

Cubre las respuestas y trabaja sobre los siguientes ejemplos.

EJEMPLO 1

$$\text{Suma } \frac{5}{3x} + \frac{9x}{4x}$$

$$\begin{aligned} & \frac{5}{3x} + \frac{9x}{4x} \\ &= \frac{5}{3x} \cdot \frac{4}{4} + \frac{9x}{4x} \cdot \frac{3}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{20}{12x} + \frac{27x}{12x} \\ &= \frac{20+27x}{12x} \end{aligned}$$

Escribe la expresión dada

Escribe cada fracción con el MCD 12x

Multiplica las fracciones

Suma las fracciones

EJEMPLO 2

$$\text{Resta } \frac{5x}{x-y} - \frac{5y}{x-y}$$

$$\begin{aligned} & \frac{5x}{x-y} - \frac{5y}{x-y} \\ &= \frac{5x-5y}{x-y} \end{aligned}$$

$$= \frac{5(x-y)}{x-y}$$

$$= 5$$

Escribe la expresión dada

Efectúa la resta de los numeradores

Factoriza el numerador

Cancela los factores (x-y)

EJEMPLO 3

$$\text{Suma } \frac{x-3}{x-7} + \frac{x-2}{x-1}$$

$$\frac{x-3}{x-7} \cdot \frac{x-1}{x-1} + \frac{x-2}{x-1} \cdot \frac{x-7}{x-7}$$

$$= \frac{x^2+2x-3}{x^2-8x+7} + \frac{x^2-9x+14}{x^2-8x+7}$$

$$= \frac{x^2+2x-3+x^2-9x+14}{x^2-8x+7}$$

$$= \frac{2x^2-7x+11}{x^2-8x+7}$$

Multiplica por una forma adecuada de 1

Multiplica los numeradores y los denominadores

Suma los numeradores; se usa el común denominador

Combina términos semejantes

EJEMPLO 4

$$\text{Resta } \frac{x+5}{x+6} - \frac{x-2}{x+4}$$

$$\frac{x+5}{x+6} - \frac{x-2}{x+4}$$

$$= \frac{x+5}{x+6} \cdot \frac{x+4}{x+4} - \frac{x-2}{x+4} \cdot \frac{x+6}{x+6}$$

$$= \frac{x^2+9x+20}{x^2+10x+24} - \frac{x^2+4x-12}{x^2+10x+24}$$

$$= \frac{(x^2+9x+20) - (x^2+4x-12)}{x^2+10x+24}$$

$$= \frac{x^2+9x+20-x^2-4x+12}{x^2+10x+24}$$

$$= \frac{5x^2+32}{x^2+10x+24}$$

Escribe la expresión dada

Escribe la fracción de manera que tengan denominador común

Multiplica los numeradores y los denominadores

Resta los numeradores; usa el común denominador

Distribuye -1 y elimina los paréntesis

Combina los términos semejantes

PRÁCTICA ORAL

Realiza la operación indicada y proporciona la respuesta

a) $\frac{2}{5x} + \frac{6}{5x}$

b) $\frac{2}{5x} - \frac{6}{5x}$

c) $\frac{9}{6} - \frac{9}{3}$

d) $\frac{9}{6} + \frac{9}{3}$

e) $\frac{5}{6x} + \frac{2}{3x}$

f) $\frac{5}{6x} - \frac{2}{3x}$

g) $\frac{1}{6} - \frac{5x+3}{6}$

h) $\frac{3}{7} - \frac{6x-5}{7}$

i) $\frac{4}{9} - \frac{x+2}{9}$

j) $\frac{3}{9} + \frac{5x-3}{9}$

k) $\frac{3}{9} - \frac{5x-3}{9}$

EJERCICIO 3.5

Para los problemas del 1 al 10:

a) Suma las dos expresiones

b) Resta la segunda expresión de la primera

1) $\frac{8}{5x} \cdot \frac{7}{9x}$

2) $\frac{7}{6a} \cdot \frac{2}{11a}$

4) $\frac{8}{9x} \cdot \frac{7}{6x}$

5) $\frac{x}{12} \cdot \frac{x+3}{4}$

7) $\frac{x-6}{x+3} \cdot \frac{x-5}{x-7}$

8) $\frac{a+1}{a+7} \cdot \frac{a-3}{a+6}$

10) $\frac{3x-4}{2x-1} \cdot \frac{5x-2}{x-8}$

3) $\frac{5}{12m} \cdot \frac{11}{18m}$

6) $\frac{a}{10} \cdot \frac{a-3}{5}$

9) $\frac{2y+3}{3y-1} \cdot \frac{4y+5}{y+2}$

Para los problemas del 11 al 35, efectúa las operaciones indicadas y simplifica

11) $\frac{7}{x} + \frac{5}{x}$

12) $\frac{8}{y} + \frac{3}{y}$

13) $\frac{2x}{3y} - \frac{7}{6x}$

14) $\frac{2a}{4b} - \frac{6a}{4b}$

15) $\frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{6}$

16) $\frac{a+2}{6} + \frac{a-3}{8}$

17) $\frac{2c-3}{4} - \frac{c+2}{6}$

18) $\frac{3y+4}{8} - \frac{y+2}{3}$

19) $\frac{1}{4m} + \frac{1}{2m} - \frac{2}{3m}$

20) $\frac{2}{ab} + \frac{4}{ac} - \frac{3}{bc}$

21) $\frac{5}{6x-6y} - \frac{3}{4x-4y}$

22) $\frac{5}{6x-2y} - \frac{3}{9x-3y}$

23) $\frac{1}{2x-2y} + \frac{1}{4x-4y}$

24) $\frac{1}{3a+3b} + \frac{1}{12a+12b}$

25) $\frac{a-2}{a+4} + \frac{a+1}{a-2}$

26) $\frac{m+6}{m+3} + \frac{m+3}{m+6}$

27) $\frac{k-5}{k-10} - \frac{k-4}{k-2}$

28) $\frac{m-6}{m-1} - \frac{m-9}{m-3}$

29) $\frac{a-3}{a+5} + \frac{a+5}{a-1}$

30) $\frac{m+8}{m-1} + \frac{m+8}{m+2}$

31) $\frac{5a}{9} - \frac{3a}{2} + \frac{a}{6}$

32) $\frac{2a}{a+n} + \frac{2n}{a+n}$

33) $\frac{p}{3p-6} - \frac{2}{3p-6}$

34) $\frac{2}{x+3} + \frac{2}{x-3}$

35) $x + \frac{x+2}{x-2}$

3.6 COMBINACIÓN DE OPERACIONES Y CASOS ESPECIALES

Existen algunos casos especiales que debes conocer cuando simplificas expresiones racionales, tal como:

$$\frac{6-x}{x-6}$$

Aquí, el numerador y el denominador son opuestos uno de otro, como puedes ver, factorizando -1 del numerador:

$$\frac{6-x}{x-6} = \frac{-1(-6++x)}{x-6} = \frac{-1(x-6)}{x-6} = -1$$

Una forma rápida para obtener esta respuesta es razonar:

Cualquier número dividido por su opuesto es igual a -1. Se debe tener cuidado porque algunas expresiones parecen ser opuestas pero en realidad no lo son.

Por ejemplo $x-6$ y $x+6$ estos son conjugados, no son opuestos. Nada especial sucede cuando divides dos conjugados.

Casos especiales

$$\frac{x-6}{6-x} = -1$$

Un número dividido por su opuesto es igual a -1.

$$\frac{x+6}{6+x} = 1$$

Un número dividido por sí mismo es igual a 1; $(x+6)$ y $(6+x)$ son iguales

$$\frac{x-6}{6+x} = \frac{x-6}{x+6}$$

¡Un número dividido por su conjugado no es nada especial!

Otro caso especial que concierne al opuesto de una fracción es el siguiente

$$-\frac{4}{5}, \frac{-4}{5} \text{ y } \frac{4}{-5}$$

La expresión $\frac{4}{5}$ significa 4 dividido entre 5. Porque negativo dividido por positivo es negativo y positivo dividido por negativo es también negativo, las tres fracciones son iguales.

$$-\frac{4}{5} = \frac{-4}{5} = \frac{4}{-5}$$

El signo "-" puede ser asociado con el numerador, el denominador, o la fracción completa. Este hecho es llamado la propiedad del opuesto de una fracción.

Propiedad

EL OPUESTO DE UNA FRACCIÓN

Para cualquier fracción $\frac{a}{b}, b \neq 0,$ $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

Nota que $\frac{-a}{-b}$ es igual a $+\frac{a}{b}$, entonces negativo dividido por negativo es positivo.

OBJETIVO:

Ya estás preparado para sumar, restar, multiplicar y dividir expresiones algebraicas racionales y simplificar la respuesta

Cubre las respuestas y trabaja estos ejemplos.

EJEMPLO 1

Simplifica: $\frac{(x+2)(x-3)(x-4)}{(x+3)(4-x)(x+2)}$

$$\frac{(x+2)(x-3)(x-4)}{(x+3)(4-x)(x+2)}$$

Escribe la expresión dada

$$\frac{(x-3)(x-4)}{(x+3)(4-x)}$$

$$= -\frac{x-3}{x+3}$$

Cancela los factores (x+2)

$\frac{x-4}{4-x}$ es igual a -1; (x-3) y (x+3) son conjugados y no se cancelan.

EJEMPLO 2

Efectúa las operaciones y simplifica: $\frac{2x}{3x} - \frac{4}{5x} \div \frac{3}{10x}$

$$\frac{2x}{3x} - \frac{4}{5x} \div \frac{3}{10x}$$

$$= \frac{2x}{3x} - \frac{4}{5x} \cdot \frac{10x}{3}$$

$$= \frac{2x}{3x} - \frac{40x}{15x}$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{8}{3}$$

$$= -2$$

Escribe la expresión dada

Multiplica por el recíproco

Multiplica antes de restar

Cancela los factores x. Cancela el factor 5

Resta las fracciones

Simplifica

EJEMPLO 3

Efectúa las operaciones y simplifica: $\frac{2}{x+7} - \frac{1}{x-7}$

$$\frac{2}{x+7} - \frac{1}{x-7}$$

$$= \frac{2}{x+7} \cdot \frac{x-7}{x-7} - \frac{1}{x-7} \cdot \frac{x+7}{x+7}$$

$$= \frac{2(x-7) - (x+7)}{(x+7)(x-7)}$$

$$= \frac{2x - 14 - x - 7}{(x+7)(x-7)}$$

$$= \frac{x - 21}{(x+7)(x-7)}$$

Escribe la expresión dada

Escribe las fracciones con denominadores comunes

Suma algebraicamente. Usa el común denominador

Distribuye el 2 y el -1 en el numerador

Combina los términos semejantes en el numerador

$$= \frac{x-21}{x^2-49}$$

Multiplica los factores del denominador.
(Este paso es opcional)

EJEMPLO 4

Multiplica y simplifica: $\frac{x^2-10x+9}{x^2+x-6} \cdot \frac{x^2-4}{1-x^2}$

$$\frac{x^2-10x+9}{x^2+x-6} \cdot \frac{x^2-4}{1-x^2}$$

Escribe la expresión dada

$$= \frac{(x-9)(x-1)}{(x+3)(x-2)} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(1-x)(1+x)}$$

¡Factoriza el numerador y el denominador primero! (si multiplicas primero, te meterás en un lío)

$$= \frac{(x-9)(x-1)(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)(1-x)(1+x)}$$

Utiliza la propiedad de la multiplicación de fracciones

$$= -\frac{(x-9)(x+2)}{(x+3)(1+x)}$$

Cancela los factores (x-2)

$$\frac{x-1}{1-x}$$

Es igual a -1

$$= -\frac{x^2-7x-18}{x^2+4x+3}$$

Efectúa la multiplicación indicada

EJEMPLO 5

Resta y simplifica: $\frac{3x-1}{x^2+2x-15} - \frac{2}{x+5}$

$$\frac{3x-1}{x^2+2x-15} - \frac{2}{x+5} =$$

Escribe la expresión dada

$$= \frac{3x-1}{(x+5)(x-3)} - \frac{2}{x+5}$$

Factoriza el denominador

$$= \frac{3x-1}{(x+5)(x-3)} - \frac{2}{x+5} \cdot \frac{x-3}{x-3}$$

Escribe las fracciones con denominadores comunes. (Necesitas transformar solamente la segunda fracción)

$$= \frac{3x-1-2(x-3)}{(x+5)(x-3)}$$

Suma algebraicamente los numeradores.

Usa el común denominador

$$= \frac{3x-1-2x+6}{(x+5)(x-3)}$$

Distribuye el -2. (¡ Ten cuidado de no perder el signo - !)

$$= \frac{x+5}{(x+5)(x-3)}$$

Combina los términos semejantes.

$$= \frac{1}{x-3}$$

Respuesta

PRÁCTICA ORAL

Di a qué son iguales las siguientes fracciones

Ejemplos

i. $\frac{x-5}{5-x}$

ii. $\frac{x-5}{x+5}$

iii. $\frac{3}{-x}$

Respuestas

i. -1

ii. $\frac{x-5}{x+5}$

iii. $-\frac{3}{x}$

a) $\frac{x-5}{x-5}$

d) $\frac{x+7}{7+x}$

g) $\frac{4x-3}{3-4x}$

j) $\frac{-x}{7}$

m) $\frac{-(x+6)}{x+6}$

p) $\frac{-(x+4)}{-(x+4)}$

s) $\frac{-x+5}{5-x}$

b) $\frac{x-5}{x+5}$

e) $\frac{4x+3}{4x-3}$

h) $\frac{4x+3}{3x+4}$

k) $\frac{x}{-y}$

n) $\frac{-(x+9)}{x+6}$

q) $\frac{-(x+4)}{-(4+x)}$

t) $\frac{-(x-7)}{-(x-7)}$

c) $\frac{x-5}{5-x}$

f) $\frac{3+4x}{4x+3}$

i) $\frac{-4}{x}$

l) $\frac{-x}{-y}$

o) $\frac{x-8}{-(-x-8)}$

r) $\frac{-(6-x)}{x-6}$

EJERCICIO 3.6

CAPÍTULO 4

Para los problemas del 1 al 10 simplifica la expresión

1) $\frac{(x+7)(x-3)}{(x-7)(x-3)}$

3) $\frac{(x+5)(x-6)}{(x+5)(6-x)}$

5) $\frac{(a+3)(a-3)(4a-1)}{(3+a)(1-4a)(a+3)}$

7) $\frac{4-y^2}{y^2-4y+4}$

9) $\frac{a^2-a-12}{6-a-a^2}$

2) $\frac{(x-6)(x+3)}{(x+6)(3+x)}$

4) $\frac{(x+5)(x-9)}{(x-5)(9-x)}$

6) $\frac{(m+6)(m-2)(2m+5)}{(6+m)(2m+5)(2-m)}$

8) $\frac{x^2-6x+9}{9-x^2}$

10) $\frac{10+3x-x^2}{x^2+3x+2}$

Para los problemas del 11 al 40, realiza las operaciones indicadas y simplifica la respuesta.

11) $\frac{5}{9x} + \frac{4}{9x} - \frac{2}{9x}$

12)

13) $\frac{a}{5a} + \frac{2}{3a} - \frac{6a}{5}$

15)

17) $\frac{3m}{m+n} + \frac{3n}{m+n}$

19)

21) $\frac{2}{a} - \frac{3}{a^2} + \frac{4}{a^3}$

23)

12) $\frac{4}{3x} - \frac{2}{3x} + \frac{7}{3x}$

14)

16) $\frac{4y}{3y} - \frac{14}{9y} - \frac{3y}{7}$

18)

20) $\frac{5y}{x+y} + \frac{5x}{x+y}$

22)

24) $\frac{h^2}{h-5} - \frac{25}{h-5}$

25) $\frac{6m+12}{5} \cdot \frac{15m}{11m+22}$

26) $\frac{6v-15}{9v} \cdot \frac{v}{6v-30}$

Di a qué son iguales las siguientes fracciones

27) $\frac{3a}{a-2} \cdot \frac{26}{a-2}$

28) $\frac{7m}{m+5} + \frac{35}{m+5}$

Ejemplos

29) $\frac{25-p^2}{12} \cdot \frac{6}{p-5}$

30) $\frac{4}{1-s^2} \cdot \frac{s+1}{4}$

31) $\frac{3}{x+4} + \frac{3}{x-4}$

32) $\frac{7}{x-3} + \frac{4}{3-x}$

33) $\frac{a}{a+3} \cdot \frac{3+a}{a^2+2a}$

34) $\frac{x^2-x-12}{x^2-x-30} \cdot \frac{x^2-36}{9-x^2}$

35) $\frac{x^2+5x-14}{x^2-49} \div \frac{4-x^2}{x^2+9x+14}$

36) $\frac{2x-11}{x^2-7x+12} + \frac{2}{x+5}$

37) $\frac{5x+17}{x^2+8x+7} - \frac{3}{x+7}$

38) $\frac{2}{x-1} - \frac{x+9}{x^2+3x-4}$

39) $\frac{4x-3}{3-2x-36} + \frac{3}{x-6}$

40) $\frac{5x-27}{x^2-9} + \frac{2}{x-3}$

m) $\frac{-(x+6)}{x+6}$

p) $\frac{-(x+4)}{-(x+4)}$

s) $\frac{-x+5}{5-x}$

CAPÍTULO 4

ECUACIONES LINEALES

En este capítulo trabajarás con cantidades que pueden tomar diferentes valores. Por ejemplo, si un jardinero cobra \$35.00 por arreglar el jardín de cada casa, el ingreso diario que obtendrá por este trabajo será una cantidad variable, dependiendo de cuántos jardines arregle por día.

El nombre de **ÁLGEBRA** proviene de la palabra árabe AL-JABR, que significa "ciencia de la reducción y comparación". Un tipo de problema en álgebra es: si el jardinero anterior arregla 3 jardines diarios, ¿cuánto dinero ganará? Otro problema es: si quiere ganar \$280.00 diarios, ¿cuántos jardines deberá arreglar diariamente? Las respuestas, por supuesto, son \$ 105.00 y 8 jardines respectivamente.

En álgebra aprenderás a reducir problemas complicados a sencillos, utilizando letras para representar cantidades cuyo valor cambia y a establecer expresiones y ecuaciones en términos de estas variables.

En este capítulo resolverás ecuaciones que tienen expresiones en uno o ambos miembros. Estas expresiones pueden representar casos del mundo real tales como la cantidad de trabajo realizado por obreros que empiezan en distintos tiempos. La variable x representa el número de días que el primer grupo de trabajadores ha laborado.

La expresión x-2 representa el número de días que el segundo grupo ha trabajado.

Las expresiones 9x y 12(x-2) representan la cantidad de trabajo realizado por cada grupo.

La ecuación 9x=12(x-2) quiere decir que cada grupo de trabajadores ha hecho el mismo trabajo.