

$$21) \frac{2}{x+5} - \frac{1}{x-3} = 3$$

$$23) \frac{x}{x+2} - \frac{7}{x+4} = 2$$

Para los problemas del 25 al 34, suma o resta las fracciones y simplifica la respuesta. Recuerda que éstas son expresiones, no ecuaciones. No puedes quitar denominadores multiplicando por el MCD.

$$25) \frac{8}{5x} + \frac{7}{10x}$$

$$27) \frac{2}{y+1} + \frac{3}{y+4}$$

$$29) \frac{5}{x+3} + \frac{5}{x-3}$$

$$31) \frac{a^2}{x-6} - \frac{36}{x-6}$$

$$33) \frac{5}{x-2} - \frac{4}{2-x}$$

$$22) \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+4} = 5$$

$$24) \frac{3}{x-4} - \frac{5}{x+3} = 2$$

$$26) \frac{7}{6y} + \frac{5}{3y}$$

$$28) \frac{5}{x+3} + \frac{2}{x+1}$$

$$30) \frac{7}{x+3} + \frac{7}{x+3}$$

$$32) \frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3}$$

$$34) \frac{8}{x-4} - \frac{3}{4-x}$$

#### 4.10 PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN RAZÓN Y PROPORCIÓN

Si alguien dice que los hombres y mujeres en un grupo están en una razón de 3 a 8, esto significa que:

$$\frac{\text{No. Hombres}}{\text{No. Mujeres}} = \frac{3}{8}$$

Existen varias maneras para que esta igualdad sea verdadera por ejemplo habrá 3 hombres y 8 mujeres o habrá 6 hombres y 16 mujeres porque:

$$\frac{6}{16} = \frac{(3)(2)}{(8)(2)} = \frac{3}{8}$$

El número de hombres debe ser un múltiplo de 3 y el número de mujeres debe ser el mismo múltiplo de 8. Esto significa que hay un número natural no nulo  $x$  tal que:

$$3x = \text{Número de hombres}$$

$$8x = \text{Número de mujeres}$$

El número  $x$  es un factor común del número de hombres y el número de mujeres. Suponiendo que además de conocer la razón 3:8 (forma abreviada para escribir la razón 3 a 8), también conoces que hay un total de 407 personas en el grupo. ¿Cuántos habrá de cada uno?

Entonces  $3x$  es el número de hombres y  $8x$  es el número de mujeres, luego puedes escribir:

$$3x + 8x = 407$$

$$11x = 407$$

$$x = 37$$

Así que hay  $3(37) = 111$  hombres y  $8(37) = 296$  mujeres. En esta sección trabajarás más problemas incluyendo razones de dos enteros.

#### OBJETIVO

Dadas dos cantidades hallar la razón entre ellas en forma de fracción irreducible.

Dada la razón entre dos magnitudes e información adicional necesaria hallar las magnitudes.

Cubre las respuestas y trabaja sobre los siguientes ejemplos.

**EJEMPLO 1**

El problema de los peces.

Los naturalistas estiman que hay 3000 peces en el Lago de Chapala, algunos son carpas y el resto son lobinas. Rastrean el lago y pescan 24 carpas y 21 lobinas.

a) ¿Cuál es la razón de carpas y lobinas pescados? Expresa la respuesta en términos mínimos.

b) Asumiendo que el lago entero tiene esta razón, ¿Cuántos peces de cada tipo hay (incluyendo éstos capturados)?

a) 
$$\frac{\text{No. Carpas}}{\text{No. Lobinas}} = \frac{24}{21}$$
 La razón es 8:7

b) Sea  $x$  = factor común      Define una variable

$\therefore 3x, 5x \text{ y } 7x$

$3x+5x+7x=90$

$8x$ =Número de carpas

$7x$ =Número de lobinas

$15x=3000$

$x=200$

$8x=1600, 7x=1400$

1600 carpas, 1400 lobinas

Escribe expresiones para el número de peces

Escribe una ecuación

Resuelve la ecuación

Evalúa las expresiones

Anota el resultado

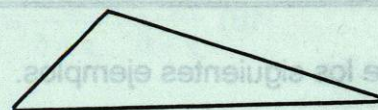
**Comprobación**

$1600 + 1400 = 3000$     y     $\frac{1600}{1400} = \frac{8}{7}$  que es cierto.

**EJEMPLO 2**

Problema del triángulo.

Los lados de un triángulo tienen longitudes en la razón 3:5:7. El perímetro del triángulo es 90cm. Encuentra la longitud de los lados.



**Nota:** Los números 3:5:7 significa que los lados 1 y 2 están en la razón 3:5 y los lados 2 y 3 están en la razón 5:7, y los lados 1 y 3 están en la razón 3:7.

Sea  $x$  = Factor común

$\therefore 3x, 5x \text{ y } 7x$

$3x+5x+7x=90$

$15x=90$

$x=6$

$3x=18, 5x=30, 7x=42$

Son las longitudes de los lados

$\therefore$  Los lados son 18 cm, 30 cm y 42 cm.

**Comprobación**

$18+30+42=90; 18:30=3:5, 30:42=5:7, 18:42=3:7$

**EJEMPLO 3**

Problema de los alumnos de primero y segundo año.

En una escuela la cantidad de alumnos de primer año con respecto a los de segundo año es 7:5. Si hay 231 en primero, ¿Cuántos hay en segundo?

Sea  $x$  = Número de alumnos de segundo año      Define una variable

$\frac{231}{x} = \frac{7}{5}$

Escribe una ecuación

$5x\left(\frac{231}{x}\right) = 5x\left(\frac{7}{5}\right)$

Multiplica cada miembro por el MCD

$5(231)=7x$

$1155=7x$

$165=x$

165 alumnos de segundo año

Cancela

Multiplica

Divide cada miembro por 7

**Comprobación**

$\frac{231}{165} = 1.4$

Que es igual a  $\frac{7}{5}$

**Nota:** En este problema ya conoces uno de los dos enteros. Así que es más fácil definir la variable y obtener el otro entero que el factor común.

La ecuación del ejemplo 3:  $\frac{231}{x} = \frac{7}{5}$  es llamada una **proporción**. Esto dice que dos razones son iguales. Hay una manera fácil de resolver una proporción. Si

observas el tercer paso en el ejemplo puedes ver que  $5(231)=7x$  este paso puede hacerse por **multiplicación cruzada**

#### Técnica de Multiplicación Cruzada

Para encontrar una forma para describir la multiplicación cruzada, escribe la ecuación en forma de proporción

$$231:x = 7:5$$

Esta ecuación se lee "231 es a x como 7 es a 5". El 231 y el 5 son llamados **extremos** pues están en los dos extremos de la proporción. La x y el 7 son llamados **medios**, pues están a la mitad de la proporción.

Como ésta ecuación es equivalente a  $7x=(231)(5)$ , puedes decir que el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

#### Definición

##### MULTIPLICACIÓN CRUZADA

En una proporción tal como  $a:b=c:d$ , el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

Esto es, si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Entonces  $ad = bc$

#### PRÁCTICA ORAL

¿Cuál deberá ser la razón?, en términos mínimos

#### EJEMPLOS

i) 15:25

ii) 15:22

Respuesta

i) 3 a 5

ii) Ya está en términos mínimos

a) 14:35

b) 24:36

c) 12:4

d) 8:48

e) 9:48

f) 10:48

g) 28:21

h) 21:14

i) 21:12

j) 21:10

¿Cuál es el resultado de la multiplicación cruzada?

#### Ejemplo

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$$

$$k) \frac{5}{7} = \frac{9}{x}$$

$$m) \frac{5}{x} = \frac{10}{27}$$

$$o) \frac{x}{5} = \frac{2}{x}$$

#### Respuesta

$$2x = 30$$

$$l) \frac{3}{8} = \frac{4}{x}$$

$$n) \frac{7}{x} = \frac{1}{2}$$

#### EJERCICIO 4.10

##### 1) Problema de razón 1

La razón de dos enteros es 13:6. El entero más pequeño es 54. Encuentra el entero más grande.

##### 2) Problema de razón 2

La razón de dos enteros es 7:11. El entero más grande es 187. Encuentra el entero más pequeño.

##### 3) Problema de razón 3

La razón de dos enteros es 9:7. Su suma es 1024. Encuentra los dos enteros.

##### 4) Problema de razón 4

La razón de dos enteros es 17:13. Su suma es 390. Encuentra los dos enteros.

##### 5) Problema de nietos

La Sra. Pérez tiene 18 nietos por parte de sus hijos y 12 nietos por parte de sus hijas.

a) ¿Cuál es la razón de éstos números en términos mínimos?

b) El hijo mayor Pedro, divide 7200 acres de tierra en 2 terrenos cuyas áreas están en ésta razón. ¿Cuántos acres hay en cada terreno?

##### 6) Problema del testamento A

El Sr. González regularmente da \$300.00 al mes para caridades y \$800.00 al mes a sus nietos.

a) ¿Cuál es la razón de éstos dos números en su mínima expresión?

b) El testamento del Sr. González especifica que su herencia será dividida en la misma razón. Si su herencia tiene \$104,500.00, ¿cuánto será para la caridad y cuánto para sus nietos?

**7) Problema de razón de precio-ganancia**

Las existencias de una cierta compañía se valúan a \$18.20 por acción. Las ganancias de la compañía de un año llegan a \$2.80 por acción.

- Encuentra la razón de precio-ganancia. Exprésalo tanto como razón de dos enteros en su mínima expresión y como una (razón) \_\_\_\_\_:1 (como aparece en los periódicos), donde el segundo número es 1 y el primer número no es necesariamente un entero).
- Si la compañía ganó \$3,360,000.00 este año, ¿Cuál fue el valor total de sus existencias?

**8) Problema de razón de comisión de venta**

Un agente de bienes raíces vendió una casa en \$84,000.00. La comisión del agente fue \$5,040.00

- ¿Cuál fue la razón de la comisión del precio de venta? Expresa la respuesta tanto como una razón de 2 enteros en su mínima expresión y como un porcentaje.
- ¿Cuál sería la comisión por una casa que se vende en \$278,000.00 si el porcentaje de comisión de ventas es el mismo?

**9) Problema de los boletos de baloncesto**

Se te ha pedido que estimes cuántas personas de las 12,000 que asisten a un juego de basquetbol profesional son mujeres. De una pequeña muestra, determina que la proporción de hombres a mujeres es cerca de 3:2. Aproximadamente ¿Cuántas de esas personas que asisten son mujeres?

**10) Problema del concurso de cacahuates**

Una gran jarra tiene 8,400 cacahuates y nueces; tú recibirás un premio si adivinas el número de cacahuates que contiene la jarra lo más cerca posible al número real. De una muestra pequeña, encuentras que la proporción de cacahuates a las nueces es cerca de 3:4. Basado en esta afirmación, aproximadamente ¿Cuántos cacahuates hay en la jarra?

**11) Problemas de existencia de leche**

Supongamos que trabajas en un supermercado. El exhibidor de leche puede contener un total de 160 recipientes de un galón de leche. Las estadísticas de ventas muestran que la leche más barata excede la marca nacional de leche por 7:3. ¿Cuántos recipientes (galones de leche) de cada clase debes poner en el exhibidor para que obtengas esta proporción?

**12) Problema de dos clases de gasolina**

Una estación de gasolina de la localidad encuentra que la gasolina tipo MAGNA excede la tipo NOVA en la proporción 9:4. La cuota mensual de la estación es un total de 26,000 litros. ¿Cuántos litros de cada tipo de gasolina deben ser ordenados para que la cuota tenga esta razón?

**13) Problema de tres clases de gasolina**

Una estación de gasolina de la localidad vende gasolina NOVA, MAGNA y SUPER en la razón 5:7:2. Su cuota total mensual es 28,000 litros de gasolina. ¿Cuántos litros de cada clase deben ser ordenados de tal manera que la cuota tenga ésta razón?

**14) Problema de existencias de cereal**

Los estantes de cereal de un supermercado tienen espacio para 510 cajas de cereal. Las gráficas de venta muestran que los cereales de maíz, de trigo y otros se venden en la razón 5:3:9. ¿Cuántas cajas de cada cereal deben ser puestas en los estantes para que cuando éstas estén llenas el número de cajas esté en ésta razón?

**15) Problema # 1 del triángulo**

Los lados de un triángulo están en la razón 7:10:11, su perímetro es 112 metros. ¿Cuál es la longitud de cada lado?

**16) Problema # 2 del triángulo**

Los lados de un triángulo están en la razón 6:7:10. El perímetro es 184 cm. ¿Cuál es la longitud de cada lado?

**17) Problema # 1 de rectángulo**

El largo y el ancho de un rectángulo están en la razón 3:2. El perímetro es 73 cm. Encuentra el largo y el ancho.

**18) Problema # 2 del rectángulo**

El largo y el ancho de un rectángulo están en la razón 5:3, el perímetro es 56 pies. Encuentra el largo y el ancho.

**19) Problema del pez en el lago**

Los ecologistas están tratando de determinar cuántos peces hay en un determinado lago. Pescan 100 peces del lago, les ponen pequeñas etiquetas en sus colas y los regresan al lago. Algunos días después atrapan 15 peces. Encuentran que dos están etiquetados y los otros 13 no. Suponiendo que de los etiquetados a los no etiquetados están en la razón 2:13, ¿Cuántos peces hay en el lago (contando los 15)?

**20) Problema de la sangre radioactiva**

Los investigadores están tratando de determinar cuánta sangre tiene en su cuerpo un animal. Considerando que sacarle la sangre para medirla mataría al animal, los investigadores retiran 100 mililitros (ml) de sangre y la reemplazan con 100 ml de sangre ligeramente radioactiva. Después toman una muestra y encuentran que la razón de la sangre radioactiva y no radioactiva es 2:34. ¿Cuántos mililitros de sangre tiene el animal aproximadamente?

**21) Problema #1 de edad**

Clara tiene 31 años, su hermana Elena tiene 47. ¿Cuándo estarán sus edades en la razón 4:5?

**22) Problema # 2 de edad**

Juan tiene 23 años, su hermana Ana tiene 20. ¿Cuándo estarán sus edades a la razón 3:2? ¿Sorprendido?

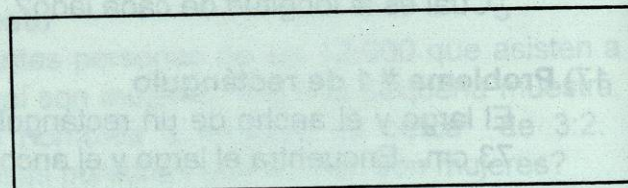
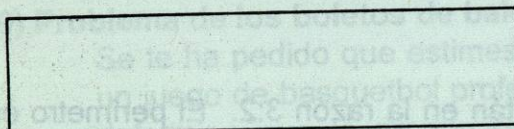
**23) Problema de carátula de reloj**

Un reloj marca las 5:00 en su carátula circular

- ¿Cuál es la razón del área en la carátula del reloj entre las dos manecillas del resto del área?
- Si el área total es  $132 \text{ cm}^2$  ¿Cuál es el área entre las manecillas?

**24) El problema de rectángulos similares**

La razón de la longitud al ancho es 3:2 para cada uno de los dos rectángulos. El perímetro del rectángulo más grande está a razón de 7:5 a la del rectángulo menor. ¿Cuál es la razón de las áreas de los dos rectángulos?

**CAPITULO 5****SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES**

En muchas situaciones del mundo real se tienen dos cantidades variables. Por ejemplo, si  $x$  es el ancho de un campo rectangular y  $y$  es su longitud, entonces la expresión para su área es  $xy$ . La longitud de una cerca que se necesita para cerrar dicho campo es igual a su perímetro  $(2x+2y)$ .

En este capítulo trabajarás con expresiones con dos variables, las cuales evaluarás; además resolverás sistemas de ecuaciones lineales con dos o tres variables.

En el caso del rectángulo citado tenemos:

**Variables:**

- $x$  Número de metros de anchura  
 $y$  Número de metros de largo

**Expresiones:**

- $2x+2y$  Perímetro  
 $xy$  Área

Por otro lado, tenemos un ejemplo de un sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x+y &= 4 \\ 2x+y &= 10 \end{aligned}$$