Ahora sí podemos manejar el método de las componentes, teniendo la base de que primero hay q e descomponer cada uno de los vectores que que se van a sumar. Para ello tenemos que seguir el siguiente proceso:

$F_x = F \times \cos\theta$ 1°. Cada uno de los vectores se descompne en su compnente sobre el eje "x" mediante esta ecuación..

$F_y = F \times sen\,\theta$ 2°. Cada vector se descompone en su componente sobre el eje "y" mediante esta ecuación.

$\sum F_x = F_{x_1} + F_{x_2} + \ldots + F_{x_n}$ 3°. Se suman las componentes "x" para dar la componente resultante "x" (vector sobre el eje "x".

$\sum F_y = F_{y_1} + f_{y_2} + \ldots + F_{y_n}$ 4°. Se suman las componentes "y" para dar la componente resultante "y".

$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$ 5°. Se combinan las componentes resultantes que forman un ángulo recto, empleando el Teorema de Pitágoras, para obtener la resultante R. Se debe trabajar en el cuadrante del sistema coordenado que corresponda. (desarrollar la gráfica correspondiente).

$\tan\theta = \dfrac{\Sigma F_y}{\Sigma f_x}$ 6°. Se calcula la dirección de la resultante por medio de la función tangente con el rectángulo final.

$\theta = \tan^{-1}\dfrac{\Sigma F_y}{\Sigma f_x}$ Se localiza en la Tablas de funciones trigonométricas o en calculadora teniendo cuidado de tener bien graficado el diagrama final de las sumatorias en "x" y en "y".

Para hacer la combinación marcada en el 5°. paso, debemos recordar las siguientes consideraciones:

- Cuando la suma de las componentes en "x" es **positiva**, dicho vector se graficará hacia la derecha.
- Cuando la compnente de la resultante en "x" es **negativa**, el vector se graficará hacia la izquierda.
- Si la compnente de la resultante en "y" es **positiva**, el vector se graficará hacia arriba.
- Si la componente de la resultante en "y" es **negativa**, el vector se graficará hacia abajo.

Bajo estas consideraciones, podemos concluir:

1°. Cuando ΣF_x es positiva y ΣF_y es positiva, la resultante se encuentra en el primer cuadrante, es decir que su dirección estará entre 0° y 90°.

2°. Cuando ΣF_x es negativa y ΣF_y es positiva, la resultante se encuentra en el segundo cuadrante, es decir que su dirección estará entre 90° y 180°.

3°. Cuando ΣF_x es negativa y ΣF_y es negativa, la resultante se encuentra en el tercer cuadrante, es decir que su dirección estará entre 180° y 270°.

4°. Cuando ΣF_x es positiva y ΣF_y es negativa, la resultante se encuentra en el cuarto cuadrante, es decir que su dirección estará entre 270° y 360°.

Ejemplo

Encontrar la resultante del siguiente sistema de fuerzas.

a) 150 kilogramos a 62°.
b) 125 kilogramos a 205°.
c) 130 kilogramos a 270°.
180 kilogramos a 337°.

$$150\ kg \cdot \cos 62° = 70.421\ kg$$
$$125\ kg \cdot \cos 205° = -113.288\ kg$$
$$130\ kg \cdot \cos 270° = 0.00$$
$$180\ kg \cdot \cos 337° = +165.691\ kg$$

Primero debemos de descomponer cada uno de los vectores sobre el eje "x" tomando en cuenta que los vectores que al descomponerlos indiquen a la derecha, son positivos y los que indiquen hacia la izquierda son negativos.

$$\Sigma F_x = +122.824\ kg$$

Sumatoria de los vectores en el eje "x". Por ser positivo en el eje "x". Por ser positivo es un vector resultante con dirección hacia la derecha.

$$150\ kg\ sen\ 62° = +132.442\ kg$$
$$125\ kg \cdot sen\ 205° = -52.827\ kg$$
$$130\ kg \cdot sen\ 270° = -130.000\ kg$$
$$180\ kg \cdot sen\ 337° = -70.332\ kg$$

Ahora, sobre el eje "y" y también debemos hacer su consideración. Los vectores que indiquen hacia arriba son positvos y los que indiquen hacia abajo son negativos.

$$\Sigma F_y = -120.717\ kg$$

Se realiza la sumatoria sobre el eje "y".

Se han obtenido dos vectores. Uno sobre el eje "x" con valor de 122.824 kilogramos y otro sobre el eje "y" con valor de -120.717 kilogramos. siguiendo con la misma base: Un vector hacia la derecha es positivo (eje "x") y hacia abajo es negativo (eje "y") se forma el diagrama final.

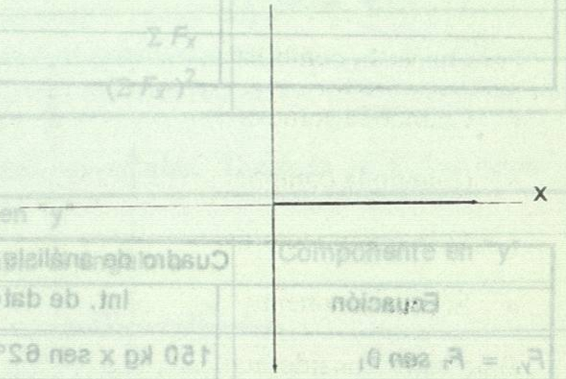


Figura No. 12

$$R = \sqrt{(122.824\ kg)^2 + (-121.717\ kg)^2}$$
$$R = \sqrt{29{,}658.33\ kg^2}$$
$$R = 172.216\ kg$$

Por el teorema de Pitágoras obtenemos la resultante.

$$\tan\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

La dirección del vector resultante se calcula usando la definición algebraica de la función tangente.

$$\tan \Theta = \frac{-120.717\ kg}{122.824\ kg}$$

$$\tan \theta = -0.9828$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0.9828 = 44.50°$$

Para no tener dificultades con el valor negativo, calculamos un ángulo α, que será el formado por la resultante y la línea del eje "+ x".

$$\theta = 360° - 44.50°$$

Por estar el vector en el cuarto cuadrante y bajo las siguientes reglas.

1er. cuadrante: $\theta = \alpha$
2do. cuadrante: $\theta = 180° - \alpha$
3er. cuadrante: $\theta = 180° + \alpha$
4to. cuadrante: $\theta = 360° - \alpha$

Una forma organizada de resolver este tipo de problemas es mostrado en seguida:

Cuadro de análisis de las componentes sobre el eje "x".			
Ecuación	Int. de datos	Cambio por el ángulo (α)	Compnente "x"
$F_{x_1} = F_1 \cos \theta_1$	$150\ kg \times 62°$		70.421 kg
$F_{x_2} = F_2 \cos \theta_2$	$125\ kg \times \cos 205°$	$125\ kg \times (-\cos 25°)$	-113.288 kg
$F_{x_3} = F_3 \cos \theta_3$	$130\ kg \times \cos 270°$	$130\ kg \times (+\cos 0°)$	0.000 kg
$F_{x_4} = F_4 \cos \theta_4$	$180\ kg \times \cos 337°$	$180\ kg \times (+\cos 23°)$	+ 165.691 kg
		ΣF_X	+ 122.824 kg
		$(\Sigma F_X)^2$	15,085.735 kg²

Cuadro de análisis de las componentes sobre el eje "y".			
Ecuación	Int. de datos	Cambio por el ángulo (α)	Componente "y"
$F_{y_1} = F_1\ sen\ \theta_1$	150 kg x sen 62°		+ 132.442 kg
$F_{y_2} = f_2 \cos \theta_2$	125 kg x sen 205°	125 kg x (-sen 25°)	- 52.827 kg
$F_{y_3} = F_3 \cos \theta_3$	130 kg x sen 270°	130 kg x (-sen 90°)	-130.000 kg
$F_{y_4}\ F_4\ sen\ \theta_4$	180 kg x sen 337°	180 kg x (-sen 23°)	- 70.332 kg
		ΣF_Y	-120.717 kg
		$(\Sigma F_Y)^2$	14,572.594 kg²

$$R^2 = 15{,}085.735\ kg^2 + 14{,}572.594\ kg^2$$
$$R^2 = 29{,}658.329\ kg^2$$
$$R = 172.216\ kg$$

Tomamos los valores ya calculados de las sumatorias al cuadrado y empleamos el Teorema de Pitágoras.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-120.717\ kg}{122.824\ kg}$$
$$\theta = -45° \text{ ó } 315°$$

Con las sumatorias y empleando la definición de la tangente calculas el ángulo correspondiente. en este caso está en el cuarto cuadrante según lo establecido y en la calculadora al sacar el inverso te dará 45° que tendrás que considerarlo correcamente.

Formato para que practiques el método de las componentes (hasta 8 vectores). Si usas calculadora puedes eliminar la columna 3 en cada caso.

Para las componentes en "x"			
Ecuación	Int. de datos	Cambio al ángulo a	Componente en "x"
$F_{x1} = F_1 \cos \theta_1$			
$F_{x2} = F_2 \cos \theta_2$			
$F_{x3} = F_3 \cos \theta_3$			
$F_{x4} = F_4 \cos \theta_4$			
$F_{x5} = F_5 \cos \theta_5$			
$F_{x6} = F_6 \cos \theta_6$			
$F_{x7} = F_7 \cos \theta_7$			
$F_{x8} = F_8 \cos \theta_8$			
		ΣF_X	
		$(\Sigma F_X)^2$	

Para las componentes en "y"			
Ecuación	Int. de datos	Cambio al ángulo a	Componente en "y"
$F_{y1} = F_1\ sen\ \theta_1$			
$F_{y2} = F_2\ sen\ \theta_2$			
$F_{y3} = F_3\ sen\ \theta_3$			
$F_{y4} = F_4\ sen\ \theta_4$			
$F_{y5} = F_5\ sen\ \theta_5$			
$F_{y6} = F_6\ sen\ \theta_6$			
$F_{y7} = F_7\ sen\ \theta_7$			
$F_{y8} = F_8\ sen\ \theta_8$			
		ΣF_y	
		$(\Sigma F_y)^2$	

$$R = \sqrt{(\Sigma\, F_x)^2 + (\Sigma\, F_y)^2}$$

$$R = \sqrt{(\qquad) + (\qquad)}$$

$$R =$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Sigma\, F_y}{\Sigma\, F_x}\right)$$

$$\theta =$$

Diagrmas básicos en el método de las componentes:

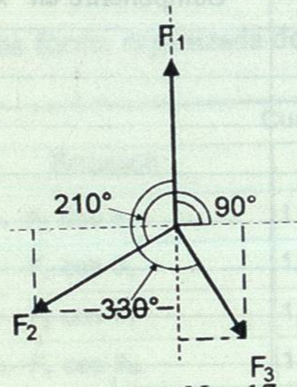
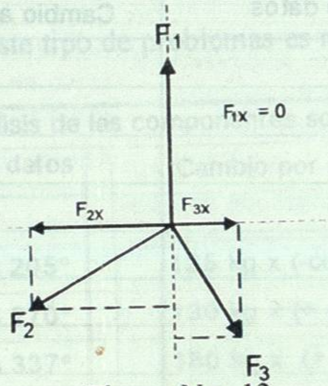


Figura No. 17



Figrua No. 13

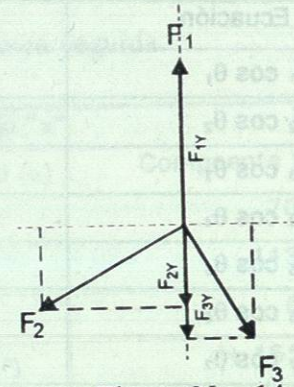


Figura No. 14

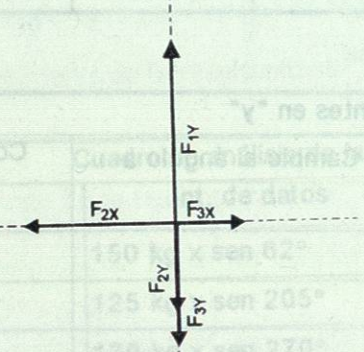


Figura No. 15

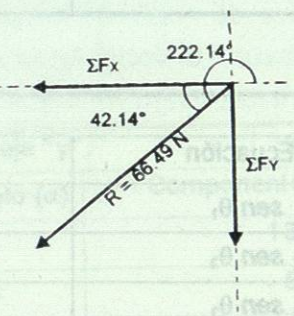


Figura No. 16

MULTIPLICACIÓN DE VECTORES.

Cuando sumamos cantidades escalares, los sumandos deben tener las mismas dimensiones, y la suma tendrá igualmente las mismas dimensiones. La misma regla se aplica a la suma de cantidades vectoriales. Por otra parte, podemos multiplicar cantidades escalares de dimensiones diferentes y obtener un producto de dimensiones posiblemente diferentes de cualquiera de las cantidades que han sido multiplicadas, por ejemplo distancia = velocidad x tiempo.

Como con los escalares, los vectores de diferentes clases pueden multiplicarse por otro para generar cantidades de dimensiones físicas nuevas. A causa de que los vectores tienen tanto dirección como magnitud, el vector de multiplicación no puede seguir exactamente las mismas reglas que las reglas algebraicas de la multiplicación escalar. Debemos establecer nuevas reglas de multiplicación para los vectores.

Consideramos útil definir tres clases de operaciones de multiplicación con vectores:

1.- Multiplicación de un vector por un escalar.

2.- Multiplicación de dos vectores de modo tal que den por resultado un escalr.

3.- Multiplicación de dos vectores de modo tal que den por resultado otro vector.

- ***Multiplicación de un vector por un escalar.***

El producto de un escalar "c" y un vector "a", (ca), es un nuevo vector cuya magnitud es c veces la magnitud de **a**. Este vector tendrá la misma dirección de **a** si c es positivo y será opuesta la dirección si c es negativo. También es valida la división si consideramos a ésta como el recíproco de la multiplicación.

- ***Multiplicación de dos vectores para dar por resultado un escalar. También se define como el producto punto ($\vec{A} \cdot \vec{B}$).***

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos\theta$$

donde A y B son los módulos (magnitudes) correspondientes a cada vector y cos θ es el coseno del ángulo θ entre los dos vectores.

Puesto que A y B son escalares y cos θ es un número puro, el producto escalar de dos vectores es un escalar.

- ***Multiplicación de dos vectores para dar como resultado otro vector (producto cruz).***

El producto vectorial de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se escribe como

$$\vec{A} \times \vec{B}$$

en el que se obtiene otro vector $\vec{C}$ donde podemos definir

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

donde la magnitud de $\vec{C}$ se obtiene de la siguiente manera:

$$C = |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \, sen \, \theta$$

La dirección de $\vec{C}$ se define como la perpendicular al plano formado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$

Se simplifica la obtención de la dirección del vector C aplicando la regla de la mano derecha.

- La mano derecha para los productos vectoriales.

a) Girar el vector $\vec{A}$ hacia el vector $\vec{B}$ con los dedos de la mano derecha. El pulgar muestra la dirección de $\vec{C}$.

b) Invirtiendo el procedimiento se demustra la dirección que $(\vec{B} \times \vec{A}) = -(\vec{A} \times \vec{B})$

AUTOEVALUACIÓN

AL TERMINAR EL TEMA CONTESTA LO SIGUIENTE.

I. Da una respuesta breve a las siguientes cuestiones.

1. Describe las cantidades escalares y da tres ejemplos de ellas.

____

____

2. Describe las cantidades vectoriales y da tres ejemplos de ellas.

____

____

3. Menciona los métodos empleados en la solución de sumas vectoriales.

____

____

4. Escribe las expresiones algebraicas de las componentes rectangulares de un vector.

5. Escribe la expresión algebraica que se emplea en el método de las componentes para calcular la magnitud del vector resultante.

6. Escribe la expresión algebraica que se emplea para obtener la dirección del vector resultante, en el método del triángulo cuando no es rectángulo.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Resuelve los siguientes problemas empleando los métodos gráficos, calculando la magnitud y dirección del vector resultante.

a) $V_1 = 50$ N a 20° ; $V_2 = 40$ N a 55°

b) $V_1 = 12$ N a 10° ; $V_2 = 10$ N a 75°

c) $V_1 = 50$ N a 30° ; $V_2 = 60$ N a 135° y $V_3 = 70$ N a 225°

2. Resuelve los siguientes problemas empleando los métodos analíticos, calculando la magnitud y dirección del vector resultante.

a) $V_1 = 7$ N a 35° ; $V_2 = 9$ N a 140°

b) $V_1 = 30$ N a 20° ; $V_2 = 50$ N a 90°; $V_3 = 45$ N a 180° y $V_4 = 60$ N a 270°

c) $V_1 = 450$ m a 10°; $V_2 = 600$ m a 270° y $V_3 = 300$ m a 230°

UNIDAD II CINEMÁTICA

OBJETIVOS :

- Calcular el desplazamiento y la longitud recorrida, a partir de sus definiciones, distinguiendo entre ambas y destacando el carácter vectorial del primero.
- Calcular la velocidad media e instantánea, y la rapidez media e instantánea a partir de sus definiciones, distinguiendo en cada caso entre velocidad y rapidez y destacando el carácter vectorial de la primera.
- Calcular la aceleración media e instantánea de un cuerpo que se mueve con M.R.U.A. destacando el carácter vectorial de la misma.
- Describir gráficamente en una dimensión el M.R.U.A. de un cuerpo, identificando el M.R.U. como un caso particular cuando A = 0 .
- Describir gráficamente el M.R.U.A. a partir de las gráficas " X vs T", "V vs t" y "A vs T" calculando estas magnitudes y sus variaciones a través de las pendientes y las áreas bajo la curva en las gráficas señaladas.