

### 4.3 ECUACIONES CON TÉRMINOS SEMEJANTES

Esta sección está hecha para que leas y trabajes solo, sin necesidad de una clase o una explicación.

Puedes resolver ecuaciones como:  $4x+2=10$  o simplificar expresiones tales como:  $2x-4+3x$  la cual tiene términos semejantes. Ahora estás listo para trabajar estas dos técnicas juntas y resolver ecuaciones como:  $2x-5+7x=14$

En tales ecuaciones la variable aparece más de una vez.

#### OBJETIVO

Ser capaces de resolver ecuaciones que tienen términos semejantes en un miembro.

La ecuación  $3x-7+5x=25$  puede ser transformada combinando términos semejantes en el miembro izquierdo.

Obtienes:

$$8x-7=25$$

Entonces:

$$8x-7+7=25+7$$

$$8x=32$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$$

$$x=4$$

Agrega 7 a cada miembro

Haz las operaciones

Divide por 8 cada miembro.

Respuesta.

#### Comentario:

Puedes hacer uno de éstos pasos mentalmente, o sea:

$$8x-7=25$$

$$8x=32$$

$$x=4$$

Agregar 7 a cada miembro

Dividir entre 8 cada miembro

#### EJEMPLO:

Resuelve y comprueba:  $2x-8+7x=19$

$$2x-8+7x=19$$

$$9x-8=19$$

$$9x-8+8=19+8$$

$$9x=27$$

Escribe la ecuación dada

Combina los términos semejantes

Suma 8 a cada miembro y efectúa las operaciones.

Divide cada miembro por 9

$$\frac{9x}{9} = \frac{27}{9}$$

$$x=3$$

Realiza las operaciones  
Respuesta.

#### Comprobación:

$$2x-8+7x$$

$$=2(3)-8+7(3)$$

$$=6-8+21$$

$$=19$$

Escribe el miembro izquierdo

Sustituye 3 en lugar de x

Haz operaciones aritméticas y comprueba las respuestas

Comentario: También puedes hacer los pasos algebraicos mentalmente.

#### EJERCICIO 4.3

En los siguientes problemas resuelve la ecuación y comprueba la respuesta.

1)  $3x+5x=16$

2)  $5x+2x=20$

3)  $6x-4x=8$

4)  $8x-3x=35$

5)  $2x+7x+8=26$

6)  $6x+2x+7=31$

7)  $10x-7x+18=6$

8)  $7x-4x+21=15$

9)  $11x-8x+10=13$

10)  $6x-5x+7=11$

11)  $2x+4+5x=39$

12)  $x+6+7x=62$

13)  $9x-14-5x=-10$

14)  $8x-4-2x=-10$

15)  $10x-x=90$

16)  $7x-6+5x=42$

17)  $9x-6+2x=27$

18)  $4x-6+x=24$

19)  $2x+3x+4+5x=42$

20)  $3x+4+5x+6x=32$

21)  $x-4+2x-6=20$

Del problema 22 al 31 da respuesta a:

22) Simplifica:  $3x-4+5x$

23) Evalúa:  $0.3+4.7(2)$

24) Evalúa:  $3x+4.9$  si x es 5

25) Simplifica:  $4-(2x-11)$

26) Evalúa:  $4-13+9$

27) Evalúa:  $\frac{2}{3}x-10$  si x es 24

28) Escribe una expresión para 12 menos x.

29) Escribe una expresión para el producto de 6 y x, con un incremento en 5

### 4.4 APLICANDO LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA EN ECUACIONES CON TÉRMINOS SEMEJANTES

En la sección anterior resolviste ecuaciones con términos semejantes en el miembro izquierdo como  $8x-1+5x=25$  transformándola en una ecuación agrupando términos semejantes, o sea:

$$8x-1+5x=25$$

$$13x-1=25$$

Ecuación original  
Agrupando términos semejantes

Ahora resolverás ecuaciones tales como  $7(x-3)+2x=6$  en donde primero aplicarás la propiedad distributiva y luego agruparás términos semejantes.

#### OBJETIVO

Deberás ser capaz de resolver ecuaciones con términos semejantes en un miembro, requiriendo algunas veces aplicar la propiedad distributiva y luego agrupar términos semejantes.

#### EJEMPLO 1

Resuelve la siguiente ecuación:  $7(x-3)+2x=6$

$$7(x-3)+2x=6$$

$$7x-21+2x=6$$

$$9x-21+21=6+21$$

$$9x-21=6$$

$$9x=27$$

$$x=3$$

Ecuación dada  
Aplica la propiedad distributiva

Agrupar términos semejantes  
Suma 21 a los dos miembros  
Divide por 9 los dos miembros

#### Comprobación

$$7(x-3)+2x =$$

$$= 7(3-3)+2(3)$$

$$= 21-21+6$$

$$= 0+6$$

$$= 6$$

Ecuación dada  
Sustituye x por 3  
Realiza operaciones  
Realiza operaciones  
Respuesta comprobada

Algunas ecuaciones requerirán aplicar la propiedad distributiva más de una vez o pueden tener la variable en el miembro derecho en lugar del izquierdo.

#### EJEMPLO 2

Resolver y comprobar la ecuación:  $6=2(x-6)+4(2-3x)$

$$6=2(x-6)+4(2-3x)$$

$$6=2x-12+8-12x$$

Ecuación dada  
Distribuye 2 con x y -6 y 4 con 2 y -3x

$$6=-10x-4$$

$$10=-10x$$

$$-1=x$$

$$x=-1$$

Agrupar términos semejantes  
Agrega 4 a los dos miembros  
Divide ambos miembros por -10.  
Respuesta en forma habitual

#### Comprobación

$$? = 2(x-6)+4(2-3x)$$

$$? = 2(-1-6)+4(2-3(-1))$$

$$? = 2(-7)+4(5)$$

$$? = -14+20$$

$$6=6$$

Miembro derecho de la ecuación  
Sustituye x por -1  
Efectúa operaciones  
Más operaciones  
Respuesta comprobada.

#### PRÁCTICA ORAL

¿Qué ecuación se obtiene después de aplicar la propiedad distributiva?

#### Ejemplos:

a)  $5(4-3x)+4x=15$   
b)  $6x-4(3x+1)=10$

Respuesta

a)  $20-15x+4x=15$   
b)  $6x-12x-4=10$

Resuelva los siguientes ejercicios como en los ejemplos anteriores.

1)  $2(5-3x)+2x=8$   
2)  $5(2x-4)+2x=11$   
3)  $4(3w+5)-2w=6$   
4)  $6(3z-2)-5z=1$   
5)  $-2(4l+3)+5l=7$

6)  $-4(m-1)+2m=4$   
7)  $6(2y-3)+5=5$   
8)  $7(x+2)-7x=9$   
9)  $-3(w+5)-6w=8$   
10)  $6(z-2)+8z=13$

#### EJERCICIO 4.4

Resuelve y comprueba

1)  $7x+3x=20$   
2)  $8x-5x=6$   
3)  $5x-8x=-6$   
4)  $4x+5+3x=23$   
5)  $7w-8-4w=25$   
6)  $18z+7+7z=107$   
7)  $-5m+17-8m=56$   
8)  $58=6-14y+12y$   
9)  $65=5-8v+2v$   
10)  $8w+5-7w=22$   
11)  $20x+84-84=0$   
12)  $13b+105-8b=0$   
13)  $9s+33+s=-93$

16)  $6(w+2)-4w=48$   
17)  $2(3l-7)+4l=26$   
18)  $5n+3(n+4)=28$   
19)  $6x+3(x+7)=3$   
20)  $5x-2(3x+1)=-12$   
21)  $7x-4(2-3x)=-27$   
22)  $4x-(5x+8)=0$   
23)  $15-5(x+1)=10$   
24)  $2x-4(3x+1)+4-3x=6$   
25)  $2(2x+1)-3(2x-3)=15$   
26)  $55=3(2x-1)+(2(x+5))$   
27)  $49=4(5x+2)-2(2x+1)-8$   
28)  $3(b+2)-(b-1)=17$   
29)  $4(w+3)-(w-1)=64$

14)  $2x+5-3x+8x=19$

15)  $3w-7w+15+6w=41$

29)  $4(w+3)-(w-1)=64$

30)  $5(y+1)-4(2y-1)=15$

En los problemas siguientes se requiere de transformaciones inteligentes teniendo algunas respuestas sorprendidas.

31)  $18x+70=18x$

33)  $6(4w+5)-4(6w-1)=34$

32)  $24x+84=24x$

34)  $5(2x+3)-2(5x-1)=15$

#### 4.5 ECUACIONES QUE CONTIENEN VARIABLES EN AMBOS MIEMBROS

Has resuelto ecuaciones con la variable en el miembro izquierdo o miembro derecho; ahora verás ecuaciones tales como  $9x+5=5x+9$  que tienen términos variables en ambos miembros. Estas ecuaciones pueden ser transformadas de modo que todos los términos variables se coloquen en un miembro o sea:

$9x+5=5x+9$

$9x+5-5x=5x+9-5x$

$4x+5=9$

$4x+5-5=9-5$

$4x=4$

$x=1$

Ecuación dada

Resta 5x en cada miembro

Conmuta, asocia, agrupa términos semejantes

Resta 5 en ambos miembros

Divide por 4 ambos miembros

**Comprobación**

$9x+5=5x+9$

$9(1)+5=5(1)+9$

$14=14$

$14=14$

Ecuación dada

Sustituye 1 por x

Efectúa operaciones

Respuesta comprobada

**OBJETIVO:**

Ser capaces de resolver ecuaciones con variables en ambos miembros.

**EJEMPLO:**

Resolver y comprobar

$6x+100=16x$

$6x+100-6x=16x-6x$

$100=10x$

$10=x$

$x=10$

Ecuación dada

Resta 6x en ambos miembros

Conmuta, asocia y agrupa términos semejantes

Divide por 10 ambos miembros

Respuesta en forma habitual.

**NOTA:** como se resta el menor de los términos con x o sea 6x para evitar obtener una expresión negativo con x, esto facilita el cálculo, pero no es determinante en la resolución de una ecuación.

**Comprobación**

$6x+100=16x$

$6(10)+100=16(10)$

$60+100=(16)(10)$

$160=160$

Ecuación dada

Sustituye 10 por x

Haz operaciones

Respuesta comprobada

En ocasiones hay sorpresas al resolver ecuaciones de este tipo. Por ejemplo la ecuación  $x=x+8$  no tiene solución. Esto quiere decir que el número x es 8 más que sí mismo. Si tratas de resolver tal ecuación, obtendrás el siguiente resultado:

$x=x+8$

$x-x=x+8-x$

$0=8$

(FALSO)

Ecuación dada

Restando x en ambos miembros

Combinando términos

**Conclusión**

La relación  $0=8$  es imposible por lo que no hay solución.

Otros resultados sorprendidos se nos dan al resolver ecuaciones como:

$4x+6x+14=10x+2+12$

$10x+14=10x+14$

Agrupando términos semejantes

Las dos expresiones son idénticas. La expresión es verdadera para todo valor de x. Así si x toma el valor de 2 nos queda  $10(2)+14=10(2)+14$  o sea  $34=34$  y así para todo valor de x.

Tal ecuación es llamada "**identidad**". Las ecuaciones que has resuelto son llamadas ecuaciones condicionales, porque ellas son ciertas sólo para algún valor de la variable.

**Definiciones:**

**Identidad:** Es una igualdad que es cierta para todo valor que tome la variable.

**Ecuación Condicional:** Es una ecuación que es cierta para algún(os) valor(es) de la variable y no es cierta para otros valores de la variable.

Así si resuelves la identidad  $\left[\frac{10x+14}{2}\right]^2 = 25x^2 + 70x + 49$  obtendrás el siguiente

**resultado:**

$$\left[\frac{10x+14}{2}\right]^2 = 25x^2 + 70x + 49$$

Ecuación dada

$$\left[\frac{10x+14}{2}\right]^2 = (5x+7)^2$$

$$\frac{10x+14}{2} = 5x+7$$

$$5x+7 = 5x+7$$

$$0 = 0$$

(IDENTIDAD)

**Conclusión**

0 = 0 es verdadero independientemente del valor de x, por lo que la ecuación es una identidad.

Ilustremos de nuevo estas ideas con los ejemplos siguientes:

**EJEMPLO:**

Resuelve  
 $6-3x=-3x$   
 $6-3x+3x=-3x+3x$   
 $6=0$   
 No hay solución

Escribiendo el miembro derecho como un binomio al cuadrado

Sacando raíz cuadrada a ambos miembros

Dividiendo por 2

Trasponiendo términos

Ecuación dada  
 Suma 3x a los dos miembros  
 Agrupa términos semejantes  
 Da la conclusión

**EJEMPLO:**

Resuelve  
 $8(x+3)=6x+24+2x$   
 $8x+24=8x+24$   
 (IDENTIDAD)

Ecuación dada  
 Distribuyendo 8 y agrupando términos semejantes  
 Da la conclusión

**PRÁCTICA ORAL**

¿Qué harías para deshacerte de la variable en el miembro derecho?

Ejemplos  
 i)  $5x+7=2x$   
 ii)  $9x=3-6x$   
 iii)  $x=8x-16$

Respuestas  
 i) Resta 2x a cada miembro  
 ii) Suma 6x a cada miembro  
 iii) Resta 8x a cada miembro

Resolver las ecuaciones de acuerdo a los ejemplos anteriores.

- 1)  $9x-2=4x$
- 2)  $8-4x=14x$
- 3)  $3x=9-11x$
- 4)  $-3x=2-2x$
- 5)  $8+3x=5-2x$

- 8)  $6x+5=-3x$
- 9)  $10x=4+16x$
- 10)  $-4x=-2x+3$
- 11)  $2x+1=3x-7$
- 12)  $3-2y=-11y+4$

- 6) Define identidad
- 7) Define ecuación condicional

El último paso en la solución de una ecuación se da a continuación. Menciona si la ecuación es condicional, si es una identidad, o si no tiene solución.

**Ejemplos**

- i)  $\sqrt{x} = -8$
- ii)  $(5x+3)^2 = 25x^2 + 30x + 9$
- iii)  $2x + 6 = 8$

**Respuesta**

- i) No hay solución
- ii) Identidad
- iii) Condicional

- 13)  $x^2 = -1$
- 14)  $4x^2 = (2x)(2x)$
- 15)  $2x^2 = -3$
- 16)  $20x + 2 = 2(10x + 1)$

- 18)  $x=3$
- 19)  $8=x$
- 20)  $8=8$
- 21)  $w=0$

$$17) x + 1 = \frac{2x + 2}{2}$$

**EJERCICIO 4.5**

Resuelve y comprueba los ejercicios siguientes

- 1)  $10x+54=4x$
- 2)  $12x-56=16x$
- 3)  $9w=4w-65$
- 4)  $55-3v=8v$
- 5)  $54-5n=4n$
- 6)  $9x=120-3x$
- 7)  $-16a=10a-70$
- 8)  $14c+30=16c$
- 9)  $7n=-16-9n$
- 10)  $58y=54y-56$
- 11)  $40x=1-x-300$
- 12)  $28x+264=16x$

En los problemas siguientes resuelve y comprueba. Si la ecuación es una identidad o no tiene solución, escribe la conclusión apropiada.

- 13)  $8y=74+8y$
- 14)  $10a+14=8a+14$
- 15)  $5l+8=7l+8$
- 16)  $4w-3=5-6w-7$
- 17)  $4-3x=5-6x-7$
- 18)  $8(x+3)=12x$
- 19)  $7y=5(y-12)$
- 20)  $5(9-x)=4(x+18)$
- 21)  $3z+3(1-z)=z-17$
- 22)  $4(w+1)=6-2(1-2w)$
- 23)  $x+2(x+4)=1+3(x+2)$
- 24)  $2[1-3(x+2)]=-x$
- 25)  $2[1-3(w+2)+2(w+3)]=5w$
- 26)  $3(1+x)=2[3(x+2)-(x+1)]$
- 27)  $6(x+4)-(x+3)=x-1$
- 28)  $3(6x+2)-(2x-2)=12(x+10)$
- 29)  $9(y-4)-3y=6(y-6)$
- 30)  $-2[-2(y+1)-3(y-2)]=8$