Por lo tanto,

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

Para deducir las fórmulas de sen $(a-\beta)$  y de  $\cos(a-\beta)$  procederemos de manera parecida a como lo hicimos en la discusión anterior.

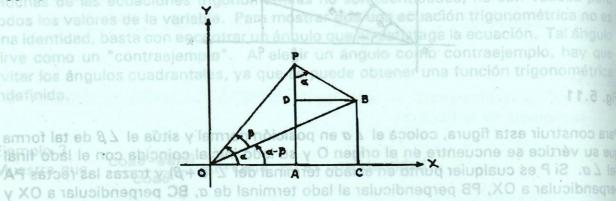


Fig. 5.12

Para construir la figura 5.12, coloca el  $\angle \alpha$  en posición normal y sitúa el  $\angle \beta$  de tal forma que su vértice se encuentre en el origen y su lado inicial coincida con el lado final del  $\angle \alpha$ . Si B es cualquier punto en el lado terminal del  $\angle (\alpha - \beta)$  y trazas las rectas PA perpendicular a OX, PB perpendicular al lado terminal de  $\alpha$ , BC perpendicular a OX y BD perpendicular a AP.

Ahora,  $\angle$  APB =  $\propto$  (porque sus lados correspondientes son perpendiculares, OA y AP, OB v BP). Entonces

$$sen(\alpha - \beta) = \frac{BC}{OB} = \frac{AP - PD}{OB} = \frac{AP}{OB} - \frac{PD}{OB} = \frac{AP}{OP} \cdot \frac{OP}{OB} - \frac{PB}{OB} \cdot \frac{PD}{PB}$$

Por lo tanto,  $\sec(\alpha-\beta) = \sec \alpha \cos \beta$ -sen  $\beta \cos \alpha$  something  $x = \frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos \alpha}{\theta \cos \alpha} = \theta \cot \beta$  and  $\frac{\theta \cos$ 

$$\cos\left(\alpha - \beta\right) = \frac{OC}{OB} = \frac{OA + AC}{OB} = \frac{OA + BD}{OB} = \frac{OA}{OB} + \frac{BD}{OB} = \frac{OA}{OP} \cdot \frac{OP}{OB} + \frac{BD}{PB} \cdot \frac{PB}{OB}$$

Por lo tanto, positionu eb robenimoneb le v robenemun le ribivib le  $\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ 

Si ahora en la fórmula 
$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}$$

acion por el producto cos accosos con la que resultatéis

sustituimos los valores encontrados anteriormente y siguiendo un proceso análogo al anterior, se obtiene que:

$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

También se pueden establecer identidades acerca de funciones trigonométricas de ángulos dobles, tales como sen 2a, o mitades de ángulos como  $\cos\frac{\alpha}{2}$ 

Supongamos que en las fórmulas de la suma de dos ángulos, los dos ángulos sean iguales, es decir  $\alpha = \beta$ . Quedarán entonces,

cos 20 = cos20 (1 - cos 0)

$$sen(a + a) = sen a cos a + sen a cos a$$

Por lo tanto,

$$sen 2\alpha = 2 sen \alpha cos \alpha$$
  
 $cos(\alpha + \alpha) = cos \alpha cos \alpha - sen \alpha sen \alpha$ 

Por lo tanto,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ 

$$\tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} = \frac{\tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{\tan \alpha}{$$

Por lo tanto,

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1-\tan^2 \alpha}$$

por último, las funciones trigonométricas de la mitad de un ángulo se expresan en función de las del ángulo por medio de las relaciones anteriores.

De la identidad cos  $2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ , si sustituímos  $\cos^2 a$  por  $1 - \sin^2 a$ , se deduce que

$$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$
 $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$ 

y despejamos sena, nos queda

$$sen \alpha = \sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}}$$

si ahora hacemos  $2a = \theta$ , entonces  $a = \theta/2$  y se tiene

$$\operatorname{sen}^{\theta}/_{2} = \sqrt{\frac{1-\cos \theta}{2}}$$

en rigor, se debería colocar el signo  $\pm$  delante de la raíz cuadrada, lo cual significaría que el sen  $^{\theta}/_{2}$  es positivo o negativo según el cuadrante, tal como se ilustró en la sección anterior. Si se sobrentiende ésto, no resulta necesario colocar el doble signo delante de las raíces cuadradas en ninguna de las fórmulas siguientes.

 $\cos(a + a) = \cos a \cos a \cdot \sin a \sin a$ 

De la relación cos  $2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ , si sustituímos  $\sin^2 \alpha$  por  $1 - \cos^2 \alpha$ , se deduce que

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)$$
$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

y despejamos cosa, resulta

$$\cos \alpha = \int \frac{1 + \cos 2 \alpha}{2}$$

y si hacemos  $2a = \theta$ , entonces  $a = \theta_2$  y se tiene

$$\cos^{\theta}/_{2} = \sqrt{\frac{1+\cos^{\theta}}{2}}$$

La tan <sup>6</sup>/<sub>2</sub> se puede expresar como

$$\operatorname{sen}(\alpha - \theta) = \frac{\operatorname{BC}}{\operatorname{OB}} \tan \frac{\theta}{2} = \frac{\operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{cos} \frac{\theta}{2}} = \frac{1 - \cos \theta}{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

último, las funciones trigonométricas de la mitad de un ángulo se expresan en ción de las del ángulo por medio de las relaciones anteriores, a con por ser el suprese o con por medio de las relaciones anteriores, a con por ser el suprese o con por el ser el ser

$$\cos \theta$$
 , senoine the senoineles set eb oibem non olugné leb set eb no  $\tan \theta/2 \equiv \sin \left(\frac{1-\cos \theta}{1+\cos \theta}\right)$  set  $\sin \theta/2 = \cos \theta$  so behimeble

o bién, racionalizando el denominador, obtenemos que

$$\tan^{\theta}/_{2} = \frac{\sin^{\theta}}{1 + \cos^{\theta}}$$

Las identidades para la suma, diferencía, el doble y la mitad del ángulo con senos, cosenos y tangentes se resumen en la siguiente tabla;

Identidad para la suma de dos ángulos:

$$sen(\alpha + \beta) = sen\alpha cos\beta + sen\beta cos\alpha$$
  $cos(\alpha + \beta) = cos\alpha cos\beta - sen\alpha sen\beta$ 

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

Identidad para la diferencia de dos ángulos:

$$sen(\alpha-\beta) = sen\alpha cos\beta - sen\beta cos\alpha cos(\alpha-\beta) = cos\alpha cos\beta + sen\alpha sen\beta$$

$$\tan (\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Identidad para el doble del ángulo:

$$sen 2\alpha = 2 sen \alpha cos \alpha cos 2\alpha = cos^2 \alpha - sen^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^{2}\alpha}$$
 by astrologic set ob any absolution

Identidades para la mitad del ángulo:

$$sen \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

 $\frac{2sen^3\theta + \cos\theta sen2\theta}{sen2\theta} = \sec\theta$ 

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

Ejemplo 4

Simplifica cada una de las siguientes expresiones:

$$|\delta|(\sin\alpha + \sin\beta)^2 + (\cos\alpha - \cos\beta)^2 + 2\cos(\alpha + \beta)$$

$$\sup \frac{\text{sen } (\alpha+\beta) + \text{sen } (\alpha-\beta)}{\text{sen } 2\alpha}$$

Solución:

a) Desarrollando cada uno de los binomios al cuadrado

$$(sen \alpha + sen \beta)^2 + (cos \alpha - cos \beta)^2 + 2 cos(\alpha + \beta) =$$

 $- sen^2 \alpha + 2 sen \alpha sen \beta + sen^2 \beta + cos^2 \alpha - 2 cos \alpha cos \beta + cos^2 \beta + 2(cos \alpha cos \beta - sen \alpha sen \beta)$ 

 $= sen^2 \alpha + 2 sen \alpha sen \beta + sen^2 \beta + cos^2 \alpha - 2 cos \alpha cos \beta + cos^2 \beta + 2 cos \alpha cos \beta$ . entidad para la suma de dos ángulos: 2sena senß

cambiando términos semejantes.

$$= (\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + (\operatorname{sen}^2 \beta + \cos^2 \beta)$$

de = 2e de las raices cuadradas en ninguntaduens recipientes esta de la companidad de la co

b) 
$$\frac{sen (\alpha+\beta) + sen (\alpha-\beta)}{sen 2\alpha} = \frac{sen\alpha \cos\beta + sen\beta \cos\alpha + sen\alpha \cos\beta - sen\beta \cos\alpha}{2sen\alpha \cos\alpha}$$

2senacosB 2sena cosa

$$=\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$$

Eiemplo 5

Demuestra cada una de las siguientes identidades:

TOS 200 - cos20 - sen20

a) 
$$\frac{2sen^3\theta}{sen2\theta} + cos\theta = sec\theta$$

v despejamos coso, resulta

b) 
$$\frac{2\tan\theta-\sec n2\theta}{2\sec^2\theta}=\tan\theta$$

Solución:

a) Desarrollando el miembro izquierdo de la ecuación y usando las relaciones siguientes: sen  $2\theta = 2 \operatorname{sen}\theta \operatorname{cos}\theta$  y  $\operatorname{sec}\theta = \frac{1}{\operatorname{cos}\theta}$ , tenemos

implifica cada una de las siguientes expresiones:-

$$\frac{2sen^3\theta + cos\theta sen2\theta}{sen2\theta} = sec\theta$$

$$\frac{2sen^3\theta + cos\theta(2sen\theta cos\theta)}{2sen\theta cos\theta} = sec\theta$$

$$\frac{2sen^3\theta + cos\theta(2sen\theta cos\theta)}{2sen\theta cos\theta} = sec\theta$$

$$\frac{(8-9) nex + (8-9) nex}{(8-9) nex}$$

$$\frac{2sen^3\theta + 2sen\theta\cos^2\theta}{2sen\theta\cos\theta} = sec\theta$$

$$\frac{2sen\theta(sen^2\theta + cos^2\theta)}{2sen\theta cos\theta} = sec\theta = (3 + n)soc 2 + (3soc - nsoc) + (3nez + nest)$$

$$\frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$$

$$\sec \theta = \sec \theta$$

$$\frac{1}{\sec \theta + \tan \theta} + \tan \theta = \sin \theta - \cos \theta - \cos \theta + \cot \theta$$

Simplifica cada una de las siguientes expresiones:

2)  $\sec\theta(1-\sec^2\theta)$ 

6)  $\cot^2\theta (1 + \tan^2\theta)$ 

3) senfsecf

b) Se utilizan las relaciones

$$\tan\theta = \frac{sen\theta}{\cos\theta}$$
 y sen  $2\theta = 2 sen \theta cos \theta$  y desarrollando el lado izquierdo de la

ecuación

en 2a = 2 sena cosa

$$\frac{2sen\theta}{cos\theta} - 2sen\theta cos\theta = tan\theta$$

$$2sen^2\theta$$

$$= tan\theta$$

$$\frac{2sen\theta - 2sen\theta\cos^2\theta}{\cos\theta} = tan\theta$$

$$\frac{\partial \operatorname{nez}(\delta+\theta)\operatorname{nez}+\partial \operatorname{soo}(\delta+\theta)\operatorname{soo}}{2\operatorname{sen}^{2}\theta \operatorname{cos}\theta} = \tan \theta + (\delta+\theta)\operatorname{nez}$$

$$\frac{2\operatorname{sen}\theta - 2\operatorname{sen}\theta \operatorname{cos}^{2}\theta}{(\delta-\theta)\operatorname{soo}+(\delta+\theta)\operatorname{soo}} = \tan \theta + (\delta+\theta)\operatorname{nez}$$

$$\frac{2\operatorname{sen}\theta - 2\operatorname{sen}\theta \operatorname{cos}^{2}\theta}{(\delta-\theta)\operatorname{soo}+(\delta+\theta)\operatorname{soo}} = \tan \theta + (\delta+\theta)\operatorname{nez}$$

$$\frac{2\operatorname{sen}\theta - 2\operatorname{sen}\theta \operatorname{cos}^{2}\theta}{(\delta-\theta)\operatorname{soo}+(\delta+\theta)\operatorname{soo}} = \tan \theta + (\delta+\theta)\operatorname{nez}$$

$$\frac{2\operatorname{sen}\theta - 2\operatorname{sen}\theta \operatorname{cos}^{2}\theta}{(\delta-\theta)\operatorname{soo}+(\delta+\theta)\operatorname{soo}} = \tan \theta + (\delta+\theta)\operatorname{nez}$$

$$\frac{2sen\theta(1-\cos^2\theta)}{2sen^2\theta\cos\theta} = tan\theta$$

$$\frac{2sen\theta(sen^2\theta)}{2sen^2\theta\cos\theta} = tan\theta$$

10) 
$$(\sec\theta + \tan\theta) (\sec\theta - \tan\theta)$$
 (20)  $(\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2})^2 - 1$   $\theta - \tan\theta$ 

Demuestra que cada una de las siguientes ecuaciones son 
$$\theta$$
nat  $= \theta$ nat

21) 
$$\sec\theta + \cos\theta - sen\theta \tan\theta = 0$$
 31)  $(\sec\theta - \cos\theta) \cos\theta = sen^2\theta$ 

## Ejercicio 5.3 2 sena sena + sen $^2\beta$ + cos $^2\alpha$ - 2 cos $\alpha$ cos $\beta$ + cos $^2\beta$ + 2 cos $\alpha$ cos $\beta$

Simplifica cada una de las siguientes expresiones:

- 1)  $\frac{\csc\theta}{\cot\theta}$
- $\cos^2 a$ ) +  $(\sin^2 \beta + \cos^2 11)$   $\csc \theta \sec \theta \cot \theta$
- 2)  $\sec\theta(1-\sin^2\theta)$

 $12) \quad \frac{1}{1+sen\theta} + \frac{1}{1-sen\theta}$ 

3)  $sen\theta sec\theta$ 

13)  $\frac{1+\sec\theta}{\sec\theta+\tan\theta}$ 

y sen 28 = 2 sen 8 cos 8 y desarrollando el lado izquierdo de la

4)  $sen^2\theta(1+cot^2\theta)$ 

14)  $sen(\theta+\delta)cos\theta-cos(\theta+\delta)sen\theta$ 

5)  $\frac{sen\theta}{\cot\theta} + \cos\theta$ 

15)  $\cos(\theta-\delta) \sin\theta - \sin(\theta-\delta) \cos\theta$ 

6)  $\cot^2\theta (1+\tan^2\theta)$ 

16)  $\cos(\theta+\delta)\cos\delta+\sin(\theta+\delta)\sin\delta$ 

 $2sen\theta(1-cos^2\theta)$  = tan $\theta$ 

7)  $\frac{sen\theta + cos\theta}{sen\theta} + cot\theta$ 

17)  $\frac{\operatorname{sen}(\theta+\delta) + \operatorname{sen}(\theta-\delta)}{\operatorname{cos}(\theta+\delta) + \operatorname{cos}(\theta-\delta)}$ 

8)  $\frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{csc}\theta} + \frac{\operatorname{cos}\theta}{\operatorname{sec}\theta}$ 

- 18)  $sen2\theta sec\theta$
- 9)  $\frac{(1+sen\theta)(1-sen\theta)}{\cos\theta}$
- 19)  $2\cos^2\frac{\theta}{2}$
- 10)  $(\sec\theta + \tan\theta) (\sec\theta \tan\theta)$
- $20) \quad (sen\frac{\theta}{2} + cos\frac{\theta}{2})^2 1$

Demuestra que cada una de las siguientes ecuaciones son identidades

- 21)  $\sec\theta + \cos\theta \sin\theta \tan\theta = 0$
- 31)  $(\sec\theta \cos\theta)\cos\theta = \sin^2\theta$
- 22)  $\cos\theta \tan\theta + \cos\theta \cot\theta = \csc\theta$
- 32)  $1-sen\theta\cos\theta\tan\theta=\cos^2\theta$

$$\frac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\tan^2\theta} = \sin^2\theta$$

33) 
$$(\sec\theta + \tan\theta) (\sec\theta - \tan\theta) = 1$$

$$\frac{1}{\sec\theta + \tan\theta} + \tan\theta = \sec\theta$$

34) 
$$(\sec\theta + \tan\theta) (1 - \sin\theta) = \cos\theta$$

$$\frac{\sec\theta - \cos\theta}{\tan\theta} = \sin\theta$$

$$35) \quad \frac{sen2\theta}{1-\cos 2\theta} = \cot \theta$$

$$26) \quad \frac{\cos^2\theta}{1+sen\theta} + sen\theta = 1$$

36) 
$$\frac{\cos 2\theta}{\sin \theta} + \frac{\sin 2\theta}{\cos \theta} = \csc \theta$$

$$\frac{\cos\theta - \sin\theta}{1 - \tan\theta} = \cos\theta$$

$$\frac{1-\cos 2\theta}{1+\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

28) 
$$\frac{\cot\theta - sen\theta}{csc\theta - tan\theta} = \cos\theta$$

38) 
$$\frac{\sin 2\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 2\theta}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$\frac{csc^2\theta-\cot^2\theta}{\sec^2\theta}=\cos^2\theta$$

39) 
$$\cot \theta - \frac{\cos 2\theta}{\sin \theta \cos \theta} = \tan \theta$$

30) 
$$\frac{sen\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{sen\theta} = 2csc\theta$$

40) 
$$\frac{\tan\theta - \tan\delta}{\sec\theta \sec\delta} = sen(\theta - \delta)$$