

$$\int_0^2 (8-x^2) dx = \left[8x - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 16 - \frac{8}{3} = \frac{40}{3}$$

$$\int_0^2 (8-2x^2) dx = \left[8x - \frac{2x^3}{3} \right]_0^2 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$$

$$\int_0^2 (8-2x^2) dx - \int_0^2 (8-x^2) dx = \frac{32}{3} - \frac{40}{3} = -\frac{8}{3}$$

Ejercicio 5.3

En cada uno de los ejercicios siguientes, determina el área de la región acotada por la curva $y=f(x)$, el eje x y las líneas $x=a$ y $x=b$.

- Fig. 10
1. $y=x^2$; $x=0$; $x=3$
 2. $y=1-\sqrt{x}$; $x=1$; $x=9$
 3. $y=x^2$; $x=1$; $x=1$
 4. $y=x^2-4$; $x=0$; $x=3$
 5. $y=x^2-3x+2$; $x=0$; $x=3$
 6. $y=1-x^2$; $x=0$; $x=2$

Ejemplo 4

Determina el área de la región acotada por las curvas $y=x^2$ y $y=2-x^2$. Encuentra el área entre los pares de curvas siguientes y entre las líneas verticales dadas.

Solución

En este caso se debe encontrar el punto de intersección de las curvas. Se resuelve el sistema de ecuaciones $y=x^2$ y $y=2-x^2$. Igualando se obtiene $x^2=2-x^2$, $2x^2=2$, $x^2=1$, $x=1$ o $x=-1$. Los puntos de intersección son $(1,1)$ y $(-1,1)$. El área se calcula integrando la diferencia de las funciones entre $x=-1$ y $x=1$.

Con objeto de encontrar los puntos de intersección de las curvas, se resuelve el sistema de ecuaciones $y=x^2$ y $y=2-x^2$. Igualando se obtiene $x^2=2-x^2$, $2x^2=2$, $x^2=1$, $x=1$ o $x=-1$. Los puntos de intersección son $(1,1)$ y $(-1,1)$. El área se calcula integrando la diferencia de las funciones entre $x=-1$ y $x=1$.

11. $y=x^2$; $y=2-x^2$
12. $y=2-x^2$; $y=x^2$
13. $y=x^2$; $y=2x$

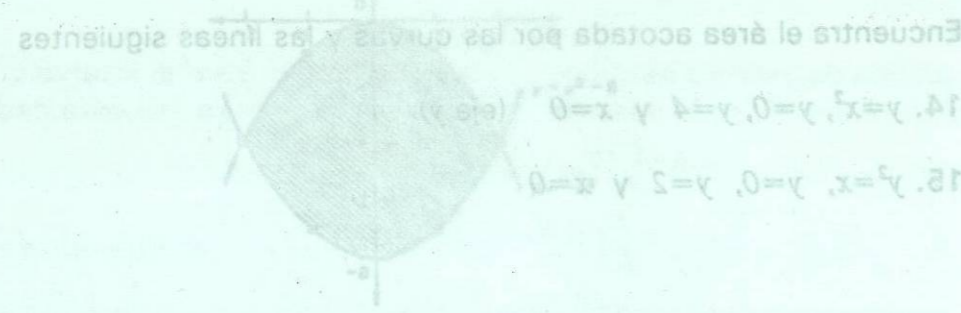


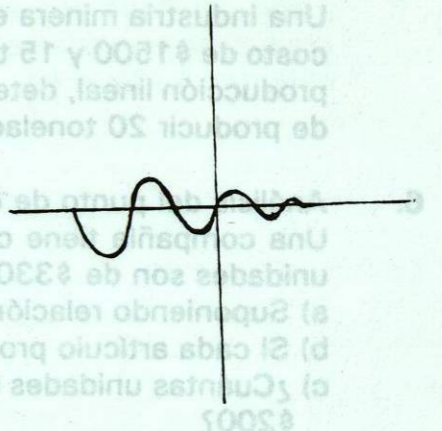
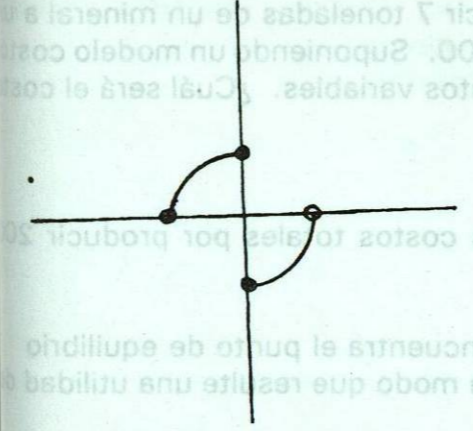
Fig. 11

En consecuencia, $x=\pm 2$. En la región que aparece en la figura 11, x varía entre -2 y 2 . Por consiguiente:

LABORATORIO No. 1 NOMBRE _____ FECHA _____
SECCIÓN 1.1

Para cada una de las siguientes funciones encuentra lo que se pide

1. Dada $f(x) = 5x-3$
Calcula
a) $f(3)$ b) $f(-4)$ c) $f(0)$ d) $f(8)$
2. Dada $f(x) = \sqrt{x+4}$
Calcula
a) $f(5)$ b) $f(-3)$ c) $f(-4)$ d) $f(-8)$
3. Dada $g(a) = 5a^2-3a+4$
Calcula
a) $f(0)$ b) $f(-2)$ c) $f(3)$ d) $f(5)$
4. Dada $F(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$
Encuentra cada uno de los valores siguientes
a) $f(-2)$ b) $f(0)$ c) $f(0.9)$ d) $f(1+h)$ si $h > 0$
5. Dada $g(a) = 3a-4$ evalúa $\frac{g(a+b)-g(a)}{b}$
6. Determina el dominio de cada una de las funciones
a) $f(x) = 5x+1$ b) $f(x) = \frac{x+3}{x-5}$ c) $g(p) = 2p^2+5p+3$
d) $d(y) = \sqrt{4-y}$ g) $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ f) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 0 \\ x-6 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
7. Establecer si las gráficas representan una función



- Determina la pendiente de las líneas que unen cada pareja de puntos
a) (2,3) y (5,9)
b) (-8,7) y (5,-9)
- Encuentra la ecuación y dibuja la gráfica de las líneas que satisfacen las condiciones en cada uno de los siguientes casos
a) Pasa por el punto (-3,2) y tiene pendiente 3/2
b) Pasa por los puntos (-5,-2) y (8,-5)
c) Tiene pendiente -4 y ordenada al origen 7
- Función de costo**
Una fábrica de colchones tiene costos fijos de \$12000 y el costo de mano de obra y el material es de \$700 por colchón. Determina la función de costo. Si cada colchón se vende por \$900, encuentra la función de ingresos y la función de utilidades.
- Función de ingresos**
Un comerciante puede vender 150 unidades de un artículo al mes a un costo de \$18 por unidad y 280 unidades a un costo de \$16 por unidad. Expresa la demanda del mercado "x" (el número de unidades que pueden venderse al mes) como una función del precio por unidad, suponiendo que es una función lineal. Expresa los ingresos como
a) Una función del precio
b) Una función de "x"
- Función de costo**
Una industria minera encuentra que puede producir 7 toneladas de un mineral a un costo de \$1500 y 15 toneladas a un costo de \$1800. Suponiendo un modelo costo-producción lineal, determina el costo fijo y los costos variables. ¿Cuál será el costo de producir 20 toneladas de mineral?
- Análisis del punto de equilibrio**
Una compañía tiene costos fijos de \$2500 y los costos totales por producir 200 unidades son de \$3300
a) Suponiendo relación lineal escribe la ecuación
b) Si cada artículo producido se vende a \$5.25 encuentra el punto de equilibrio
c) ¿Cuántas unidades deberá producir y vender de modo que resulte una utilidad de \$200?

7. **Relación de la demanda**

Un fabricante de detergentes encuentra que las ventas son de 10000 paquetes a la semana cuando el precio es de \$1.20 por paquete, pero que las ventas se incrementan a \$12000 cuando el precio se reduce a \$1.10 por paquete. Determina la relación de demanda, suponiendo que es lineal.

8. **Punto de equilibrio**

Encuentra el precio (p) y la cantidad de equilibrio (x) de las curvas de demanda y oferta siguiente:

La ecuación de la demanda "D" es $2p + 3x = 100$

La ecuación de la oferta "S" es $p = 1/10x + 2$

1. Bosqueja las gráficas de las siguientes parábolas y determina sus vértices
a) $y = 3x^2 - 2x + 5$ b) $y = 5 - 4x - 2x^2$
2. Ingreso máximo
El ingreso mensual por concepto de la venta de "x" unidades de cierto artículo está dado por $R(x) = 8x - 0.02x^2$ pesos. Determina el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál es el correspondiente ingreso máximo?
3. Utilidad
La utilidad $P(x)$ que se obtiene por la venta de "x" unidades de libros está dada por $P(x) = 36x - x^2$. Determina el número de libros que deben venderse con objeto de maximizar la utilidad y ¿cuál es esta utilidad máxima?
4. Cercas
Un granjero tiene 650 metros de cerca con la cual delimitará un corral rectangular. ¿Cuál es el área máxima que puede cercar? y ¿cuáles son las dimensiones?
5. Publicidad y ventas
El número "y" de unidades vendidas cada semana de cierto producto depende de la cantidad "x" (en pesos) gastada en publicidad y está dada por $y = 70 + 150x - 0.3x^2$. ¿Cuánto deberían gastar a la semana en publicidad con objeto de obtener un volumen de ventas máximo? ¿cuál es este volumen de ventas máximo?
6. Ingresos y utilidades máximas
Los costos fijos semanales de una empresa por su producto son de \$200 y el costo variable por unidad es de \$0.70. La empresa puede vender "x" unidades a un precio de "\$p" por unidad en donde $2p = 5 - 0.01x$. Cuántas unidades deberán producirse y venderse a la semana de modo que obtenga
a) Ingresos máximos b) Utilidad máxima
7. Análisis del punto de equilibrio
Una compañía tiene costos fijos de \$2500 y los costos totales por producir unidades son de \$3300
a) Suponiendo relación lineal escribe la ecuación.
b) Si cada artículo producido se vende a \$5.25, encuentra el punto de equilibrio.
c) ¿Cuántas unidades deberá producir y vender de modo que resulte una utilidad de \$200?

Un fabricante de detergentes encuentra que las ventas son de 10000 paquetes a la semana cuando el precio es de \$1.20 por paquete, pero que las ventas se incrementan a \$12000 cuando el precio se reduce a \$1.10 por paquete. Determina la relación de demanda, suponiendo que es lineal.

Punto de equilibrio

Encuentra el precio (p) y la cantidad de equilibrio (x) de las curvas de demanda y oferta siguiente:

La ecuación de la demanda "D" es $2p + 3x = 100$

La ecuación de la oferta "S" es $p = 1/10x + 2$

1. Bosqueja las gráficas de las siguientes parábolas y determina sus vértices
 a) $y = 3x^2 - 2x + 5$ b) $y = 5 - 4x - 2x^2$

2. Ingreso máximo
 El ingreso mensual por concepto de la venta de "x" unidades de cierto artículo está dado por $R(x) = 8x - 0.02x^2$ pesos. Determina el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál es el correspondiente ingreso máximo?

3. Utilidad
 La utilidad $P(x)$ que se obtiene por la venta de "x" unidades de libros está dada por $P(x) = 36x - x^2$. Determina el número de libros que deben venderse con objeto de maximizar la utilidad y ¿cuál es esta utilidad máxima?

4. Cercas
 Un granjero tiene 650 metros de cerca con la cual delimitará un corral rectangular. ¿Cuál es el área máxima que puede cercar? y ¿cuáles son las dimensiones?

5. Publicidad y ventas
 El número "y" de unidades vendidas cada semana de cierto producto depende de la cantidad "x" (en pesos) gastada en publicidad y está dada por $y = 70 + 150x - 0.3x^2$. ¿Cuánto deberían gastar a la semana en publicidad con objeto de obtener un volumen de ventas máximo? ¿cuál es este volumen de ventas máximo?

6. Ingresos y utilidades máximas
 Los costos fijos semanales de una empresa por su producto son de \$200 y el costo variable por unidad es de \$0.70. La empresa puede vender "x" unidades a un precio de "\$p" por unidad en donde $2p = 5 - 0.01x$. Cuántas unidades deberán producirse y venderse a la semana de modo que obtenga
 a) Ingresos máximos b) Utilidad máxima

Un fabricante de detergentes encuentra que las ventas son de 10000 paquetes a la semana cuando el precio es de \$1.20 por paquete, pero que las ventas se incrementan a \$12000 cuando el precio se reduce a \$1.10 por paquete. Determina la relación de demanda, suponiendo que es lineal.

Encuentra el precio (p) y la cantidad de equilibrio (x) de las curvas de demanda y oferta siguiente:

La ecuación de la demanda "D" es $2p + 3x = 100$

La ecuación de la oferta "S" es $p = 1/10x + 2$

3. Utilidad

La utilidad $P(x)$ que se obtiene por la venta de "x" unidades de libros está dada por $P(x) = 36x - x^2$. Determina el número de libros que deben venderse con objeto de maximizar la utilidad y ¿cuál es esta utilidad máxima?

$$f(x) = \frac{x}{x+3}$$

4. Cercas

Un granjero tiene 650 metros de cerca con la cual delimitará un corral rectangular. ¿Cuál es el área máxima que puede cercar? y ¿cuáles son las dimensiones?

$$f(x) = \frac{x}{(1+x)(2-x)}$$

5. Publicidad y ventas

El número "y" de unidades vendidas cada semana de cierto producto depende de la cantidad "x" (en pesos) gastada en publicidad y está dada por $y = 70 + 150x - 0.3x^2$. ¿Cuánto deberían gastar a la semana en publicidad con objeto de obtener un volumen de ventas máximo? ¿cuál es este volumen de ventas máximo?

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{8x^2 - 2}}$$

6. Ingresos y utilidades máximas

Los costos fijos semanales de una empresa por su producto son de \$200 y el costo variable por unidad es de \$0.70. La empresa puede vender "x" unidades a un precio de "\$p" por unidad en donde $2p = 5 - 0.01x$. Cuántas unidades deberán producirse y venderse a la semana de modo que obtenga
 a) Ingresos máximos b) Utilidad máxima

$$f(x) = 2 + \sqrt{x} - 2$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

LABORATORIO No. 3
SECCIÓN 1.3

NOMBRE _____

FECHA _____

- Bosqueja las gráficas de las siguientes parábolas y determina sus vértices
a) $y = 3x^2 - 2x + 5$ b) $y = 5 - 4x - 2x^2$
- Ingreso máximo**
El ingreso mensual por concepto de la venta de "x" unidades de cierto artículo está dado por $R(x) = 8x - 0.02x^2$ pesos. Determina el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál es el correspondiente ingreso máximo?
- Utilidad**
La utilidad $P(x)$ que se obtiene por la venta de "x" unidades de libros está dada por $P(x) = 36x - x^2$. Determina el número de libros que deben venderse con objeto de maximizar la utilidad y ¿cuál es esta utilidad máxima?
- Cercas**
Un granjero tiene 650 metros de cerca con la cual delimitará un corral rectangular. ¿Cuál es el área máxima que puede cercar? y ¿cuáles son las dimensiones?
- Publicidad y ventas**
El número "y" de unidades vendidas cada semana de cierto producto depende de la cantidad "x" (en pesos) gastada en publicidad y está dada por $y = 70 + 150x - 0.3x^2$. ¿Cuánto deberían gastar a la semana en publicidad con objeto de obtener un volumen de ventas máximo? ¿cuál es este volumen de ventas máximo?
- Ingresos y utilidades máximas**
Los costos fijos semanales de una empresa por su producto son de \$200 y el costo variable por unidad es de \$0.70. La empresa puede vender "x" unidades a un precio de "\$p" por unidad en donde $2p = 5 - 0.01x$. Cuántas unidades deberán producirse y venderse a la semana de modo que obtenga
a) Ingresos máximos b) Utilidad máxima

LABORATORIO No. 4
SECCIÓN 1.4

NOMBRE _____

FECHA _____

Para las siguientes funciones determina los dominios y bosqueja sus gráficas

1. $f(x) = x^2 + 4$

2. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

3. $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

4. $f(x) = \frac{x}{x+3}$

5. $f(x) = \frac{2x}{(x-2)(x+1)}$

6. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

7. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$

8. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$

9. $f(x) = 2 + \sqrt{x} - 2$

10. $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

La demanda "x" de cierto artículo está dado por $x = 1500 - 10p$, en donde p es el precio por unidad del artículo. El ingreso mensual R obtenido de las ventas de este artículo está dado por $R = 1500 - 15p^2$. ¿Cómo depende R de "x"?

Calcula "f+g", "f-g", "(f)(g) y "f/g" en cada uno de los siguientes ejercicios y determina el dominio en cada una de las funciones resultantes.

1. $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = -4x + 8$

2. $f(x) = x^2 - 3x$, $g(x) = x + 1$

3. $f(x) = \frac{x}{x+1}$, $g(x) = 1/x$

4. $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3 + x^2$

Dada $f(x) = 5x^2$ y $g(x) = 7x - 9$, evalúa cada una de las composiciones siguientes

5. $(f \circ g)(3)$

6. $(g \circ f)(2)$

7. $(f \circ g)(\frac{1}{2})$

8. $(g \circ f)(\frac{3}{5})$

Determina $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$ en los siguientes ejercicios

9. $f(x) = 3/x$, $g(x) = \frac{x}{x+1}$

10. $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$, $g(x) = \frac{x-2}{x+1}$

1. Dada $f(x) = \frac{1}{x(x^2+1)}$

Calcula

a) $f(0)$

b) $f(-1)$

c) $f(5)$

d) $f(-2)$

2. Dada $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 0 \\ 2-x & \text{si } 0 \leq x < 2 \end{cases}$

Encuentra cada uno de los valores siguientes

a) $f(-2)$

b) $f(0)$

c) $f(1)$

d) $f(-4)$

3. Encuentra la ecuación y dibuja la gráfica de la línea que pasa por los puntos (-5,-4) y (7,2)

4. Función de costo

Las aerolíneas del Pacífico tienen una tarifa de \$6.00 por transporte cada kilogramo de mercancía 900 kilómetros y de \$10.00 por transportar cada kilogramo 1700 kilómetros. Determina la función de costo, suponiendo que es una función lineal de la distancia.

5. Cuotas de estacionamiento

Un céntrico estacionamiento tiene una tarifa de \$2.00 por la primera hora de estacionamiento y \$1.00 por cada hora adicional o porción de ella hasta un máximo de \$6.00 al día. Expresa las tarifas de estacionamiento totales P (en pesos) como función del número de horas en que el automóvil se encuentra estacionado al día.

6. Para las siguientes funciones determina los dominios y bosqueja sus gráficas

a) $f(x) = x^2 + 3x - 1$

b) $f(x) = \frac{x}{3-x}$

7. Calcula "f+g", "f-g", "(f)(g)" y "f/g" dado $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = 3x^2 - 1$

8. Dado $f(x) = 2x^2$ y $g(x) = 4x + 3$ evalúa

a) $(f \circ g)2$

b) $(g \circ f) 3/5$

9. Determina $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$ dado $f(x) = 5/x$ y $g(x) = x + 2$

10. Función de ingreso

La demanda "x" de cierto artículo está dado por $x = 1500 - 10p$, en donde p es el precio por unidad del artículo. El ingreso mensual R obtenido de las ventas de este artículo está dado por $R = 1500 - 15p^2$. ¿Cómo depende R de "x"?

Evaluar el límite dado

1. $\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 3$

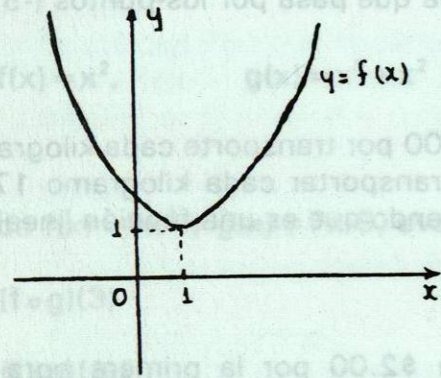
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + 3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} x^3$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

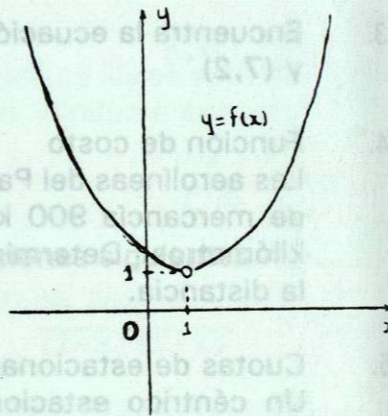
Utilizar la gráfica para encontrar el límite, si es que existe

5.

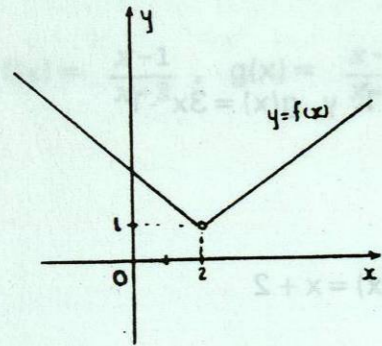


7. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

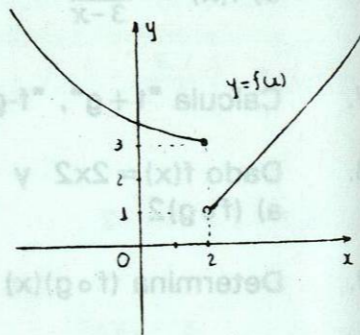
6.



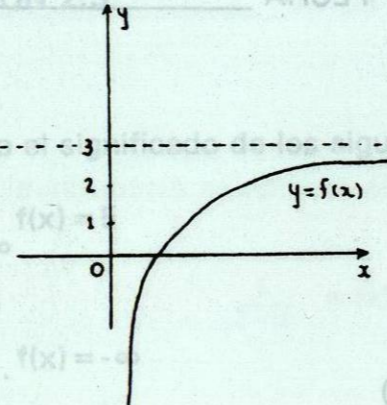
8. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$



$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$



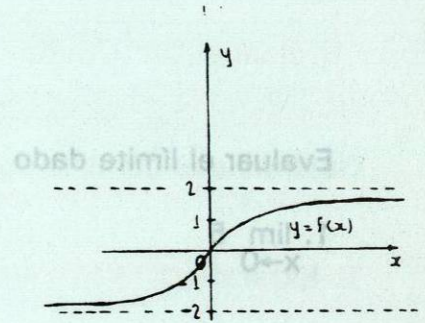
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+2x}$



a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{0-x^2-x}{x^2+2x-15}$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3}{x}$

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+2x-3}{x^2+x}$

13. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x^2-9}$

14. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+4}$

15. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x+4}$

16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1}$

17. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{x-3}$

18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{x-1}$

19. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{0-x^2-x}{x^2+2x-15}$

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3}{x}$

21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+2x-3}{x^2+x}$

22. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x^2-9}$

23. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+4}$

24. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x+4}$

25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1}$

26. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$

27. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

29. $\lim_{x \rightarrow 0} x^3$

30. $\lim_{x \rightarrow 1} 2x+3$