ \frac{m}{s} - 25\ \frac{m}{s}\right)}{4\ s}$$

$$\bar{F} = \frac{1800\ kg\left(-10\ \frac{m}{s}\right)}{4\ s}$$

$$\bar{F} = -4{,}500\ kg\ \frac{m}{s^2}$$

$$\bar{F} = -4{,}500\ N$$

La fuerza promedio aplicada, tiene signo negativo, porque se opone al movimiento.

Cuando un jugador de beisbol recibe una pelota con una velocidad considerable v_o lo que normalmente hace, es amortiguar el golpe moviendo su mano hacia atrás y en dirección del movimiento de la pelota. Con este movimiento, aumenta el intervalo de tiempo y hace que la fuerza media aplicada disminuya, es decir

$$\bar{F} \Delta t = \Delta p$$

En cambio, un jugador novato lo que hace es recibir la pelota con el brazo rígido, con lo cual, el tiempo de contacto es muy pequeño, aumentando por ello la magnitud de la fuerza promedio, de tal forma que

$$F \Delta t = \Delta p$$

Físicamente podemos explicar estas dos situaciones a partir de la ecuación (2).

$$F \Delta t = \Delta p$$

en donde se observa que para que el cambio en la cantidad de movimiento sea el mismo, como en los dos casos anteriores, en el primero se aumentó el intervalo de tiempo (Δt), disminuyendo con ello la fuerza promedio aplicada (F) y en el segundo, se disminuyó el intervalo de tiempo (Δt), aumentando así la fuerza promedio (F) aplicada.

Otro ejemplo, en el cual se puede apreciar la variación entre la fuerza media aplicada (F) y el intervalo de tiempo (Δt), que dura ésta, es el de una persona que salta desde una cierta altura hasta el suelo. Si al hacer contacto los pies con el suelo se flexionan las piernas, lo que se hace es aumentar el intervalo de tiempo (Δt), para amortiguar la fuerza media aplicada (F) sobre los huesos. En cambio si el contacto se hace con las piernas rígidas, se disminuye el intervalo de tiempo (Δt), aumentando considerablemente la fuerza media aplicada sobre los huesos.

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL

Consideremos un sistema de dos cuerpos interactuando exclusivamente entre ellos, es decir, no hay ninguna fuerza externa actuando sobre este sistema, sino sólo las ejercidas mutuamente entre los cuerpos. De acuerdo a la Tercera Ley de Newton, las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo son iguales en magnitud pero en sentido contrario, entonces, al considerar un intervalo de tiempo (Δt) durante el cual actúa la fuerza ejercida por un cuerpo sobre el otro, los impulsos producidos por cada una de estas fuerzas, también serán iguales pero opuestos. Lo anterior se puede visualizar considerando la figura 1, en la cual

Fig. 1. Sistema aislado de dos masas. No existe ninguna fuerza externa actuando sobre ellas.

$$F_1 = -F_2$$

Multiplicando ambos miembros por Δt, resulta.

$$\vec{F_1}\,\Delta t = -\vec{F_2}\,\Delta t$$

$$\vec{I_1} = \vec{I_2}$$

Dado que la flecha pequeña sobre I_1 e I_2 indican su carácter vectorial.

$$\vec{I_1} = \Delta \vec{p}_1$$
$$\vec{I_2} = \Delta \vec{p}_2$$

$$\vec{I_1} = \vec{p_1} - \vec{p}_{1,0}$$
$$\vec{I_2} = \vec{p_2} - \vec{p}_{2,0}$$

$\vec{p_1} = m_1 \vec{v_1}$ Cantidad de movimiento final de la masa 1.

$\vec{p}_{1,0} = m_1 \vec{u_1}$ Cantidad de movimiento inicial de la masa 1.

$\vec{p_2} = m_2 \vec{v_2}$ Cantidad de movimiento final de la masa 2.

$\vec{p}_{2,0} = m_2 \vec{u_2}$ Cantidad de movimiento inicial de la masa 2.

en las cuales $\vec{u_1}$ y $\vec{u_2}$ representan las velocidades iniciales de las masas y, $\bar{v}_1$ y $\bar{v}_2$ representan sus velocidades finales.

$\vec{I_1} = m_1 \vec{v_1} - m_1 \vec{u_1}$ Sustituyendo en $\vec{I_1}$ e $\vec{I_2}$

$\vec{I_2} = m_2 \vec{v_2} - m_2 \vec{u_2}$

$\vec{I_1} = -\vec{I_2}$ Al ser sustituídas en la ecuación (4).

$m_1 \vec{v_1} - m_1 \vec{u_1} = -(m_2 \vec{v_2} - m_2 \vec{u_2})$

$m_1 \vec{u_1} + m_2 \vec{u_2} = m_1 \vec{v_1} + m_2 \vec{v_2}$ Reagrupando términos.

El lado izquierdo de la igualdad anterior, representa la cantidad de movimiento total inicial del sistema y el lado derecho, representa la cantidad de movimiento total final del sistema. Esto nos conduce al enunciado de la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento:

> *Si la fuerza externa resultante que actúa sobre un sistema es nula, la cantidad de movimiento total del sistema se conserva.*

Esta ley es muy importante, ya que se satisface independientemente del tipo de fuerzas que intervienen en el sistema, con la condición de que sean internas al mismo.

Una de las aplicaciones de dicha ley, es la que se refiere a choques frontales entre dos masas, como se ilustra en la figura 2.

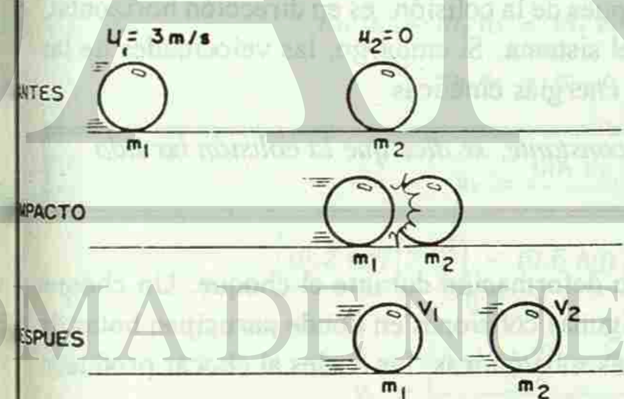


Fig. 2. Choque frontal entre dos masas.

En un choque frontal, las masas tienen siempre la misma dirección, es decir, están confinadas a moverse sobre una misma línea recta, pudiendo cambiar solamente su sentido. De lo anterior, se tiene que es posible suprimir el carácter vectorial de la ecuación (5) y manejarla en forma escalar, es decir

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Ejemplo 2.
Un proyectil de 2 kilogramos es disparado por un cañón cuya masa es de 360 kilogramos. Si el proyectil sale con una velocidad de 480 m/s, ¿Cuál es la vel. de retroceso del cañón?

$$m_1 = 2\ kg \qquad u_1 = 0\ \frac{m}{s}$$

$$m_2 = 360\ kg \qquad u_2 = 0\ \frac{m}{s}$$ Datos

$$v_1 = 480\ \frac{m}{s}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$ De acuerdo con la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento y considerando como un sistema aislado al cañón y al proyectil.

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$ Puesto que antes de la explosión m_1 y m_2 están en reposo.

$$v_2 = \frac{-m_1 v_1}{m_2}$$ Despejando v_2, que es la velocidad de retroceso del cañón.

$$v_2 = \frac{-(2\ kg)\left(480\ \frac{m}{s}\right)}{(360\ kg)}$$ Sustituyendo datos.

$$v_2 - 2.66\ \frac{m}{s}$$ El signo negativo indica que el cañón se mueve en sentido contrario al proyectil.

COLISIONES ELÁSTICAS E INELÁSTICAS

En una colisión o choque ocurren ciertos cambios, los cuales se analizarán a continuación. Por simplicidad, se considerará que el movimiento, antes y después de la colisión, es en dirección horizontal, de tal forma que no hay cambio en la energía potencial del sistema. Si embargo, las velocidades de las masas varían, y esto da como resultado un cambio en sus energías cinéticas.

Si la energía cinética total de un sistema permanece constante, se dice que la colisión ha sido completamente elástica.

En este caso, no se pierde energía en forma de calor o deformación durante el choque. Un choque completamente elástico es un caso ideal, aunque existen algunas colisiones en donde participan bolas de billar, de acero, de boliche; moléculas , átomos y partículas subatómicas, las cuales al chocar producen una colisión aproximadamente elástica.

Los choques en donde no se conserva la energía cinética se dice que son colisiones inelásticas.

Como por ejemplo, al chocar un automóvil contra una barda, la energía cinética que traía el automóvil se transforma una parte en trabajo (para deformar permanentemente el vehículo) y la otra en calor. Por otra parte, en una colisión completamente inelástica, las masas que chocan, permanecen unidas después del impacto. En general, las colisiones inelásticas se caracterizan por la deformación de los objetos que chocan y la generación de calor a partir de sus energías cinéticas iniciales.

Si dos masas chocan frontalmente entre sí como se muestra en la figura 2, y si la colisión es elástica, se tiene que:

- La cantidad de movimiento se conserva.

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

- Se conserva la energía cinética, por ser una colisión elástica

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Veamos los siguientes ejemplos para ilustrar su aplicación.

Ejemplo 3.
Una bola de 0.2 kilogramos que se mueve con una velocidad de 3 m/s, a lo largo del eje + x, choca de frente con otra bola de 0.6 kilogramos, inicialmente en reposo. Si después del choque, la segunda masa adquiere una velocidad de 1.5 m/s en la dirección del eje + x,
a) ¿Cuál es la velocidad de la primera masa después del choque?
b) ¿De qué tipo de colisión se trata?

$$m_1 = 0.2\ kg$$ Datos.

$$u_1 = 3\ \frac{m}{s}$$

$$m_2 = 0.6\ kg$$

$$u_2 = 0$$

$$v_2 = 1.5\ \frac{m}{s}$$

a) Considerando que el sistema es aislado, la cantidad de movimiento se conserva, entonces

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 u_1 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$ Puesto que la segunda bola está en reposo antes del impacto $u_2 = 0$.

$$v_1 = \frac{(m_1 u_1 - m_2 v_2)}{m_1}$$ Despejando v_1 de esta ecuación.

$$v_1 = \left[\frac{(0.2\ kg)\left(3\ \frac{m}{s}\right) - (0.6\ kg)\left(1.5\ \frac{m}{s}\right)}{0.2\ kg}\right]$$ Sustituyendo datos.

$$v_1 = \left[\frac{0.6\ kg\ \frac{m}{s} - 0.9\ kg\ \frac{m}{s}}{0.2\ kg}\right]$$

$$v_1 = \left[\frac{-0.3\ kg\ \frac{m}{s}}{0.2\ kg}\right]$$

$$v_1 = -1.5\ \frac{m}{s}$$ El signo negativo indica que la primera masa rebota en sentido contrario a su movimiento original.

b) Para determinar de qué tipo es el choque, se calcula la energía cinética total antes y después del choque; si el valor es el mismo, entonces, el choque es elástico.

$$E_{(k\ total)antes} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$ Cálculo de la energía cinética total antes del choque.

$$E_{(k\ total)\ antes} = \frac{1}{2}(0.2\ kg)\left(3\ \frac{m}{s}\right) + \frac{1}{2}(0.6\ kg)(0)^2$$ Sustituyendo datos.

$$E_{(k\ total)\ antes} = 0.9\ J$$

$$E_{(k\ total)\ después} = \frac{1}{2}\ m_1\ v_1^2 + \frac{1}{2}\ m_2\ v_2^2$$ Cálculo de la energía cinética total después del choque.

$$E_{(k\ tot)\ des} = \frac{1}{2}(0.2\ kg)\left(-1.5\ \frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}(0.6\ kg)\left(1.5\ \frac{m}{s}\right)^2$$ Sustituyendo datos.

$$E_{(k\ total)\ después} = 0.225\ J + 0.675\ J$$

$$E_{(k\ total)\ después} = 0.9\ J$$

$$E_{(k\ total)\ antes} = E_{(k\ total)\ después}$$ Observando estos resultados se concluye que el choque es elástico.

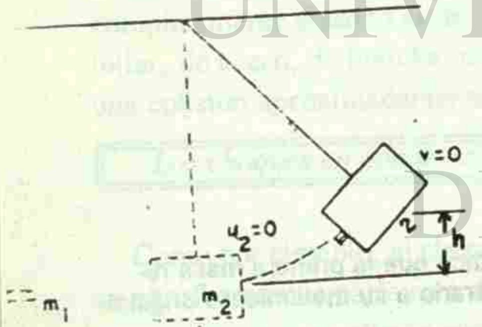
Un ejemplo típico de choque inelástico es el de una bala que se incrusta en un bloque de madera, poniéndolo en movimiento. En este caso, una parte de la energía cinética de la bala hace el trabajo de perforar al bloque, otra parte hace el trabajo de moverlo y el resto se transforma en calor. Este choque es completamente inelástico. Para ilustrar lo anterior, consideraremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.
Una bala de 10 gramos y de rapidez desconocida se dispara contra un bloque de madera de 2 kilogramos que está suspendido del techo mediante una cuerda. La bala choca contra el bloque y se incrusta en él. Después de la colisión, el bloque y la bala oscilan hasta alcanzar una altura de 30 centímetros sobre la posición inicial. ¿Cuál será la rapidez de la bala un instante antes de la colisión?

Datos

$$m_1 = 10 g = 0.010\ kg$$
$$m_2 = 2\ kg$$
$$u_2 = 0\ \frac{m}{s}$$
$$h = 30\ cm = 0.30\ m$$

Primeramente se calcula la velocidad de retroceso del bloque con la bala incrustada, después del impacto. Para ello, se aplica la Ley de la Conservación de la Energía, considerando que la velocidad del bloque en el punto más alto es igual a cero.



$$E_1 = E_2$$

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

$$E_{k1} = E_{p2}$$ Considerando que por el punto (1) pasa el nivel de referencia, se tiene que $E_{p1} = 0$ y dado que la masa se detiene en el punto (2), $E_{k2} = 0$.

$$E_{k1} = E_{p2}$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

$$E_{p2} = (m_1 + m_2)\ g\ h$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\ v^2 = (m_1 + m_2)\ g\ h$$ Aquí se considera a la masa como la suma de m_1 y m_2 ya que la bala se incrusta en el bloque.

Siendo (v) la velocidad de retroceso del bloque y con la cual inicia su ascenso.

$$v^2 = 2\ g\ h$$ De esta ecuación se elimina la suma de masa y se despejó v^2.

$$v^2 = 2\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(0.30\ m)$$ Sustituyendo Datos.

$$v^2 = 5.88\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 2.42\ \frac{m}{s}$$ Es la velocidad de retroceso del bloque con la bala incrustrada en él.

Para calcular la velocidad de la bala antes del impacto, se utiliza la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.

$$m_1\ u_1 + m_2\ u_2 = m_1\ v_1 + m_2 + m_2\ v_2$$

$$m_1\ u_1 = (m_1 + m_2)\ v$$ Donde $u_2 = 0$ porque inicialmente el bloque está en reposo y después del choque las masas (bloque y bala) se mueven con la misma velocidad (v).

$$u_1 = \frac{(m_1 + m_2)\ v}{m_1}$$ Despejando u_1 que es la velocidad de la bala antes del impacto.

$$u_1 = \frac{(0.01\ kg + 2\ kg)\left(2.42\ \frac{m}{s}\right)}{0.01\ kg}$$ Sustituyendo datos.

$$u_1 = \frac{(2.01\ kg)\left(2.42\ \frac{m}{s}\right)}{0.01\ kg}$$

$$u_1 = 486.42\ \frac{m}{s}$$

AUTOEVALUACIÓN

I. Lee cuidadosamente cada enunciado y escribe en el guión de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

_____ **1. El impulso y la cantidad de movimiento son cantidades**

a) Escalares | **b) Vectoriales**
c) Sin unidades | **d) Constantes**

_____ **2. Es una cantidad cuya magnitud equivale al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo que dura aplicada esta fuerza**

a) Aceleración | **b) Cantidad de movimiento**
c) Energía | **d) Impulso**

_____ **3. Es una cantidad cuya magnitud equivale al producto de su masa por su velocidad**

a) Aceleración | **b) Cantidad de movimiento**
c) Energía | **d) Impulso**

_____ **4. Una colisión en donde dos cuerpos se adhieren entre sí, es un choque**

a) Potencial | **b) Inelástico**
c) Elástico | **d) Cinético**

_____ **5. El impulso equivale al cambio en**

a) La cantidad de movimiento | **b) La energía**
c) El trabajo | **d) La potencia**

_____ **6. El impulso tiene la misma dirección que**

a) La velocidad | **b) El tiempo**
c) El peso | **d) La fuerza**

_____ **7. Un sistema sobre el cual la fuerza resultante externa es nula, es llamado**

a) Sistema de fuerzas | **b) Sistema aislado**
c) Par de fuerzas | **d) Sistema compuesto**

_____ **8. En una colisión completamente elástica, se conserva**

a) La energía mecánica | **b) La energía cinética**
c) La energía témica | **d) La energía potencial.**

_____ **9. La cantidad de movimiento de un cuerpo tiene la dirección de**

a) La velocidad | **b) La fuerza**
c) La masa | **d) La aceleración**

_____ **10. El tipo de colisión en donde no se conserva la energía cinética, es**

a) Potencial | **b) Inelástica**
c) Cinética | **d) Elástica**

II. Anota en el espacio del lado izquierdo una F si el enunciado es falso o una V si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

____ **1. El impulso es el producto de una fuerza aplicada por una cierta distancia.**

____ **2. El cambio en la cantidad de movimiento se debe al impulso que se le ha dado a un cuerpo.**

____ **3. El N kg es la unidad del impulso en el Sistema Internacional de unidades.**

____ **4. En un choque elástico hay pérdida de energía por calor.**

____ **5. Las unidades para el impulso son equivalentes a las unidades de cantidad de movimiento.**

____ **6. Un objeto que tiene cantidad de movimiento, tiene también energía cinética.**

____ **7. Si al rebotar una pelota contra el piso, la colisión es perfectamente elástica, siempre rebotará hasta la misma altura.**

____ **8. La cantidad de movimiento es una cantidad escalar.**

____ **9. La cantidad de movimiento se conserva solamente en las colisiones elásticas.**

____ **10. En un sistema aislado, la cantidad de movimiento total tiende a cambiar.**

III. Describe brevemente lo que a continuación se te pide.

1. Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.

2. Choques elásticos.

IV. PROBLEMAS

1. Calcular el impulso que debe darse a un automóvil de 1,800 kilogramos de masa, que inicialmente se encuentra en reposo, para que desarrolle una velocidad de 70 km/h.
2. Un automóvil cuya masa es de 1,950 kilogramos lleva una velocidad de 20 m/s. Al frenar la disminuye a 10 m/s en un tiempo de 4 segundos. ¿Qué valor tiene la fuerza retardadora promedio?
3. Una persona de 70 kilogramos de masa corre a una velocidad de 7 m/s. Calcula:
   a) Su cantidad de movimiento,
   b) La velocidad que debe llevar una persona de 60 kilogramos para tener la misma cantidad de movimiento que la persona de 70 kilogramos.
4. Un hombre y un niño con masas de 70 kilogramos y 30 kilogramos respectivamente, están parados en medio de una pista de patinar. Se empujan el uno al otro y el hombre retrocede con una rapidez de 2 m/s. ¿Cuál es la velocidad del niño ? (despreciando la fricción)
5. Un vagón de ferrocarril choca con otro, de igual masa, y que inicialmente se encuentra en reposo. Después del choque los dos vagones se enganchan y se mueven a una rapidez de 4 m/s. La masa de cada vagón es de 5×10^{6} kilogramos.
   a) Antes de la colisión, el primer vagón viajaba a 8 m/s. ¿Cuál es su cantidad de movimiento ?
   b) ¿ Cuál es la cantidad de movimiento total de los dos vagones después de la colisión ?
   c) Determina la energía cinética de los dos vagones antes y después del choque.
   d) ¿A qué se debe la pérdida en energía cinética ?
6. Un proyectil de 2 kilogramos es disparado por un cañón cuya masa es 350 kilogramos. Si el proyectil sale con una velocidad de 45 m/s, ¿Cuál es la velocidad de retroceso del cañón ?
7. Un cuerpo cuya masa es 0.2 kilogramos lleva una velocidad de 3 m/s al chocar de frente con otro cuerpo de 0.1 kilogramos de masa y que va a una velocidad de 2 m/s, en la misma dirección. Considerando al choque completamente inelástico, ¿Qué velocidad llevarán los dos cuerpos después del choque, si permanecen unidos ?
8. Se dispara una bala de 0.015 kilogramos en forma horizontal incrustándose en un trozo de madera de 12 kilogramos que está en reposo. La madera y la bala adquieren una velocidad de 0.6 m/s después del impacto. ¿Cuál es la velocidad inicial de la bala ?

9. Un camión vacío de 3,000 kilogramos rueda libremente a 15 m/s, sobre una carretera horizontal y choca contra un camión cargado de 5,000 kilogramos que está en reposo, pero en libertad de moverse. Si los dos camiones se enganchan entre sí durante el choque,
   a) Encuentra su velocidad después del impacto.
   b) Compara la energía cinética antes y después del impacto.
   c) ¿Cómo se explica la disminución de energía?

APÉNDICE A

DEFINICIÓN DE LAS UNIDADES

metro (m). El metro es la longitud igual a 1;650,763.73 longitud de onda en el vacío de la luz rojo-naranja del Kriptón 86. (1960).

kilogramo (kg). El kilogramo es la unidad de masa igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo. (Este prototipo internacional del kilogramo es un cilindro especial de aleación de platino e iridio que se conserva en la oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sevres Francia. (1889).

segundo (s). El segundo es igual a la duración de 9;192;2631,770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre niveles hiperfino del estado base del átomo de cesio 133. (1967).

Ampere (A). El ampere es la corriente constante que, si fuera mantenida entre dos conductores rectos y paralelos de longitud infinita y de sección transsversal despreciable, colocados en el vacío y separados por un metro, produciría entre ambos conductores una fuerza igual a 2x10-7 newton por metro de longitud. (1946).

Kelvin (K). El Kelvin es la fracción 1/273.16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua. (1967).

candela (cd). La candela es la intensidad, en la dirección perpendicular, de superficie de 1/600,000 metro cuadrado de un cuerpo negro a la temperatura de congelación del platino bajo una presión de 101325 newton po metro cuadrado. (1967).

mol (mol). Un mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantos particulas elementales como atomos hay en 0.012 kilogramos de carbono 12. (1971).

BIBLIOGRAFÍA

1.- Alba Andrade, Fernando. **"EL DESARROLLO DE LA TECNOLOGÍA. LA APORTACIÓN DE LA FÍSICA"**. Fondo de cultura Económica.

2.- Blackwood, O.H.: at. al. **"FÍSICA GENERAL"**. Ed. CECSA. 1ª. Edicion.

3.- Blatt, Frank J. **"FUNDAMENTOS DE FÍSICA"**. Ed. Prentice Hall.

4.- Bueche, Frederick J. **"FUNDAMENTOS DE FÍSICA (TOMOS I Y II)"**. Ed. Mc. Graw Hill. 5ª. Edición (3ª. Edición en Español).

5.- Bernal, John D. **"LA CIENCIA EN LA HISTORIA (TOMO I)"**. Ed. Nueva Imagen (UNAM).

6.- Bravo, Silvia. **"LA CIENCIA SU MÉTODO Y SU HISTORIA"**. Ed. Cuadernos del Instituto de Geofísica (UNAM).

7.- Bravo, silvia. **"¿USTED TAMBIÉN ES ARISTOTÉLICO?"**. Ed. Cuaderno del Instituto de Geofísica (UNAM).

8.- Flores Montejano, Adelaido. Héctor A. Domínguez. **"PIONEROS DE LA FÍSICA"**. Ed. Trillas.

9.- Kuhn, T. S. **"LAS ESTRUCTURAS DE LAS REVOLUCIONES CIENTÍFICAS"**. Ed. Fondo de Cultura Económica.

10.- Félix-Oyarzabal-Velazco. **"LECCIONES DE FÍSICA"**. Ed. CECSA. 1ª. Edición.

11.- Haber-Schim, Uri: et. al. **"FÍSICA: PSSC (TOMOS I Y II)"**. Ed. REVERTE, S. A. 3ª. Edición.

12.- Murphy-Smoot. **"FÍSICA: PRINCIPIOS Y PROBLEMAS"**. Ed. CECSA.

13.- Murphy-Hollon-Zitzewitz-Smoot. **"FÍSICA: UNA CIENCIA PARA TODOS"**. Ed. Merrill Publishing Company. Columbus, Ohio.

14.- Mosqueira R. Ing. Salvador. **"FÍSICA PREUNIVERSITARIA"**. Ed. CECSA.

15.- Pérez Montiel, Héctor. "**FÍSICA GENERAL**".
Ed. Publicación Cultural. 1ª. Edición.

16.- Tipler, Paul A. "**FÍSICA: TOMOS I Y II**".
Ed. REVERTE, S. A. 2ª. Edición.

17.- Tippens, Paul E. "**FÍSICA: CONCEPTOS Y APLICACIONES**".
Ed. Mc. Graw Hill. 3ª. Edición (2ª. Edición en Español).

18.- Wilson, Jerry D. "**FÍSICA CON APLICACIONES**".
Ed. Mc. Graw Hill. 2ª. Edición.