

Hay en total 6,435 grupos diferentes de 8 maestros, que se pueden formar.

Por lo cual, la probabilidad de que al seleccionar al azar un grupo de 8 maestros, formado por 5 maestros y 3 maestras, será el número de casos favorables entre el número total de casos posibles, es decir

$$P(5H,3M) = \frac{2,520}{6,435}$$

$$= \frac{56}{143}$$

$$= 0.3916$$

O lo que es lo mismo, la probabilidad es de 39.16%

Ejercicio 3.4

1. ¿Cuántos comités diferentes formados por 2 estudiantes de primer semestre y 3 estudiantes de segundo semestre se pueden seleccionar entre 15 estudiantes de primer semestre y 12 estudiantes de segundo semestre?
2. Una urna contiene 3 boletas rojas y 6 boletas azules. ¿De cuántas formas pueden sacar 3 boletas, si dos de ellas deben ser rojas?
3. ¿Cuántas palabras diferentes de dos vocales y dos consonantes se pueden formar con 7 consonantes diferentes y 5 vocales diferentes?
4. El mismo problema 3, si las consonantes y las vocales deben ir alternadas.
5. ¿Cuántas rectas se pueden trazar por 14 puntos coplanares, si tres cualesquiera de ellos, no son colineales?
6. Si se dispone de 10 personas para hacer una guardia nocturna de 3 personas ¿durante cuántas noches se podrá tener una guardia diferente?
7. Una bolsa contiene 6 bolas rojas, 3 bolas amarillas y 4 bolas azules. ¿Cuántas maneras se podrán extraer 8 bolas, de tal forma que sean 3 rojas, 2 amarillas y 3 azules?
8. Con los datos del problema # 7, pero considerar que en las 8 bolas extraídas por lo menos 4 sean rojas.
9. Comprobar que $C(6,2) = C(7,3) - C(6,3)$
10. Si $C(n,r) = 20$ y $P(n,r) = 120$, encontrar los valores que deben tener "n" y "r".

11. En un grupo de la preparatoria # 27 de la U.A.N.L. hay 18 hombres y 12 mujeres, en un segundo grupo hay 14 hombres y 16 mujeres. Si se selecciona un grupo al azar y de él se escoge al azar una persona, ¿cuál es la probabilidad de que la persona sea mujer?
12. Un niño tiene 15 pares de calcetines, 9 de los cuales son blancos y 6 son negros ¿cuál es la probabilidad de que al escoger 8 pares de calcetines, 6 de ellos sean blancos y 2 sean negros?
13. Al tirar una moneda 6 veces, ¿cuál es la probabilidad de que caigan al menos 4 caras?
14. Al tirar una moneda 6 veces, ¿cuál es la probabilidad de que caigan exactamente 4 sellos?
15. Si se tiran 6 monedas simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de obtener exactamente 4 sellos?

3.5 Estadística descriptiva y análisis de datos

Objetivo:

Dado un conjunto de datos, determinar la distribución: de frecuencias agrupadas, de frecuencias acumuladas y de porcentajes acumulados; graficar: el histograma y el polígono de frecuencias de la distribución; calcular: la media, la mediana, la moda y la desviación estándar de la distribución. Y dada una calificación individual, la media y la desviación estándar de una distribución normal, calcular: su calificación estándar equivalente y su percentil correspondiente.

Si preguntáramos al "hombre de la calle" qué significa para él la Estadística, en el mejor de los casos obtendríamos como respuesta: "La Estadística es una palabra mágica, es el 'abracadabra', que nos permite manejar los números a nuestro antojo. Manipulando los números de acuerdo con ciertas reglas secretas y muy bien guardadas, podremos probar lo que deseamos". O simplemente: "Estadística es solamente una colección de hechos". Incluso podríamos encontrar alguna persona más conocedora que opinase que es una "colección de hechos y circunstancias pasadas, de interés vital, tales como el número de bañeras existentes en un país en 1929.

Es verdad que éstas y otras actividades se atribuyen frecuentemente al campo de las estadísticas. No es verdad, sin embargo, que los Estadísticos se ocupen de ellas. ¿Qué es entonces la Estadística? Aunque es virtualmente imposible obtener un consenso general de la definición de Estadística, es factible diferenciar dos definiciones de Estadística.

1. La Estadística es comúnmente considerada como una colección de hechos numéricos expresados en términos de una relación resumida, y que han sido recopilados a través de varias observaciones, o a partir de otros datos numéricos. Así, considerada la Estadística está constituida por una colección de enunciados tales como, "El cociente intelectual promedio de los niños de 5° de primaria es...", o "Si de cada diez personas prefieren el licor X cuando se compara con el licor Y", o bien "los campeones mundiales de fútbol anotaron 25 goles en 10 partidos realizados frente a seleccionados de diferentes países..."

2. La Estadística puede igualmente ser considerada como un método para tratar datos numéricos. Esta definición refuerza el concepto de que la Estadística es un instrumento que se orienta a la recolección, organización, y análisis de datos numéricos de observaciones.

La primera función constituye el objeto de esta sección.

Deben diferenciarse dos funciones del método estadístico: técnicas de Estadística descriptiva y técnicas de Inferencia Estadística o inductiva.

El objetivo central de la Estadística descriptiva es presentar información en forma conveniente, útil y comprensible. La inferencia estadística, por su parte se ocupa de generalizar esta información, o, más específicamente hace inferencias acerca de poblaciones a partir de las muestras extraídas de estas poblaciones.

Estadística descriptiva

Cuando un investigador conduce un estudio, de ordinario reúne gran cantidad de información numérica o datos acerca del problema en cuestión. Los datos pueden tener variedad de formas: datos de frecuencias (recuentos de votantes que prefieren uno u otro candidato político), o datos escalares (los pesos netos de los ingredientes de un cereal de consumo popular, o los cocientes intelectuales de un grupo de estudiantes universitarios). En su forma original, tal cual son recopilados, estos datos son usualmente un enredo de calificaciones, recuentos, frecuencias, etc. Al realizar la función descriptiva el Estadístico formula reglas y procedimientos para la presentación de los datos en una forma más útil y significativa. Así, el Estadístico establece reglas a través de las cuales los datos pueden representarse gráficamente. También formula reglas para calcular varios estadísticos a partir de los datos originales.

Imaginemos que un instructor consejero quiere someter a un grupo de estudiantes secundaria a una serie de pruebas (para medir su inteligencia, aptitud, personalidad, etc.). ¿Qué tipo de operaciones podrá ejecutar con las calificaciones y mediciones resultantes para cumplir con la función descriptiva?

1. Podrá reorganizar las calificaciones y agruparlas de varias formas, para obtener así una visión global de todo el conjunto de datos.

2. Podrá construir tablas, gráficas y figuras que permitan visualizar los resultados.

3. Podrá convertir los resultados originales a formas que sean más útiles para propósitos específicos. Así, podrá convertir estas calificaciones originales en rangos percentiles.

4. Podrá también calcular promedios, para aprender algo acerca del comportamiento específico de sus problemas.

5. Empleando el promedio como punto de referencia podrá describir la dispersión de calificaciones con respecto a un punto central. Las estadísticas que cuantifican esta dispersión son conocidas como medidas de variabilidad o medidas de dispersión.

Inferencia estadística

El trabajo de un investigador no ha llegado a su fin cuando ha concluido con la función descriptiva. Por el contrario, está frecuentemente más cerca del principio, que del fin de su tarea. La razón de esta afirmación es obvia cuando consideramos que el propósito de su investigación es a menudo explorar hipótesis de naturaleza general, más que simplemente comparar unas cuantas muestras.

Imaginemos que eres un farmacólogo que está interesado en conocer los efectos de una droga determinada sobre la ejecución de una tarea que implica coordinación psicomotora. En consecuencia, usted diseña un estudio que implique dos condiciones: una experimental y otra de control. Tu suministras la droga a los sujetos en experimentación en períodos de tiempo específicamente determinados antes de empezar la prueba. Para evitar "efectos de placebo" se dará una píldora inocua que contenga ingredientes inertes a los sujetos de control. Después de que todos los sujetos hayan sido sometidos a la prueba, elaborarás la función descriptiva. Así hallarás que "en promedio" los sujetos experimentales no actuaron tan bien como los de control. En otras palabras, la media aritmética de los datos del grupo experimental será más baja que la del grupo de control. En consecuencia, te preguntarás "¿puedo concluir que la droga produjo tal diferencia entre los grupos?" o, una pregunta aún más general, "¿puedo asegurar que la droga tiene un efecto adverso sobre la ejecución de la tarea que se investiga?" Para responder estos interrogantes, no es suficiente basarse solamente en la Estadística Descriptiva.

"Después de todo", razonarás, "aún si la droga no tuviera efecto, es altamente improbable que los promedios de los dos grupos hubiesen sido idénticos. Alguna diferencia habrá de observarse". La intervención de variables incontrolables (algunas veces llamadas en forma imprecisa "factores de azar") ciertamente produce alguna disparidad entre las medidas de los grupos. La pregunta crítica, desde el punto de

vista de la inferencia estadística, será: ¿es la diferencia suficientemente grande como para descartar las variaciones incontroladas en el experimento como una explicación suficiente? Enunciándolo de otra manera, si fuésemos a repetir el experimento ¿seríamos capaces de predecir con confianza, que las mismas diferencias (ejemplo: una medida es más grande que la otra) se repetiría sistemáticamente?

En el momento en que surgen estas preguntas, nos movemos hacia el área fascinante del análisis estadístico conocida como inferencia estadística o Estadística Inductiva.

Distribuciones de frecuencias

Imaginemos que acabas de aceptar el cargo de director de una importante escuela de bachillerato. Tu responsabilidad es preparar una reforma curricular acorde con las necesidades y motivaciones de los estudiantes y que, al mismo tiempo, estimule sus capacidades intelectuales. Desde luego, está fuera del alcance del texto solucionar este problema tan interesante y complejo. Sin embargo, no se puede avanzar hacia una solución sin evaluar antes las capacidades intelectuales del cuerpo estudiantil. En consecuencia, acudes a los archivos y "extraes información" al azar (es decir, de forma que cada miembro de la población tenga la misma oportunidad de ser seleccionado) tomando 110 expedientes de estudiantes, que brinden información personal y académica. Puesto que su interés presente es valorar la capacidad intelectual, tu enfocarás su atención hacia la información sobre el "C.I. estimado". Al anotar estos datos obtendrás las cifras señaladas en la tabla 1

154	131	122	100	113	119	121	128	112	93
133	119	115	117	110	104	125	85	120	135
116	103	103	121	109	147	103	113	107	98
128	93	90	105	118	134	89	143	108	142
85	108	108	136	115	117	110	80	111	127
100	100	114	123	126	119	122	102	100	106
105	111	127	108	106	91	123	132	97	110
150	130	87	89	108	137	124	96	111	101
118	104	127	94	115	101	125	129	131	110
97	135	108	139	133	107	115	83	109	116
110	113	112	82	114	112	113	142	145	123

Tabla 1
Resultados del C.I. de 110 estudiantes de bachillerato seleccionados al azar.

Como es obvio, en principio estas cantidades no tienen para ti "pies ni cabeza" menos que las orgánicas de un modo sistemático. Quizás puedas idear un ordenamiento de todos los resultados en forma descendente y luego colocar una rayita vertical a su lado cada vez que ocurran. (tabla 2).

X	f	X	f	X	f	X	f
154		135		116		97	
153		134		115		96	
152		133		114		95	
151		132		113		94	
150		131		112		93	
149		130		111		92	
148		129		110		91	
147		128		109		90	
146		127		108		89	
145		126		107		88	
144		125		106		87	
143		124		105		86	
142		123		104		85	
141		122		103		84	
140		121		102		83	
139		120		101		82	
138		119		100		81	
137		118		99		80	
136		117		98			

Tabla 2
Distribución de frecuencias de los resultados del C.I. de 110 estudiantes de bachillerato seleccionados al azar.

El número de rayitas representa pues la frecuencia con que aparece cada resultado.

Al terminar se habrá construido un conjunto no agrupado de distribución de frecuencias de resultados. Advierta que, en el presente ejemplo, algunos puntajes tienen una extensión muy vasta, mientras que otros presentan una frecuencia de cero y no hay "visualización" clara que indique una tendencia central. En estas condiciones la mayoría de los investigadores acostumbran "agrupar" los puntajes en lo que se llama intervalos de clase, para obtener una distribución de frecuencias de "puntajes agrupados".

El agrupamiento en intervalos de clase implica una especie de "ruptura de la escala" en la cual asignamos los puntajes mutuamente excluyentes¹ en donde éstas se definen en términos de los intervalos de grupo empleados. Las razones para hacer este tipo de agrupación son dobles:

- (1) es antieconómico y poco práctico tratar con un gran número de casos distribuidos en muchos puntajes a menos que dispongamos de calculadoras automáticas.
- (2) Algunos de los puntajes tienen asociada una frecuencia tan baja que no justifica mantenerlos como entidades distintas y separadas.

Como factor negativo podemos mencionar que al agrupar los puntajes se pierde inevitablemente parte de la información. Por ejemplo, las calificaciones individuales no se identifican cuando haya un agrupamiento en intervalos de clase y son inevitables pequeños errores estadísticos basados en su agrupación.

La próxima pregunta es "¿Qué base emplearemos para agrupar los datos en intervalos de clase que vamos a utilizar?" Obviamente, el intervalo seleccionado deberá ser tan amplio que perdamos la discriminación proporcionada por nuestra medida original. Por ejemplo, si tuviéramos que dividir en dos clases los puntajes C.I. ya seleccionado, y lo hiciéramos entre los inferiores a 100, y los iguales o superiores a 100; en la práctica toda la información inherente a los puntajes originales se habría perdido. Por otra parte, los intervalos de clase no deben ser tan pequeños que se desvirtúe el objetivo que se busca con la agrupación. Para responder a nuestra pregunta, no hay desgraciadamente ninguna norma general que pueda ser aplicada en todos los casos. La mayoría de las veces el escoger el número de intervalos de clase debe representar un juicio basado en la influencia que tienen los efectos de la agrupación sobre la discriminación de los datos y sobre la economía de su presentación. No obstante, se acepta generalmente que buena parte de los datos obtenidos en las ciencias que estudian el comportamiento puede ser agrupada en 20 intervalos de clase. (Consideraremos 15 intervalos de clase para los datos que se analizan en este ejemplo).

Habiendo decidido el número apropiado de intervalos de clase para una serie de datos son relativamente sencillos los procedimientos para asignar resultados a los intervalos de clase. Como también es posible utilizar diferentes técnicas, nosotros emplearemos

¹Llamamos a las clases mutuamente excluyentes porque es imposible para un puntaje de una muestra pertenecer a más de una clase.

sólo una para ser siempre consecuentes. El procedimiento que debe emplearse es el siguiente:

1^{er} Paso. Encuentra la diferencia entre el resultado más alto y el más bajo en los datos originales. Añade 1 para obtener el número total de resultados o de resultados potenciales. En el presente ejemplo, el resultado es $(154-80) + 1 = 75$.

2^{do} Paso. Divide esta cifra por 15 para obtener el número de resultados o de resultados potenciales en cada intervalo. Si el valor resultante no es un número entero, y generalmente no lo es, los autores prefieren redondear al número entero más cercano, esta práctica está lejos de ser universal, y no se comete ningún error si se redondea al número más cercano. En este ejemplo, el número de calificaciones para cada intervalo de clase es $75/15$, o sea 5. Identificaremos este número con el símbolo i . En el ejemplo, $i = 5$.

3^{er} Paso. Toma el resultado más bajo de los datos originales como el límite inferior del primer intervalo de clases. Agrega $i-1$ para obtener el puntaje máximo del primer intervalo de clase. En esta forma, el intervalo de clase mínimo en los datos que tenemos a mano es 80-84.

4^{to} Paso. El límite inferior de intervalo de clase siguiente, será el número entero consecutivo al máximo puntaje del intervalo de clase inferior. En el presente ejemplo, el próximo número entero es 85. Sigue las mismas etapas del 3^{er} paso para obtener el puntaje más alto del segundo intervalo de clase. Prosigue con este procedimiento para cada intervalo de clase superior sucesivo, hasta que todos los puntajes se hayan incluido en sus intervalos de clase apropiados.

5^{to} Paso. Asigna cada puntaje obtenido al intervalo de clase dentro del cual está incluido. La distribución de frecuencias agrupada que aparece en la tabla 3 se obtuvo empleando el procedimiento ya citado.

INTERVALO DE CLASE	f	INTERVALO DE CLASE	f
150-154	2	110-114	17
145-149	2	105-109	14
140-144	3	100-104	12
135-139	5	95-99	4
130-134	7	90-94	5
125-129	9	85-89	5
120-124	9	80-84	3
115-119	13		
N = 110			

Tabla 3
Distribución de frecuencias agrupada de los resultados del C.I. basadas en los datos que aparecen en la tabla 2.