Ejemplo 4

Elimina los signos de agrupación y simplifica la expresión:

10-3{a-[5a(a-1)-a(4a+1)]-(a-7)}

= 10-3 {a-[5a²-5a-4a²-a]-a+7}

= 10-3 {a-[a²-6a]-a+7}

= 10-3 {a-a²+6a-a+7}

= 10-3 {-a²+6a+7}

= 10+3a²-18a-21

= 3a²-18a-11

EJERCICIO VIII

Elimina signos de agrupación y reduce a terminos semejantes.

1) $(5x-y^2+4x)-\{2x-[y^2+6-(2-5x-y)]\}$

2) $(4x^2-5x+6)-(4-x^2+7x)-\{4(x-2)-[(x-3)^2-(x+5)(x-1)]\}$

3) $2(4x--3y)-(2x-7y)-2[(x-y)-(6x-y)]$

4) $4(a-b)-(2b-7a)-\{(a+3b)-[2a-(a-b)-2(4a-2b)]\}$

5) $5x-3[2-(x-5)+(2x+7)]$

6) $2\{-(a-b)+3[(a+b)-2(a-b)-(4b-7a)]\}$

7) $12+\{2x-[4(y-x)-(x-3)-(y-8)]\}$

8) $-(4-9y+7x)+\{-(2y+x-4)-[3+(5x-2y+6)-(5-4x-7y)]\}$

9) $(4x^2-3x+6)-|x^2-2x-1|-[(x+3)^2-(x+2)(x-2)+(x-1)(x+3)]$

10) $5(a-2b)-6(a-3b)-\{4a-[(a-2b)-(7a+b)]\}$

CAPITULO 2

PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN

En este capítulo aprenderás a factorizar polinomios. Encontrarás también un método rápido para resolver ecuaciones cuadráticas por factorización.

Expresión:
$15x^2$-6ax-20cx+8ac

Forma factorizada de la expresión anterior:
(5x-2a)(3x-4c)

Ecuación:
$2x^2$-x-3=0

Forma factorizada de la ecuación anterior:
(2x-3)(x+1)=0

Conjunto solución de la ecuación:

S={$\frac{3}{2}$,-1}

2.1 POLINOMIOS, MULTIPLICACIÓN Y FACTORIZACIÓN

Las siguientes expresiones son llamadas polinomios:
$2x^2+4x-7$
$8x^3-11x+6x^5-x^2$
$5x^7+9x^4-3x^2+8$

Este último polinomio está arreglado en orden descendente en las potencias de "x".
El siguiente polinomio está arreglado en orden ascendente en las potencias de "y".
$5y-7y^3+y^5$

Definición

Un polinomio es una expresión que no tiene otras operaciones que no sean adición, sustracción y multiplicación entre la(s) variable(s) y constante(s).

Notas:

1) Expresiones tales como:

$\frac{x-2}{3x+4}$ ó $|x-5|$

En las cuales tenemos división entre dos expresiones con la misma variable y el valor absoluto de una expresión ***no son polinomios.***

2) Potencias en las variables tales como x^3 están permitidos en polinomios ya que ellas implican multiplicación $x \cdot x \cdot x$

3) Términos simples como $2x$, $5y^2$, x o una constante como el 5 también son llamados polinomios.

Como resultado de esta definición, los polinomios siempre consisten de uno o más términos.

- En el término $+3x^4$
  - 3 = Coeficiente del término
  - x = Variable
  - 4 = Exponente de la variable
- En el término x^4, el coeficiente es 1
- En el término $-3x$, el exponente es 1 y el término es negativo
- Polinomios con uno, dos o tres términos tienen nombres especiales

Núm. de términos	Ejemplo	Nombre
Uno	$5x$	Monomio
Dos	$12x-3$	Binomio
Tres	$4x^2-8x+10$	Trinomio

- Polinomios con una variable también se clasifican por el grado mayor de los exponentes de la variable.

Grado	Ejemplo	Nombre
Primero	$17x-4$	Lineal
Segundo	$9x^2-2x+11$	Cuadrático
Tercero	x^3	Cúbico

- Juntando los dos nombres grado y cantidad de términos podemos llamarlos así, por ejemplo: x^2+5x+2 es un trinomio cuadrático ya que es de segundo grado y tiene tres términos.

2.1.1 PRODUCTO DE DOS BINOMIOS

Si multiplicas una constante por un binomio lo harías así:
$3(x+2)$
$=3\times x+3\times 2$
$=3x+6$

Supongamos que vas a multiplicar dos binomios como $(x+3)(x+5)$, entonces tienes que distribuir el primer paréntesis sobre el segundo.

Técnica de multiplicación de dos binomios:

1. Multiplica cada término del segundo paréntesis por x
   $(x+3)(x+5) = x^2+5x$ ...
2. Multiplica cada término del segundo paréntesis por 3
   $(x+3)(x+5) = x^2+5x+3x+15$
3. Reduce términos semejantes
   $(x+3)(x+5) = x^2+8x+15$

OBJETIVO

Multiplicarás dos binomios rápidamente, escribiendo sólo el producto indicado y la respuesta

EJEMPLO 1
Multiplica $(x+5)(x+2)$

Solución

$(x+5)(x+2)$	Escribe la expresión dada
$= x^2+2x+5x+10$	Multiplicando cada término
$= x^2+7x+10$	Reduciendo términos semejantes

EJEMPLO 2
Multiplica $(x-3)(x+8)$

Solución

$(x-3)(x+8)$	Escribe la expresión dada
$= x^2+8x-3x-24$	Multiplicando cada término
$= x^2+5x-24$	Reduciendo términos semejantes. (Mentalmente si es posible)

EJEMPLO 3
Multiplica $(x-7)(x-9)$

Solución

$(x-7)(x-9)$	Escribe la expresión dada
$= x^2-9x-7x+63$	Multiplicando cada término
$= x^2-16x+63$	Simplificando términos semejantes

EJEMPLO 4
Multiplica $(3x-5)(4x+1)$

Solución

$(3x-5)(4x+1)$	Escribe la expresión dada
$= 12x^2+3x-20x-5$	Multiplicando cada término
$= 12x^2-17x-5$	Rediciendo términos semejantes. (Mentalmente si es posible)

EJEMPLO 5
Multiplica $(x-5)^2$

Solución

$(x-5)^2$	Escribe la expresión dada
$= (x-5)(x-5)$	Definición de cuadrado
$= x^2-5x-5x+25$	Multiplicando cada término
$= x^2-10x+25$	reduciendo términos semejantes

EJERCICIO 2.1.1

Para los siguientes problemas multiplica los binomios. Si te es posible, haz las operaciones mentalmente.

1) $(x+4)(x+5)$	2) $(x-8)(x+5)$
3) $(x+3)(x-7)$	4) $(y-4)(y+7)$
5) $(r-6)(r+1)$	6) $(s-8)(s-4)$
7) $(a-1)(a-2)$	8) $(2x+5)(x+4)$
9) $(3x+1)(x-2)$	10) $(p-5)(2p-1)$
11) $(5x+4)(2x-7)$	12) $(2x-7)(2x-7)$
13) $(2x-7)(2x+7)$	14) $(x+6)^2$
15) $(x-9)^2$	16) $(3x+5)^2$

2.1.2 FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS CUADRÁTICOS

La factorización es el proceso contrario a la multiplicación. Puedes convertir un trinomio cuadrático como $x^2+8x+15$, en un producto de dos binomios, que al factorizarlo quedaría $(x+3)(x+5)$

Definición

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Factorizar un polinomio significa transformarlo en un producto de dos o más factores.

OBJETIVO

Dado un trinomio cuadrático factorizarlo en un producto de dos binomios lineales (si es posible).

<u>Técnica</u>
La manera de factorizar un trinomio tal como $x^2+8x+15$ donde el coeficiente del término x^2 es 1, es la siguiente:

Factoriza $x^2+8x+15$

1. Se necesitan dos factores que multiplicados den 15
   Opciones: 5 x 3
   15 x 1

2. Se necesitan dos factores que sumados den 8, entonces escoges la pareja 5,3
   Así que: a) $x^2+8x+15 = (x+3)(x+5)$

   b) $x^2-8x+15 = (x-5)(x-3)$

Para comprobar sólo tienes que multiplicar los dos binomios.

Cuando el coeficiente del término x^2 es diferente de 1, la técnica es diferente, lo que debes hacer es buscar dos binomios que multiplicados den el trinomio que estás factorizando.

TÉCNICA PARA FACTORIZAR TRINOMIOS CUADRÁTICOS CON EL COEFICIENTE EN x^2 DIFERENTE DE 1

Ejemplo: Factoriza $3x^2-19x-14$

Primero escribe dos paréntesis vacíos
$3x^2-19x-14$
$=(\ )(\ )$

Ahora debes encontrar dos términos que multiplicados den $3x^2$, y los colocas al principio de cada paréntesis. Los términos son 3x y x porque su producto nos da $3x^2$.
$3x^2-19x-14$
$=(3x\ )(x\ )$

Los otros términos en el binomio deben tener un producto igual a -14.

Así que las opciones son:

+1, -14	+7, -2
-1, +14	-7, +2
+2, -7	+14,-1
-2, +7	-14, +1

Simplemente prueba con estas posibilidades hasta que encuentres una que funcione. El par correcto es el que dá $-19x$ que es el término de enmedio del trinomio cuando multiplicas los dos binomios. Ese par parece ser +2,-7. Y los colocamos al final de los paréntesis.
$3x^2-19x-14$
$=(3x+2)(x-7)$

Para comprobar sólo tienes que multiplicar los dos binomios.
$(3x+2)(x-7) = 3x^2-21x+2x-14$
$= 3x^2-19x-14$

Definición

POLINOMIO PRIMO
Un polinomio primo es aquel cuyos factores son el 1 y el polinomio mismo (no se puede descomponer en factores).

EJEMPLO 1

Factoriza $x^2+7x+10$

Solución

$x^2+7x+10$	Escribe la expresión dada
$=(x+2)(x+5)$	10 es igual a (2)(5)
	y 7 es igual a 2+5

EJEMPLO 2
Factoriza $x^2-12x+20$

Solución

$x^2-12x+20$	Escribe la expresión dada
$=(x-10)(x-2)$	20 es igual a (-10)(-2)
	y -12 es igual a (-10)+(-2)

EJEMPLO 3
Factoriza $x^2+3x-10$

Solución

$x^2+3x-10$	Escribe la expresión dada
$=(x+5)(x-2)$	-10 es igual (5)(-2)
	y +3 es igual (+5)+(-2)

EJEMPLO 4
Factoriza $x^2-3x-10$

Solución

$x^2-3x-10$	Escribe la expresión dada
$=(x-5)(x+2)$	-10 es igual a (-5)(2)
	y - 3 es igual a (-5)+(2)

EJEMPLO 5
Factoriza $2x^2+7x+5$

Solución

$2x^2+7x+5$	Escribe la expresión dada
$=(2x+5)(x+1)$	El término de enmedio es $2x+5x=7x$

1020124224

EJEMPLO 6

Factoriza x^2+5x+1

Solución :
Es primo

Es un polinomio primo, pues no existe una pareja de números enteros que multiplicados den +1 y sumados den +5

EJERCICIO 2.1.2

Factoriza los siguientes trinomios cuadráticos o menciona si son primos.

1) x^2+7x+6
2) $x^2-7x+12$
3) $x^2-8x+12$
4) $z^2+10z+9$
5) $a^2-13a+40$
6) $x^2+16x+48$
7) $b^2+14x+48$
8) $m^2-19m+48$
9) $x^2-20x+48$
10) $x^2-32x+60$
11) x^2+2x-8
12) $r^2-4r-12$
13) $x^2-5x-50$
14) $x^2-23x-50$
15) $u^2+20u-72$
16) u^2+u-72
17) $x^2-13x+42$
18) $x^2-13x+42$
19) x^2+5x-6
20) $x^2+26x+120$
21) $5x^2+8x+3$
22) $2x^2+5x+2$
23) $2y^2+7y+3$
24) $2x^2+9x+4$
25) $3x^2-16x+5$
26) $3p^2-8p+4$
27) $4u^2+8u-5$
28) $6+5x+x^2$
29) $x^2+11xy+10y^2$
30) $a^2-7ab-30b^2$

2.1.3 FACTORIZANDO UNA DIFERENCIA DE DOS CUADRADOS

Supongamos que vas a factorizar x^2-36; puedes razonar de la siguiente forma: necesitas dos números que multiplicados den -36 y sumados den 0 (ya que no existe término de enmedio), así que los factores serían 6 y -6. Por lo tanto, $x^2-36=(x+6)(x-6)$.

Dos binomios como $x+6$ y $x-6$ son llamados ***binomios conjugados.***

Definición

> **BINOMIOS CONJUGADOS**
>
> Los binomios conjugados son binomios cuyos primeros términos son iguales y sus segundos términos, sólo difieren en signo de en medio de los términos (ejemplo: 3x+5 y 3x-5 son binomios conjugados).

Cuando multiplicas dos binomios conjugados, el término de enmedio desaparece, por ejemplo:

$(x+6)(x-6) = x^2-6x+6x-36$
$= x^2-36$

El resultado es una ***diferencia de cuadrados.***

Conclusión

> **DIFERENCIA DE DOS CUADRADOS**
>
> Los factores de una diferencia de dos cuadrados son binomios conjugados
>
> $x^2-y^2= (x+y)(x-y)$

OBJETIVO:

> Factorizar una diferencia de dos cuadrados como un producto de binomios conjugados.

EJEMPLO 1

x^2-9

Solución

$x^2-9=$ — Escribe la expresión dada

$x^2-3^2=$ — Ya que $9=3^2$

$(x+3)(x-3)$

EJEMPLO 2

$4x^2-25$

Solución

$4x^2-25 =$

$(2x)^2-5^2=$ — Escribe la expresión dada

$(2x+5)(2x-5)$ — Ya que $4x^2=(2x)(2x)$ y $25=(5)(5) = 5^2$

EJEMPLO 3

$81b^2-1$

Solución

$81b^2-1=$ — Escribe la expresión dada

$(9b)^2-1^2=$ — Ya que $81b^2=(9b)^2$ y $1=(1)^2$

$(9b+1)(9b-1)$