Newton razonó de la siguiente forma

a) Calculó la aceleración centrípeta que ejerce la Tierra sobre la Luna, de acuerdo a los datos con los que contaba
v = 55,200 millas/día(velocidad tangencial de la Luna)
r = 240,000 millas (distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna)

$$a = \frac{v^2}{r}$$ Sustituyendo datos en la expresión de la aceleración centrípeta

$$v = \frac{\left(55{,}200\ \frac{millas}{día}\right)^2}{240{,}000\ millas}$$

$$a = 0.0089\ \frac{ft}{s^2}$$ Considerando las equivalencias
1 milla = 5,280 ft
1 día = 86,400 s

ésta sería la aceleración centrípeta producida por la Tierra sobre la Luna.

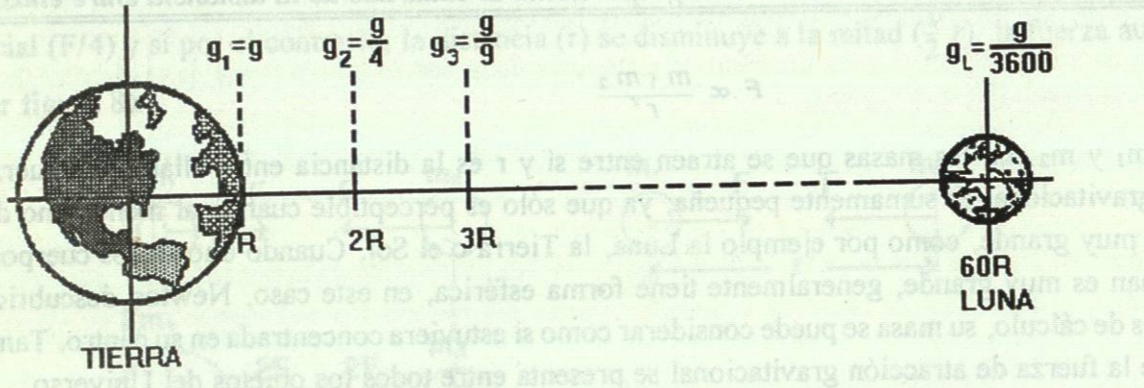

Fig. 9. Variación de la aceleración de la gravedad de la Tierra con respecto a la distancia a su centro.

b) Posteriormente calculó la aceleración de la gravedad de la Tierra, a la distancia en que se encontraba la Luna. Para esto, consideró que si la fuerza gravitacional variaba con el inverso del cuadrado de la distancia, la aceleración gravitacional (g también debería variar de la misma forma, como lo predice su Segunda Ley del movimiento (la aceleración es directamente proporcional a la fuerza aplicada). Como dato tenía que la distancia de la Luna a la Tierra era igual a 60 veces el radio de la Tierra, como se muestra en la figura 4.

Al analizar esta gráfica se observa que la aceleración de la gravedad varía con el inverso del cuadrado de la distancia, de tal forma que si la Luna se encuentra a una distancia de 60 veces el radio de la Tierra (60 R), la magnitud de la aceleración de la gravedad en la posición de la Luna (g_L) viene dada por

$$g_L = \frac{g}{(60)^2}$$

$$g_L = \frac{g}{3600}$$

$$g_L = 32\ \frac{ft}{s^2} \cdot \left(\frac{1}{3600}\right)$$ Donde = 32 ft/s^2 representa la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra. y Sustituyendo g .

$$g_L = 0.0088\ \frac{ft}{s^2}$$

Los resultados de los incisos a y b indican que el valor obtenido de la aceleración centrípeta de la Luna era muy cercano al predicho por la Ley de la Gravitación Universal (la aceleración es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia). Esto sirvió a Newton como evidencia de que la ley estaba correcta.

LA CONSTANTE GRAVITACIONAL (G)

Aproximadamente cien años después, Henry Cavendish (1731-1810) calculó la fuerza de atracción entre dos masas, confirmando experimentalmente la Ley de Newton de la Gravitación Universal, para masas pequeñas sobre la superficie de la Tierra. Encontró que la fuerza era exactamente como lo predice dicha ley.

Cavendish midió las masas de los objetos, la distancia entre ellos y la fuerza de atracción, calculando la constante de proporcionalidad en la expresión algebraica de la fuerza gravitacional.

$$F = G\ \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

en donde la constante gravitacional (G) es igual a 6.67 x 10^{-11} N m^2/kg^2. Esta constante es universal, y se calcula en forma experimental.

> *Es frecuente decir que la Ley de la Gravitación Universal corresponde a la gran síntesis de la Mecánica Newtoniana, ya que antes de ella se creía que existían dos conjuntos de leyes: uno para el movimiento de los cuerpos celestes y otro para el movimiento terrestre. Esta ley, junto con las tres Leyes de Newton del movimiento generaron, en los grandes pensadores de aquella época, la idea de que la naturaleza se rige por leyes simples y armónicas.*

Ejemplo 1.

Las masas del electrón y del protón son 9.1 x 10^{-31} kg y 1.7 x 10^{-27} kg, respectivamente, en un átomo de hidrógeno y se encuentran separados una distancia de 1 x 10^{-10} m. ¿Cuál será la fuerza de atracción gravitacional entre ellos?

G = 6.67 x 10^{-11} N m^2/kg^2
m_e = 9.1 x 10^{-31} kg (masa del electrón) Datos
m_p = 1.7 x 10^{-27} kg,(masa del protón)
r = 1 x 10^{-10} m

Para calcular la fuerza de atracción gravitacional se emplea la ecuación

$$F = G\frac{m_e m_p}{r^2}$$

sustituyendo los datos

$$F = 6.67 \times 10^{-11}\, N\frac{m^2}{kg^2}\cdot\frac{(9.1 \times 10^{-31}\, kg)(1.7 \times 10^{-27}\, kg)}{(1 \times 10^{-21}\, m)^2}$$

$$F = \frac{6.67 \, x \, 9.1 \, x \, 1.7}{(1)^2}\cdot\frac{10^{-11} \, x \, 10^{-31} \, x \, 10^{-27}}{(10^{-10})^2}\cdot\frac{N\, m^2\, kg\, kg}{kg^2\, m^2}$$

$$F = 103.18 \times 10^{-49}\, N$$

$$F = 1.03 \times 10^{-47}\, N$$

Ejemplo 2.

Se ha establecido que el peso de un cuerpo es igual a la atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre todos los objetos que se encuentran en su cercanía. Considerando una masa (m) cualquiera, calcular la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra. $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N\, m^2/kg^2$

$m_t = 6 \times 10^{24}$ kg (masa de la Tierra) Datos.
$r_t = 6.4 \times 10^6$ m(radio de la Tierra)

$F = w$ y $w = mg$ La fuerza gravitacional que actúa sobre la masa es igual a su peso.

$$F = G\frac{m_t\, m}{r_t^{\,2}}$$ En donde F representa la fuerza de atracción gravitacional de la Tierra sobre la masa (m), sustituyendo ambas expresiones

$$mg = G\frac{m_t\, m}{r_t^{\,2}}$$

$$g = G\frac{m_t}{r_t^{\,2}}$$ Cancelando la masa (m).

$$g = 6.67 \times 10^{-11}\, N\frac{m^2}{kg^2}\cdot\frac{(6 \times 10^{24})}{(6.4 \times 10^6\, m)^2}$$ Sustituyendo datos.

$$g = \frac{6.67 \times 6}{40.96}\cdot\frac{10^{-11} \times 10^{24}}{10^{12}}\cdot\frac{N\, m^2\, kg}{kg^2\, m^2}$$

$$g = 0.973 \times 10^1\, \frac{N}{kg}$$

$$g = 9.73\,\frac{\left(\frac{kg\, m}{s^2}\right)}{kg}$$ Expresando el Newton en unidades fundamentales.

$$g = 9.73\,\frac{m}{s^2}$$ Simplificando.

Ejemplo 3.

Un satélite se encuentra en una órbita circular, a una altura de 500 kilómetros sobre la superficie terrestre.
a) ¿Cuál es la rapidez orbital tangencial del satélite?
b) ¿Cuál es su período de revolución?

$h = 500\ km = 5 \times 10^5$
$m = 0.5 \times 10^6\ m$ Datos
$m_t = 6 \times 10^{24}\ kg$
$r_t = 6.4 \times 10^6\ m$

a) Dado que la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre el satélite, proporciona la fuerza centrípeta para mantenerlo en su órbita circular, entonces

Fuerza gravitacional = Fuerza centripeta

$$F = F_c$$

$$G\frac{m\, m_t}{r^2} = \frac{m\, v^2}{r}$$

Donde:
m es la masa del satélite.
m_t es la masa de la Tierra.
r es la distancia del centro de la Tierra al satélite
v es la rapidez tangencial

$$\frac{G\, m_t}{r} = v^2$$ Simplificando esta expresión.

$$\sqrt{v^2} = \frac{G\, m_t}{r}$$

$$v = \left[\frac{G\, m_t}{(r + h)}\right]^{\frac{1}{2}}$$ Sustituyendo $r = r_t + h$ en v.

$$v = \frac{\left(6.67 \times 10^{-11}\, \frac{N\, m^2}{kg^2}\right)(6 \times 10^{24}\, kg)}{6.4 \times 10^6\, m + 0.5 \times 10^6\, m}$$

$$v = \frac{40.02 \times 10^{13}\, \frac{kg\, m\, m^2}{s^2\, kg}}{6.9 \times 10^6\, m}$$

$$v = 5.8 \times 10^7\, \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 58 \times 10^6\, \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 7.6 \times 10^3\, \frac{m}{s}$$

b) El período de revolución (T) será el tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta completa (una revolución) alrededor de la Tierra. Al dar una vuelta completa, la distancia recorrida será $s = 2\pi r$.

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$ Se despeja el tiempo (t)

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \text{Ya que t = T.}$$

$$T = \frac{2\pi(r_t + h)}{v}$$

$$T = \frac{2(3.14)(6.4 \times 10^6 + 0.5 \times 10^6\ m)}{7.6 \times 10^3\ \frac{m}{s}} \quad \text{Sustituyendo datos}$$

$$T = \frac{2(3.14)(6.9 \times 10^6\ m)}{7.6 \times 10^3\ \frac{m}{s}}$$

$$T = 5.69 \times 10^3\ s$$

$$T = 94.83\ min$$

LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL Y EL PESO

Como ya se ha mencionado, el peso de un cuerpo en la tierra, es la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre él. Esta fuerza gravitacional está dirigida hacia el centro de la Tierra y atrae a los objetos hacia su superficie. De esta consideración, se tiene que el peso de un objeto cerca de la superficie de la Tierra viene dado por la expresión

$$W = G\frac{m_o m_t}{r_t^2}$$

en donde m_o es la masa del objeto, m_t es la masa de la Tierra y r_t es el radio de la Tierra. Cuando se calcula la fuerza gravitacional, se considera la distancia entre los centros de las masas, en este caso sería el radio de la Tierra. Dado que el peso del objeto w = $m_o g$, resulta que

$$m_o g = G\frac{m_o m_t}{r_t^2}$$

$$g = G\frac{m_t}{r_t^2} \quad \text{Cancelando } m_o$$

como G, m_t y r_t no cambian, entonces, la aceleración debida a la gravedad es la misma para todos los objetos que caen a distancias cercanas a la superficie de la Tierra. En general, la aceleración debida a la gravedad, producida por la Tierra, en un punto del espacio ubicado a una distancia (r) de su centro, viene dado por

$$g(r) = G\frac{m_t}{r^2}$$

en donde *g*(r) indica que la aceleración debida a la gravedad está en función de la distancia al centro de la Tierra. El peso de un objeto de masa (m_o) colocado a una distancia (r) del centro de la Tierra, viene dada por la expresión

$$w(r) = m_o\, g(r)$$

$$w(r) = G\frac{m_o m_t}{r^2}$$

como puede observarse, el peso de un cuerpo (w) en la Tierra varía con el inverso del cuadrado de la distancia al centro de ella y además, siempre se encuentra dirigido hacia dicho centro.

En la figura 10 se observa que al alejarse del centro de la Tierra, el peso de un objeto disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia. Si el objeto está en la superficie de la Tierra su peso es w; si su posición es de $2r_t$, a partir del centro de la Tierra, su peso disminuye a la cuarta parte del peso en la superficie (1/4 w); si el objeto se coloca en un punto cuya posición sea de tres veces el radio ($3r_t$) a partir del centro de la Tierra, su peso es el de un noveno del peso en la superficie de la Tierra (1/9 w). A medida que la distancia al centro de la Tierra aumenta, el peso del objeto va disminuyendo, pero nunca es igual a cero.

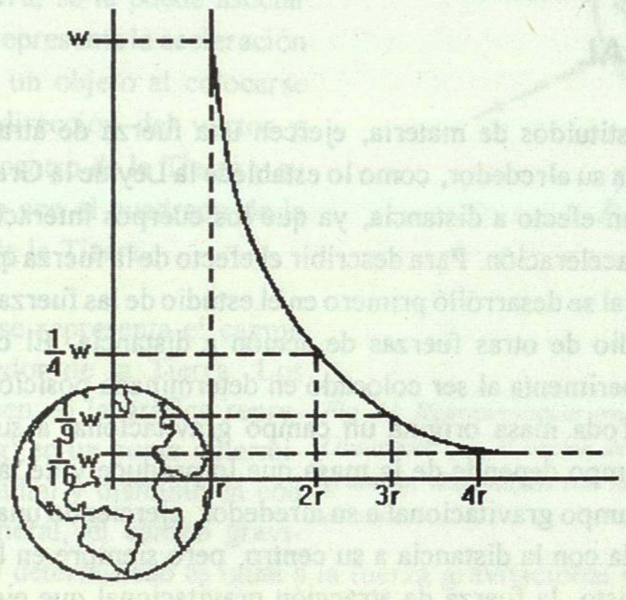

Fig. 10. El peso de un cuerpo en la Tierra varía con el inverso del cuadrado de la distancia al centro de ella.

Durante las coberturas que los noticiarios de televisión realizan de los viajes espaciales, con frecuencia se nos muestran imágenes de astronautas flotando libremente en un estado llamado usualmente "ingravidez" (sin gravedad) no obstante como ya sabemos los astronautas no están del todo carentes de peso, pero este fenómeno se explica si consideramos que para un observador externo los astronautas en órbita están en caída libre hacia el centro de la tierra y su altitud se mantiene en virtud de que se ha escogido su velocidad tangencial de manera que la gravedad provea la aceleración centrípeta necesaria para que describan un movimiento circular uniforme. Además en este caso no existe un suelo en contacto con ellos y que los empuje hacia arriba.

El empuje del suelo hacia arriba constituye nuestra percepción psicológica del peso, por ejemplo al flotar en el agua percibimos menos nuestro propio peso, pero percibimos con plenitud nuestra masa si repentinamente tratamos de acelerar nadando en el agua. La fuerza gravitatoria como se mencionó antes actúa sobre el cuerpo en cuestión, mientras que el peso lo hace sobre la superficie de apoyo (suelo) o sobre el medio del que pende (cuerda o resorte). Si el cuerpo permanece en reposo o se mueve sin aceleración, entonces la fuerza gravitatoria y el peso son iguales en magnitud, pero al moverse el cuerpo aceleradamente puede ocurrir que estas fuerzas no sean iguales o que en algunos casos el peso no exista (W = 0).

El peso de un cuerpo varía entonces de acuerdo a su posición con respecto al centro de la tierra, debido a las variaciones que existen en la magnitud de la aceleración de la gravedad. Para los fines del presente curso, consideraremos estas variaciones despreciables en la mayoría de las aplicaciones prácticas, ya que las situaciones que analizaremos, implican objetos que se encuentran en la superficie terrestre o muy próximos a ella.

EL CAMPO GRAVITACIONAL

Todos los objetos por estar constituídos de materia, ejercen una fuerza de atracción gravitacional sobre los cuerpos que se encuentran a su alrededor, como lo establece la Ley de la Gravitación Universal. Esta fuerza gravitacional produce un efecto a distancia, ya que los cuerpos interactúan aún cuando no están en contacto; este efecto es una aceleración. Para describir el efecto de la fuerza que actúa a distancia, se utiliza el concepto de campo, el cual se desarrolló primero en el estudio de las fuerzas electromagnéticas y posteriormente se aplicó al estudio de otras fuerzas de acción a distancia. El campo gravitacional describe el efecto que un objeto experimenta al ser colocado en determinada posición, con respecto a la masa que produce dicho campo. Toda masa origina un campo gravitacional a su alrededor, el cual disminuye con la distancia. Este campo depende de la masa que lo produce y de la posición en que se mida. Nuestro planeta produce un campo gravitacional a su alrededor, ejerciendo una fuerza de atracción sobre todos los objetos, la cual varía con la distancia a su centro, pero siempre en la dirección radial y hacia su centro. Como ya hemos visto, la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre una masa (m), colocada a una distancia (r) de su centro, viene dada por

$$F = G\frac{m\,m_t}{r^2}$$

esta fuerza de atracción gravitacional representa el peso (w) del cuerpo de masa (m), por lo que la aceleración de la gravedad viene dada por

$$w = F$$

$$m\,g = F$$

$$g = \frac{F}{m}$$

$$g = \frac{G\frac{m\,m_t}{r^2}}{m}$$

$$g = G\frac{m_t}{r^2}$$

Como se podrá observar, la aceleración g está en función de la distancia al centro de la Tierra y disminuye con el cuadrado de la distancia. El efecto de la fuerza de gravedad que actúa sobre un cuerpo, o sea, la aceleración de la gravedad es independiente de la masa del objeto que se coloca en el campo gravitacional. A cada punto del espacio, alrededor de la Tierra, se le puede asociar un vector *g*, el cual representa la aceleración que experimentaría un objeto al colocarse en ese punto. La dirección del vector *g* siempre es hacia el centro de la Tierra y su magnitud disminuye con el cuadrado de la distancia al centro de la Tierra.

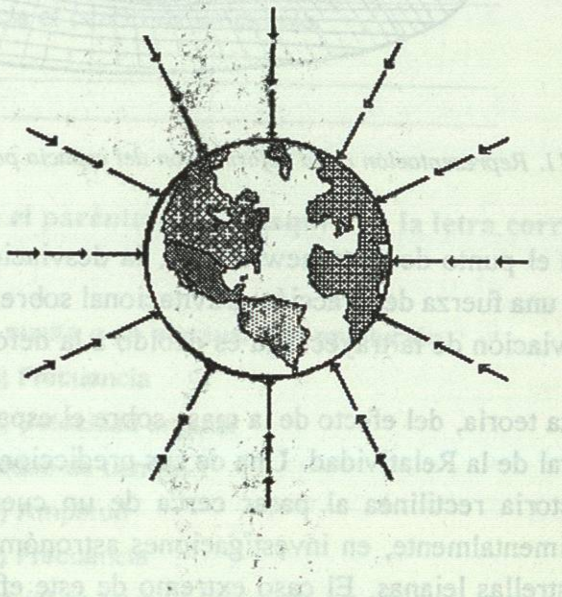

Fig. 11. Representación gráfica del campo gravitacional de la Tierra. Obsérvese que el vector de "g" representado por las flechas en el grabado, disminuyen con la distancia y su dirección es radial hacia el centro.

En la figura 11 se representa el campo gravitacional alrededor de la Tierra. Los vectores que aparecen en la gráfica representan el valor de (g) en un punto determinado en dirección radial y disminuyen con la distancia. En general, el campo gravitacional en un punto determinado es igual a la fuerza gravitacional en ese punto por unidad de masa.

EL CONCEPTO DE GRAVEDAD DE EINSTEIN

Albert Einstein consideró a la gravedad como una característica del espacio que está alrededor de una masa y no como una propiedad de la masa en sí. De acuerdo con esto, el espacio cambia de alguna manera, debido a la presencia de una masa.

Para comprender mejor el efecto de la masa sobre el espacio, representaremos el espacio mediante una tela elástica grande, en cuyo centro colocamos una pelota grande. Si hacemos rodar una canica lejos de la pelota, describirá una trayectoria rectilínea; si por el contrario, la canica pasa cerca de la pelota, describirá una trayectoria curva, como se muestra en la figura 11.

Si la trayectoria es cerrada, la canica orbitará la pelota, describiendo una circunferencia o una elipse.

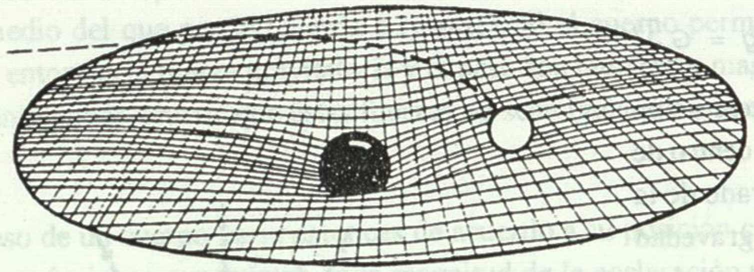

Fig. 11. Representación de la deformación del espacio por la presencia de una masa.

Desde el punto de vista newtoniano, la desviación de la trayectoria rectilínea se debe a que la pelota ejerce una fuerza de atracción gravitacional sobre la canica, en cambio, desde la perspectiva einsteniana, la desviación de la trayectoria es debido a la deformación del espacio por la presencia de las masas.

Esta teoría, del efecto de la masa sobre el espacio, concebida por Einstein, se conoce como la Teoría General de la Relatividad. Una de sus predicciones más importantes, es la de que la luz se desvía de su trayectoria rectilínea al pasar cerca de un cuerpo de gran masa. Este efecto ha sido comprobado experimentalmente, en investigaciones astronómicas, al observar el comportamiento de la luz emitida por estrellas lejanas. El caso extremo de este efecto, es cuando un cuerpo celeste emite luz y ésta es desviada nuevamente hacia él. A los cuerpos celestes con esta característica se les conoce como hoyos negros, los cuales, a pesar de no poder ser observados, se detectan por los efectos que producen sobre los cuerpos celestes a su alrededor.

AUTOEVALUACIÓN

I. Anota en el espacio del lado izquierdo una F si el enunciado es falso o una V si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

_____ 1. El radián equivale al ángulo en donde el arco subtendido es igual a la longitud del diámetro.

_____ 2. La fuerza centrípeta es aquélla que actúa hacia el centro de un círculo.

II. Lee detenidamente cada enunciado y escribe en el paréntesis de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

_____ 1. Es el tiempo que tarda un cuerpo en dar una vuelta o en efectuar una revolución.

a) Aceleración angular b) Frecuencia
c) Periodo d) Velocidad angular

_____ 2. Representa el número de revoluciones por unidad de tiempo.

a) Periodo b) Amplitud
c) Tiempo d) Frecuencia

_____ 3. En el movimiento circular, la velocidad tangencial es siempre perpendicular a...

a) La masa b) La aceleración centrípeta
c) El peso d) La rapidez

_____ 7. Es la razón del cambio del desplazamiento angular en el tiempo transcurrido.

a) Velocidad angular media b) Periodo
c) Frecuencia d) Aceleración angular

_____ 4. Representa el cambio de la velocidad angular en el tiempo.

a) La amplitud b) La aceleración angular
c) La frecuencia d) La velocidad angular media

_____ 5. Es el tipo de aceleración que se origina por el cambio de dirección en la velocidad tangencial, en el movimiento circular unifome.

a) Lineal b) Centrípeta
c) Tangencial d) Angular

_____ 6. Es el tipo de aceleración que se origina por el cambio de magnitud en la velocidad tangencial.

a) Lineal b) Centrípeta
c) Tangencial d) Angular