

Al término $\sqrt{t^2} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, ambos objetos han recorrido 4.9 metros en el mismo tiempo y a su vez, el objeto de la derecha se ha desplazado 3 metros en $t = 0.947$ segundos.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(-440 \text{ m})}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t = \sqrt{89.79 \text{ s}^2}$$

$$t = 9.47 \text{ s}$$

Sustituyendo los datos

B) Para calcular el alcance del proyectil, hay que referirse al desplazamiento horizontal, el cual se realiza a velocidad constante.

$$x = v_{ox} t$$

Puesto que el tiempo que tarda en caer es el mismo que transcurre en su desplazamiento horizontal.

$$x = (211.11 \text{ m/s})(9.47 \text{ s})$$

Sustituyendo los datos

$$x = 1,999.21 \text{ m}$$

C) Para obtener la velocidad del proyectil con la cual choca contra el suelo, se debe tener en cuenta que aumenta la magnitud de su componente vertical al ir descendiendo y la magnitud de su componente horizontal permanece constante. Por lo tanto, se procede de la siguiente forma

$$v_x = v_{ox} = 211.11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_y = v_{oy} + gt$$

$$v_y = gt$$

Dado que $v_{oy} = 0$, entonces

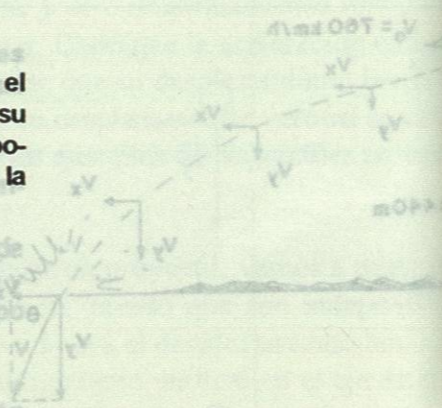
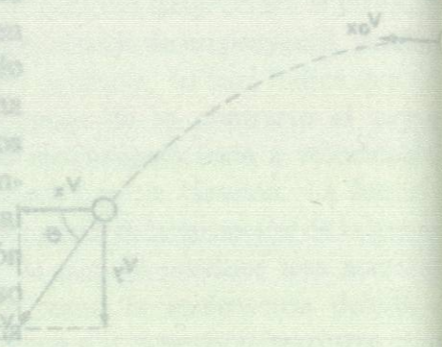
$$v_y = \left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(9.47 \text{ s})$$

Sustituyendo los datos

$$v_y = -92.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

Para calcular la magnitud de la velocidad de choque contra el suelo.



$$v^2 = \left(211.11 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(-92.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$v^2 = 44,567.43 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 8,611.84 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{53,179.27 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}$$

$$v = 230.60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para determinar su dirección.

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

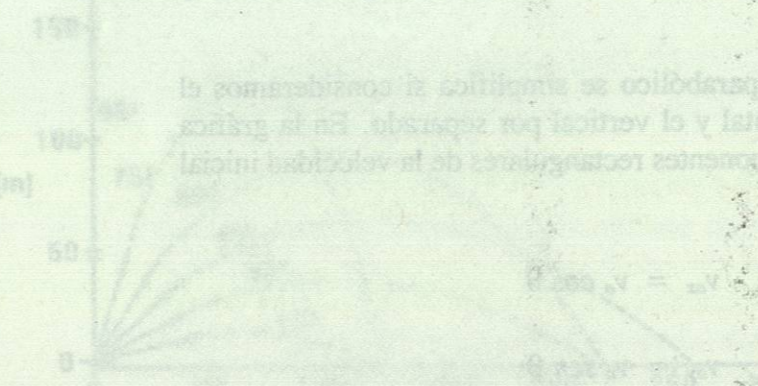
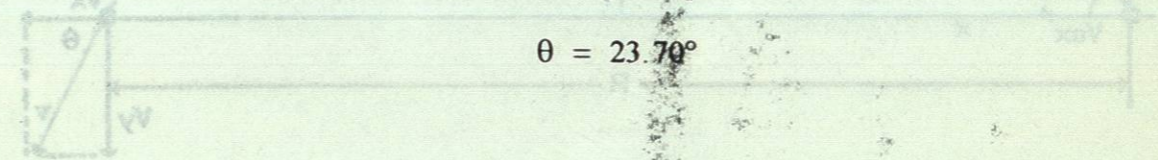
$$\tan \theta = \frac{92.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{211.11 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Sustituyendo los datos.

$$\tan \theta = 0.439$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.439)$$

$$\theta = 23.70^\circ$$



El cambio del tiro parabólico se analiza si consideramos el desplazamiento horizontal y el vertical por separado. En la gráfica se observa que las componentes rectangulares de la velocidad inicial v_0 vienen dadas por v_{0x} y v_{0y} .

Al ir ascendiendo, la componente vertical (v_y) de la velocidad va disminuyendo, debido a la acción de la gravedad, hasta alcanzar el punto más alto, que corresponde a la altura máxima alcanzada. En este punto inicia su movimiento de descenso, incrementándose la magnitud de su velocidad, de tal forma que al llegar al nivel de lanzamiento, ésta es igual a la velocidad con la que se lanzó. Este comportamiento equivale al movimiento de un cuerpo en caída libre, observándose que los tiempos de ascenso y descenso son iguales.

TIRO PARABÓLICO

Como ya lo mencionamos, este movimiento representa el problema más general de proyectiles y consiste en lanzar un objeto en una dirección que forma un cierto ángulo (θ) con la horizontal, como se muestra en la figura .

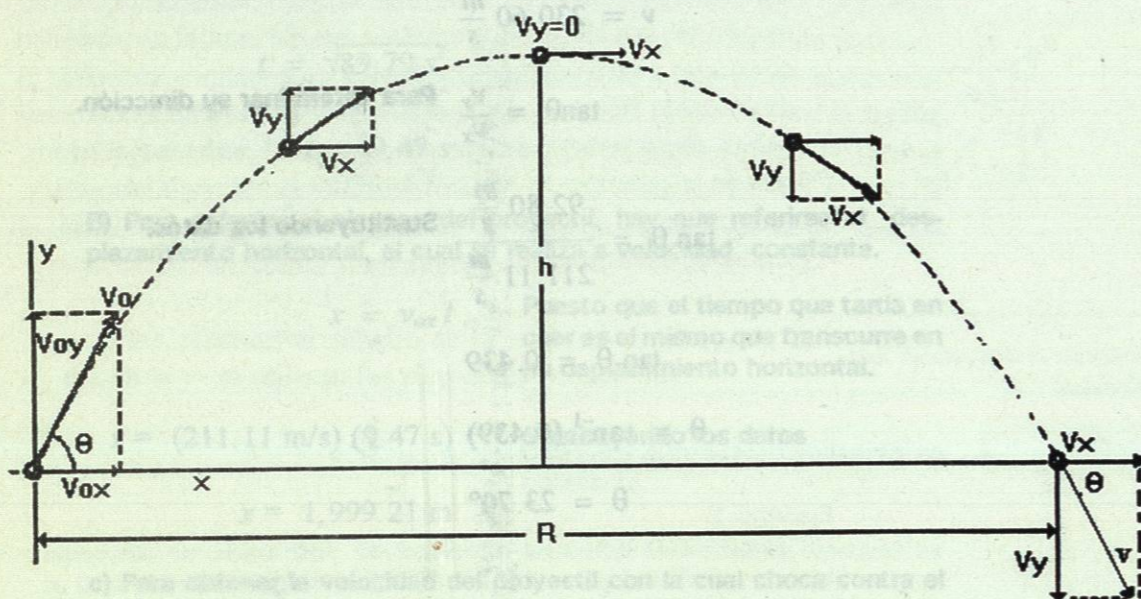


Figura No. 30. Representación gráfica del mov. parabólico.

El estudio del tiro parabólico se simplifica si consideramos el desplazamiento horizontal y el vertical por separado. En la gráfica se observa que las componentes rectangulares de la velocidad inicial v_0 , vienen dadas por

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

Al ir ascendiendo, la componente vertical (v_y) de la velocidad va disminuyendo, debido a la acción de la gravedad, hasta alcanzar el punto más alto, que corresponde a la altura máxima. Inmediatamente el objeto inicia su movimiento de descenso, incrementándose la magnitud de su velocidad, de tal forma que al llegar al nivel de lanzamiento, tendrá el mismo valor de la velocidad con la que se lanzó. Este movimiento es equivalente al tiro vertical hacia arriba, observándose que los tiempos de ascenso y descenso son iguales.

Como horizontalmente no hay ninguna aceleración, entonces el desplazamiento en esa dirección, es a velocidad constante, durante todo el tiempo que el proyectil dure en el aire. Para calcular su alcance (R), en la dirección horizontal, se considerará el tiempo que el objeto dura en el aire (t_{total}) y puesto que en todo momento el objeto avanza a velocidad constante, en la dirección horizontal, se tendrá que

$$R = (v_{0x})(t_{total})$$

En la gráfica de la figura 5, analizamos el movimiento de un proyectil, en el cual la magnitud de la velocidad de lanzamiento permanece constante, despreciando la fricción del aire, y se ve el alcance en el eje de la x para diferentes ángulos de lanzamiento. Como se podrá observar, el máximo alcance se obtiene a 45° . Al analizar esta gráfica se tiene que para 15° y 75° el alcance es el mismo, así también para 30° y 60° . En general, el alcance es el mismo para cualesquiera dos ángulos cuya suma sea igual a 90° .

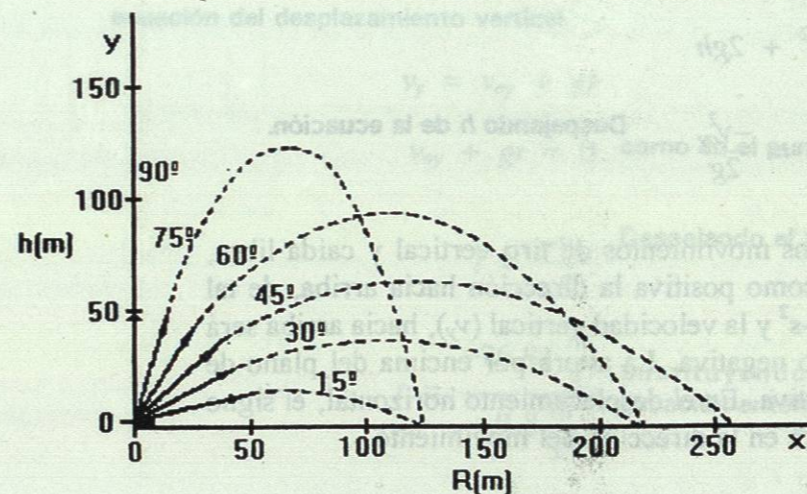


Figura No. 31. Trayectorias aproximadas.

En general y de acuerdo a lo expuesto, se sugieren los siguientes pasos en la solución de problemas, en los cuales se involucre el movimiento de tiro parabólico:

- Obtener las componentes rectangulares de la velocidad inicial

$$v_{ox} = v_o \cos \theta$$

$$v_{oy} = v_o \sin \theta$$

- Las componentes horizontal y vertical de la posición de un proyectil, están dadas por

$$x = v_{ox} t$$

$$y = v_{oy} t + \frac{gt^2}{2}$$

- Las componentes horizontal y vertical de la velocidad de un proyectil, están dadas por

$$v_x = v_{ox}$$

$$v_y = v_{oy} + gt$$

- Para calcular la altura máxima (h), se tiene $v_y = 0$, de tal forma que si se utiliza la ecuación

$$v^2 = v_{oy}^2 + 2gy \quad \text{en donde } v_{oy}, y = h, \text{ puesto que se refiere al punto más alto, resulta la ecuación}$$

$$0 = v_{oy}^2 + 2gh$$

$$h = \frac{-v_{oy}^2}{2g} \quad \text{Despejando } h \text{ de la ecuación.}$$

Al igual que en los movimientos de tiro vertical y caída libre, vamos a considerar como positiva la dirección hacia arriba, de tal forma que $g = 9.8 \text{ m-s}^{-2}$ y la velocidad vertical (v_y), hacia arriba será positiva y hacia abajo negativa. La altura por encima del plano de lanzamiento será positiva. En el desplazamiento horizontal, el signo positivo se considerará en la dirección del movimiento.

En conclusión, este tipo de movimiento consiste en el lanzamiento de un objeto a un cierto ángulo (θ) con respecto a la horizontal, el cual se puede manejar como la combinación de dos desplazamientos:

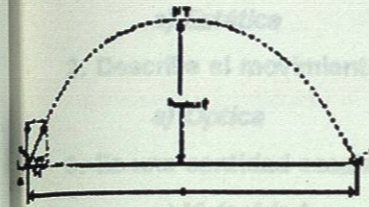
Uno vertical y equivalente al tiro vertical hacia arriba (observándose una simetría entre el tiempo de ascenso y el tiempo de descenso). Otro horizontal a velocidad constante.

AUTOEVALUACION

Ejemplo 2.

Un jugador golpea una pelota de golf utilizando su bastón, comunicándole una velocidad de 30 m/s, con un ángulo de 64° con respecto al eje horizontal. Calcular:

- El tiempo para alcanzar el punto más alto.
- La altura máxima alcanzada.
- El alcance.



$$v_o = 30 \frac{m}{s}$$

$$\theta = 64^\circ$$

$$g = -9.8 \frac{m}{s^2}$$

Datos

La aceleración debida a la gravedad es negativa, ya que tomamos como positiva la dirección vertical hacia arriba.

- Primero se obtienen las componentes de la velocidad.

$$v_{ox} = v_o \cos 64^\circ$$

$$v_{ox} = (30 \frac{m}{s})(0.438)$$

$$v_{ox} = 13.14 \frac{m}{s}$$

$$v_{oy} = v_o \sin 64^\circ$$

$$v_{oy} = (30 \frac{m}{s})(0.898)$$

$$v_{oy} = 26.94 \frac{m}{s}$$

Para calcular el tiempo en alcanzar el punto más alto, se aplica la siguiente ecuación del desplazamiento vertical

$$v_y = v_{oy} + gt$$

$$v_{oy} + gt = 0 \quad \text{como en el punto más alto } v_y = 0.$$

Despejando el tiempo.

$$t = \frac{-v_{oy}}{g}$$

$$t = \frac{-26.94 \frac{m}{s}}{-9.8 \frac{m}{s^2}}$$

Sustituyendo los datos en la ecuación anterior.

$$t = 2.74 \text{ s}$$

- En el cálculo de la altura máxima se sigue haciendo referencia al desplazamiento vertical, por lo cual se utiliza la siguiente ecuación

$$h = v_{oy} t + \frac{gt^2}{2}$$

$$h = (26.94 \frac{m}{s})(2.74 s) + \frac{-9.8 \frac{m}{s^2}(2.74 s)^2}{2}$$

Sustituyendo los datos

$$h = 73.81 m + \frac{(-9.8 \frac{m}{s^2})(7.50 s^2)}{2}$$

$$h = 73.81 m - 36.75 m$$

$$h = 37.06 m$$

c) Para obtener el alcance, se observa que es un desplazamiento horizontal a velocidad constante, por lo tanto

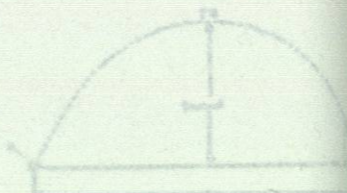
$$R = (v_{ox})(t_{total})$$

En donde tiempo total = $2(t) = 5.48 s$, puesto que el tiempo que tarda en llegar a su punto más alto es el mismo que tarda en regresar al nivel del que fue lanzado.

$$R = (13.14 \frac{m}{s})(5.48 s)$$

Sustituyendo los datos

$$R = 72.00 m$$



AUTOEVALUACION

I. Lee detenidamente cada enunciado y subraya la respuesta correcta.

1. Estudia el movimiento y estado de los cuerpos.

- a) Estática b) Mecánica c) Acústica d) Óptica

2. Describe el movimiento de los cuerpos, sin atender las causas que lo producen o modifican.

- a) Óptica b) Cinemática c) Dinámica d) Acústica

3. Es una cantidad escalar que representa la magnitud de la velocidad.

- a) Velocidad b) Desplazamiento c) Rapidez d) Aceleración

4. Así se le llama a la velocidad que tiene un cuerpo que se mueve en línea recta recorriendo distancias iguales en cada unidad de tiempo.

- a) Velocidad uniforme b) Velocidad media
c) Velocidad instantánea d) Velocidad variable

5. Si la aceleración, la distancia recorrida y la velocidad inicial son conocidas. ¿Qué ecuación puede usarse para calcular la velocidad final?

- a) $2s = (v + v_0)t$ b) $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
c) $v = v_0 + at$ d) $v^2 = v_0^2 + 2as$

6. Un objeto cae desde un puente, tardando 4 segundos en llegar al agua. ¿Cuál será la altura del puente con respecto al agua?

- a) 67.40 m b) 90 m c) 80 m d) 78.40 m

7. Cuando un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba. ¿Cuál es el valor de la velocidad en el punto más alto?

- a) 0 m/s b) 9.8 m/s c) 9.8 m/s² d) 19.2 m/s

8. ¿Qué le sucede a la velocidad de un cuerpo cuando es lanzado verticalmente hacia arriba?

- a) Disminuye b) Aumenta c) Es constante d) No cambia

9. Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 39.20 m/s. ¿Cuál será su velocidad a los 3 segundos de su lanzamiento?

- a) 0 m/s b) 19.60 m/s c) 9.80 m/s d) -9.80 m/s

10. Se dispara una flecha verticalmente hacia arriba con una velocidad de 29.4 m/s. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su altura máxima?

- a) 4 s b) 3 s c) 2 s d) 6 s

11.- El ángulo para el cual un proyectil alcanza su altura máxima

- a) 0° b) 45° c) 90° d) 60°

12.- En el movimiento de un proyectil se tiene que el desplazamiento en el eje de las "x" es:

- a) Uniformemente acelerado. b) A velocidad constante.
c) Con velocidad cero. d) Circular uniforme.