

Ejemplo:
Factorizar $6x^2+31x+35$.

Primero multiplicarías (6)(35), obteniendo 210. Luego buscarías los factores de 210, específicamente, los factores cuya suma sea igual a 31. Una forma sistemática de encontrar estos factores es realizando una tabla.

FACTORES	SUMA	¿31?
(1)(210)	211	No
(2)(105)	107	No
(3)(70)	73	No
(5)(42)	47	No
(6)(35)	37	No
(10)(21)	31	¡Sí!

De manera que separas el término de enmedio "31x" en $10x+21x$ y escribes $6x^2+10x+21x+35$ y factorizas por agrupamiento como se demostró arriba.

Técnica

Separando el término de enmedio

Para factorizar un trinomio cuadrático de la forma

$$ax^2+bx+c$$

- 1° Multiplica "a" por "c".
- 2° Observa el producto "ac" y encuentra los factores cuya suma es "b".
- 3° Separa el término de enmedio y factoriza por agrupamiento. (Si no hay factores de "ac" cuya suma es "b", entonces ax^2+bx+c es primo).

Debes estar siempre atento a las formas más fáciles de solucionar los problemas. Por ejemplo $3x^2+5x+2$ es fácil factorizar por observación, sin separar el término de enmedio. Sólo escribe los paréntesis vacíos y llena los binomios que dan $3x^2+5x+2$ cuando son nuevamente multiplicados entre sí.

$$3x^2+5x+2$$

$$=(3x+2)(x+1)$$

OBJETIVO:

Dado un trinomio de segundo grado, tal como $6x^2+31x+35$ factorizar por observación o por separación del término de enmedio.

EJEMPLO 1

Factorizar $8x^2+26x+15$

$$(8)(15)=120$$

$$1+120=121$$

Multiplica el coeficiente de x^2 por el término constante
Obtén dos factores de 120 cuya suma es 26.

$$2+60=62$$

$$3+40=43$$

$$4+30=34$$

$$5+24=29$$

$$6+20=26$$

$$8x^2+26x+15$$

$$=8x^2+6x+20x+15$$

$$=2x(4x+3)+5(4x+3)$$

$$=(4x+3)(2x+5)$$

¡Y eso es todo!

Escribe la expresión dada
Separa el término de enmedio
Saca el factor 2x de $8x^2+6x$ y 5 de $20x+15$.
Saca el factor común (4x+3)

EJEMPLO 2

Factoriza $18x^2-23x-6$

$$(18)(-6)=-108$$

$$1(-108)=-107$$

$$2(-54)=-52$$

$$3(-36)=-33$$

$$4(-27)=-23$$

$$18x^2-23x-6$$

$$=18x^2+4x-27x-6$$

$$=2x(9x+2)-3(9x+2)$$

$$=(9x+2)(2x-3)$$

Multiplica el coeficiente de x^2 por el término constante

¡Y eso es todo!

Escribe la expresión dada
Separa el término de enmedio
Saca el factor 2x de $18x^2+4x$ y -3 de $-27x-6$
Saca el factor común (9x+2)

EJEMPLO 3

Factorizar $3x^2-19x+16$

$$(3)(16)=48$$

$$-1(-48)=-49$$

$$-2(-24)=-26$$

$$-3(-16)=-19$$

$$3x^2-19x+16$$

$$=3x^2-3x-16x+16$$

$$=3x(x-1)-16(x-1)$$

$$=(x-1)(3x-16)$$

Multiplica el coeficiente de x^2 por el término constante

¡Esto es todo!

Escribe la expresión dada
Separa el término de enmedio
Saca el factor 3x de $3x^2-3x$ y -16 de $-16x+16$
Saca el factor común (x-1)

EJEMPLO 4

Factoriza $10x^2+21x+6$
 $(10)(6)=60$

- 1+60=61
- 2+30=32
- multiplicados
- 3+20=23
- ¡19 es menor que 21!
- 4+15=19

Multiplica el coeficiente de x^2 por el término constante
 Obtén dos factores de 60 cuya suma es 21
 No hay ninguna pareja de valores que den 60 y sumados den 21

Por lo tanto:
 $10x^2+21x+16$ es una expresión prima

EJEMPLO 5

Factoriza $2x^2+9x-5$
 $2x^2+9x-5$
 $= (2x-1)(x+5)$

Escribe la expresión dada
 Factoriza por observación. Esto es fácil de hacer sin separar el término de enmedio

EJEMPLO 6

Factoriza $20x^2+30x-200$
 $20x^2+30x-200$
 $= 10(2x^2+3x-20)$
 $= 10(2x-5)(x+4)$

Escribe la expresión dada
 El factor común es 10, el MFC de los términos.
 (¡Recuerda que debes sacar primero el factor común!)
 Factoriza $2x^2+3x-20$ por observación.

EJEMPLO 1

Factoriza $8x^2+26x+15$
 $(8)(15)=120$
 $1+120=121$

Multiplica el coeficiente de x^2 por el término constante
 Obtén dos factores de 120 cuya suma es 26

CAPÍTULO 3

PRÁCTICA ORAL

¿Están los términos de enmedio separados correctamente? Explica

Ejemplos

i) $2x^2-5x+3=2x^2-3x-2x+3$

Si: ya que $(2)(3)=6$, $(-3)(-2)=6$, y $-3-2=-5$

ii) $2x^2-5x+3=2x^2-3x+2x+3$

No; $(2)(3)=6$, pero $(-3)(2)=-6$ ó $-3+2=-1$ no es -5

a) $3x^2+7x+2=3x^2+x+6x+2$

c) $2x^2+11x+15=2x^2+5x+6x+15$

e) $3x^2-10x-8=3x^2+2x+12x-8$

g) $6x^2+12x+5=6x^2+10x+3x+5$

i) $6x^2+17x+5=6x^2+3x+14x+5$

b) $3x^2+7x+2=3x^2+6x+x+2$

d) $3x^2-10x-8=3x^2-2x+12x-8$

f) $6x^2+11x+5=6x^2+5x+6x+5$

h) $6x^2+17x+5=6x^2+10x+3x+5$

j) $6x^2+17x+5=6x^2+2x+15x+5$

EJERCICIO 2.6

Para los problemas del 1 al 20 usa la técnica de la separación del término de enmedio, factorizando completamente o demostrando que es primo.

1) $3x^2+16x+16$

3) $6x^2+23x+20$

5) $2x^2+11x-90$

7) $20x^2-43x-12$

9) $9x^2-39x+40$

11) $4x^2+7x+18$

13) $24x^2+19xy+2y^2$

15) $4r^2-9rs+5s^2$

17) $48x^2-40x-48$

19) $-12x^2-33x+45$

2) $2x^2+15x+18$

4) $6x^2+25x+25$

6) $3x^2+20x+40$

8) $30x^2-67x-12$

10) $3x^2+37x-70$

12) $10x^2-57x+54$

14) $12x^2+145xy+12y^2$

16) $8p^2-17pj+9j^2$

18) $24x^2-66x-18$

20) $-80x^2-290x+120$

Para los problemas del 21 al 50, factoriza los polinomios completamente por observación (preferentemente) o por separación del término medio.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 21. $2x^2+7x+3$ | 22. $3x^2+7x+2$ |
| 23. $3x^2+10x+8$ | 24. $3x^2+11x+8$ |
| 25. $5x^2-21x+4$ | 26. $7x^2-16x+4$ |
| 27. $6x^2+7x-5$ | 28. $6x^2+5x-4$ |
| 29. $6x^2-x-5$ | 30. $6x^2-17x-3$ |
| 31. $6r^2+13rs+6s^2$ | 32. $6a^2+11ab+4b^2$ |
| 33. $15a^2+16ab+4b^2$ | 34. $6x^2+19xy+15y^2$ |
| 35. $6m^2-25m+4$ | 36. $4r^2-25r+6$ |
| 37. $2m^2+15m-50$ | 38. $5p^2-8p-4$ |
| 39. $4x^2+36x+32$ | 40. $6x^2+36x+48$ |
| 41. $7x^2-6xy-y^2$ | 42. $9c^2-8cd-d^2$ |
| 43. $8x^5+2x^4-3x^3$ | 44. $18x^7-9x^6-2x^5$ |
| 45. $2a^3x-13a^2x^2+15ax^3$ | 46. $4u^3v-12u^2v^2+9uv^3$ |
| 47. $27ru^2+36ru+12r$ | 48. $10sn^2-75sn-135s$ |
| 49. $12(x+3)x^2-2(x+3)x-4(x+3)$ | 50. $12(x-2)x^2-21(x-2)x-6(x-2)$ |

Factoriza $2x^2+9x-5$ por observación. Esto es fácil de hacer sin separar el término de enmedio.

- EJEMPLO 5**
- Factoriza $20x^2+30x-20$
- (1) $20x^2+30x-20$
- (2) $20(x^2+1.5x-1)$
- (3) $20(x^2+1.5x-1)$
- (4) $20(x^2+1.5x-1)$
- (5) $20(x^2+1.5x-1)$
- (6) $20(x^2+1.5x-1)$
- (7) $20(x^2+1.5x-1)$
- (8) $20(x^2+1.5x-1)$
- (9) $20(x^2+1.5x-1)$
- (10) $20(x^2+1.5x-1)$
- (11) $20(x^2+1.5x-1)$
- (12) $20(x^2+1.5x-1)$
- (13) $20(x^2+1.5x-1)$
- (14) $20(x^2+1.5x-1)$
- (15) $20(x^2+1.5x-1)$
- (16) $20(x^2+1.5x-1)$
- (17) $20(x^2+1.5x-1)$
- (18) $20(x^2+1.5x-1)$
- (19) $20(x^2+1.5x-1)$
- (20) $20(x^2+1.5x-1)$

- EJERCICIO 5.8**
- Escribe la expresión dada
- El factor común es 10, el MFC de 20, 30 y 20 es 10. (Recuerda que debes sacar primer factor común!)
- Factoriza $2x^2+3x-20$ por observación
- (1) $3x^2+16x+16$
- (2) $6x^2+23x+20$
- (3) $5x^2+14x-8$
- (4) $2x^2+7x-15$
- (5) $3x^2+10x+8$
- (6) $4x^2+11x+8$
- (7) $5x^2+14x-8$
- (8) $6x^2+5x-4$
- (9) $7x^2-16x+4$
- (10) $8x^2-17x-3$
- (11) $9x^2-16x-4$
- (12) $10x^2-25x+6$
- (13) $11x^2+19xy+2y^2$
- (14) $12x^2-25x+6$
- (15) $13x^2-25x+6$
- (16) $14x^2-25x+6$
- (17) $15x^2-25x+6$
- (18) $16x^2-25x+6$
- (19) $17x^2-25x+6$
- (20) $18x^2-25x+6$

CAPITULO 3

EXPRESIONES ALGEBRAICAS RACIONALES

Tú sabes cómo sumar, multiplicar y simplificar fracciones numéricas. En este capítulo harás estas operaciones con fracciones que contienen variables. Las evaluarás para valores dados de la variable o resolverás ecuaciones para encontrar el valor o valores de la misma. Un buen ejemplo es un problema que involucra el movimiento de un bote sobre el agua, a favor o en contra de una corriente, donde el tiempo es igual a la distancia dividida por la velocidad suponiendo que ésta es constante.

Variable

Es velocidad del bote en el agua.

Expresiones

$x-8$

Velocidad del bote con respecto a la tierra en contra de la corriente.

$x+8$

Velocidad del bote con respecto a la tierra a favor de la corriente.

$\frac{200}{x-8} + \frac{50}{x+8}$

Tiempo total para una distancia de 200 kilómetros en contra de la corriente y 50 kilómetros a favor de la corriente.

Ecuación

$\frac{200}{x-8} + \frac{50}{x+8} = 52.2$

Tiempo total es 52,5 horas.

Esta ecuación es un ejemplo de lo que podrás resolver más adelante.