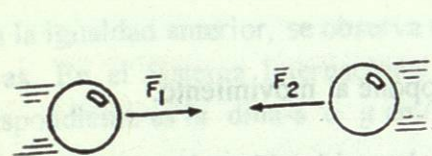


en donde se observa que para que el cambio en la cantidad de movimiento sea el mismo, como en los dos casos anteriores, en el primero se aumentó el intervalo de tiempo (Δt), disminuyendo con ello la fuerza promedio aplicada (\bar{F}) y en el segundo, se disminuyó el intervalo de tiempo (Δt), aumentando así la fuerza promedio (\bar{F}) aplicada.

Otro ejemplo, en el cual se puede apreciar la variación entre la fuerza media aplicada (\bar{F}) y el intervalo de tiempo (Δt), que dura ésta, es el de una persona que salta desde una cierta altura hasta el suelo. Si al hacer contacto los pies con el suelo se flexionan las piernas, lo que se hace es aumentar el intervalo de tiempo (Δt), para amortiguar la fuerza media aplicada (\bar{F}) sobre los huesos. En cambio si el contacto se hace con las piernas rígidas, se disminuye el intervalo de tiempo (Δt), aumentando considerablemente la fuerza media aplicada sobre los huesos.

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL

Consideremos un sistema de dos cuerpos interactuando exclusivamente entre ellos, es decir, no hay ninguna fuerza externa actuando sobre este sistema, sino sólo las ejercidas mutuamente entre los cuerpos. De acuerdo a la Tercera Ley de Newton, las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo son iguales en magnitud pero en sentido contrario, entonces, al considerar un intervalo de tiempo (Δt) durante el cual actúa la fuerza ejercida por un cuerpo sobre el otro, los impulsos producidos por cada una de estas fuerzas, también serán iguales pero opuestos. Lo anterior se puede visualizar considerando la figura 1, en la cual



$$F_1 = -F_2$$

Multiplicando ambos miembros por Δt , resulta.

$$\vec{F}_1 \Delta t = -\vec{F}_2 \Delta t$$

Fig. 1. Sistema aislado de dos masas. No existe ninguna fuerza externa actuando sobre ellas.

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2$$

Dado que la flecha pequeña sobre I_1 e I_2 indican su carácter vectorial.

$$\vec{I}_1 = \Delta \vec{p}_1$$

$$\vec{I}_2 = \Delta \vec{p}_2$$

$$\vec{I}_1 = \vec{p}_1 - \vec{p}_{1,0}$$

$$\vec{I}_2 = \vec{p}_2 - \vec{p}_{2,0}$$

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 \quad \text{Cantidad de movimiento final de la masa 1.}$$

$$\vec{p}_{1,0} = m_1 \vec{u}_1 \quad \text{Cantidad de movimiento inicial de la masa 1.}$$

$$\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 \quad \text{Cantidad de movimiento final de la masa 2.}$$

$$\vec{p}_{2,0} = m_2 \vec{u}_2 \quad \text{Cantidad de movimiento inicial de la masa 2.}$$

en las cuales \vec{u}_1 y \vec{u}_2 representan las velocidades iniciales de las masas y \vec{v}_1 y \vec{v}_2 representan sus velocidades finales.

$$\vec{I}_1 = m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{u}_1 \quad \text{Sustituyendo en } \vec{I}_1 \text{ e } \vec{I}_2$$

$$\vec{I}_2 = m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{u}_2$$

$$\vec{I}_1 = -\vec{I}_2 \quad \text{Al ser sustituidas en la ecuación (4).}$$

$$m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{u}_1 = -(m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{u}_2)$$

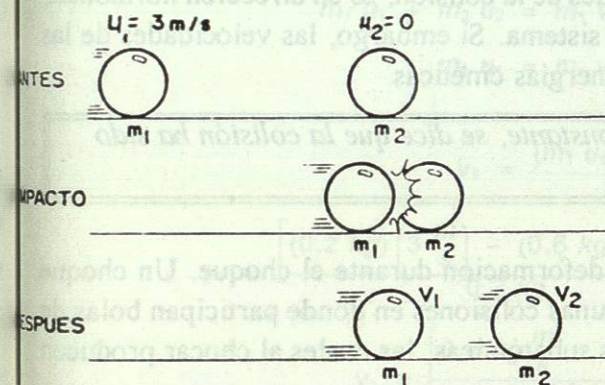
$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad \text{Reagrupando términos.}$$

El lado izquierdo de la igualdad anterior, representa la cantidad de movimiento total inicial del sistema y el lado derecho, representa la cantidad de movimiento total final del sistema. Esto nos conduce al enunciado de la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento:

Si la fuerza externa resultante que actúa sobre un sistema es nula, la cantidad de movimiento total del sistema se conserva.

Esta ley es muy importante, ya que se satisface independientemente del tipo de fuerzas que intervienen en el sistema, con la condición de que sean internas al mismo.

Una de las aplicaciones de dicha ley, es la que se refiere a choques frontales entre dos masas, como se ilustra en la figura 2.



En un choque frontal, las masas tienen siempre la misma dirección, es decir, están confinadas a moverse sobre una misma línea recta, pudiendo cambiar solamente su sentido. De lo anterior, se tiene que es posible suprimir el carácter vectorial de la ecuación (5) y manejarla en forma escalar, es decir

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Fig. 2. Choque frontal entre dos masas.

Ejemplo 2.

Un proyectil de 2 kilogramos es disparado por un cañón cuya masa es de 360 kilogramos. Si el proyectil sale con una velocidad de 480 m/s, ¿Cuál es la vel. de retroceso del cañón?

$$m_1 = 2 \text{ kg} \quad u_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_2 = 360 \text{ kg} \quad u_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Datos}$$

$$v_1 = 480 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

De acuerdo con la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento y considerando como un sistema aislado al cañón y al proyectil.

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Puesto que antes de la explosión m_1 y m_2 están en reposo.

$$v_2 = \frac{-m_1 v_1}{m_2}$$

Despejando v_2 , que es la velocidad de retroceso del cañón.

$$v_2 = \frac{-(2 \text{ kg}) \left(480 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{(360 \text{ kg})}$$

Sustituyendo datos.

$$v_2 = -2.66 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El signo negativo indica que el cañón se mueve en sentido contrario al proyectil.

COLISIONES ELÁSTICAS E INELÁSTICAS

En una colisión o choque ocurren ciertos cambios, los cuales se analizarán a continuación. Por simplicidad, se considerará que el movimiento, antes y después de la colisión, es en dirección horizontal, de tal forma que no hay cambio en la energía potencial del sistema. Si embargo, las velocidades de las masas varían, y esto da como resultado un cambio en sus energías cinéticas.

Si la energía cinética total de un sistema permanece constante, se dice que la colisión ha sido completamente elástica.

En este caso, no se pierde energía en forma de calor o deformación durante el choque. Un choque completamente elástico es un caso ideal, aunque existen algunas colisiones en donde participan bolas de billar, de acero, de boliche; moléculas, átomos y partículas subatómicas, las cuales al chocar producen una colisión aproximadamente elástica.

Los choques en donde no se conserva la energía cinética se dice que son colisiones inelásticas.

Como por ejemplo, al chocar un automóvil contra una barda, la energía cinética que traía el automóvil se transforma una parte en trabajo (para deformar permanentemente el vehículo) y la otra en calor. Por otra parte, en una colisión completamente inelástica, las masas que chocan, permanecen unidas después del impacto. En general, las colisiones inelásticas se caracterizan por la deformación de los objetos que chocan y la generación de calor a partir de sus energías cinéticas iniciales.

Si dos masas chocan frontalmente entre sí como se muestra en la figura 2, y si la colisión es elástica, se tiene que:

- La cantidad de movimiento se conserva.

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

- Se conserva la energía cinética, por ser una colisión elástica

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Veamos los siguientes ejemplos para ilustrar su aplicación.

Ejemplo 3.

Una bola de 0.2 kilogramos que se mueve con una velocidad de 3 m/s, a lo largo del eje + x, choca de frente con otra bola de 0.6 kilogramos, inicialmente en reposo. Si después del choque, la segunda masa adquiere una velocidad de 1.5 m/s en la dirección del eje + x,

- ¿Cuál es la velocidad de la primera masa después del choque?
- ¿De qué tipo de colisión se trata?

$$m_1 = 0.2 \text{ kg} \quad \text{Datos.}$$

$$u_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_2 = 0.6 \text{ kg}$$

$$u_2 = 0$$

$$v_2 = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Considerando que el sistema es aislado, la cantidad de movimiento se conserva, entonces

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 u_1 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Puesto que la segunda bola está en reposo antes del impacto $u_2 = 0$.

$$v_1 = \frac{(m_1 u_1 - m_2 v_2)}{m_1}$$

Despejando v_1 de esta ecuación.

$$v_1 = \frac{(0.2 \text{ kg}) \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) - (0.6 \text{ kg}) \left(1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0.2 \text{ kg}}$$

Sustituyendo datos.

$$v_1 = \frac{0.6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.9 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.2 \text{ kg}}$$

$$v_1 = \frac{-0.3 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.2 \text{ kg}}$$

$$v_1 = -1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El signo negativo indica que la primera masa rebota en sentido contrario a su movimiento original.

- Para determinar de qué tipo es el choque, se calcula la energía cinética total antes y después del choque; si el valor es el mismo, entonces, el choque es elástico.

$$E_{(k \text{ total}) \text{ antes}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

Cálculo de la energía cinética total antes del choque.

$$E_{k \text{ total}} \text{ antes} = \frac{1}{2} (0.2 \text{ kg}) \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} (0.6 \text{ kg})(0)^2 \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$E_{k \text{ total}} \text{ antes} = 0.9 \text{ J}$$

$$E_{k \text{ total}} \text{ después} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \text{Cálculo de la energía cinética total después del choque.}$$

$$E_{k \text{ total}} \text{ des} = \frac{1}{2} (0.2 \text{ kg}) \left(-1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} (0.6 \text{ kg}) \left(1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$E_{k \text{ total}} \text{ después} = 0.225 \text{ J} + 0.675 \text{ J}$$

$$E_{k \text{ total}} \text{ después} = 0.9 \text{ J}$$

$$E_{k \text{ total}} \text{ antes} = E_{k \text{ total}} \text{ después} \quad \text{Observando estos resultados se concluye que el choque es elástico.}$$

Un ejemplo típico de choque inelástico es el de una bala que se incrusta en un bloque de madera, poniéndolo en movimiento. En este caso, una parte de la energía cinética de la bala hace el trabajo de perforar al bloque, otra parte hace el trabajo de moverlo y el resto se transforma en calor. Este choque es completamente inelástico. Para ilustrar lo anterior, consideraremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.

Una bala de 10 gramos y de rapidez desconocida se dispara contra un bloque de madera de 2 kilogramos que está suspendido del techo mediante una cuerda. La bala choca contra el bloque y se incrusta en él. Después de la colisión, el bloque y la bala oscilan hasta alcanzar una altura de 30 centímetros sobre la posición inicial. ¿Cuál será la rapidez de la bala un instante antes de la colisión?

Datos

$$m_1 = 10 \text{ g} = 0.010 \text{ kg}$$

$$m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$u_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h = 30 \text{ cm} = 0.30 \text{ m}$$

Primeramente se calcula la velocidad de retroceso del bloque con la bala incrustada, después del impacto. Para ello, se aplica la Ley de la Conservación de la Energía, considerando que la velocidad del bloque en el punto más alto es igual a cero.

$$E_1 = E_2$$

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

$$E_{k1} = E_{p2}$$

$$E_{k1} = E_{p2}$$

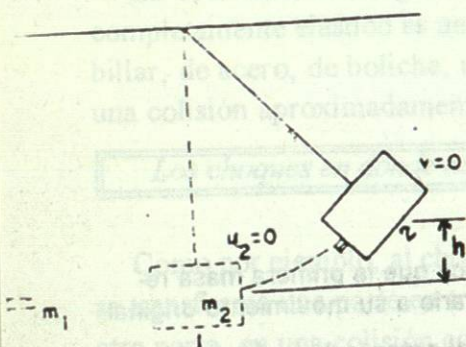
$$E_{k1} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

$$E_{p2} = (m_1 + m_2) g h$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = (m_1 + m_2) g h$$

Considerando que por el punto (1) pasa el nivel de referencia, se tiene que $E_{p1} = 0$ y dado que la masa se detiene en el punto (2), $E_{k2} = 0$.

Aquí se considera a la masa como la suma de m_1 y m_2 ya que la bala se incrusta en el bloque.



Siendo (v) la velocidad de retroceso del bloque y con la cual inicia su ascenso.

$$v^2 = 2 g h \quad \text{De esta ecuación se elimina la suma de masa y se despejó } v^2.$$

$$v^2 = 2 \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (0.30 \text{ m}) \quad \text{Sustituyendo Datos.}$$

$$v^2 = 5.88 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$v = 2.42 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Es la velocidad de retroceso del bloque con la bala incrustada en él.}$$

Para calcular la velocidad de la bala antes del impacto, se utiliza la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 u_1 = (m_1 + m_2) v$$

Donde $u_2 = 0$ porque inicialmente el bloque está en reposo y después del choque las masas (bloque y bala) se mueven con la misma velocidad (v).

$$u_1 = \frac{(m_1 + m_2) v}{m_1}$$

Despejando u_1 que es la velocidad de la bala antes del impacto.

$$u_1 = \frac{(0.01 \text{ kg} + 2 \text{ kg}) \left(2.42 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0.01 \text{ kg}} \quad \text{Sustituyendo datos.}$$

$$u_1 = \frac{(2.01 \text{ kg}) \left(2.42 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0.01 \text{ kg}}$$

$$u_1 = 486.42 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

AUTOEVALUACIÓN

I. Lee cuidadosamente cada enunciado y escribe en el guión de la izquierda la letra correspondiente a la respuesta correcta.

- ___ 1. El impulso y la cantidad de movimiento son cantidades
 - a) Escalares
 - b) Vectoriales
 - c) Sin unidades
 - d) Constantes
- ___ 2. Es una cantidad cuya magnitud equivale al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo que dura aplicada esta fuerza
 - a) Aceleración
 - b) Cantidad de movimiento
 - c) Energía
 - d) Impulso
- ___ 3. Es una cantidad cuya magnitud equivale al producto de su masa por su velocidad
 - a) Aceleración
 - b) Cantidad de movimiento
 - c) Energía
 - d) Impulso
- ___ 4. Una colisión en donde dos cuerpos se adhieren entre sí, es un choque
 - a) Potencial
 - b) Inelástico
 - c) Elástico
 - d) Cinético
- ___ 5. El impulso equivale al cambio en
 - a) La cantidad de movimiento
 - b) La energía
 - c) El trabajo
 - d) La potencia
- ___ 6. El impulso tiene la misma dirección que
 - a) La velocidad
 - b) El tiempo
 - c) El peso
 - d) La fuerza
- ___ 7. Un sistema sobre el cual la fuerza resultante externa es nula, es llamado
 - a) Sistema de fuerzas
 - b) Sistema aislado
 - c) Par de fuerzas
 - d) Sistema compuesto
- ___ 8. En una colisión completamente elástica, se conserva
 - a) La energía mecánica
 - b) La energía cinética
 - c) La energía térmica
 - d) La energía potencial.
- ___ 9. La cantidad de movimiento de un cuerpo tiene la dirección de
 - a) La velocidad
 - b) La fuerza
 - c) La masa
 - d) La aceleración
- ___ 10. El tipo de colisión en donde no se conserva la energía cinética, es
 - a) Potencial
 - b) Inelástica
 - c) Cinética
 - d) Elástica

II. Anota en el espacio del lado izquierdo una F si el enunciado es falso o una V si éste es verdadero. Da la razón de tu respuesta.

- ___ 1. El impulso es el producto de una fuerza aplicada por una cierta distancia.

- ___ 2. El cambio en la cantidad de movimiento se debe al impulso que se le ha dado a un cuerpo.

- ___ 3. El N kg es la unidad del impulso en el Sistema Internacional de unidades.

- ___ 4. En un choque elástico hay pérdida de energía por calor.

- ___ 5. Las unidades para el impulso son equivalentes a las unidades de cantidad de movimiento.

- ___ 6. Un objeto que tiene cantidad de movimiento, tiene también energía cinética.

- ___ 7. Si al rebotar una pelota contra el piso, la colisión es perfectamente elástica, siempre rebotará hasta la misma altura.

- ___ 8. La cantidad de movimiento es una cantidad escalar.

- ___ 9. La cantidad de movimiento se conserva solamente en las colisiones elásticas.

- ___ 10. En un sistema aislado, la cantidad de movimiento total tiende a cambiar.
