

## 4.8 LAS ECUACIONES LINEALES COMO MODELOS MATEMÁTICOS

Supongamos que María empieza a pelar pepinos. Cuatro minutos después su hermana Rosa se une a ella y ambas pelan pepinos. Existen varias cantidades variables en esta situación.

- El número de minutos que María ha estado pelando pepinos.
- El número de minutos que Rosa ha estado pelando pepinos.
- El número de pepinos que María ha pelado.
- El número de pepinos que Rosa ha pelado.
- El número total de pepinos que María y Rosa han pelado.

Si se te da una información de qué tan rápido pela pepinos cada una y tu escoges una variable para representar una de las cantidades que varían puedes escribir expresiones para las otras cantidades. En esta sección trabajarás problemas en los cuales hay más de una expresión que involucra a la variable.

### OBJETIVO:

Podrás resolver problemas en los cuales existen dos o más expresiones con la variable.

### EJEMPLO 1

María empieza a pelar pepinos a una velocidad de 6 pepinos por minuto. Cuatro minutos después Rosa se une a ella y pela pepinos a una velocidad de 10 pepinos por minuto.

- 1) Define una variable para el número de minutos que María ha estado pelando pepinos.
- 2) Escribe expresiones para
  - a. El número de minutos que Rosa ha estado pelando pepinos.
  - b. El número de pepinos que María ha pelado.
  - c. El número de pepinos que Rosa ha pelado.
  - d. El total de pepinos que han sido pelados.
- 3) Escribe una ecuación expresando que ellas han pelado un total de 72 pepinos. Después resuelve la ecuación para saber cuánto tiempo ha estado pelando pepinos María.
- 4) ¿Cuántos pepinos peló cada una?

### Respuestas

- 1)  $x$  = el número de minutos que María ha estado pelando pepinos.
- 2) a.  $x-4$  = el número de minutos que Rosa ha pelando pepinos.

- b.  $6x$  = el número de pepinos que ha pelado María.
- c.  $10(x-4)$  = el número de pepinos que ha pelado Rosa.
- d.  $6x+10(x-4)$  = total de pepinos pelados.

- 3)  $6x+10(x-4)=72$  ecuación que expresa que han sido pelados 72 pepinos por María y Rosa.

$$\begin{aligned} 6x+10(x-4) &= 72 \\ 6x+10x-40 &= 72 \end{aligned}$$

Ecuación deducida

Distribuyendo el 10 con  $x$  y  $-4$

$$16x-40=72$$

$$16x=112$$

$$x=7$$

Reduciendo términos semejantes

Sumando 40 a los dos miembros

Dividiendo por 16 ambos miembros

María peló pepinos por 7 minutos es la respuesta a la pregunta.

$$\begin{aligned} 4) \quad 6x &= 6(7) = 42 \\ 10(x-4) &= 10(3) = 30 \end{aligned}$$

María peló 42 pepinos

Rosa peló 30 pepinos

### Observación

Para que adquieras habilidades, ingenio y prontitud en la solución de problemas con enunciado ten presente el siguiente procedimiento:

- a) Leer el problema con cuidado y estudiarlo hasta lograr entenderlo.
- b) Identificar las cantidades conocidas y las desconocidas del problema
- c) Seleccionar una de las incógnitas y representarla con la letra " $x$ " expresando las otras cantidades en términos de " $x$ ".
- d) Encontrar qué cantidades se pueden combinar para formar una igualdad
- e) A partir de la combinación establecida, formar una ecuación.
- f) Resolver la ecuación obtenida y comprobar la solución.

Algunos problemas involucran distancias. Para estos problemas es útil dibujar un diagrama para mostrar distancias. Puedes marcar las expresiones representando las distancias en el diagrama.

### EJEMPLO 2

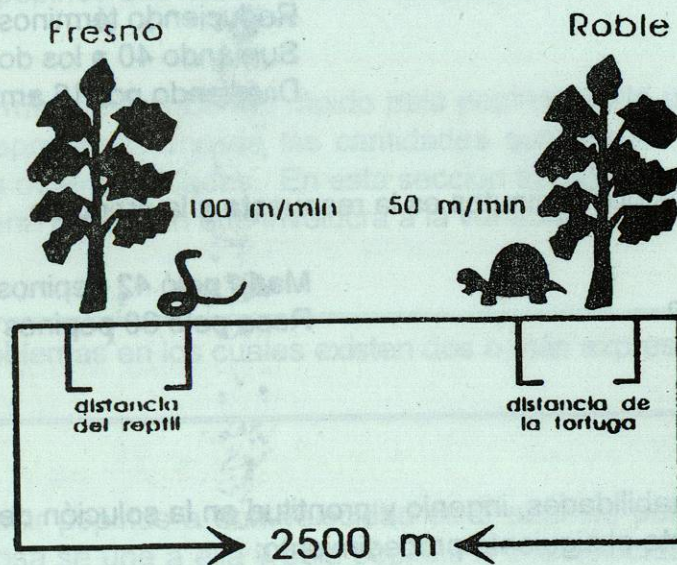
El problema del reptil y la tortuga.

Un reptil inicia su movimiento partiendo de un fresno hacia un roble a una velocidad constante de 100 m/min. Al mismo tiempo, del roble parte una tortuga hacia el fresno a una velocidad de 50 m/min. La distancia entre los dos árboles es de 2500 m. La variable  $x$  representa el número de minutos que han avanzado el reptil y la tortuga.

- a) Dibuja un diagrama mostrando los árboles separados 2500 m., así como al reptil y la tortuga en algún lugar de esta distancia.
- b) Escribe lo que representa x. Después escribe una expresión para la distancia de cada uno de ellos al roble.
- c) ¿Quién está más cerca del roble después de 10 minutos?
- d) ¿Quién está más cerca del roble después de 15 minutos?
- e) ¿Cuándo se pasan? o mejor dicho ¿En qué momento se encuentran?
- f) ¿Qué tan lejos del roble se encuentran, en el momento en que se cruzan?

**Respuestas**

a)



- b)  $x =$  número de minutos que se han movido  
 $2500 - 100x =$  número de metros que el reptil está del roble  
 $50x =$  número de metros que la tortuga está del roble.

c) Reptil	Tortuga
$2500 - 100(10)$	$50(10)$
1500 m	500 m

La tortuga está más cerca del roble por 1000 m.

d) Reptil	Tortuga
$2500 - 100(15)$	$50(15)$
1000 m	750 m

La tortuga está más cerca del roble por 250 m.

e)

$$2500 = 50x + 100x$$

$$2500 = 150x$$

$$\frac{2500}{150} = x$$

$$\frac{50}{3} = x$$

$$x = \frac{50}{3}$$

$$x = 16\frac{2}{3} \text{ min.}$$

Agrupar términos semejantes

Divide por 150 ambos miembros

Haz operaciones

Aplica la propiedad simétrica de igualdad

Contesta la pregunta

f) Reptil

$$2500 - \left(\frac{50}{3}\right)(100)$$

$$2500 - \frac{5000}{3}$$

$$7500 - 5000$$

$$\frac{2500}{3} \text{ m}$$

Tortuga

$$50\left(\frac{50}{3}\right)$$

$$\frac{2500}{3} \text{ m}$$

NOTA: Te sirve como comprobación de la ecuación.

**EJERCICIO 4.8**

**1. Problema del paleo de arena.**

Raúl patea arena a una velocidad de 20 toneladas por día. Roberto patea a una velocidad de 15 toneladas por día.

- a) Expresa mediante una variable, por el número de días que Raúl ha estado paleando. Después escribe una expresión para el número de toneladas que Raúl ha paleado.
- b) Cuatro días más tarde se unen Roberto y Raúl y ambos patea juntos. Escribe una expresión por el número de días que Roberto ha estado paleando. Después escribe una expresión por el número de toneladas que ha paleado.
- c) Escribe una ecuación expresando el número total de toneladas que Raúl y Roberto han paleado si estas son 200. Después resuelve la ecuación para saber el número de días que Raúl ha paleado.
- d) ¿Cuántas de las 200 toneladas paleó Roberto?

**2. Problema del lavado de ropa.**

Patricia empieza lavando ropa en el negocio de su hermana. Treinta minutos después, Guadalupe se une a Patricia y ambas lavan ropa hasta terminar.

- Expresa mediante una variable por el número de minutos que Patricia ha estado lavando ropa. En seguida escribe una expresión en términos de esa variable que exprese el número de minutos que ha estado lavando ropa Guadalupe.
- Patricia lava ropa a una velocidad de 0.25 kg por minuto. Escribe una expresión representando el peso en kilogramos de la ropa lavada por Patricia y otra expresión semejante para Guadalupe si ésta lava ropa a una velocidad de 0.5 kg por minuto.
- Escribe una ecuación que exprese, que el número total de ropa lavada es de 80 kg. A continuación resuelve la ecuación para saber cuánto tiempo trabajó Patricia.
- ¿Cuántos kilogramos de ropa lavó cada una?

**3. Problema de trenes.**

Dos trenes distantes entre sí 600 km van al encuentro uno del otro por vías paralelas. El primero a 70 km/h y el segundo a 130 km/h. ¿En qué tiempo y lugar se cruzarán?

- Una persona A puede pintar una casa en 10 días mientras que otra persona B lo puede hacer en 12 días. ¿Cuánto tardarán las dos personas trabajando juntas en pintar la casa?
- Un granjero utilizó 1960 m de malla para construir una cerca en un terreno rectangular. Si el ancho del terreno es  $\frac{3}{4}$  partes del largo. ¿Cuáles son sus dimensiones?
- Problema de dinero.**  
Jorge tiene \$1000 pesos y gasta \$40 por día. Ernesto tiene solamente \$60 pero está ahorrando \$20 por día. Si  $x$  es el número de días que han transcurrido:
  - Escribe la definición de  $x$ . Después escribe dos expresiones, una representando cuánto dinero tiene Jorge después de  $x$  días y la otra representando cuánto tiene Ernesto después de  $x$  días.
  - ¿Quién tiene más dinero, y cuánto más después de:
    - Una semana
    - Dos semanas
- Luis Miguel tiene \$300 pesos y ahorra \$8 pesos por semana. Sergio tiene \$900 pesos pero gasta \$10 pesos por semana. Si  $x$  es el número de semanas que han pasado.
  - Escribe qué representa  $x$ . Después escribe expresiones para el número de pesos que tiene cada uno después de  $x$  semanas.

- Escribe una ecuación expresando que cada uno tiene el mismo número de pesos. Resuelve la ecuación para saber cuándo tienen el mismo número de pesos.
- ¿Cuántos pesos serán?

**8. Problema de la temperatura.**

La temperatura en Monterrey es de 42°C y está descendiendo con una rapidez de 1.8° C por hora. La temperatura en Saltillo es de 18°C y está ascendiendo con una rapidez de 2.4°C por hora.

- Escribe una expresión que represente la temperatura en cada lugar después de  $x$  horas.
- Escribe una ecuación expresando que ambos lugares tienen la misma temperatura.
- ¿Cuántos °C son, cuando ambos tienen la misma temperatura?

**9. Problema de cambio de peso.**

Diego pesa 260 libras pero está con una dieta que le permite perder 3 libras por semana. Jaime pesa solamente 110 libras pero está con otra que le permite aumentar 4 libras por semana.

- Escribe una expresión representando el peso de Diego después de  $x$  semanas y otra expresión similar para Jaime.
- ¿Cuál es el peso de cada uno después de:
  - 1 semana
  - 1 año
- ¿Después de cuántas semanas tendrán el mismo peso?

**10. Problema de la mesera y el cocinero.**

La mesera del café Rubio gana un salario de 25 pesos diarios y el cocinero 40 pesos por día. Además se dividen las propinas obtenidas de tal forma que la mesera se queda con el 60% y el 40% restante es para el cocinero. ( $x$  es la cantidad de dinero recibido en propinas).

- Escribe una expresión que represente la cantidad total de dinero (salario+propinas) que la mesera obtiene y la cantidad total que recibe el cocinero.
- ¿Cuánto dinero gana cada uno al día si hay:
  - \$50 pesos de propina
  - \$80 pesos de propina
- Si el total de salario y propinas del cocinero y la mesera recibido en un día es de \$230 pesos, encuentra la cantidad correspondiente a propinas que recibe cada uno.

**15. Problema de la bañera.**

Suponiendo que abres la llave del agua caliente la cual fluye a 8.7 litros por minuto en la bañera. Dos minutos más tarde abres la válvula del agua fría que fluye a 13.2 litros por minuto. Si  $x$  es el número de minutos desde que abriste la llave del agua fría:

- Escribe expresiones en términos de  $x$  por el número de minutos que el agua caliente ha estado fluyendo, el número de litros que ha fluido por la llave de agua caliente y el número de litros que ha descargado la llave del agua fría.

- b) Escribe una ecuación que exprese que las llaves de agua caliente y fría han descargado el mismo número de litros.
- c) La bañera contiene 100 litros. ¿Se desbordará para el tiempo que las llaves de agua caliente y fría han descargado la misma cantidad de agua?

### 16. Problema del carro patrulla.

Un camión pasa por una estación de patrullas a una velocidad de 70 millas por hora. Cuando el camión está a 10 millas de la estación un carro patrullero sale a seguirlo a una velocidad de 100 millas por hora. La variable  $T$  es el número de horas que el carro patrullero se ha desplazado.

- a) Escribe lo que representa  $T$ . Después escribe dos expresiones, una representando la distancia recorrida por la patrulla y la otra la del camión después de  $T$  horas.
- b) Si ellos continúan a la misma velocidad, ¿Quién estará más lejos de la estación?
- i) A los 10 minutos de salir la patrulla
- ii) A los 30 minutos de salir la patrulla
- c) ¿En qué tiempo alcanza la patrulla al camión?
- d) Demuestra que las dos distancias son iguales en el tiempo que calculaste en la parte c.

### 17. El puma y el ciervo.

Un puma descubre a un ciervo a 132 metros de distancia. El puma avanza hacia el ciervo a una velocidad de 18 metros por segundo (m/seg). En el mismo instante el ciervo empieza a correr alejándose a 11 m/seg. Representa por  $x$  el número de segundos que el puma y el ciervo han estado corriendo.

- a) Escribe lo que representa  $x$ . En seguida escribe expresiones para las distancias que el puma y el ciervo han corrido desde el punto de partida después de  $x$  segundo.
- b) ¿Qué tan lejos está el puma del ciervo después de 8 segundos?
- c) Escribe una ecuación expresando que la distancia entre el puma y el ciervo (la distancia del ciervo menos la distancia del puma) es igual a 60 metros. Resuelve la ecuación para saber cuándo están separados 60 metros.
- d) El puma tiene suficiente energía para correr 17 segundos. ¿Alcanzará al ciervo antes que se termine su energía? Justifica tu respuesta.

### 18. Problema de persecución.

Rubén roba un banco y se aleja en su carro con una rapidez de 1.7 km por minuto (km/min); 5 minutos más tarde la policía persigue a Rubén con una rapidez de 2.9 km/m. Usa  $T$  para representar el número de minutos que Rubén ha estado manejando su carro.

- a) Escribe lo que representa  $T$ . En seguida escribe una expresión representando la distancia recorrida por Rubén.
- b) En términos de  $T$  ¿cuánto tiempo ha estado la policía conduciendo la patrulla? Escribe una expresión representando la distancia recorrida por la policía.

- c) Cuando la policía alcanza a Rubén las distancias recorridas son iguales. Escribe una expresión expresando este hecho y resuelve para saber cuándo alcanzará la policía a Rubén.

### 19. Apagado de motores de un avión.

Un avión inicia un vuelo nocturno con todos sus motores encendidos. Su velocidad es de 900km/hora. Después de estar volando por  $x$  horas el piloto apaga un motor para conservar combustible. La velocidad es reducida a 700 km/hora. El avión vuela un total de 3 horas.

- a) Dibuja un diagrama mostrando el punto de partida y terminación del viaje. En algún lugar del recorrido marca el punto donde el motor fue apagado. Muestra la distancia en que voló a 900km/hora y la distancia que voló a 700 km/hora.
- b) Escribe una expresión para el tiempo en que se voló a 700 km/hora y la distancia recorrida a esa velocidad, así como cuando se voló a 900 km/hora.
- c) Si el avión vuela 1.3 horas antes de apagar una máquina, ¿Cuántos km cubre en un total de tres horas?
- d) ¿Cuánto tiempo debe volar el piloto antes de apagar el motor para recorrer una distancia total de 2352 km en tres horas?
- e) ¿Cuánto tiempo debe volar el piloto antes de apagar el motor para recorrer una distancia total de 2970 km en tres horas?

## 4.9 ECUACIONES FRACCIONALES Y SOLUCIONES EXTRAÑAS

En esta sección aprenderás a resolver ecuaciones en las que la incógnita aparece en el denominador de una fracción algebraica.

### EJEMPLO

$$\frac{x-5}{x+4} = 9$$

Ecuaciones semejantes a éstas que tienen una variable en el denominador son llamadas ecuaciones fraccionales.

### Definición

#### ECUACIÓN FRACCIONAL

Una ecuación fraccional es una ecuación que tiene como mínimo una variable en algún denominador.