Nx es el arreglo que aparece en el numerador de *x* y en lugar de los coeficientes de *x* aparecen las constantes o sea

$$Nx = \begin{vmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$$

Ny es el arreglo que aparece en el numerador de *y* y en lugar de los coeficientes de *y* aparecen las constantes o sea

$$Ny = \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

Sabemos que $X = \frac{Nx}{D}$

o sea

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{27-20}{15-8} = \frac{7}{7} = 1$$

De igual forma $y = \frac{Ny}{D}$

o sea

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{25-18}{15-8} = \frac{7}{7} = 1$$

Entonces el conjunto solución es {(1,1)}

Ejercicio 3.3

Los siguientes problemas son para que refresques tus conocimientos.

a) Resuelve por combinación lineal

$3x+y=11$
$x+y=5$

b) Resta: $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

c) Traza la gráfica de una línea con inclinación infinita.

d) Evalúa 2^7

e) Dibuja un rombo.

f) Simplifica : 37-7 (3-4*x*)

g) Escribe un número trascendental

h) Escribe la ecuación que aparece en el axioma reflexivo

i) Si el 40% de la clase de 30 estudiantes son hombres, cuántos son mujeres?

Para problemas del 1 al 15, resuelve el sistema usando determinantes de segundo orden (Regla de Cramer)

1) $2x-4y=2$, $4x+6y=3$

2) $2x-3y=2$, $4x+3y=22$

3) $-9x+5y=2$, $6x-4y=-2$

4) $-7x-4y=-5$, $3x+8y=-1$

5) $x+y=1$, $3x+3y=3$

6) $3x-y=13$, $2x-2y=14$

7) $5x+2y=11$, $x+y=4$

8) $9x-5y=26$, $4x-3y=17$

9) $11x-5y=-38$, $9x+2y=-25$

10) $5x+7y=-15$, $2x+9y=-6$

11) $6x-7y=47$, $2x+5y=-21$

12) $14x+31y=-6$, $21x+17y=50$

13) $23x-34y=-46$, $13x+51y=-26$

14) $12x-7y=59$, $8x+11y=-39$

15) $5x+4y=9$, $x+y=2$

16) a) Diagrama la gráfica de cada una de las siguientes ecuaciones en el mismo sistema coordenado cartesiano

$x+y=5$ 1
$3x-2y=8$ 2
$x+3y=8$ 3

Todas las gráficas se intersectan en un punto.

b) Resuelve los sistemas formados por ecuaciones 1 y 2 por 2 y 3 y por 1 y 3 usando determinantes. Escribe la solución con números mixtos y compara las 3 respuestas. Di si realmente intersectan en un punto las tres.

17) a) Di que par de ecuaciones son inconsistentes (sus gráficas son paralelas), y que par de ecuaciones son dependientes (gráficas coincidentes). Diagramando los siguientes sistemas por separado

i) $3x+2y=7$
$6x+4y=8$

ii) $3x+2y=7$
$6x+4y=14$

b) Muestra que el determinante del denominador para cada sistema es igual a cero.

c) Encuentra el determinante del numerador Nx para cada sistema. cómo será el valor de este determinante cuando las ecuaciones son inconsistentes o dependientes.

d) Resuelve los siguientes sistemas por determinantes. Si el determinante del denominador es igual a cero, di cuándo las ecuaciones son inconsistentes o dependientes

i) $15x+12y=8$
$10x+8y=13$

ii) $15x-12y=8$
$10x+8y=13$

iii) $15x-12y=18$
$10x-8y=13$

iv) $15x-12y=18$
$10x-8y=14$

3.4 Terminología F(x) y sistemas como modelos

Sea el sistema $3x-4y=-12$
$5x-2y=10$

ahora cada ecuación del sistema la transformamos a la forma $y=mx+b$ llamada punto pendiente.

$y=\frac{3}{4}x+3$

$y=\frac{5}{2}x-5$ cuyas gráficas son:

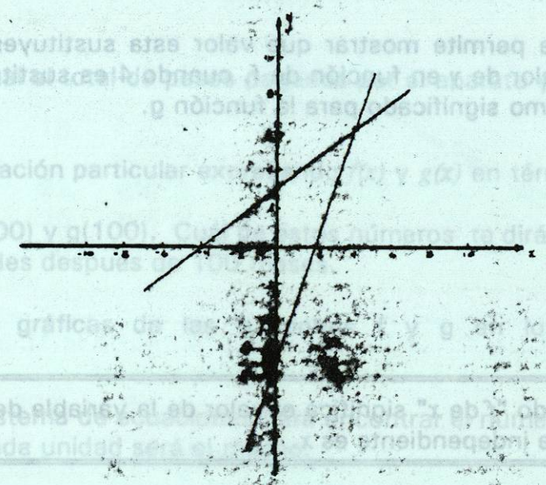

Figura 3-4

La figura 3-4 representan dos funciones diferentes con la misma variable independiente x, por ejemplo, los ingresos y egresos de un repartidor de periódicos dependen ambos de la cantidad de periódico que reparten. El punto de intersección de las dos gráficas representa el número de periódicos para el cual el ingreso es igual al egreso.

Si alguien pregunta "que hace igual a y cuando x es 4" no podrás responder esta pregunta, por ser estas dos funciones diferentes. Afortunadamente usando terminología matemática te permite distinguir entre funciones con la misma variable independiente.

La notación funcional es

$f(x) = \frac{3}{4}x+3$

$g(x) = \frac{5}{2}x-5$

El símbolo $f(x)$ es pronunciado "f de x". Esto significa "El valor de y en función de f" donde la variable independiente es x. Similarmente, $g(x)$ significa el valor de y en otra función g, con variable independiente x.

Esta terminología "$f(x)$" te permite mostrar que valor esta sustituyendo a x. Por ejemplo f(4) significa el valor de y en función de f, cuando 4 es sustituido por x. El símbolo g(4) tendrá el mismo significado para la función g.

$$f(4) = \frac{3}{4} \cdot 4 + 3 = 3 + 3 = 6$$

$$g(4) = \frac{5}{2} \cdot 4 - 5 = 10 - 5 = 5$$

Definición:

El símbolo $f(x)$ pronunciado "f de x" significa el valor de la variable dependiente en función f si la variable independiente es x.

Objetivo:

1. Usa la terminología "f de x" para evaluar funciones. 2. Usa el sistema de funciones lineales como modelo matemático.

Ejemplo
Dado $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = 4x+1$, encuentra

a) f(5) b) g(5) c) $\frac{f(2)}{g(2)}$ d) f(g(6))

Soluciones:
a) $f(5) = 3(5)^2 = 3 \quad 25 = 75$ b) $g(5) = 4 \quad 5 + 1 = 21$

c) $\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{3 \cdot 2^2}{4 \cdot 2 + 1} = \frac{12}{9}$

Nota: No puedes cancelar los 2 en $\frac{f(2)}{g(2)}$ porque f(2) y g(2) son simplemente nombres para el valor de y en las funciones.

d. $f(g(6)) = f(4 \quad 6 + 1) = f(25) = 3(25)^2 = 1875$

Ejemplo 2
Problema de aire acondicionado. Supón que tu familia va a comprar un aire acondicionado nuevo. Una marca cuesta \$1800 y el consumo de energía es al mes de \$60. La marca más cara cuesta \$2600. Pero es más eficiente y su costo de operación es de \$50 al mes.

Deja que x sea el número de meses desde que compraste la unidad.

Deja que $f(x)$ sea igual al total de pesos pagados por el aparato y x meses de uso de la unidad barata.

Deja que $g(x)$ sea igual al total de pesos pagados por el aparato y x meses de uso de la unidad cara.

a) Escribe la ecuación particular expresando $f(x)$ y $g(x)$ en términos de x.

b) Encuentra f(100) y g(100). Cuál de estos números te dirá el costo relativo de las dos unidades después de 100 meses.

c) Diagrama las gráficas de las funciones f y g en los mismos ejes de coordenadas.

d) Resuelve el sistema de ecuaciones para encontrar el número de meses en que el costo de cada unidad será el mismo.

Solución

El costo de la unidad barata es de 1800 y al correr un mes el gasto de energía cuesta \$60, entonces al correr x meses el costo total será:

$$f(x) = 1800 + 60x$$

Similarmente el costo de la unidad más cara es:

$$g(x) = 2600 + 50x$$

b) $f(100) = 1800 + 6000 = 7800$
$g(100) = 2600 + 5000 = 7600$

El menor costo pertenece a la unidad más cara y eficiente a lo largo de 100 meses.

c) Las intercepciones de y son $f(0) = 1800$ y $g(0) = 2600$

También $f(100) = 7800$ y $g(100) = 7600$ entonces

x	y
0	1800
100	7800

x	y
0	2600
100	7600

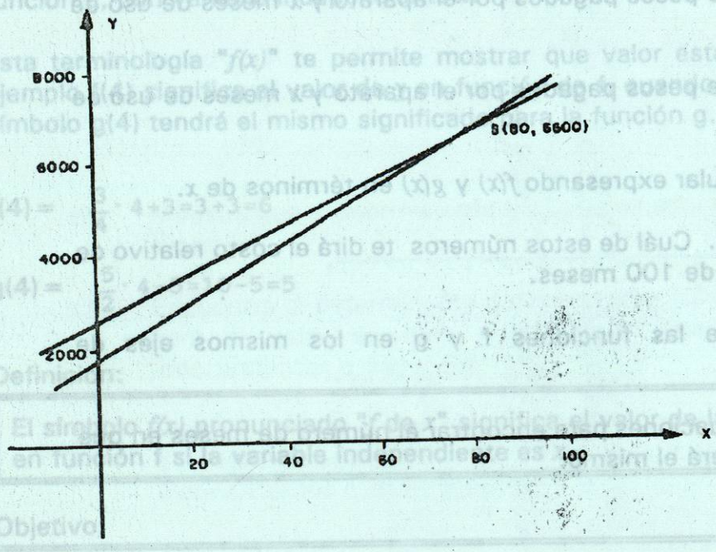

Figura 3.4a

d. El camino más fácil para resolver el sistema es encontrar donde los gráficos se encuentran o cruzan, $f(x)=g(x)$ o sea

$(800+60x=2600+50x)$

$10x=800$

$x=80$

Después de 80 meses el costo total de la unidad barata y cara son iguales, y en adelante será más costeable la unidad cara.
Solución {(80,6,600)}.

Ejercicio 3.4

Dadas las funciones

$f(x)=5x+5$

$g(x)=x^2+2x+1$

Evalúa

1.	f(5)	2.	f(-4)	3.	g(1)	4.	g(4)
5.	f(4)	6.	f(-1)	7.	g(-1)	8.	g(3)

9.	f(0)	10.	g(0)	11.	$f(\frac{1}{3})$	12.	g(½)
13.	$\frac{f(-1)}{g(-1)}$	14.	$\frac{f(4)}{g(4)}$	15.	$\frac{g(1)}{g(0)}$	16.	$\frac{f(6)}{g(3)}$
17.	f(g(1))	18.	$\frac{f(2)}{g(2)}$	19.	f(g(5))	20.	g(f(-1))
21.	$f(f^{(-2)})$	22.	$g(g^{(1)})$	23.	f(s)	24.	g(k)
25.	f(r+t)	26.	g(4-a)	27.	g(f(x))	28.	f(g(x))
29.	f(f(x))	30.	g(g(x))				

Los ejercicios del 31 al 40 te servirán para recordar. Resuélvelos rápidamente.

31. Encuentra 30% de 32.
32. Encuentra la pendiente de la línea que pasa por los puntos (1,1) y (6,2).
33. Resuelve para p: $\frac{3a}{p}=\frac{5}{7}$
34. Resuelve para x: $|x-2| = 6$
35. Conmuta el 4 y $6x$: $10+6x+4$
36. Evalúa el determinante $\begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 4 & 18 \end{vmatrix}$
37. Resuelve el sistema por determinantes
    $6x+14y=8$
    $5x-6y=8$
38. Bosqueja la gráfica de una función que no sea lineal
39. Dibuja un trapezoide
40. Resuelve para x: $5(2x+1)-4=11$
41. Policías y ladrones. Ramiro roba un banco y huye. Corto tiempo después pasa un restaurant en el cual un oficial de policía esta cenando. El oficial recibe la llamada de la estación y realiza la persecución.

    Deja que t sea el número de minutos desde que Ramiro pasó por el restaurant.
    $f(t)$ será el número de kilómetros que Ramiro ha recorrido desde que pasó el restaurant.
    $g(t)$ es el número de kilómetros que el oficial de policía ha recorrido desde el restaurant.
    a. Ecuación de Ramiro es $f(t)=0.75t$. Encuentra f(12), f(4) y f(-8)
    b. Ecuación del oficial $g(f)=2(t-5)$. Encuentra g(7) y g(15).
    c. Encuentra el tiempo y distancia en que Ramiro es atrapado por el oficial de policía.
    d. Cuando el oficial deja el restaurant.
    e. Bosqueja las gráficas de las funciones f y g en el mismo sistema coordenado, mostrando el punto donde ellos se cruzan.
    f. Qué tan rápido iban Ramiro y el oficial.

42. Problema del carro eficiente: Un carro con ingeniería normal cuesta N$40,000.00 y 22 centavos el kilómetro manejado. El mismo carro con ingeniería fuel-injection cuesta N$43,000.00 su compra, pero únicamente 15 centavos por kilómetro operado.

a. Deja que el d sea la variable que representa el número de kilómetros recorridos por el coche de ingeniería normal, *f(d)*, el costo total del coche. Escribe una ecuación particular para la función *f*.
b. Calcula f(1,000) f(10,000) f(100,000)
c. Deja que *g(d)* sea el costo total del coche construido con ingeniería fuel injection.
d. Calcula g(1,000), g(10,000), g(100,000)
e. Cuántos kilómetros deberán recorrer ambos coches que hagan el costo igual.

43. Problema de Hamburguesas. Paty y Raúl obtienen una franquicia para operar un negocio de hamburguesas de una conocida cadena nacional. Ellos pagan N$20,000.00 y adicionalmente tienen un gasto de N$250.00 por mil hamburguesas vendidas. Ellos venden las hamburguesas a N$ 0.75 cada una obteniendo N$750.00 por la venta.

a. Deja que *f(x)* sea el número de pesos que obtienes por la venta de *x* miles de hamburguesas. Escribe una ecuación particular para la función *f*.
b. Encuentra f(20), f(50), f(0)
c. Deja que *g(x)* sea el costo total del negocio, incluyendo los N$20,000.00 de la franquicia. Escribe la ecuación particular para la función g.
d. Encuentra g(20), g(50), g(0)
e. Bosqueja las gráficas de f y g. Si *x* es N$50.00 que interpretación das.
f. Cuántas hamburguesas deben vender Patricia y Raúl para recuperar su inversión?

3.5 Ecuaciones lineales con tres o mas variables.

En esta sección estudiarás ecuaciones lineales con tres variables sin preocuparte cuáles son dependientes y cuáles son independientes.

Objetivo:

Determinar como es la gráfica de una ecuación lineal con tres variables y ser capaz de dibujarla.

La ecuación lineal con tres variables la representamos como:
$2x+3y+4z=12$

La solución para esta ecuación tiene que contener tres números, uno para cada variable. Es costumbre escribir la solución en orden (x,y,z) como por ejemplo si $x=4$, $y=0$, $z=1$ entonces la triada sería (4,0,1).

Las ecuaciones con tres variables pueden ser dibujadas en el sistema coordenado cartesiano tridimensional.

Adicional a los ejes normales *X* y *Y* hay un eje *Z* perpendicular al plano *XY* pasando por el origen. Las partes positivas de los tres ejes son mostrados en la figura 3.5a.

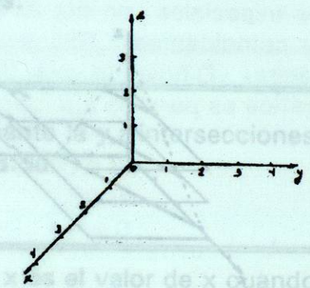

Figura 3.5a

Trazar una ecuación como $2x+3y+4z=12$ puede ser escogiendo valores para una variable y observando que obtienes de las otras.

Si z = 0, entonces $2x+3y=12$ **1**
si z = 1, entonces $2x+3y+4=12$ **2**
$2x+3y=8$
si z = 2, entonces $2x+3y=4$ **3**

Las gráficas de las ecuaciones 1, 2 y 3 son mostradas en la figura 3.5b.

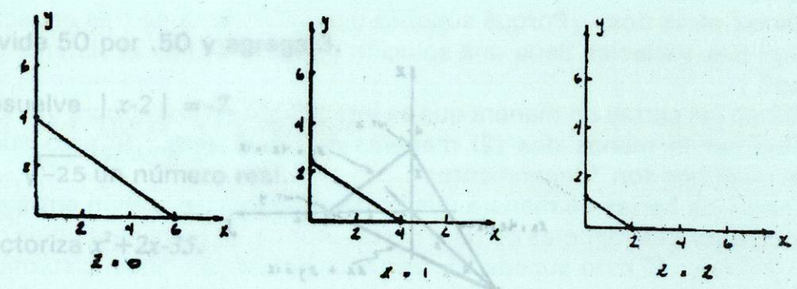

Figura 3.5b