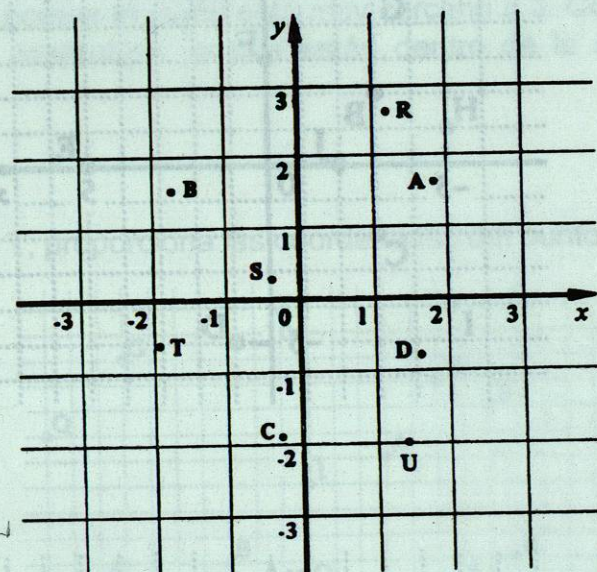


Para los problemas 3 y 4, dibuja un sistema coordenado Cartesiano en papel gráfico. Entonces sitúa los puntos correspondientes a los pares ordenados dados.

- 3) a) (4,2)
b) (-3,8)
c) (3,-6)
d) (-2,-3)
e) (0,4)
- 4) a) (2,3)
b) (-2,6)
c) (-4,-7)
d) (3,-8)
e) (4,0)
- 5) Encuentra las coordenadas de los puntos A, B, C y D (aproximación ± 0.1)
- 6) Encuentra las coordenadas de los puntos R, S, T y U (aproximación ± 0.1)



- 7) Dibuja los puntos A(7,10) y B(1,-2) en papel gráfico. Usa una regla para conectarlos en línea recta. Entonces escribe las coordenadas de cada uno de los siguientes puntos
- a) El punto medio entre A y B
- b) El punto ubicado a $\frac{2}{3}$ del camino entre A y B
- c) El punto donde la línea cruza el eje X
- 8) Une los puntos A(-3,1) y B(5,4) con una línea recta. Une los puntos C(1,5) y D(3,-1) con otra línea recta. Luego encuentra las coordenadas del punto donde las dos líneas se intersectan (aproximación ± 0.1)

- 9) Une los puntos E(-4,-2) y F(1,1) con una línea recta. Une los puntos G(-3,1) y H(2,4) con otra línea recta. ¿Qué relación especial tienen las dos líneas una de la otra?
- 10) Escribe un ejemplo de par ordenado con coordenadas enteras para cada punto descrito.
- a) En cuadrante I; la abscisa es dos veces su ordenada.
- b) En cuadrante II; la ordenada es 3 más que su abscisa.
- c) En cuadrante III; la ordenada es 5 veces su abscisa.
- d) En cuadrante IV; la abscisa es 4 más que su ordenada.
- e) En eje X; abscisa negativa.
- 11) Suponiendo que $3x+5y=60$:
- a) Sustituye x por 10 en esta ecuación. Entonces resuelve para y . Escribe los valores de x y y en un par ordenado. Luego repite el proceso para $x=15$ y por $x=-5$.
- b) Grafica los tres pares ordenados en un sistema coordenado Cartesiano. Si tu trabajo está correcto, los tres puntos pertenecerán a una línea recta.

5.3 GRÁFICA DE ECUACIONES QUE CONTIENEN DOS VARIABLES.

Álgebra es el estudio de expresiones con variables. Algo que haces con tales expresiones es igualarlas a con algún número y encontrar el valor o valores de las variables. Si la expresión tiene dos variables hay infinidad de pares ordenados que satisfacen la ecuación. Por ejemplo: $2x+5y=30$ Es una afirmación verdadera para pares ordenados (0,6), (5,4) y (13,0.8). Por ejemplo para (5,4) tenemos: $2(5)+5(4)$ es igual a $10+20$, lo cual equivale a 30.

Tales pares ordenados se llaman soluciones de la ecuación.

Definición

Solución de una ecuación que contiene dos variables
Una solución de una ecuación con dos variables es un par ordenado que satisface la ecuación.

Al conjunto de todos los pares ordenados se le llama **conjunto solución**.

Ya que el conjunto solución contiene una infinidad de pares ordenados, generalmente se dibuja la gráfica de ésta, en lugar de escribir los pares. Para hacer la gráfica de una ecuación tal como: $2x+5y=30$, debes encontrar algunos pares ordenados que la

satisfagan. Una manera es asignar un valor a una variable, sustituirlo en la ecuación y entonces calcular el valor de la otra variable, por ejemplo escoge $x=7$.

$$\begin{aligned} 2(7)+5y &= 30 \\ 14+5y &= 30 \\ 5y &= 16 \\ y &= 3.2 \end{aligned}$$

Sustituye x por 7
Multiplica 2 por 7
Resta 14 a 30
Divide 16 entre 5

Así que el par ordenado sería (7,3.2)

Una manera eficiente de calcular muchos pares ordenados es despejar una variable en el lado izquierdo y todo lo demás en la derecha.

A partir de $2x+5y=30$, despejando y , la ecuación queda como sigue:

$$\begin{aligned} 2x+5y &= 30 \\ 5y &= -2x+30 \end{aligned}$$

Agrega $-2x$ a cada miembro

$$y = -\frac{2}{5}x + 6$$

Divide cada miembro entre 5.

En la última ecuación y es escrita en términos de x ; este procedimiento es igual al usado para resolver las ecuaciones en secciones anteriores.

Encontrar los valores de y es el proceso ya familiar de evaluar una expresión. Por ejemplo:

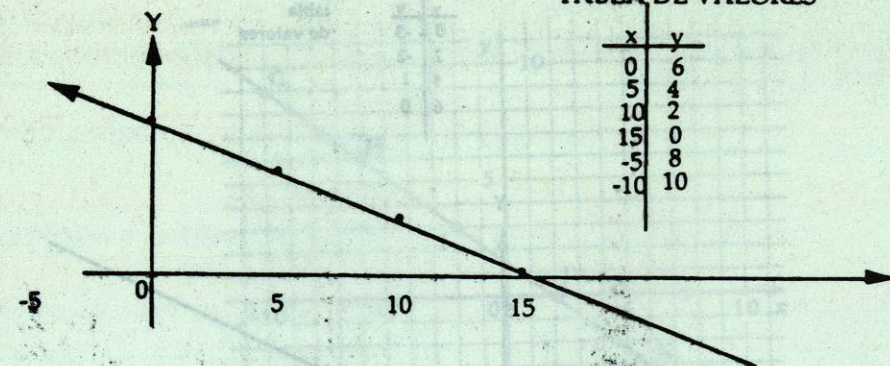
$$\text{Si } x=10 \quad \text{entonces } y = -\frac{2}{5}(10) + 6 = -4 + 6 = 2$$

$$\text{Si } x=-5 \quad \text{entonces } y = -\frac{2}{5}(-5) + 6 = 2 + 6 = 8$$

Para graficar una ecuación lineal es conveniente construir una tabla de pares ordenados (x, y) como se muestra a continuación.

TABLA DE VALORES

x	y
0	6
5	4
10	2
15	0
-5	8
-10	10



Una forma de mostrarlo es graficando los pares ordenados de esta tabla. Los puntos están en línea recta. Más tarde en este capítulo aprenderás por qué todas las ecuaciones lineales resultan una línea recta al graficarlas. Para completar esta gráfica, puedes simplemente unir los puntos.

OBJETIVO:

Dada una ecuación lineal con dos variables (tal como $2x+5y=30$), transformarla para que y sea escrita en términos de x .

Entonces evalúa y para varios valores de x y usa los pares ordenados resultantes para graficar. Cubre las respuestas mientras trabajas con este ejemplo.

EJEMPLO:

Para la ecuación $x-2y=6$:

Transforma la ecuación para que y sea dada en términos de x .
Para valores de x , evalúa y .

Grafica.

$$x-2y=6$$

$$-2y=-x+6$$

$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

Escribe la ecuación dada

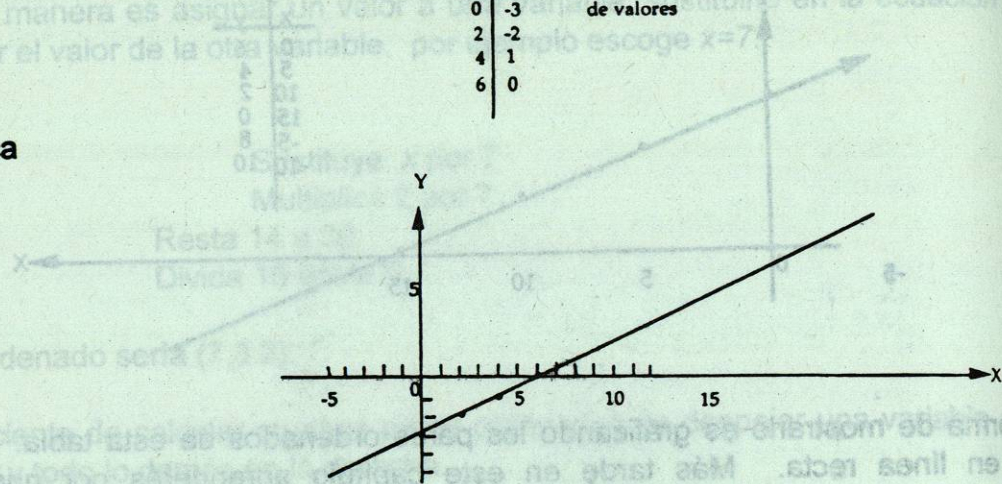
Agrega $-x$ a cada miembro

Multiplica cada miembro por $-\frac{1}{2}$

b)

x	y
0	-3
2	-2
4	1
6	0

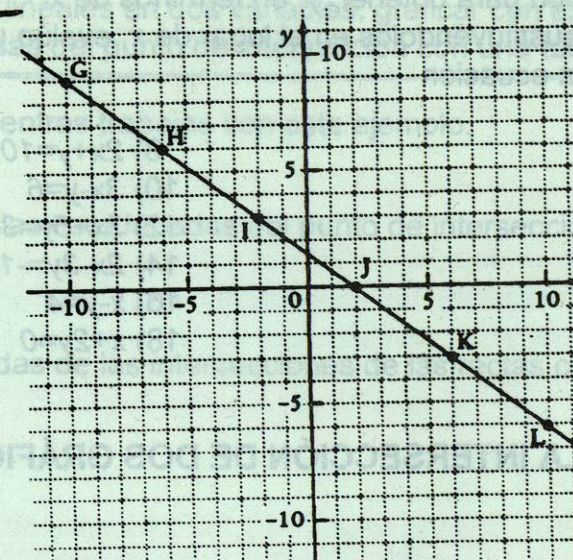
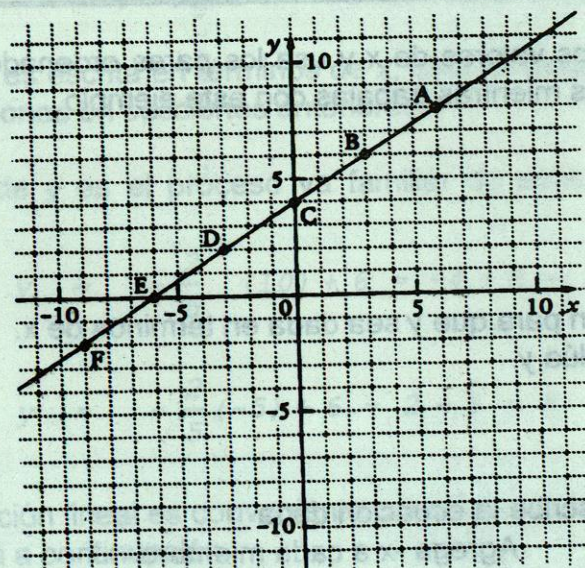
tabla de valores



c) Dibuja la gráfica

PRÁCTICA ORAL

Desde A hasta L, proporciona las coordenadas de los puntos.



Transforma la ecuación para obtener y en términos de x.

- p) $4x + y = 9$
- q) $5x - y = -7$
- r) $7x - 3y = 4$
- s) $x - 5y = 20$

- q) $7x + 10y = -10$
- r) $3x + 2y = 5$
- s) $12x - 3y = -15$
- t) $x + y = 6$

- u) $8x - y = 6$
- v) $6x + 2y = -10$
- w) $x + 4y = -11$
- x) $x - y = -9$

EXERCICIO 5.3

Para los problemas del 1 al 6, dibuja una gráfica del conjunto indicado de puntos. Une los puntos con una línea recta.

- 1) (x, y)
- (5, 8)
- (3, 5)
- (1, 2)
- (-1, -1)

- 2) (x, y)
- (7, 5)
- (4, 3)
- (1, 1)
- (-2, -1)

- 3) (x, y)
- (-3, 7)
- (0, 4)
- (3, 1)
- (6, -2)

- 4) (x, y)
- (-2, 7)
- (0, 3)
- (2, -1)
- (4, 5)

- 5) (x, y)
- (-5, 3)
- (-1, 1)
- (3, -1)
- (7, -3)

- 6) (x, y)
- (-5, 7)
- (-2, 2)
- (1, -3)
- (4, -8)

Para los problemas del 7 al 18.

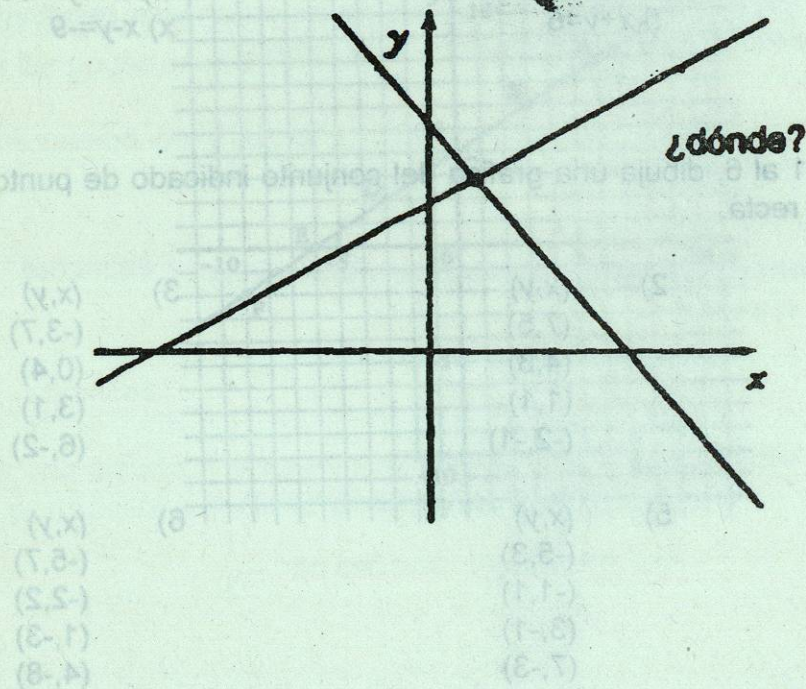
- a) Transforma la ecuación para obtener y en términos de x .
- b) Escoge 4 números, sustituyéndolos en el lugar de x , evalúa y .
- c) Dibuja la gráfica de la ecuación

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 7) $3x+y=12$ | 8) $2x+y=10$ |
| 9) $2x-y=6$ | 10) $3x-y=6$ |
| 11) $4x+5y=40$ | 12) $3x+5y=30$ |
| 13) $3x-2y=-18$ | 14) $2x-3y=-12$ |
| 15) $x+y=7$ | 16) $x-y=4$ |
| 17) $x-3y=0$ | 18) $x+2y=0$ |

5.4 ENCONTRANDO LA INTERSECCIÓN DE DOS GRÁFICAS

Esta sección reúne lo que has aprendido y te prepara para el resto del capítulo. Deberás ser capaz de leer y trabajar los problemas sin ayuda de tu profesor.

Si dibujas las gráficas de dos ecuaciones lineales en el mismo sistema coordenado, probablemente puede que se intersecten en algún punto. En las próximas secciones aprenderás cómo calcular las coordenadas de este punto de intersección. Por ahora sólo harás las gráficas y verás dónde se intersectan.



OBJETIVO:

Dadas dos ecuaciones lineales en dos variables, graficar con exactitud suficiente para leer las coordenadas del punto de intersección con una tolerancia de ± 0.1

Cubre las respuestas mientras trabajas con este ejemplo.

EJEMPLO

Dibuja las gráficas y lee las coordenadas del punto de intersección.

$x+2y=4$
 $4x-5y=-20$

Encuentra las coordenadas de las intersecciones de las rectas con los ejes.

Para $x+2y=4$

Intersección x

$x+0=4$

$x=4$

Intersección y

$0+2y=4$

$y=2$

Para $4x-5y=-20$

Intersección x

$4x-0=-20$

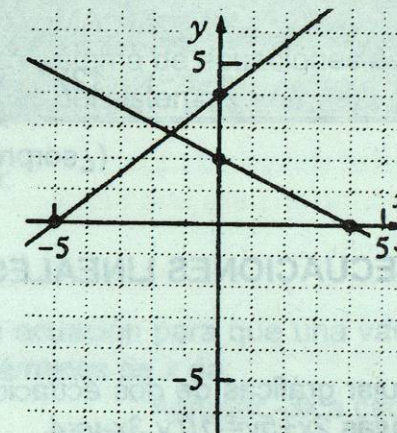
$x=-5$

Intersección y

$0-5y=-20$

$y=4$

Dibuja la gráfica



Lee las coordenadas del punto de intersección

$(-1.5, 2.8)$

Nota: Para obtener respuestas precisas, debes dibujar gráficas bien hechas. Así que afila el lápiz, usa una buena regla y ten cuidado. Tus respuestas serán consideradas correctas si están a ± 0.1 unidades de la respuesta correcta. Por ejemplo, la coordenada Y pudiera ser 2.7, 2.8 ó 2.9 y seguiría siendo correcta.

EJERCICIO 5.4

Para cada par de ecuaciones, encuentra las intercepciones y dibuja ambas gráficas en el mismo conjunto de ejes. Entonces lee las coordenadas del punto donde las dos gráficas se intersectan. Tu respuesta será considerada correcta si no está a más de ± 0.1 unidades de la respuesta correcta.

1) $2x+3y=18$
 $x-y=5$

2) $x-2y=-10$
 $4x+3y=24$

3) $2x+y=8$
 $5x-3y=15$

4) $3x+4y=12$
 $2x-3y=-6$

5) $8x-5y=-40$
 $2x+y=-6$

6) $2x-y=-6$
 $x+2y=4$

7) $3x+2y=-12$
 $x-y=-2$

8) $5x+7y=-35$
 $3x-2y=6$

9) $2x+3y=-12$
 $8x-5y=40$

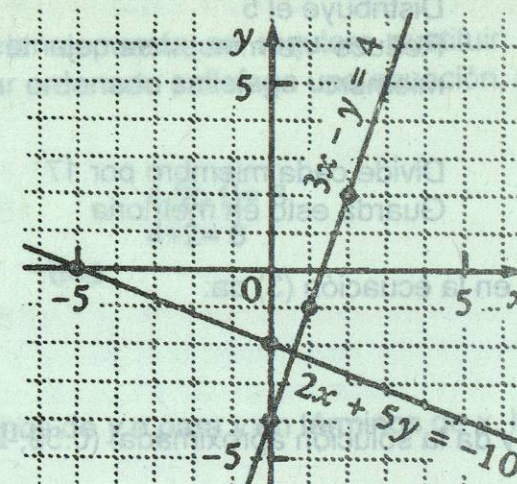
10) $5x+2y=20$
 $3x-7y=21$

11) $3x-5y=10$
 $3x+5y=30$
(¿sorpresa?)

12) $x-3y=6$
 $x-3y=3$
(¿sorpresa?)

5.5 SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES POR SUSTITUCIÓN

En la última sección aprendiste cómo dibujar gráficas de dos ecuaciones y encontrar su punto de intersección. Por ejemplo, si dibujas $2x+5y=-10$ y $3x-y=4$ en el mismo plano cartesiano, las gráficas se intersectan en aproximadamente $(0.6, -2.2)$, como se muestra en la figura.



Encontrando el punto de intersección por medio de la graficación actual tiene dos desventajas. Es tedioso y de exactitud limitada. En esta sección aprenderás a calcular las coordenadas de los puntos de intersección.

Un par de ecuaciones con las mismas dos variables se llama un "sistema de ecuaciones". El par ordenado donde las gráficas se intersectan una con la otra hace a ambas proposiciones verdaderas, ésta es llamada la solución del sistema. Para futuras referencias definiremos lo siguiente:

SISTEMA DE ECUACIONES:

Un sistema de ecuaciones son dos o más ecuaciones con las mismas variables.

SOLUCIÓN DE UN SISTEMA:

La solución de un sistema de ecuaciones es un par ordenado que satisface las dos ecuaciones del sistema.

Para resolver el sistema:

$2x+5y=-10$ (1)

$3x-y=4$ (2)

puedes transformar una ecuación para que una variable sea despejada. Resolviendo la ecuación (2) para y en términos de x da:

$y=3x-4$

Agregar $-3x$ a cada miembro

$y=3x-4$

Multiplicar cada miembro por -1 (3)

Donde las gráficas se intersectan, la y en una ecuación tiene el mismo valor que la y en la otra. Así que puedes sustituir $(3x-4)$ en lugar de y en la ecuación (1).

$2x+5(3x-4)=-10$

El resultado es una ecuación con solamente una variable.