5. $3x+5y=10$ 6. $2x-5y=15$
7. $y=-2x$ 8. $y=-5$
9. $x=3$ 10. $x=0$

11. Las relaciones 8, 9 y 10 donde: $x=$ cte. o $y=$ cte, no son llamadas funciones lineales, aunque sus gráficas sean líneas rectas. Sin embargo la razón es diferente en cada caso. Explica por qué a cada una de estas relaciones no se les llama función lineal.

12. Muestra que la relación: $y-4=2(x-5)$ es una función lineal, convirtiéndola a la forma $y=mx+b$. Traza la gráfica.

2.3 Otras formas de la ecuación de una función lineal

Supón que una relación tiene como ecuación

$$y-4=2(x-5)$$

Si sustituyes (5,4) por (x,y) ambos miembros de la ecuación son cero. Así (5,4) es un punto de la gráfica porque hacen de la ecuación una proposición verdadera. Distribuyendo el 2

$$y-4=2x-10$$

luego sumando 4 a ambos miembros, la ecuación queda

$$y=2x-6$$

por lo tanto, la relación anterior es una función lineal cuya pendiente es 2. Esto debiste descubrirlo en el problema 12 del ejercicio 2-2.

Una ecuación lineal como

$$y-4=2(x-5)$$

se dice que está en la forma "punto-pendiente", porque en la ecuación aparecen las coordenadas de un punto y la pendiente de la recta.

La familiar forma $y=mx+b$ de la ecuación de una función lineal es llamada forma pendiente-intersección.

Otra forma de la ecuación de una función lineal es $Ax+By=C$, siendo A, B y C constantes enteras y en donde ambas variables están en un sólo lado de la ecuación y el término constante en el otro, en este texto a esta forma se le llamará forma "ordinaria".

La ecuación de una función lineal también puede ser escrita como

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

y se dirá que está en la forma "intersección", porque a y b representan la intersección -x y la intersección -y de la recta, respectivamente.

FORMAS DE LA ECUACION GENERAL DE UNA FUNCION LINEAL

$y=mx+b$	Forma pendiente-intersección. m es la pendiente de la recta. b es la intersección -y de la recta.
$y-y_1=m(x-x_1)$	Forma punto-pendiente. m es la pendiente de la recta. (x_1, y_1) es un punto de la recta.
$Ax+By=C$	Forma ordinaria. A, B y C son constantes enteras
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$	Forma intersección. a es la intersección -x de la recta. b es la intersección -y de la recta.

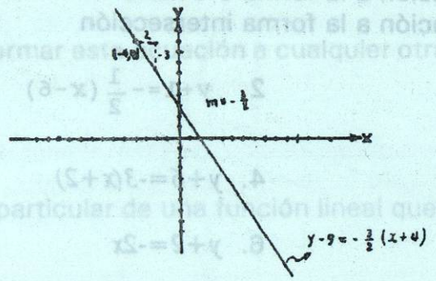
Ejemplo
A partir de la recta cuya ecuación en la forma punto-pendiente es:

$$y-9=-\frac{3}{2}(x+4)$$

a. Traza la gráfica.
b. Transforma la ecuación a la forma pendiente-intersección.
c. Transforma la ecuación a la forma ordinaria.
d. Transforma la ecuación a la forma intersección.

Solución:

a. De la ecuación en la forma punto-pendiente se obtiene que la pendiente es $\frac{-3}{2}$ y que la recta pasa por el punto (-4,9) porque si sustituyes 9 por y se hace 0 el miembro izquierdo de la ecuación y si sustituyes -4 por x se hace 0 el miembro derecho. La gráfica se muestra en la siguiente figura.



b. La ecuación la puedes transformar a la forma pendiente-intersección distribuyendo el $\frac{-3}{2}$ y luego sumando 9 a cada miembro.

$$y-9=-\frac{3}{2}(x+4)$$

$$y-9=-\frac{3}{2}x-6$$

$$y=-\frac{3}{2}x+3$$

c. A partir de la respuesta en el inciso *b* puedes sumar $\frac{3}{2}x$ a cada miembro y después multiplicar la ecuación por 2 para hacer todos los coeficientes enteros.

$$y=-\frac{3}{2}x+3$$

$$\frac{3}{2}x+y=3$$

$$3x+2y=6$$

d. Empezando con la respuesta del inciso anterior, puedes dividir la ecuación entre 6 para hacer miembro derecho igual a 1

$$3x+2y=6$$

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$$

En el siguiente ejercicio obtendrás la práctica necesaria en el manejo de la forma punto-pendiente para trazar la gráfica y transformarla a las otras formas.

Ejercicio 2-3

Para las ecuaciones de la 1 a la 6

a. Determina la pendiente y las coordenadas del punto que aparece en la ecuación y luego traza la gráfica.
b. Transforma la ecuación a la forma pendiente-intersección
c. Transforma la ecuación a la forma ordinaria
d. Transforma la ecuación a la forma intersección

1. $y-2=\frac{2}{3}(x-6)$
2. $y+1=-\frac{1}{2}(x-6)$
3. $y+3=3(x+2)$
4. $y+6=-3(x+2)$
5. $y=\frac{1}{3}(x-12)$
6. $y+2=-2x$

Para las preguntas de la 7 a la 10, escribe una ecuación en la forma punto-pendiente para las funciones lineales descritas.

7. Pasa por el punto (5,7), y tiene pendiente -3
8. Pasa por el punto (6,3), y tiene pendiente 5
9. Pasa por el punto (-2,5), y tiene pendiente $\frac{9}{2}$
10. Pasa por el punto (7,-9), y tiene pendiente $\frac{-2}{7}$

2.4 Ecuaciones de funciones lineales a partir de sus gráficas

Suponiendo que alguien te dijera "si la ecuación de una función lineal es: $y=4x-7$, ¿qué valores tienen la pendiente y la intersección -*y* de dicha recta?" Tú dirías, ¡eso es fácil! "Los valores son 4 y -7 respectivamente". Como también es fácil para tí contestar a la pregunta ¿si la pendiente y la intersección -*y* de una recta son -3 y 10, ¿cuál sería la ecuación? Tu respuesta sería, la ecuación es $y=-3x+10$.

En esta sección utilizarás la información dada acerca de la gráfica de una función lineal para que determines su ecuación particular.

Ejemplo 1

Encuentra la ecuación particular de una función lineal que pasa por el punto (5,-7) y cuya pendiente es $\frac{-2}{3}$

Solución:

Como los datos son un punto y la pendiente la forma más sencilla para encontrar el resultado será utilizar la forma punto-pendiente: $y-y_1=m(x-x_1)$, donde $x_1=5$, $y_1=-7$ y $m=\frac{-2}{3}$

Por lo tanto la ecuación es:

$$y+7=\frac{-2}{3}(x-5)$$

No es necesario transformar esta ecuación a cualquier otra forma, a menos de que te lo pidan.

Ejemplo 2

Encuentra la ecuación particular de una función lineal que pasa por los puntos: (-4,5) y (6,10).

Solución:

Este tipo de problema se puede reducir al tipo del problema anterior si primero determinas el valor de la pendiente, utilizando la fórmula $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-5}{6-(-4)}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

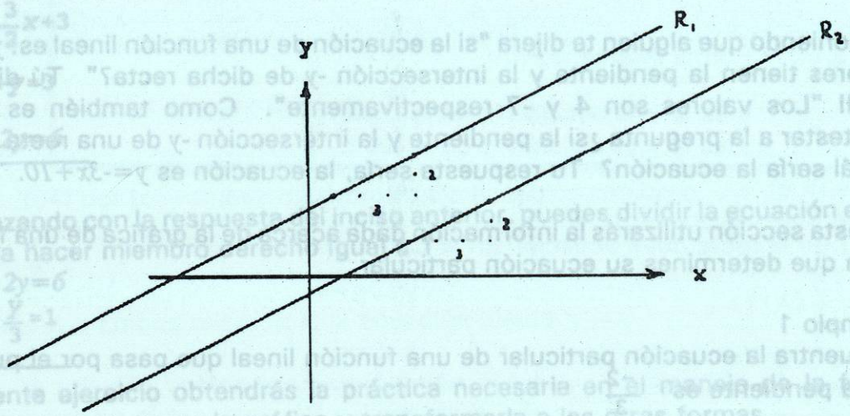
Y después escoger cualquiera de los dos puntos dados para utilizar la forma punto-pendiente.

$y-5=\frac{1}{2}(x+4)$ ó $y-10=\frac{1}{2}(x-6)$

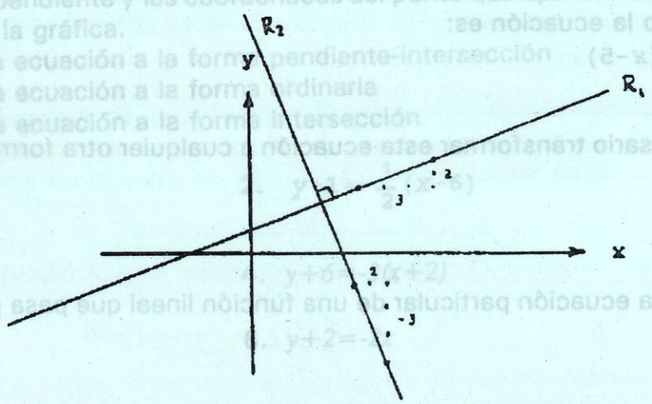
Observa que estas dos ecuaciones son equivalentes, porque si transformaras cada una de ellas a la forma pendiente-intersección, ambas quedarían así,

$$y=\frac{1}{2}x+7$$

Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales. La figura de abajo muestra esta situación, pues la pendiente de ambas rectas es $\frac{2}{3}$



Dos rectas son perpendiculares, si el valor de la pendiente de una de ellas es el "opuesto del recíproco" de la otra. Por ejemplo, en la figura de abajo, la pendiente de la recta R_1 es $\frac{2}{3}$; la pendiente de la recta R_2, perpendicular a R_1, es $\frac{-3}{2}$



Estos principios se pueden usar para encontrar ecuaciones particulares.

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

Dos rectas: R_1 y R_2, son paralelas si sus pendientes son iguales, $m_1=m_2$
Dos rectas: R_1 y R_2, son perpendiculares si sus pendientes son recíprocas y opuestas, $m_1=-\frac{1}{m_2}$

Ejemplo 3

Encuentra la ecuación particular de la función lineal que pasa por punto (-1,5), si su gráfica es perpendicular a la recta cuya ecuación es $3x+4y=28$.

Solución:
Transformando esta ecuación a la forma pendiente-intersección obtienes que $y=-\frac{3}{4}x+7$

La pendiente de la recta dada es $-\frac{3}{4}$ Por lo tanto, la pendiente de la recta deseada debe ser $\frac{4}{3}$ (el opuesto del recíproco de $-\frac{3}{4}$). Entonces la ecuación particular es

$$y-5=\frac{4}{3}(x+1)$$

Ejemplo 4

Encuentra la ecuación particular de la recta horizontal que pasa por el punto (7,5).

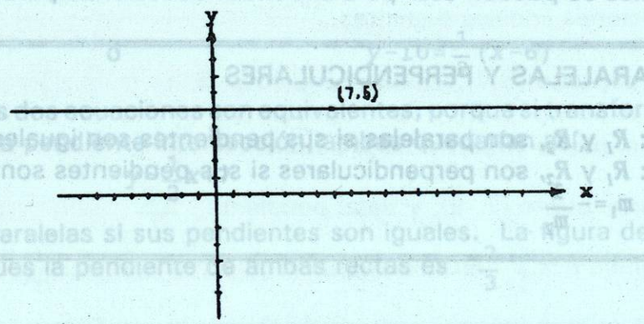
Solución:
La manera más sencilla para resolver este problema es darse cuenta que la ecuación de una recta horizontal es de la forma $y=$constante. Así determinas directamente que la ecuación es:

$$y=5$$

Este ejemplo también se puede resolver, considerando que la pendiente de una recta horizontal es 0, y luego, utilizando la ecuación de la forma punto-pendiente, obtienes que:

$$y-5=0(x-7)$$

la cual puedes transformarla a $y=5$. La gráfica se muestra en la siguiente figura.



$y = 5$

Ejemplo 5

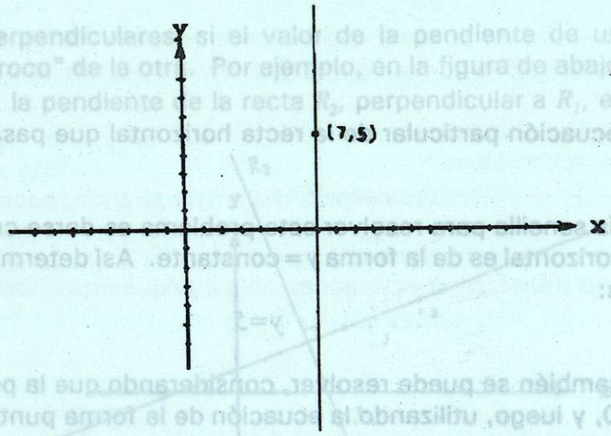
Encuentra la ecuación particular de una recta vertical que pasa por el punto (7,5)

Solución:

La única manera de resolver este problema es saber que la ecuación de una recta vertical es de la forma x = constante y determinar inmediatamente que la ecuación es

$$x=7$$

Ya que la pendiente de una recta vertical no es un número real, entonces no puede utilizar las formas punto-pendiente ni la pendiente-intersección. La gráfica se muestra en la siguiente figura.



$x = 7$

Ejercicio 2-4

Para los problemas del 1 al 14:

a. Determina la ecuación de la recta descrita.
b. Transforma la ecuación (si es necesario) a la forma pendiente-intersección.
c. Transforma la ecuación a la forma ordinaria ($Ax+By=C$, donde A, B y C son constantes enteras).

1. Tiene pendiente de 7 y la intersección y es de -9.
2. Pasa por el punto (4,-5) y tiene una pendiente de -3.
3. Pasa por el punto (-3,7) y tiene una pendiente de $-\frac{8}{5}$
4. Pasa por los puntos (5,2) y (8,11).
5. Pasa por los puntos (2,-4) y (-5,-10).
6. Pasa por el punto (7,2) y es paralela a la recta $y=-4x+3$.
7. Pasa por el punto (3,-5) y es perpendicular a la recta $y=-2x+13$.
8. Pasa por el punto (2,7) y es paralela a la recta $5x-3y=7$.
9. Tiene pendiente de $\frac{-2}{3}$ y la intersección $-x$ es de 5.
10. Su intersección $-x$ es de 5 y su intersección $-y$ es de 3.
11. Pasa por el origen y tiene una pendiente de $\frac{2}{3}$.
12. Es horizontal y pasa por el punto (11,-9).
13. Es vertical y pasa por el punto (11,-9).
14. Pasa por los puntos (6,2), (5,3) y (1,7).
15. Introducción a los modelos lineales. José Garza se traslada en su automóvil diariamente, de su casa en la Cd. de Monterrey a su trabajo en la Cd. de Saltillo. Estando él conduciendo, su distancia a la Cd. de Saltillo depende del número de minutos que ha estado manejando. Cuando ha manejado por 20 minutos, se encuentra a 45 Km de su destino; cuando ha manejado por 32 minutos, se encuentra a 27 Km de Saltillo.

Si y es el número de kilómetros que le faltan a José para llegar a la Cd. de Saltillo. Y si x es el número de minutos que José ha estado conduciendo. Encuentra lo siguiente:

a) Escribe la información de la relación tiempo-distancia como dos pares ordenados.
b) Ubica estos puntos en un sistema de coordenadas Cartesianas.
c) Considera que la relación anterior de tiempo-distancia es una función lineal. Traza la gráfica del inciso "b" en el sistema coordenado.
d) Determina una ecuación particular para esta función. Transfórmala, si es necesario, a la forma pendiente-intersección.
e) Utiliza la ecuación anterior para predecir la distancia que le falta recorrer a José para llegar a la Cd. de Saltillo, si ha estado manejando durante 40 minutos.
f) Utiliza la ecuación anterior para predecir el tiempo total que le tomará a José llegar a su destino.