Cáp.

4.1 Ecuaciones que necesitan dos transformaciones 117
4.3 Ecuaciones con términos semejantes 124
4.4 Aplicando la propiedad distributiva en ecuaciones con términos semejantes 126
4.5 Ecuaciones que contienen variables en ambos miembros 128
4.6 Ecuaciones que involucran decimales 132
4.7 Ecuaciones literales y fórmulas 135
4.8 Ecuaciones lineales como modelos matemáticos 138
4.9 Ecuaciones fraccionales y soluciones extrañas 145
4.10 Problemas que involucran razón y proporción 153

CAPÍTULO 5

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES

5.1 Evaluando expresiones y ecuaciones que contienen dos variables 162
5.2 El sistema de coordenadas cartesiano 165
5.3 Gráfica de ecuaciones que contienen dos variables 171
5.4 Encontrando la intersección de dos gráficas 176
5.5 Solución de sistemas de ecuaciones lineales por sustitución 178
5.6 Solución de sistemas por el método de combinación lineal 183
5.7 Problemas que involucran dos variables 187

CAPÍTULO 6

ECUACIONES CUADRÁTICAS

6.1 Ecuaciones que contienen valor absoluto y ecuaciones con cuadrados 198
6.2 Ecuaciones con trinomios cuadráticos perfectos 204
6.3 Completando el cuadrado 208
6.4 Resolviendo ecuaciones cuadráticas por el método de completando al cuadrado 211
6.5 La fórmula cuadrática 215
6.6 Resolución de ecuaciones cuadráticas pro factorización 220
6.7 Problemas con movimiento vertical 225

CAPÍTULO 7

EXPRESIONES ALGEBRAÍCAS CON RADICALES

7.1 Introducción a las expresiones con radicales 233
7.2 Sumas, diferencias y productos de radicales 235
7.3 Cocientes con radicales 239
7.4 Binomios con radicales 245
7.5 Raíces cuadradas de expresiones 249
7.6 Ecuaciones con radicales 251
7.7 Números racionales e irracionales 254

CAPITULO I

OPERACIONES CON POLINOMIOS

En este capítulo aprenderás efectuar las operaciones básicas algebráicas entre polinomios; la suma, resta, multiplicación y división.

Así mismo simplificarás expresiones algebráicas utilizando las leyes de los exponentes y como parte de la aplicación de éstos, la notación científica. Que se utiliza para expresar números muy grandes o muy pequeños con la ayuda de las potencias de base 10.

1.1 TERMINOLOGÍA ALGEBRAICA.

Literal: En el álgebra, además de los números que se utilizan en la aritmética, se usan letras para representar cualquier número de un conjunto o intervalo numérico, los números que se representan por letras se llaman literales .

EJEMPLOS:

$x+6=10$
$4<x<7$, donde $x \in N$

Coeficiente numérico y parte literal. Teniendo en cuenta la notación que se emplea en el álgebra para representar, por ejemplo, el producto del número 8 por el número a se escribe; 8a.

Así mismo la expresión 6ab, representa el producto del número 6 por el número a y el resultado por el número b. En dicha expresión la a y la b son factores literales, mientras que el 6 es un factor numérico. El factor numérico de un término algebraico se llama <u>coeficiente numérico,</u> mientras que los factores literales con su respectivos exponentes forman la <u>parte literal.</u>

EJEMPLOS:

	Coeficiente numérico	Parte literal
$9xy$	9	xy
$-8x^2z$	-8	W^2z

Cuando no aparece un número específico precediendo a la parte literal se sobreentiende que el coeficiente es el número 1.

EJEMPLO:

	Coeficiente numérico	Parte literal
W^3z	1	W^3z

Si el coeficiente numérico es un entero positivo, el mismo nos indica cuantas veces se toma como sumando la parte literal.

EJEMPLOS:

$7\omega = \omega+\omega+\omega+\omega+\omega+\omega+\omega$
$-5Z = (-Z)+(-Z)+(-Z)+(-Z)+(-Z)$

Exponente: Consideremos la multiplicación 5x5x5; esta operación también la podemos representar en la forma 5^3. El pequeño número 3 que se escribe arriba y a la derecha del 5 indica que este se toma como factor tres veces y recibe el nombre de exponente; el 5 se llama base y 5^3 se llama una potencia.

EJEMPLOS:

$n^4= n(n)\ (n)\ (n)$

$x^2= x(x)$

$(-y)^3= (-y)\ (-y)\ (-y)$

$4^6= 4\ (4)\ (4)\ (4)\ (4)\ (4)$

$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)$

Cuando no aparece un número específico arriba y a la derecha de un número o literal, se sobreentiende que el exponente es 1.

EJEMPLOS:

4a. : El exponente del número 4 es 1 y el de la literal "a" también es 1.

$-5a^2b$: El exponente de a es 2, el de b es 1 y el de -5 es 1.

El producto de n factores, cada uno de ellos igual a m, se escribe en la forma m^n, donde n, recibe el nombre de exponente y la expresión m^n es una potencia, en tanto que m es la base de la misma.

<u>**Expresión Algebraica**</u> Cualquier combinación de literales y constantes que contenga las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación todas o algunas de ellas, pudiendo ser una sola recibe el nombre de <u>expresión algebráica.</u>

EJEMPLOS:

$2a$	$(2x-3y)^3$
$5x^2$	$\frac{2x^2-y^2}{x-y}$
$x+2y$	$\sqrt{x^3y^4}$
x^2+7x-6	
$7(x+y)$	

Una expresión algebráica que solamente contenga un coeficiente y una parte literal se llama término. (también se suele decir monomio).

EJEMPLOS:

$4a^2bc^3$

$-\frac{5}{2}a^{10}$

$25abcx^3$

7

Cuando en una expresión algebráica, aparecen solamente, sumas, diferencias, productos y potencias (no necesariamente todas), la expresión recibe el nombre de polinomio.

EJEMPLOS:

$3x^4-5x^3+2x-8$

m^6-9

$5x^2y^3-4xy^4+2y^5$

Las partes de un polinomio precedidas de los signos + o - son sus términos. Así, en la expresión: $3x^4-5x^3+2x-8$, los términos son: $3x^4$; $-5x^3$; $2x$; -8

Se debe sobreentender que si en el primer término como es el caso precedente, no aparece ningún signo, el término <u>es positivo.</u>

A la expresión algebráica que consta de un solo término se le llama monomio, a la que consta de dos términos, binomio y a la que consta de tres se le llama trinomio. Si tiene más de tres términos se dice: polinomio de cuatro, de cinco términos, etc.

EJEMPLOS:

Frente a cada expresión algebraica, aparece su nombre atendiendo al número de términos que tienen.

$2x+7y$	Binomio	$\frac{2}{5}x$	Monomio
$-4x^3y^2z$	Monomio	$5x^4-2x^3+x^2-9x+5$	Polinomio de cinco términos
x^2-y^2	Binomio		
$a+2b+C$	Trinomio		
$x^2-8x+12$	Trinomio		
-7	Monomio		
y^2	Monomio		
x^3-8	Binomio		

1.2 INTRODUCCIÓN A LAS OPERACIONES CON POLINOMIOS.

Para aprender a efectuar correctamente las operaciones con polinomios conviene que recordemos algunos aspectos del álgebra que serán necesarios. Haremos este repaso utilizando ejemplos o mencionando propiedades de las operaciones con números y literales.

1) Si $a < b$, entonces $a-b$ es negativo

EJEMPLOS:

$8-20= -12$

$6-96= -90$

$1-5= -4$

2) Para sumar algebraicamente dos o más números con el mismo signo, sumamos como aprendimos en la aritmética y al resultado le ponemos el signo común a los números dados.

EJEMPLOS:

$(-8)+(-13)= -(8+13)=-21$

$(-7)+(-9)+(-14)= -(7+9+14)=-30$

Nota: $(-8)+(-13)$ puede escribirse como $-8-13= -21$

3) Si tenemos que efectuar la suma de varios números positivos con varios negativos; se suman los positivos y después los negativos; las sumas obtenidas se restan y el resultado de esta diferencia irá precedida del signo de la mayor de las sumas.

EJEMPLOS:

$8-3-14+9-20$

$8+9=17$

$3+14+20=37$

<u>ENTONCES:</u>

$8-3-14+9-20= 17-37= -20$

2) $-12+61-30-9$

$12+30+9=51$, entonces

$-51+61=61-51= 10$

4) En la multiplicación de números positivos y negativos, recordemos que:

El producto de dos números de igual signo es positivo, mientras que el producto de dos números de signos contrarios es negativo.

EJEMPLOS:

(7) (10)= 70
(-7) (-3)= 21
(-7) (3)= -21
4 (-7)= -28

5) Al multiplicar más de dos factores, si el número de estos con signo negativo es par, el resultado es positivo, si es impar, será negativo.

EJEMPLO:

(-2) (-13) (17) (-150) (-8) (20) (-3). El resultado es negativo.

1.3 REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

En los polinomios los términos que tienen la misma parte literal, es decir los mismos factores literales afectados de iguales exponentes, se llaman términos semejantes.

EJEMPLOS

1)	$8x$,	$7x$,	$-15x$,	x
2)	$7a^2b$,	$-15a^2b$,	a^2b	
3)	$-mn^3$,	$\frac{2}{5}mn^3$,	$-7mn^3$	
4)	a^{n+1},	$-3\,a^{n+1}$,	$8\,a^{n+1}$	

En la expresión algebraica;

$8ab+3b-7ab+5ab^2$, los términos semejantes son: $8ab$, $-7ab$ y ninguno más. En cambio en la expresión; $8x^2y-15xy^2$, los dos términos no son semejantes, pues aunque tienen las mismas literales estas no están afectadas por los mismos exponentes, luego no son semejantes.

Una operación mediante la cual se sustituyen dos o más términos semejantes por un solo término (que es desde luego semejante a aquellos a los cuales sustituye) se llama: Reducción de términos semejantes. Para realizar la reducción de términos semejantes se procederá así:

1º.- Si dos o más términos semejantes tienen el mismo signo, se suman sus coeficientes como aprendimos en la aritmética y delante de la suma se coloca el signo común que tienen y a continuación se pone la parte literal común a todos ellos.

EJEMPLOS:

1) $8a+a+20a+6a=$ $(8+1+20+6)a=35a$
2) $-4a^2-3a^2-10a^2-40a^2=-(4+3+10+40)a^2=-57a^2$

2º.- Si dos términos semejantes tienen signos contrarios, se restan los coeficientes numéricos; delante de esta diferencia se coloca el signo del mayor de dichos coeficientes y a continuación de este coeficiente numéricos, se escribe la parte literal común a los dos términos.

EJEMPLOS:

1) $8m^2n-5m^2n=(8-5)\,m^2n=3m^2n$
2) $16a^3b^5c^4-40a^3b^5c^4=(16-40)a^3b^5c^4=-24a^3b^5c^4$

3º) Cuando en un polinomio aparecen varios términos semejantes, algunos con signo positivo y otros con signo negativo, todos los términos positivos se reducen a uno solo, se hace lo mismo con los negativos y finalmente se restan los coeficientes, se pone el signo del mayor y a continuación la parte literal común a todos los términos semejantes.

EJEMPLOS:

1) Reducir términos semejantes en la expresión:

$9ab-5ab-6ab+ab-3ab.$

SOLUCIÓN:

$9ab-5ab-6ab+ab-3ab=9ab+ab-5ab-6ab-3ab$
$=10\,ab-14ab$
$=(10-14)ab$
$=-4ab$

2) Reducir términos semejantes en la expresión;

$8x^2+5x-7-20x^2+6x+40+3x^2-10x$

SOLUCIÓN:

$8x^2+3x^2-20x^2+5x+6x-10x-7+40$
$=11x^2-20x^2+11x-10x+33$
$=-9x^2+x+33$

1.4 SIGNOS DE AGRUPACIÓN:

Cuando en una expresión algebráica hay un grupo de términos que se desea manejar como si fuera uno solo, entonces se asocian (se agrupan) y para esto se utilizan los llamados signos o símbolos de agrupación, estos son:

a) Los paréntesis ( )
b) Los corchetes [ ]
c) Las llaves { }

Estos signos también se utilizaran eficazmente para indicar el orden de ciertas operaciones.

EJEMPLO 1:

$(7x^2-5x+8) + (5x^2-x-7) -(4x^2+3x+16)$

En este caso el empleo de los paréntesis nos indican (nos ordenan) que debemos sumar la expresión encerrada dentro del 1er. par de paréntesis con la encerada dentro del segundo par, y a la suma obtenida debemos restarle la expresión encerrada dentro del tercer paréntesis.

EJEMPLO 2:

$8x+3- [(5x-2)+(4x-15]$

Aquí las órdenes que nos dan los signos de agrupación son las siguientes:

1º.- A 5x-2 súmale 4x-10

2º La suma obtenida anteriormente réstala de 8x+3. (o lo que es lo mismo: a 8x+3 réstale la suma obtenida).

EJEMPLO 3:

$2x^2+5x-8- [(2x+5)(x-3)-(x^2-6x+1)]$

Las órdenes ahora son:

1º.- <u>Multiplicar</u> (2x+5) (x-3)

2º.- Al producto anterior restar el polinomio x^2-6x+1

3º.- El último resultado anterior réstalo del polinomio; $2x^2+5x-8$.

1.5 ADICIÓN DE POLINOMIOS

Para sumar dos o más polinomios se aplican las propiedades conmutativa y asociativa para la adición y se reducen términos semejantes.

EJEMPLO 1:

Efectúa la siguiente suma de polinomios:

$(3a^2b+5ab^2-8a+6b-5) + (4a^2b-7ab^2+8a-2b-10)$

Antes de efectuar la suma se pueden situar los términos semejantes en forma vertical y después reducirlos.

$$\begin{array}{l} 3a^2b+5ab^2-8a+6b-5 \\ 4a^2b-7ab^2+8a-2b-10 \\ \hline 7a^2b-2ab^2+0+4b-15 \end{array}$$

Por lo tanto la suma de los polinomios es:

$7a^2b-2ab^2+4b-15$

EJEMPLO 2: Suma los siguientes polinomios:

$a^3-2b+3c+d-15$ y $a^2-7b-9c+2d+5$.

SOLUCIÓN:

Ordenamos en forma vertical los términos semejantes y después reducimos.

$$\begin{array}{l} a^3-2b+3c+d-15 \\ \quad -7b-9c+2d+5+a^2 \\ \hline a^3-9b-6c+3d-10+a^2 \end{array}$$

Por consiguiente la suma propuesta es igual a:

$a^3+a^2-9b-6c+3d-10$